Vol. 38 No. 6 Dec. 2018

doi:10.16450/j. cnki. issn. 1004-6801. 2018. 06. 011

# 抗蛇行减振器参数对车辆稳定性的影响分析

孙建锋, 池茂儒, 吴兴文, 周 橙, 龚继军 (西南交通大学牵引动力国家重点实验室 成都,610031)

摘要 介绍了抗蛇行减振器的简化模型——Maxwell模型。基于蛇形运动的稳定性理论,推导了带抗蛇行减振器的刚性转向架的线性临界速度解析表达式。利用表达式研究了不同等效锥度下抗蛇行减振器串联刚度和结构阻尼对临界速度的影响。研究结果表明:在相同锥度下,结构阻尼和串联刚度存在最佳匹配关系,小结构阻尼应配合小串联刚度,较大结构阻尼应配合较大串联刚度,大结构阻尼应配合大串联刚度;在满足结构阻尼和串联刚度匹配的大范围下,不同等效锥度应匹配不同的串联刚度和结构阻尼,小锥度应匹配较小的串联刚度和较大的结构阻尼,大锥度应匹配较大的串联刚度和较小的结构阻尼。

关键词 抗蛇行减振器; 串联刚度; 结构阻尼; Maxwell 模型; 稳定性中图分类号  $U270.1^+1$ 

## 引言

动车组在高速运行时转向架会产生剧烈的蛇形 运动,对行车安全性和乘坐舒适性产生的很大影响, 甚至会破坏线路,引发车辆脱轨。在车体和转向架 间设置合理的抗蛇行减振器,可以增加车体和转向 架之间的回转阻尼,从而抑制和控制车辆系统蛇形 运动,能大幅度提高车辆系统的临界速度,使得车辆 系统运行稳定性得到极大的改善,从而成为高速动 车组最重要的悬挂元件[1]。因此,有必要开展抗蛇 行减振器特性对车辆系统稳定性的影响研究。刘建 新等[2]运用机车车辆-轨道耦合动力学理论,研究了 抗蛇行减振器与机车运行平稳性的关系。曾京等[3] 通过变量变换,给出了带抗蛇行减振器的铁道客车 线性和非线性临界速度的近似计算方法。代忠美[4] 基于 Seyranian 极值不等式,深入了解了抗蛇行减 振器节点刚度和结构阳尼对系统线性临界速度的影 响。何远等[5]采用 SIMPACK 软件建模,研究了不 同一系纵向定位刚度和等效锥度下抗蛇行减振器串 联刚度对线性临界速度的影响。Conde 等[6]通过试 验分析对传统的抗蛇行减振器模型进行了修正,使 其与试验结果更接近。Alonso 等[7] 建立了抗蛇行 减振器的物理模型,精确重现了减振器在整个操作 条件下的性能。Braghin 等[8] 在传统的抗蛇行减振 器上加入机电作动器,对减振器的参数实现了主动控制,提升了铁道车辆在直线段和曲线段的运行性能。Wang等<sup>[9]</sup>考虑了减振器的安装间隙、串联刚度和结构阻尼,并建立了更精细的抗蛇行减振器的非线性参数模型,其阻尼特性在大范围的速度下都得到了试验验证。

鉴于部分型号的动车组如 CRH3 系列一系定位刚度达到 50 MN/m,远大于二系悬挂刚度,将其构架等效为刚性构架处理仍具有一定的代表性,笔者利用抗蛇行减振器简化的 Maxwell 模型,建立了带抗蛇行减振器的刚性转向架的动力学方程。通过线性稳定性分析,推导了带抗蛇行减振器的刚性转向架线性临界速度的解析表达式,研究了不同锥度下不同串联刚度和结构阻尼对车辆运行稳定性的影响,为抗蛇行减振器参数优化提供了理论依据。

## 1 抗蛇行减振器等效模型

实际的液压减振器两端都有安装座和橡胶节点,油液本身含有气泡,而储油缸中也有一定体积的压缩空气,这些都使得液压减振器在轴向方向运动时具有弹性,显现出一定的刚度效应。考虑液压减振器安装座、橡胶节点和液体刚度影响时,阻尼力与活塞速度之间产生相位变化,这种特性称为动态阻尼特性,这时减振器的精确等效模型如图 1(a)所示。

<sup>\*</sup> 牵引动力国家重点实验室自主课题资助项目(2018TPL\_T04);联合重点基金资助项目(U1734201);国家自然科学基金资助项目(51475390);高铁联合基金资助项目(U1434201) 收稿日期:2017-01-17;修回日期:2017-05-31

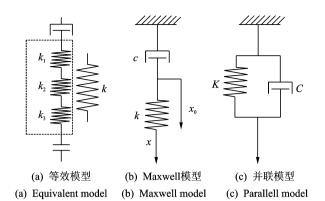


图 1 抗蛇行减振器振动模型 Fig. 1 Vibration model of yaw damper

图 1 中: c 为结构阻尼系数,表现为减振器内部 液体的黏着阻力和节流孔阻力; k<sub>1</sub> 为动态液压刚 度; k<sub>2</sub> 为两端橡胶节点的串联刚度; k<sub>3</sub> 为安装座刚

$$k = \frac{k_1 k_2 k_3}{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3} \tag{1}$$

将动态液体刚度、橡胶节点串联刚度和安装座刚度等效为总的抗蛇行减振器串联刚度 k,抗蛇行减振器精细等效模型可以简化为一个阻尼和弹簧串联的组合元件,称为 Maxwell 模型<sup>[10]</sup>,如图 1(b)所示。

假设抗蛇行减振器端部受到振幅为 A、频率为  $\omega$  的正弦输入 x,即  $x = A\sin(\omega t)$ ,活塞质量为 m,位移为  $x_0$ ,则该系统的振动方程为

$$\ddot{mx_0} = k(x - x_0) - \dot{cx_0} \tag{2}$$

由于惯性力很小,可以忽略,则式(2)为

$$\dot{cx}_0 + k(x_0 - x) = 0$$
 (3)

根据已知条件,求解得

度。总的抗蛇行减振器串联刚度为

$$x_0 = \frac{k^2 A}{k^2 + c^2 \omega^2} \sin(\omega t) - \frac{k A c \omega}{k^2 + c^2 \omega^2} \cos(\omega t) \quad (4)$$

将  $x = A\sin(\omega t)$  带入,则减振器的阻尼力可以表示为

$$F = c\dot{x}_0 = \frac{ck^2}{k^2 + c^2\omega^2}\dot{x} + \frac{kc^2\omega^2}{k^2 + c^2\omega^2}x \tag{5}$$

该抗蛇行减振器可以转化为图 1(c)中的并联模型,其中等效刚度和等效阻尼系数为

$$\begin{cases}
K = \frac{kc^2 \omega^2}{k^2 + c^2 \omega^2} \\
C = \frac{ck^2}{k^2 + c^2 \omega^2}
\end{cases}$$
(6)

根据式(6)可以分析等效刚度、等效阻尼系数和 串联刚度、结构阻尼以及输入频率之间的关系。取 定输入角频率  $\omega=20~\mathrm{rad/s}$ ,可以得到不同结构阻 尼下等效刚度和等效阻尼随串联刚度的变化曲线, 如图  $2~\mathrm{fh}$ 示。

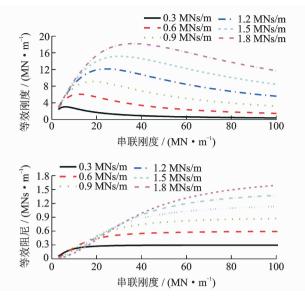


图 2 等效刚度和等效阻尼变化图

Fig. 2 The equivalent stiffness and equivalent damping variation

由图 2 可以看出:同一结构阻尼下,等效刚度随着串联刚度的增大先增大后减小,当串联刚度趋向无穷时,等效刚度趋向于 0,等效阻尼随着串联刚度增大而增大,当串联刚度增大到一定值后,等效阻尼趋向于某一定值,该值即为结构阻尼;同一串联刚度下,结构阻尼越大对应的等效刚度越大,当串联刚度比较小时,结构阻尼越大,等效阻尼越小,当串联刚度超过某一值后,结构阻尼越大,等效阻尼越大。

取定结构阻尼 c = 0.9 MNs/m,可以得到不同 串联刚度下等效刚度和等效阻尼随输入角频率的变 化曲线,如图 3 所示。

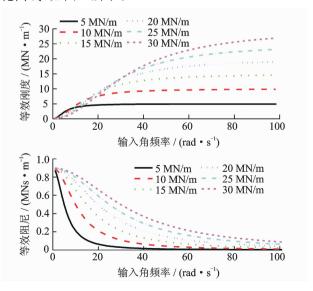


图 3 频率响应图

Fig. 3 The frequency response figure

由图 3 可以看出:在低频段,具有大等效阻尼小等效刚度的特点,可以很好地兼顾曲线通过性能;在高频段,等效刚度接近于串联刚度,等效阻尼接近于0,为了保护减振器内部元件,应该实行高频卸荷;在吸能频段,介于上述两者之间,等效刚度随着输入角频率的增大而增大,等效阻尼随着输入角频率的增大而减小。

## 2 Maxwell 模型下刚性转向架临界速 度求解

笔者研究的对象为带 Maxwell 抗蛇行减振器的刚性转向架,不考虑二系悬挂,抗蛇行减振器一端连接构架,另一端连接惯性系,因此模型只考虑构架横移、摇头自由度。蠕滑力计算采用 Kalker 线性理论,不考虑自旋蠕滑,并令 $f_{11}=f_{22}=f$ ,踏面视为锥形踏面,构架以恒定速度向前运动。转向架蛇形运动计算简图如图 4 所示。

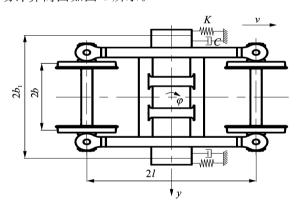


图 4 刚性转向架计算简图

Fig. 4 The model of a rigid bogie

其运动微分方程为

$$\begin{cases} M\ddot{y} + 4f\left(\frac{\dot{y}}{v} - \varphi\right) = 0\\ J\ddot{\varphi} + 4f\left(\frac{b\lambda}{r_0}y + \frac{(b^2 + l^2)\dot{\varphi}}{v}\right) + \\ 2b_1^2K\varphi + 2b_1^2C\dot{\varphi} = 0 \end{cases}$$
(7)

其中:M 为刚性转向架质量;J 为刚性转向架摇头转动惯量; $\lambda$  为踏面锥度; $r_0$  为车轮名义滚动圆半径;b 为滚动圆横向跨距之半; $b_1$  为抗蛇行减震器安装点横向距离之半;l 为轴距;K 为 Maxwell 减振器等效刚度;C 为 Maxwell 减振器等效阻尼系数。

将式(6)代入式(7)后得到如下形式

$$\begin{cases}
M\ddot{y} + 4f\left(\frac{\dot{y}}{v} - \varphi\right) = 0 \\
J\ddot{\varphi} + 4f\left(\frac{b\lambda}{r_0}y + \frac{(b^2 + l^2)\dot{\varphi}}{v}\right) + \\
2b_1^2 \frac{ck}{k^2 + c^2w^2}(k\dot{\varphi} + cw^2\varphi) = 0
\end{cases} \tag{8}$$

其中:k 为减振器串联刚度;c 为减振器结构阻尼;ω 为正弦输入频率,这里即为转向架的摇头角频率。

可以有如下近似[11]

$$\omega = v \sqrt{\frac{\lambda}{br_0} \left( \frac{b^2}{b^2 + l^2} \right)} \tag{9}$$

即近似于刚性转向架的蛇形频率。

通过坐标变换  $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [y, y, \varphi, \varphi]$ , 微分方程实现降阶,可以写成如下形式

$$\dot{x} = \mathbf{A}x\tag{10}$$

其中:A 为雅克比矩阵。

$$A = \begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{4f}{Mv} & \frac{4f}{M} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
-\frac{4fb\lambda}{Ir} & 0 & -\frac{1}{I} \frac{2b_1^2c^2k\omega^2}{b^2+l^2+l^2} - \frac{1}{I} \left(\frac{4f}{v}(b^2+l^2) + \frac{2b_1^2k^2c}{b^2+l^2+l^2}\right)
\end{bmatrix}$$

其对应的特征方程为

$$\lambda_{1}^{4} + \left(\frac{4f}{Mv} + \frac{4f}{Jv}(b^{2} + l^{2}) + \frac{2b_{1}^{2}ck^{2}}{J(k^{2} + c^{2}\omega^{2})}\right)\lambda_{1}^{3} + \left(\frac{16f^{2}}{MJv^{2}}(b^{2} + l^{2}) + \frac{8fb_{1}^{2}ck^{2}}{MJv(k^{2} + c^{2}\omega^{2})} + \frac{2b_{1}^{2}c^{2}k\omega^{2}}{J(k^{2} + c^{2}\omega^{2})}\right)\lambda_{1}^{2} + \frac{8fb_{1}^{2}c^{2}k\omega^{2}}{MJv(k^{2} + c^{2}\omega^{2})}\lambda_{1} + \frac{16f^{2}b\lambda}{MJr_{0}} = 0$$

$$(11)$$

$$\begin{cases}
a_{0} = \frac{16f^{2}b\lambda}{MJr_{0}} \\
a_{1} = \frac{8fb_{1}^{2}c^{2}k\omega^{2}}{MJv(k^{2} + c^{2}\omega^{2})} \\
a_{2} = \frac{16f^{2}}{MJv^{2}}(b^{2} + l^{2}) + \\
\frac{8fb_{1}^{2}ck^{2}}{MJv(k^{2} + c^{2}\omega^{2})} + \frac{2b_{1}^{2}c^{2}k\omega^{2}}{J(k^{2} + c^{2}\omega^{2})} \\
a_{3} = \frac{4f}{Mv} + \frac{4f}{Jv}(b^{2} + l^{2}) + \frac{2b_{1}^{2}ck^{2}}{J(k^{2} + c^{2}\omega^{2})} \\
a_{4} = 1
\end{cases}$$
(12)

则特征方程可写成如下形式

$$a_4 \lambda_1^4 + a_3 \lambda_1^3 + a_2 \lambda_1^2 + a_1 \lambda_1 + a_0 = 0$$
 (13)  
令特征方程的根为

$$\lambda_1 = \alpha + i\omega_1 \tag{14}$$

根据稳定性已有知识<sup>[12]</sup>,当  $v = v_{\sigma}$  时,式(13)有一对纯虚根,且其余根具有负实部,即  $\lambda_1 = i\omega_1$ ,带人式(13)得到如下关系式

$$\begin{cases} a_4 \omega_1^4 - a_2 \omega_1^2 + a_0 = 0 \\ -a_3 \omega_1^3 + a_1 \omega_1 = 0 \end{cases}$$
 (15)

解式(15)可得

$$\omega_1^2 = a_1/a_3 \tag{16}$$

其中: $\omega_1$  为构架在临界速度下的蛇形角频率,即  $\omega_1 = \omega_0$  于是,可以建立如下的关系式

$$\frac{a_1}{a_3} = \omega_1^2 = \frac{\lambda}{br_0} \left( \frac{b^2}{b^2 + l^2} \right) v_{cr}^2$$
 (17)

将式(9)和式(12)带入式(17),化简可得

$$h_1 v_{\alpha}^2 + h_2 v_{\alpha} + h_3 = 0 \tag{18}$$

$$\begin{cases}
h_{1} = \frac{b^{2} \lambda c^{2}}{b r_{0} (b^{2} + l^{2})} \left[ 4 f J + 4 f M (b^{2} + l^{2}) \right] \\
h_{2} = 2 M b_{1}^{2} k^{2} c \\
h_{3} = k^{2} \left[ 4 f J + 4 f M (b^{2} + l^{2}) \right] - 8 f b_{1}^{2} c^{2} k
\end{cases}$$
(19)

利用求根公式求解式(18)可求得临界速度为

$$v_{cr} = \frac{-\mathit{Mb}_{1}^{2}\mathit{k}^{2}\mathit{c} + \sqrt{\mathit{M}^{2}\mathit{b}_{1}^{4}\mathit{k}^{4}\mathit{c}^{2} - \frac{\mathit{cb}^{2}\lambda}{\mathit{br}_{0}\left(\mathit{b}^{2} + \mathit{l}^{2}\right)}\left[4\mathit{f}\mathit{J} + 4\mathit{f}\mathit{M}\left(\mathit{b}^{2} + \mathit{l}^{2}\right)\right]\left[\left(4\mathit{f}\mathit{J} + 4\mathit{f}\mathit{M}\left(\mathit{b}^{2} + \mathit{l}^{2}\right)\right)\mathit{k}^{2} - 8\mathit{fb}_{1}^{2}\mathit{c}^{2}\mathit{k}\right]}}{\frac{\mathit{cb}^{2}\lambda}{\mathit{br}_{0}\left(\mathit{b}^{2} + \mathit{l}^{2}\right)}\left[4\mathit{f}\mathit{J} + 4\mathit{f}\mathit{M}\left(\mathit{b}^{2} + \mathit{l}^{2}\right)\right]}$$

式(20)即为带抗蛇行减振器的刚性转向架线性临界速度的近似公式。

### 3 参数对稳定性影响分析

根据上述建立的临界速度解析表达式,选取表1所示的参数进行分析。

表 1 算例计算参数

| Tab. 1 | Calculation | parameters |
|--------|-------------|------------|
| 参数名    | <b>公</b> 称  | 3          |

| 参数名称                   | 数值                                  |
|------------------------|-------------------------------------|
| 构架质量 M                 | 6 000 kg                            |
| 绕 z 轴转动惯量 J            | $9 500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ |
| 滚动圆跨距之半 b              | 0.746 5m                            |
| 等效锥度 λ                 | 0.05                                |
| 横向蠕滑系数 ƒ               | 8.8 $\times$ 10 <sup>6</sup> N      |
| 纵向蠕滑系数 $f$             | 8.8 $\times$ 10 <sup>6</sup> N      |
| 名义滚动圆半径 r <sub>0</sub> | 0.43m                               |
| 抗蛇形安装距离之半 b1           | 1.35m                               |
| 轴距 <i>l</i>            | 1.25m                               |
| 抗蛇形串联刚度 k              | 待定                                  |
| 抗蛇行结构阻尼 c              | 待定                                  |

#### 3.1 安装距离对稳定性的影响

借助第2节推得的解析公式,计算得到抗蛇行减振器安装点距离对线性临界速度的影响,如图5 所示。

由图 5 可以看出,线性临界速度随着安装距离的增大而增大,因此在车辆限界的许可下,抗蛇行减振器安装点应离转向架和车体的纵向中心线越远越好,以提高减振器对摇头振动的敏感性。

对于高速动车组,抗蛇行减振器在车辆整个服

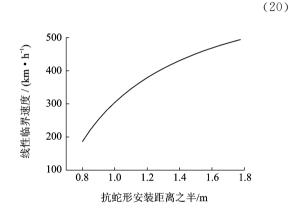


图 5 抗蛇行安装距离对线性临界速度的影响 Fig. 5 The influence of the installation distance of the yaw damper on the linear critical speed

役过程中都起着至关重要的作用。对抗蛇行减振器的参数研究需兼顾从原始踏面到磨耗,再到限需要璇修的整个过程。另外,不同的车型具有不同锥度的踏面。因此,在分析减振器参数对稳定性的影响时应该结合等效锥度一起分析,从而寻求最佳匹配关系。

#### 3.2 结构阻尼对稳定性的影响

在取定串联刚度的情况下,研究不同等效锥度 下线性临界速度随结构阻尼的变化情况,取3组刚 度值分别进行分析,结果如图6所示。

由图 6 可以看出,在参数的研究范围内,在相同 串联刚度和结构阻尼下,等效锥度越小,线性临界速 度越大,且等效锥度越大,越容易趋于稳定值,即在 较小的结构阻尼下临界速度便达到稳定值,可见小 锥度应匹配大阻尼,而大锥度应匹配小阻尼。在 3 组串联刚度下,临界速度都随着结构阻尼的增大而

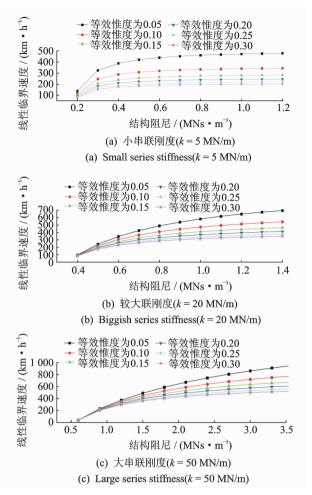


图 6 等效锥度和结构阻尼对线性临界速度的影响 Fig. 6 The influence of the equivalent conicity and the structural damping on the linear critical speed

增大,并逐渐趋于稳定值。虽然变化趋势一致,但在数值上存在一些差异。在小串联刚度下,临界速度在小阻尼下便趋于稳定值;在较大串联刚度下,临界速度在较大阻尼下趋于稳定值;在大串联刚度下,临界速度在大阻尼下才趋于稳定值。另外,在小结构阻尼下,小串联刚度对应的临界速度更大;在较大结构阻尼下,较大串联刚度对应的临界速度更大;在大结构阻尼下,大串联刚度对应的临界速度更大。可见,在一定串联刚度下,结构阻尼越大越有利于提高临界速度,但当阻尼达到某一值后,提升效果便不再明显,因此需要在不同串联刚度下寻找饱和阻尼值。

#### 3.3 串联刚度对稳定性的影响

为进一步分析串联刚度和结构阻尼的匹配关系,研究了在取定结构阻尼的情况下,不同等效锥度下线性临界速度随串联刚度的变化情况,结果如图 7所示。

由图 7 可知:在相同串联刚度和结构阻尼下,等

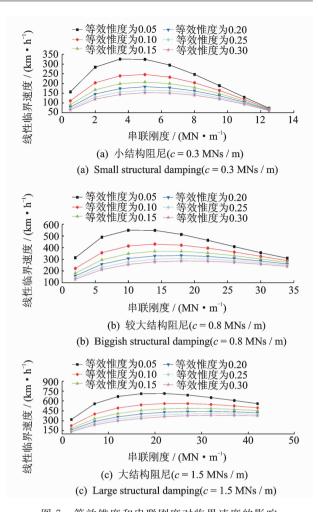


图 7 等效锥度和串联刚度对临界速度的影响 Fig. 7 The influence of the equivalent conicity and the series stiffness on the linear critical speed

效锥度越小,线性临界速度越大,且线性临界速度峰值对应的串联刚度越小,可见小锥度应匹配小刚度而大锥度应匹配大刚度;在同一结构阻尼下,线性临界速度都有随着串联刚度的增大先增大后减小的趋势,即串联刚度存在最佳值;同一等效锥度下,小结构阻尼下临界速度峰值对应的串联刚度小于较大结构阻尼下的串联刚度,后者又小于大阻尼下的串联刚度。可见,小结构阻尼应匹配小串联刚度,较大结构阻尼应匹配较大串联刚度,大结构阻尼应匹配大串联刚度。另外,同一串联刚度下,结构阻尼越大,临界速度越大,这与图6所示的结论是一致的。

## 4 结 论

1) 在一定串联刚度下,抗蛇行减振器的结构阻尼越大,车辆的线性临界速度越高,但存在饱和阻尼值。且小串联刚度对应小的饱和值,较大串联刚度对应较大饱和值,大串联刚度对应大的饱和值。

- 2) 在一定结构阻尼下,抗蛇行减振器的串联刚度存在最佳值。小结构阻尼应配合小串联刚度,较大结构阻尼应配合较大串联刚度,大结构阻尼应配合大串联刚度。
- 3) 在满足结构阻尼和串联刚度匹配的大范围要求下,不同等效锥度应匹配不同的串联刚度和结构阻尼,小锥度应匹配较小的串联刚度和较大的结构阻尼,大锥度应匹配较大的串联刚度和较小的结构阻尼。
  - 4) 等效锥度越小,车辆的线性临界速度越高。
- 5) 在车辆限界的许可下,抗蛇行减振器安装点 应离转向架和车体的纵向中心线越远越好,以提高 减振器对摇头振动的敏感性。

#### 参 考 文 献

- [1] 陆冠东. 抗蛇行减振器在高速列车上的应用[J]. 铁道车辆, 2006,44(8):6-8.

  Lu Guandong. Application of anti hunting motion dampers on high speed trains [J]. Rolling Stock, 2006,44(8):6-8. (in Chinese)
- [2] 刘建新, 王开云. 抗蛇行减振器对机车运行平稳性的影响[J]. 交通运输工程学报, 2006,6(4):1-4. Liu Jianxin, Wang Kaiyun. Effect of yaw dampers on locomotive riding comfortability[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2006,6(4):1-4. (in Chinese)
- [3] 曾京, 邬平波. 减振器橡胶节点刚度对铁道客车系统临界速度的影响[J]. 中国铁道科学, 2008, 29(2):94-98.

  Zeng Jing, Wu Pingbo. Influence of the damper rubber

joint stiffness on the critical speed of railway passenger car system[J]. China Railway Science, 2008, 29(2): 94-98. (in Chinese)

- [4] 代忠美. 高速车辆转向架稳定性机理研究[D]. 成都: 西南交通大学,2014.
- [5] 何远, 王勇. 抗蛇行减振器串联刚度对高速动车组运行稳定性的影响[J]. 机车电传动,2015(3):26-29. He Yuan, Wang Yong. Influence of anti-yaw damper series stiffness on running stability of high-speed E-

- MUs[J]. Electric Drive for Locomotives, 2015(3):26-29. (in Chinese)
- [6] Conde M A, Gomez E, Vinolas J. Advances on railway yaw damper characterisation exposed to small displacements[J]. International Journal of Heavy Vehicle Systems, 2006,13(4):263-280.
- [7] Alonso A, Giménez J, Gomez E. Yaw damper modelling and its influence on railway dynamic stability[J]. Vehicle System Dynamics, 2011,49(9):1367-1387.
- [8] Braghin F, Bruni S, Resta F. Active yaw damper for the improvement of railway vehicle stability and curving performances: simulations and experimental results[J]. Vehicle System Dynamics, 2006, 44 (11): 857-869.
- [9] Wang W L, Huang Y, Yang X J, et al. Non-linear parametric modelling of a high-speed rail hydraulic yaw damper with series clearance and stiffness[J]. Nonlinear Dynamics, 2011,65(1):13-34.
- [10] 张振先, 杨东晓, 池茂儒. 抗蛇行减振器的模型研究 [J]. 机械, 2015,42(7):1-4.

  Zhang Zhenxian, Yang Dongxiao, Chi Maoru. Study on calculation model of anti-yaw damper[J]. Machinery, 2015,42(7):1-4. (in Chinese)
- [11] 王福天. 车辆动力学[M]. 北京:中国铁道出版社, 1981:64-65.
- [12] 张继业,杨翊仁,曾京. Hopf 分岔的代数判据及其在车辆动力学中的应用[J]. 力学学报,2000,32(5):596-605

Zhang Jiye, Yang Yiren, Zeng Jing. An algorithm criterion for Hopf bifurcation and its application in vechicle dynamics[J]. Acta Mechanica Sinica, 2000, 32(5): 596-605. (in Chinese)



第一作者简介: 孙建锋, 男, 1991 年 9 月 生, 博士生。主要研究方向为车辆系统 动力学。

E-mail: sjf20103889@163.com