

# 桥面不平引起车桥系统随机振动车速因素分析\*

桂水荣<sup>1</sup>, 张政韬<sup>1</sup>, 陈水生<sup>1</sup>, 万水<sup>2</sup>

(1. 华东交通大学土木建筑学院 南昌, 330013) (2. 东南大学交通学院 南京, 210096)

**摘要** 将桥梁离散为梁单元, 车辆简化为两自由度系统, 桥面不平顺引起的车桥耦合振动荷载等效为虚拟激励荷载, 建立移动车辆-桥梁耦合随机振动模型, 运用虚拟激励法 (pseudo excitation method, 简称 PEM) 并结合模态综合叠加技术进行求解。将数值迭代结果与 Monte-Carlo 法对比, 验证求解算法的正确性。以简支梁桥为例, 在频域内对桥面不平顺引起车桥耦合随机振动的车速因素进行分析。结果表明: 桥梁跨中竖向位移均方根值随车速变化较大, 车速对位移和加速度功率谱曲线的 1 阶频率峰值和带宽影响显著; 近支点加速度功率谱曲线的峰值、频率及带宽随车速变化明显。研究桥面不平顺引起的车桥耦合随机响应, 车速对桥梁和车体振动影响不可忽略。

**关键词** 车桥耦合系统; 随机振动; 桥面不平顺; 车速; 虚拟激励法

**中图分类号** U443+.3; TH113

## 引言

影响车桥耦合振动的众多因素中, 路面不平顺激励一直被认为是一个主要因素, 国内外许多学者对这一因素进行了分析。Chatterjee 等<sup>[1]</sup>根据 10 个桥面随机不平顺激励样本, 计算了冲击系数的均值和偏差。Michaltsos<sup>[2]</sup>考虑了桥面不平顺激励作用位置的影响。Li 等<sup>[3]</sup>认为桥面不平顺样本的峰值位置对冲击系数有很大影响。Calcada 等<sup>[4]</sup>分析了各种因素对桥面板的冲击, 认为桥面不平顺是影响车辆对桥梁冲击效应的最主要因素。上述学者在研究桥面不平顺对车桥耦合振动影响时, 均将桥面不平顺模拟为一个不平顺激励样本, 其分析方法实为单次确定性响应分析。在研究路面不平顺和车辆行驶速度对车辆振动影响时, 王直民等<sup>[5]</sup>运用随机振动理论分析了不平整路面上的车辆随机动载, 最大动载系数和等效动载峰值系数随车速及路面不平顺的增大而增大。王贵春等<sup>[6]</sup>认为, 随着车速增大, 车辆动力响应增加, 舒适性变差。行车速度直接导致车辆作用于路面的动荷载变化。

研究车速对公路桥梁车桥耦合振动响应时, 杨建荣等<sup>[7]</sup>认为车速是影响桥面板车致振动的重要因素, 但很难找到明确的函数关系用于描述车速对箱梁桥面板的局部动力放大系数的影响。桥梁跨中的

应力标准差受车速和桥面不平顺等级变化影响较大, 随着车速和桥面不平顺等级的提高而愈加明显<sup>[8]</sup>。Li 等<sup>[9]</sup>分析车辆低速行驶时, 路面状况较好, 车速对桥梁的冲击影响不明显; 路面状况较差, 桥梁的垂直加速度受车速影响波动明显。肖勇刚等<sup>[10]</sup>考虑梁的几何非线性影响, 认为桥梁跨中的最大动挠度并不是随着车辆速度的增大而线性增加, 每座桥梁至少存在一个速度共振点。An 等<sup>[11]</sup>采用单次确定性数值方法, 分析了车速、路面不平顺、车辆荷载及车辆间距对桥梁不同指标的影响, 但这些影响因素都是孤立来分析, 未考虑多种因素耦合在一起共同作用。

轨道不平顺引起的车桥耦合系统随机振动响应受车速影响较大, 余志武等<sup>[12-13]</sup>采用概率密度演化法分析车桥耦合随机振动, 桥梁挠度均值随车速先增大后减小, 当车速达到 300 km/h 时, 振动响应达到最大值。列车加速度响应受轨道不平顺影响很大, 而车速的变化又引起轨道不平顺激励频率范围以及各车轮与轨道间作用力的时间域内相位差的变化<sup>[14]</sup>。Zeng 等<sup>[15]</sup>考虑轨道不平顺激励作用, 随着车速的增加, 车体竖向和横向的振动加速度缓慢增加, 车体加速度功率谱仅出现一个频率峰值与车体的竖向和横向固有频率一致。轨道不平顺激励对列车车桥耦合振动的作用与车速参杂一起作用, 桥面不平顺激励对公路桥梁、车辆行驶速度对车桥耦合

\* 国家自然科学基金资助项目 (51468018, 51268013); 江西省自然科学基金资助项目 (20181BAB206041, 20181BAB206043); 江西省教育厅科研资助项目 (GJJ170365)

收稿日期: 2016-12-30; 修回日期: 2017-04-05

随机振动都将产生影响。为了研究这两者结合在一起的振动响应,笔者以两自由度车模型为例,引入虚拟激励法,将桥面不平顺激励引起的车桥耦合作用荷载等效为虚拟激励荷载,建立车桥耦合随机振动模型,分析桥面不平顺激励和车速相互作用所引起的车桥耦合随机振动响应及频谱特性。

## 1 车-桥耦合系统计算模型

汽车是一个复杂的多自由度“质量-刚度-阻尼”振动系统<sup>[16]</sup>,分析车桥耦合振动特性,关键在于建立一个能反映车辆竖向振动特性的动力模型。笔者着重分析桥面不平顺与车速参杂作用对车桥耦合随机振动的影响,采用简单的车辆模型更利于分析两者之间关系。根据研究需要,将作用在桥梁上的车辆荷载简化成两自由度车模型,车体质量集中到 $m_1$ ,悬架弹簧刚度及阻尼等效为 $k_1$ 和 $c_1$ ,轮轴质量集中为 $m_2$ ,车轮刚度及阻尼等效为 $k_2$ 和 $c_2$ 。假设简支梁桥静止时为平衡位置,车辆以速度 $v$ 行驶,簧载质量 $m_1$ 的动位移为 $z_1$ ,轮轴动位移为 $z_2$ ,车轮始终与梁体保持接触不脱离,与所在梁位挠度 $y(x,t)$ 保持一致,如图1所示。

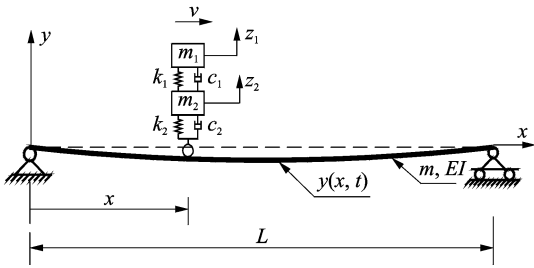


图1 简支梁桥车桥耦合振动模型(两自由度车模型)

Fig.1 A supported beam bridge subjected to two degrees of freedom system

根据达朗贝尔原理,两自由度车模型振动方程可写成

$$m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 - c_1 \dot{z}_2 + k_1 z_1 - k_1 z_2 = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 - c_2 \dot{d} - c_1 \dot{z}_1 + (c_1 + c_2) \dot{z}_2 - k_2 d - k_1 z_1 + (k_1 + k_2) z_2 = 0 \quad (2)$$

车轮与桥面接触点处的竖向位移为 $d$ ,包括桥梁竖向位移 $y(x,t)$ 和桥面高低不平 $r(x)$

$$d = d(x,t) = y(x,t) + r(x) \quad (3)$$

将桥梁进行有限元离散后,并运用模态综合叠加技术,进行振型分解,有

$$\mathbf{I} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{X} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Omega} \mathbf{q} = -\mathbf{\Phi}^T \mathbf{F}_{bv} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{\Omega}$ 为桥梁结构模态质量、阻尼及刚度矩阵; $\mathbf{\Phi}$ 为车轮与桥面接触单元的振型向量; $\mathbf{q}$ 为桥梁

各节点竖向位移随时间变化广义坐标; $\mathbf{F}_{bv}$ 为车辆作用于桥梁的荷载向量。

将式(1)、式(2)与式(4)联立建立车桥耦合振动方程

$$\mathbf{M}_{bv} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{bv} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_{bv} \mathbf{u} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_w \quad (5)$$

$$\begin{cases} \mathbf{F}_g = \begin{cases} -\mathbf{\Phi}^T \mathbf{N}^T (m_1 + m_2) g \\ 0 \end{cases}_{(r+2) \times 1} \\ \mathbf{F}_w = \begin{cases} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{N}^T (k_2 r + c_2 \dot{r}) \\ 0 \end{cases}_{(r+2) \times 1} \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{M}_{bv}$ 、 $\mathbf{C}_{bv}$ 、 $\mathbf{K}_{bv}$ 分别为车桥耦合振动模型的广义质量、阻尼及刚度矩阵; $\mathbf{N}$ 为车轮与桥面接触单元的插值函数; $\mathbf{u}$ 为车桥耦合振动模型广义坐标向量, $\mathbf{u} = \{q_1, q_2, \dots, q_r, z_1, z_2\}^T$ 。

式(6)中荷载包括自重产生的确定性激励荷载 $\mathbf{F}_g$ 和路面不平顺产生的随机激励荷载 $\mathbf{F}_w$ 。确定性激励荷载 $\mathbf{F}_g$ 引起的车桥耦合振动响应,可由Newmark- $\beta$ 法或精细积分法迭代求解;桥面不平顺引起的随机荷载 $\mathbf{F}_w$ ,采用虚拟激励法进行求解。

## 2 车桥耦合虚拟激励荷载模型

由(6)式可知,桥面不平顺产生的随机荷载 $\mathbf{F}_w$ 包括桥面不平顺的位移项 $r(t)$ 和速度项 $\dot{r}(t)$ ,桥面不平顺激励引起的荷载改写成

$$\mathbf{F}_w(t) = \mathbf{T}_0 r(t) + \mathbf{T}_1(t) \dot{r}(t) = \sum_{i=0}^1 \mathbf{T}_i(t) R_i(t) \quad (7)$$

$$\text{其中: } \mathbf{T}_0 = \begin{cases} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{N}^T k_2 \\ 0 \\ k_2 \end{cases}_{(r+2) \times 1}; \quad \mathbf{T}_1 = \begin{cases} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{N}^T c_2 \\ 0 \\ c_2 v \dot{r} \end{cases}_{(r+2) \times 1};$$

$$R_0(t) = r(t); R_1(t) = \dot{r}(t)。$$

根据文献[17],构造虚拟激励荷载

$$\tilde{\mathbf{F}}_w(\omega, t) = (\mathbf{T}_0(t) + i\omega \mathbf{T}_1(t)) \sqrt{S_r(\omega)} e^{i\omega t} \quad (8)$$

其中: $S_r(\omega)$ 为频域下路面不平顺功率谱密度。

笔者以GB/T 7031-2005<sup>[18]</sup>建议路面功率谱表达式来研究桥面不平顺引起车桥耦合随机振动响应

$$G_q(n) = G_q(n_0) |n/n_0|^{-w} \quad (9)$$

其中: $n_0 = 0.1/\text{m}$ ,为空间参考频率; $G_q(n_0)$ 为空间频率为 $n_0$ 时路面功率谱密度; $w$ 为频率指数,取 $w = 2$ ;  $n$ 为空间频率。

当车辆以速度 $v$ 行驶,根据时间频率 $f$ 与空间频率 $n$ 的关系 $f = vn$ ,将空间频域内的路面位移谱密度 $G_q(n)$ 转换为时间频域内的路面位移谱密度 $G_q(f)$ ,有

$$G_q(f) = G_q(n_0) n_0^2 v / f^2 \quad (10)$$

根据时间频率 $f$ 与圆频率 $\omega$ 的关系 $\omega = f/2\pi$ ,时间频域内功率谱密度函数可转化成圆频域内功率

谱密度函数,即式(8)中路面不平顺功率谱密度可以写成

$$S_{rr}(\omega) = 2\pi G_q(n_0) n_0^2 v / \omega^2 \quad (11)$$

式(8)虚拟激励荷载作用下车桥耦合振动虚拟响应为

$$\tilde{\mathbf{u}}_{ir}(\omega, t) = \mathbf{I}(\omega, t) \sqrt{S_{rr}(\omega)} \quad (12)$$

其中:  $\mathbf{I}(\omega, t) = \int_0^t \mathbf{H}(t-\tau, \tau) (\mathbf{T}_0(\tau) + i\omega \mathbf{T}_1(\tau)) \cdot e^{i\omega\tau} d\tau$ ,  $\mathbf{H}(t-\tau, \tau)$  为脉冲响应矩阵。

式(12)求虚拟响应功率谱密度为

$$\mathbf{S}_{u_{ir}u_{ir}}(\omega, t) = \tilde{\mathbf{u}}_{ir}^*(\omega, t) \tilde{\mathbf{u}}_{ir}^T(\omega, t) \quad (13)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{u}}_{ir}^*(\omega, t)$  为虚拟响应的共轭矩阵;  $\tilde{\mathbf{u}}_{ir}^T(\omega, t)$  为虚拟响应的转置矩阵。

由位移功率谱密度与加速度功率谱密度的转换关系可得车桥耦合系统加速度功率谱密度矩阵为

$$\mathbf{S}_{\ddot{u}_{ir}\ddot{u}_{ir}}(\omega, t) = (\omega)^4 [S_{u_{ir}u_{ir}}(\omega)] \quad (14)$$

### 3 算例分析

以一辆 32 t 载重汽车为例,车辆以不同速度行驶在简支梁桥上。简支梁桥结构动力特性参数为:  $L = 30$  m;  $\rho = 2\,600$  kg/m<sup>3</sup>;  $A = 1.062\,2$  m<sup>2</sup>;  $I = 0.509\,2$  m<sup>4</sup>;  $E = 3.5 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>。车辆参数取:  $m_1 = 32\,025$  kg;  $m_2 = 2\,382$  kg;  $k_1 = 1.9 \times 10^5$  N/m;  $c_1 = 5 \times 10^3$  (N · s)/m;  $k_2 = 1.21 \times 10^6$  N/m;  $c_2 = 3 \times 10^3$  (N · s)/m。分析时,采用 Beam4 梁单元建立桥梁结构有限元模型,提取前 10 阶自振频率及振型进行分析。桥面不平顺取 GB7031-2015 谱 B 级路面,路面功率谱不平度系数取 64 mm<sup>2</sup>/m。

#### 3.1 算法验证

运用虚拟激励法结合精细积分算法(precise integration method,简称 PIM)和 Newmark- $\beta$  积分格式,计算 B 级路面简支梁桥跨中位移均方根响应曲线。从图 2 中可以看出,PIM 和 Newmark- $\beta$  积分格式计算跨中位移均方根曲线形状完全相同,在达到最大响应时,Newmark- $\beta$  积分格式计算结果较 PIM 落后一个积分步长,这与 PIM 和 Newmark- $\beta$  算法编程相关。图 3 给出了 PEM 法与 Monte-Carlo 法(运用三角级数叠加法和快速傅里叶逆变换法模拟路面不平顺激励样本,计算单次确定性响应,然后进行统计分析;运用 Monte-Carlo 法数值模拟时,路面不平顺样本曲线随机生成,车辆与桥梁动力特性参数与虚拟激励法相同)计算跨中位移均方根响应曲线。车辆驶入桥梁前半桥跨, Monte-Carlo 法计算次数对跨中位移均方根影响不大,车辆驶过

跨中, Monte-Carlo 法计算次数越少,跨中位移均方根统计结果与 PEM 偏移越大,但围绕着 PEM 法上下波动;随着 Monte-Carlo 法计算次数增加, Monte-Carlo 法计算结果逐渐逼近 PEM 计算值, Monte-Carlo 法统计次数达 4 000 次时, PEM 法与 Monte-Carlo 法结果基本吻合。PEM 能准确、快速计算车桥耦合随机振动响应,体现桥面不平顺激励随机样本对车桥耦合振动响应的统计结果。

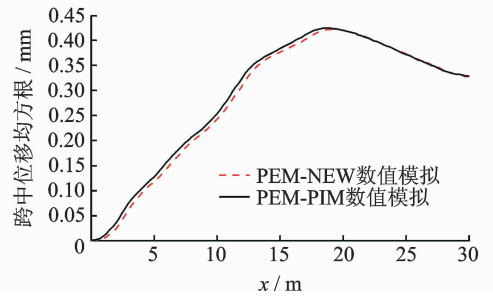


图 2 跨中位移均方根值 PEM-PIM 法与 PEM-NEW 法对比

Fig. 2 Comparison of the RMS curves of displacement at bridge midpoint between PEM-PIM and PEM-NEW

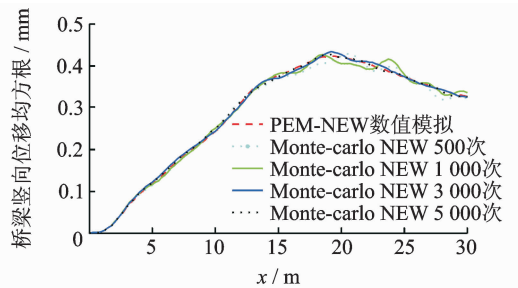


图 3 跨中位移均方根 PEM-NEW 与 Monte-Carlo 对比

Fig. 3 Comparison of the RMS curves of vertical displacement at bridge midpoint between PEM-NEW and Monte-Carlo

#### 3.2 桥梁振动响应分析

图 4 为车辆以不同速度行驶时跨中竖向位移均方根曲线,图 5 为车辆以不同速度行驶时跨中竖向位移功率谱密度曲线。随着车速提高,跨中位移均方根最大值逐渐增大,最大值出现在车辆接近跨中位置。车辆以不同速度行驶,路面谱与车桥耦合共振频率峰值出现在桥梁 1 阶频率附近。车速不同,共振频率峰值大小相同,共振频率带宽不同。车速对桥面不平顺与车桥耦合共振频率的干扰,主要影响共振频率能量大小,不同车速作用下的共振频带宽度相同。车速为 15 m/s 时,共振频率功率谱能量峰值最明显(这与车速较低时积分点较多有关)。

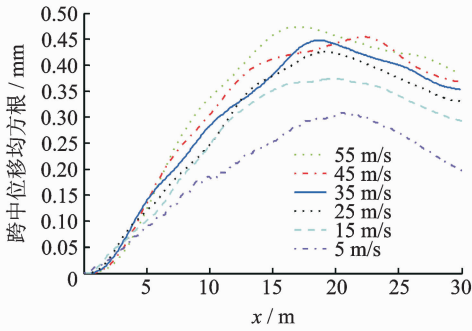


图4 跨中竖向位移均方根曲线随车速变化

Fig. 4 The RMS curves of vertical displacement at the bridge midpoint varied with vehicle speed

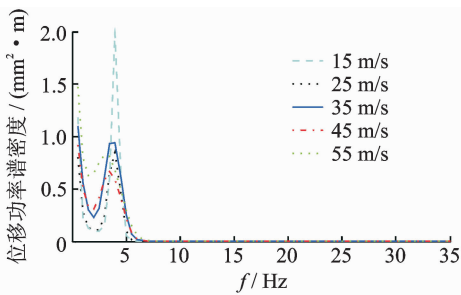


图5 车辆行驶速度对跨中竖向位移功率谱密度影响

Fig. 5 The PSD of vertical displacement at bridge midpoint varied with vehicle speed

图6为车辆以不同速度行驶, PEM法和Monte-Carlo法(1 000次)计算跨中位移均方根随车速变化关系。随着车速提高, 跨中位移均方根最大值逐渐增大, 车速达到25~50 m/s时, 跨中位移均方根值随车速增加变缓; 车速超过50 m/s, 跨中位移均方根明显增大; 车辆行驶速度低于10 m/s, Monte-Carlo法计算结果与PEM计算结果偏离较大。图7为车速对跨中截面竖向加速度功率谱响应的影响。跨中加速度功率谱最大峰值均出现在桥梁1阶频率附近, 共振频率带宽随车速变化; 3阶频率处功率谱峰值较小, 车速不同, 共振的3阶频率也不同, 车速明显改变3阶频率处桥面不平顺与车桥耦合的共振频率大小; 影响桥梁跨中竖向加速度响应主要是1阶频率, 高阶频率对支点处振动响应的干扰较低阶频率明显。图8为车速对靠近支点处竖向加速度功率谱响应的影响。车辆以不同速度行驶, 靠近支点竖向加速度功率谱在前3阶频率附近均出现共振峰值, 功率谱曲线的峰值及带宽随车速不同。桥梁基频处的共振功率谱峰值随车速波动较小, 2阶和3阶共振频率峰值随车速波动较大, 各阶频率处竖向加速度功率谱的峰值大小不同, 桥面不平顺激励和车桥耦合作用, 车速对近支点竖向加速度功率谱的影响大于跨中。

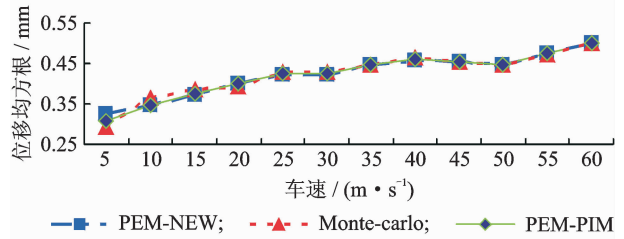


图6 跨中位移均方根最大值随车速变化关系

Fig. 6 The maximum RMS of vertical displacement at the bridge midpoint varied with vehicle speed

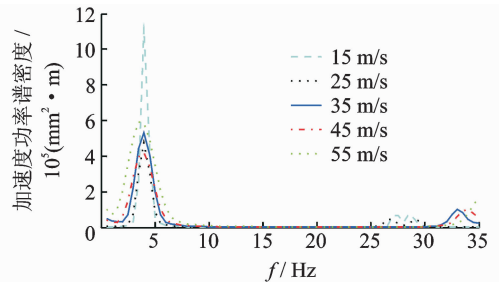


图7 车速对跨中竖向加速度功率谱密度影响

Fig. 7 The PSD of vertical acceleration at bridge midpoint varied with vehicle speed

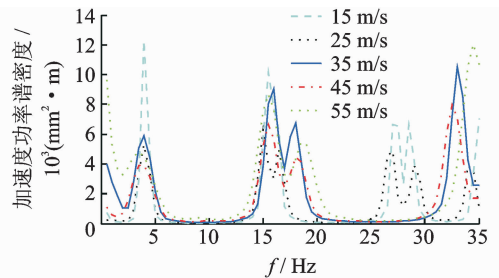


图8 车速对近支点位置竖向加速度功率谱密度的影响

Fig. 8 The PSD of vertical acceleration at the point close to the bridge support varied with vehicle speed

### 3.3 车辆振动响应分析

分析桥面不平顺激励引起车辆振动, 车辆驶出简支梁桥后, 认为车辆继续行驶在刚度无限大的B级路面上。图9和图10为车体和悬架系统的位移均方根值随车速的变化关系。从图9(a)中可以看出, 车辆位于简支梁桥的桥跨内, 车体位移均方根随车速逐渐增大; 车辆驶出桥跨后, 车体位移均方根围绕车辆刚出桥时振动响应波动并逐渐减小, 车速越大, 车体位移均方根响应波动幅值越大; 但悬架位移均方根随车辆驶出桥跨明显减小, 行车速度越高, 悬架系统位移均方根越大; 车速超过15 m/s, 车体最大位移均方根并未出现在桥跨内, 这说明车体振动位移受桥跨结构影响不明显, 悬架位移均方根受桥

跨结构影响明显。图 10 体现了车体位移均方根最大值随车速并非线性变化,在 20 m/s 时出现一个较大的峰值,但车体位移均方根响应随车速总体成增长趋势,这一变化规律在图 9(a)也体现出来;悬架位移均方根随车速成线性关系,车辆以不同车速行驶,悬架位移均方根曲线形状相同。

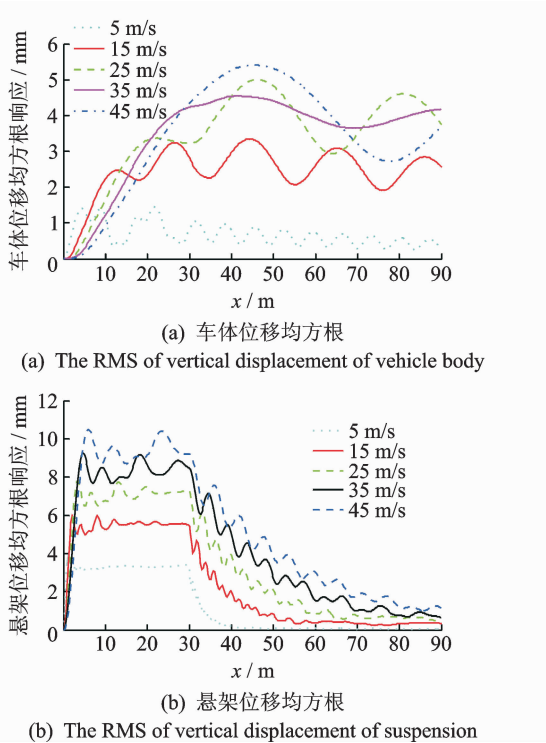


图 9 车速对车辆位移均方根响应的影响

Fig. 9 The RMS of vehicle varied with vehicle speed

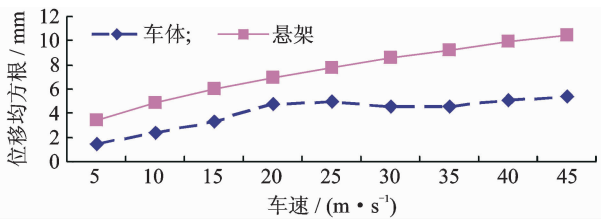


图 10 车辆位移均方根随车速变化

Fig. 10 The RMS of vehicle displacement varied with vehicle speed

图 11 为车体加速度均方根响应随车速变化的时程响应曲线和功率谱密度曲线。车辆位于桥跨内,车体加速度时程响应明显大于出桥后的响应。车速小于 25 m/s 时,车速越小,桥面不平顺引起的车体振动,各时刻的加速度均方根时程响应越小;车速大于 25 m/s,车体振动加速度均方根响应随车速波动复杂。不同车速下,车辆位于桥跨内,车体竖向振动加速度均方根响应明显大于车辆驶出桥跨,车桥耦合作用对车体竖向振动加速度影响明显。由桥面不平顺激励引起的车体竖向振动加速度功率谱密

度峰值均出现在桥梁 1 阶频率处,车速对桥面不平顺与车桥耦合共振作用的频率影响较小,桥面不平顺对车桥耦合系统的干扰,车体振动加速度响应取决于桥梁的 1 阶自振频率。

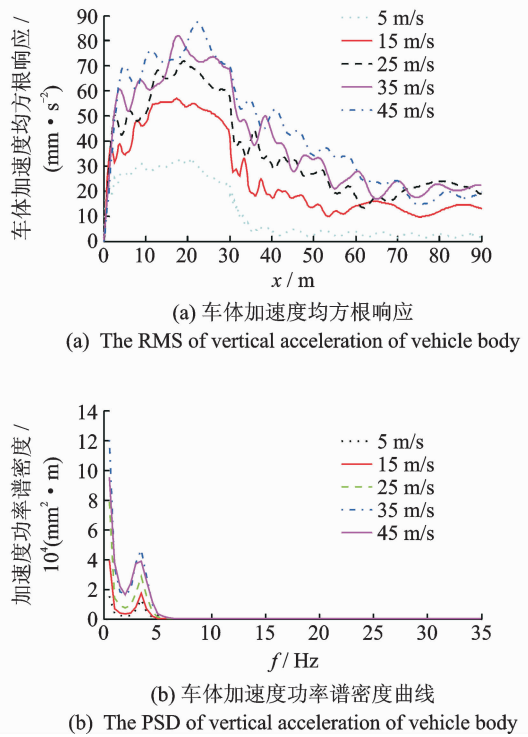


图 11 车体加速度均方根响应随车速变化关系

Fig. 11 The RMS of vehicle body varied with vehicle speed

### 4 结束语

基于虚拟激励法,建立了桥面不平顺引起的车桥耦合随机振动模型,在频域内分析了车速与桥面不平顺共同作用对简支梁桥和车辆的随机振动响应的影响。虚拟激励法计算结果与 Monte-Carlo 法计算结果吻合较好,笔者求解车桥耦合随机振动算法有效。车速明显影响简支梁桥的跨中加速度和位移 1 阶频率处的共振峰值和带宽,改变跨中加速度的 3 阶共振频率大小,以及改变近支点竖向加速度的共振频率、功率谱大小及带宽。车体竖向位移响应受桥梁结构影响较小,车速较高时,车体的位移和加速度响应受行车速度影响较为复杂,但桥面不平顺激励引起的车桥耦合共振响应主要由桥梁 1 阶频率控制。车辆的悬架位移和车体加速度振动响应受桥跨影响显著。

### 参 考 文 献

[1] Chatterjee P K, Datta T K, Surana C S. Vibration of



- continuous bridges under moving vehicles[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994,169(5):619-632.
- [2] Michaltsos G T. Parameters affecting the dynamic response of light (steel) bridges[J]. Automatic Control and Robotics, 2000,1(10):1203-1218.
- [3] Li Yingyan, Obrien E, Gonzalez A. The development of a dynamic amplification estimator for bridge with good road profiles [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006,293:125-137.
- [4] Calcada R, Cunha A, Delgado R. Analysis of traffic-induced vibration in a cable-stayed bridge. part II: numerical modeling and stochastic simulation [J]. Journal of Bridge Engineering, 2005,10(4):386-397.
- [5] 王直民, 张土乔, 吴小刚. 不平整路面上的车辆等效动载系数[J]. 浙江大学学报:工学版, 2007,41(6):1007-1011.  
Wang Zhimin, Zhang Tuqiao, Wu Xiaogang. Equivalent vehicle dynamic load coefficient on rough pavement[J]. Journal of Zhejiang University:Engineering Science, 2007,41(6):1007-1011. (in Chinese)
- [6] 王贵春, 李武生. 基于车桥耦合振动的车辆舒适性分析[J]. 振动与冲击, 2016,35(8):224-230.  
Wang Guichun, Li Wusheng. Analysis on the vehicle ride comfort based on vehicle-bridge coupled vibration [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(8): 224-230. (in Chinese)
- [7] 杨建荣, 李建中. 车辆荷载作用下混凝土箱梁桥桥面板局部振动分析[J]. 四川大学学报:工程科学版, 2010,42(2):58-63.  
Yang Jianrong, Li Jianzhong. Local dynamic response in deck slab of a concrete box girder bridge[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2010,42(2):58-63. (in Chinese)
- [8] 张建波, 廖敬波, 唐光武, 等. 考虑桥面随机不平顺的桥梁动态响应研究[J]. 振动与冲击, 2016,35(7):214-219.  
Zhang Jianbo, Liao Jingbo, Tang Guangwu, et al. Dynamic response of a bridge considering its surface random roughness [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016,35(7):214-219. (in Chinese)
- [9] Li Yan, Cai Chunsheng, Liu Yang, et al. Dynamic analysis of a large span specially shaped hybrid girder bridge with concrete-filled steel tube arches[J]. Engineering Structures, 2016,106:243-260.
- [10] 肖勇刚, 朱素红. 车桥耦合系统的非线性动力分析[J]. 振动与冲击, 2007,26(8):104-108.  
Xiao Yonggang, Zhu Suhong. Nonlinear dynamic analysis of vehicle bridge coupled interaction system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007,26(8):104-108. (in Chinese)
- [11] An Lipeng, Li Dejian, Yu Peng, et al. Numerical analysis of dynamic response of vehicle-bridge coupled system on long-span continuous girder bridge [J]. Theoretical & Applied Mechanics Letters, 2016, 6: 186-194.
- [12] 余志武, 毛建锋, 谈遂, 等. 车桥竖向随机振动的概率密度演化分析[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2015,46(4):1420-1426.  
Yu Zhiwu, Mao Jianfeng, Tan Sui, et al. Probability density evolution analysis of track-bridge vertical coupled vibration with irregularity random excitation[J]. Journal of Central South University :Science and Technology, 2015,46(4):1420-1426. (in Chinese)
- [13] 余志武, 毛建锋, 谈遂, 等. 车辆参数随机的车桥竖向随机振动分析[J]. 铁道学报, 2015,37(1):97-105.  
Yu Zhiwu, Mao Jianfeng, Tan Sui, et al. The stochastic analysis of the track-bridge vertical coupled vibration with random train parameters[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(1):97-105. (in Chinese)
- [14] 张志超, 张亚辉, 林家浩. 基于虚拟激励法的车桥系统车速影响分析[J]. 铁道学报, 2011,33(4):93-99.  
Zhang Zhichao, Zhang Yahui, Lin Jiahao. Influence of train speeds on random vibration of train-bridge systems[J]. Journal of the China Railway Society, 2011, 33(4):93-99. (in Chinese)
- [15] Zeng Zhiping, Zhao Yangang, Xu Wentao, et al. Random vibration analysis of train-bridge under track irregularities and traveling seismic waves using train-slab track-bridge interaction model [j]. Journal of Sound and Vibration, 2015,342:22-43.
- [16] 张亮亮, 唐驾时, 李立斌. 虚拟激励算法下的汽车悬架振动分析[J]. 振动与冲击, 2006,25(6):167-169.  
Zhang Liangliang, Tang Jiashi, Li Libing. Vibration analysis of suspension system of a vehicle model with pseudo-excitation method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006,25(6):167-169. (in Chinese)
- [17] 桂水荣. 基于桥面不平顺公路梁桥车桥耦合随机振动分析[D]. 南京:东南大学, 2017.
- [18] GB/T7031—2005 车辆振动输入路面平度表示方法[S].



**第一作者简介:**桂水荣,女,1979年10月生,博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为公路桥梁车桥耦合振动。曾发表《系杆拱桥吊杆节点足尺模型承载性能试验研究》(《桥梁建设》2013年第43卷第2期)等论文。

E-mail:guishuirong@163.com

**通信作者简介:**陈水生,男,1968年6月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为土木工程结构振动与控制、试验测试分析。

E-mail:Sshchen@126.com