

基于 HLS-SVDR 和 SPPCS 的 CEEMD 的滚动 轴承微故障特征提取*

徐波^{1,2}, 周凤星¹, 马娅婕¹, 严保康¹, 黎会鹏^{1,2}

(1. 武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉, 430081) (2. 黄冈师范学院电子信息学院 黄冈, 438000)

摘要 针对互补集总经验模态分解(complementary ensemble empirical mode decomposition, 简称 CEEMD)在处理非平稳随机信号时能够有效地消除模态混叠, 却仍然存在包络拟合过冲/欠冲和端点效应问题, 提出了同伦-最小二乘支持向量双回归(homotopy least squares-support vector double regression, 简称 HLS-SVDR)的保形分段三次样条(shape-preserving piecewise cubic spline, 简称 SPPCS)的完备 CEEMD 改进方法。首先, 使用 SPPCS 插值法消除在构造上、下包络曲线过程中产生的拟合过冲/欠冲问题, 获得有效的包络线; 其次, 使用 HLS-SVDR 对各层信号极值点的包络均值曲线两端进行左、右预测覆盖以抑制端点效应; 最后, 将该方法用于滚动轴承的微故障特征提取的实例分析中。实验结果表明, 该方法能够更有效地提取滚动轴承微故障特征, 实现了一种既保持 CEEMD 原有特性, 同时又能够抑制过冲/欠冲和端点效应的完备 CEEMD 算法。

关键词 完备互补集总经验模态分解; 过冲/欠冲; 端点效应; 保形分段三次样条; 同伦-最小二乘支持向量双回归; 微故障特征提取

中图分类号 TH113; TH133.3

引言

Huang 等^[1]提出了 Hilbert-Huang 变换算法(Hilbert-Huang transform, 简称 HHT), 适合处理非平稳随机信号, 在机械故障诊断中得到广泛应用。经验模态分解(empirical mode decomposition, 简称 EMD)作为 HHT 的核心部分, 算法直观简单, 具有正交性、完备性和自适应性等特点, 然而存在包络拟合过冲/欠冲、端点效应和模态混叠等问题, 严重影响其推广和应用。针对模态混叠问题, 胡爱军等^[2]提出了加入高频谐波再进行 EMD 分解的模态混叠的消除方法。曹莹等^[3]提出了基于形态滤波预处理与特征尺度匹配的模态混叠抑制方法。但上述方法经验性较强, 缺乏自适应性。汤宝平等^[4]提出了基于独立分量分析的模态混叠消除方法, 但该方法没有考虑端点效应严重影响 EDM 分解结果的有效性。Yeh 等^[5]提出了互补集总经验模态分解方法, 通过向原始信号中添加两对相反的白噪声信号分别进行 EMD 分解, 克服了 EEMD 的白噪声残留

的问题, 有效消除了模态混叠问题, 对端点效应也有一定的抑制作用, 是目前消除模态混叠简单且有效的方法。

针对包络拟合过冲/欠冲问题, 相关学者提出了如三次 B 样条插值^[6]、分段三次 Hermite 样条插值^[7]、分段抛物线插值^[8]、单调分段三次样条插值法^[9]和分段约束三次样条插值^[10]等改进方法。上述方法中, 三次 B 样条插值的拟合特性没有明显提高; 分段三次 Hermite 样条插值的平滑性不好; 单调分段三次样条插值法的计算量太大; 分段约束三次样条插值的包裹性差。

针对端点效应问题, 相关学者提出了如镜像延拓^[11]、最大相关波形延拓^[12]、极值波延拓^[13]、最大斜率再优化极值延拓^[14]、PDE 信号修补^[15]、均生函数周期叠加外推^[16]、最小平方距离相关^[17]及加窗函数^[18]等基于信号特征或极值特征的延拓方法。但这些方法具有很强的经验性, 泛化能力差。另外一些学者提出了如支持向量回归预测^[19]、支持向量机^[20]、神经网络延拓^[21]及自回归综合滑动平均模型延拓^[22]等基于数据预测延拓的方法, 能够较为准

* 国家自然科学基金资助项目(61174106); 湖北省自然科学基金资助项目(2016CFB463); 湖北省教育厅基金资助项目(B2016006)

收稿日期: 2017-05-04; 修回日期: 2017-09-04

确地进行端点延拓,然而算法复杂、效率低、参数难以选择,工程实现度低。

笔者在总结上述改进方法的基础上,提出同伦-最小二乘支持向量双回归的保形分段三次样条 CEEMD 方法,获得一个完备的 CEEMD 算法。通过对实际振动信号的分析及滚动轴承微故障频率特征的提取来验证该方法能够从整体上解决 EMD 存在的拟合过冲/欠冲、端点效应和模态混叠问题。

1 基本原理

1.1 CEEMD 简介

在对信号 $x(t)$ 做 EEMD 分解时,令集总平均的次数为 N ,对 $x(t)$ 第 j 次添加白噪声 $u_j(t)$ 后得到

$$x_j^+(t) = x(t) + u_j(t) \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

令 $x(t)$ 减去 $u_j(t)$, 得到

$$x_j^- = x(t) - u_j(t) \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

对 $x_j^+(t)$ 和 $x_j^-(t)$ 分别进行 EEMD, 各得到一组固有模态分量 IMF, 分别记为 IMF_j^+ 和 IMF_j^- , 获得

$$IMF_j = [IMF_j^+ + IMF_j^-] / 2 \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

对式(3)求集总平均, 获得

$$IMF = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N IMF_j \quad (4)$$

对 $x(t)$ 进行 CEEMD 分解, 得到 IMF 一般有 $L = \log_2^{N-1}$ 个。其中, N 为 $x(t)$ 离散化后的序列长度。

由于对 $x(t)$ 分别添加同一白噪声, 但符号相反, 使得相加后残留在 IMF_j^+ 和 IMF_j^- 中的白噪声基本互相抵消, 从而使最后 IMF 分量中的白噪声基本互相抵消, 上述添加符号相反的白噪声正是“互补”的本质。CEEMD 不仅消除了模态混叠问题, 而且基本上消除了白噪声残留问题。

1.2 包络拟合过冲/欠冲分析

Huang 在文章中没有给出构造上、下包络线时产生包络拟合过冲/欠冲问题的严格定义。龙思胜等^[23]认为“拟合过冲/欠冲”现象是在待处理数据序列的每个子段内, 所得拟合函数的部分数值大于这两个数据的大者或小于这两个数据的小者, 并提出了一阶导数零点法, 一定程度上解决了拟合过冲/欠冲问题。由于没有严格的数学依据及证明, 而是根据处理数据时的经验, 对于任意信号的有效性有待验证。使用最常用的三次样条插值对取自滚动轴承

实验台的故障信号 $x(t)$ (如图 1 所示, 其中 $x(t)$ 为时间数据序列为无量纲单位) 进行一次上、下包络线插值拟合, 得到包络线如图 2 所示。

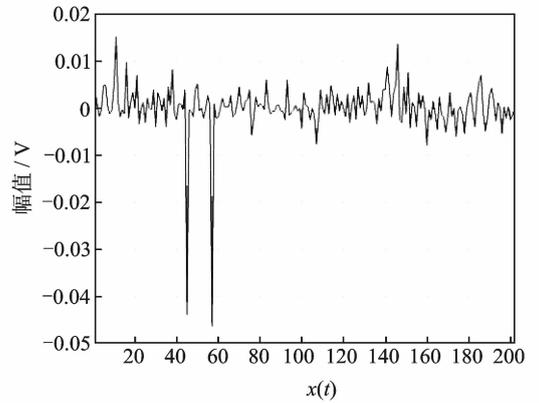


图 1 滚动轴承振动信号 $x(t)$

Fig. 1 Rolling bearing's vibration signal $x(t)$

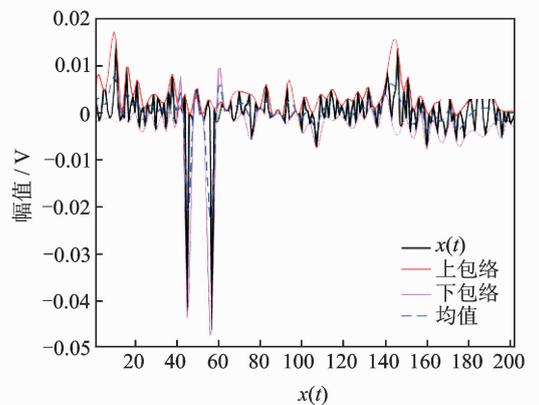


图 2 三次样条插值的包络线

Fig. 2 The envelope curve of spline

为了便于观察, 将图 2 中包络线进行局部放大, 其放大图如图 3, 4 所示, 可以观测到包络线出现了明显的拟合过冲/欠冲问题。

1.3 端点效应分析

由于实际采集的信号的长度有限, 信号的两端在极少数情况下能够获得有效的极值点, 因此对极值数据序列进行插值拟合时, 在上、下包络线在的两端出现发散现象, 称为端点效应, 且这种“发散”会随着分解过程地继续进行而不断向信号内部传播, 最终“污染”整个信号而使分解结果严重失真而失去物理意义。采用图 1 中滚动轴承的振动信号 $x(t)$ 进行端点效应的分析, 并使用三次样条插值法对 $x(t)$ 进行包络线拟合, 结果如图 5 所示。由于信号 $x(t)$ 两端不存在极值点, 获得的上、下包络线在曲线两端出现严重的端点效应。

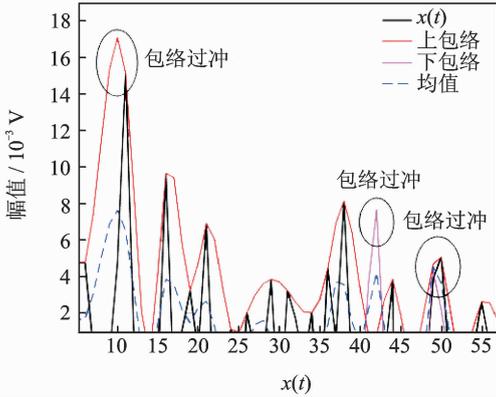


图3 三次样条插值的过冲问题的局部放大图

Fig. 3 The enlarged partial view of the overshoot problem of spline

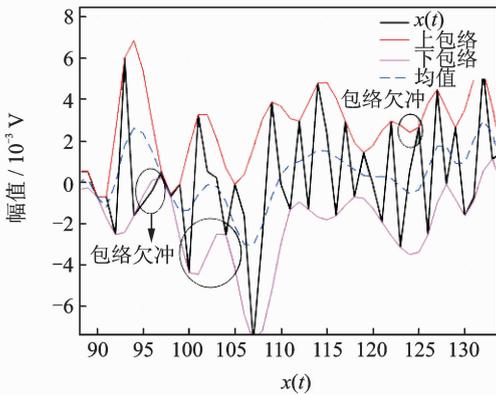


图4 三次样条插值欠冲问题的局部放大图

Fig. 4 The enlarged partial view of the undershoot problem of spline

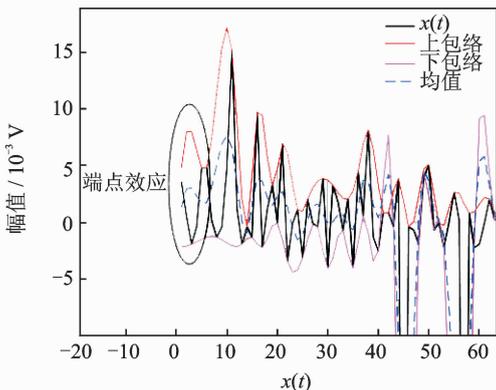


图5 三次样条插值端点效应的局部放大图

Fig. 5 The enlarged partial view of the left end effect of spline

2 保形分段三次样条插值算法

2.1 保形分段插值的构造

给定平面点集 $T_i(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$, 将相

邻两点使用直线依次连接成一个多边形 $\{T_0, T_1, \dots, T_n\}$, 并令多边形的边向量为

$$S_i = t_i - t_{i-1} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

如果 $t_i \times t_{i-1}$ 与 $t_i \times t_{i+1}$ 平行且方向相反, 则 T_i 为 $\{T_0, T_1, \dots, T_n\}$ 的拐点。

2.2 插值曲线在型值点处的切矢

由多边形的边矢定义可知, 插值曲线在 T_i 处的切矢 K_i 定义为: 如果 T_i 是多边形 $\{T_0, T_1, \dots, T_n\}$ 的拐点, 则令

$$K_i = k_i S_i + (1 + k_i)(-S_i + 1) \quad (6)$$

否则令

$$K_i = k_i S_i + (1 - k_i)(S_i + 1) \quad (7)$$

其中: $k_i (0 < k_i < 1)$ 为确定 K_i 方向的调节参数。

如果 T_{i-1}, T_i, T_{i+1} 三点共线, 则定义 $T_{i-1} = T_i = T_{i+1} = S_i$, 即选取 $t_{i-1} = 0, t_{i+1} = 1$ 。通过切矢的定义可知, $K_i K_{i+1}$ 总是平行 $K_i S_i$ 且有相同方向, 故分别过 T_i 和 T_{i+1} 且平行于 K_i 和 K_{i+1} 直线 l_i 和 l_{i+1} 的交点 V_i 为

$$V_i = T_i + \frac{|S_{i+1} K_{i+1}|}{|K_i K_{i+1}|} K_i \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (8)$$

2.3 三次样条插值的保形性

如果 $V_{i-1}, V_i, V_{i+1}, V_{i+2}$ 构成的三角形是凸的, 则令控制多边形 $\{v_{-1}, v_0, \dots, v_n, v_{n+1}\}$ 的边矢量为

$$a_i = V_i - V_{i-1} \quad (i=0, 1, \dots, n+1) \quad (9)$$

给定 $m+1$ 个控制顶点 $r_i (i=1, 2, \dots, m)$, 相应的三次样条曲线的分段函数表示为

$$P_k(u) = \sum_{i=0}^3 E_{i,3}(u) r_{i+k} \quad (0 \leq u \leq 1; k=0, 1, 2, \dots, m-3) \quad (10)$$

其中: 基函数为

$$\begin{cases} E_{0,3}(u) = (-u^3 + 3u^2 - 3u + 1)/3! \\ E_{1,3}(u) = (3u^3 - 6u^2 + 4)/3! \\ E_{2,3}(u) = (-u^3 + 3u^2 + 3u + 1)/3! \\ E_{3,3}(u) = u^3/3! \end{cases} \quad (11)$$

从基函数可以得到端点的性质

$$\begin{cases} P_k(0) = (r_k + 4r_{k+1} + r_{k+2})/6 \\ P_k(1) = (r_{k+1} + 4r_{k+2} + r_{k+3})/6 \\ P'_k(0) = (r_{k+2} - r_k)/2 \\ P'_k(1) = (r_{k+3} - r_{k+1})/2 \end{cases} \quad (12)$$

则三次样条曲线的 deBoor 点定义为

$$\begin{cases} r_{3i} = V_i \\ r_{3i-1} = V_i - \lambda_i T_i |T_i| \\ r_{3i+1} = V_i + \lambda_i T_i |T_i| \end{cases} \quad (i=0, 1, \dots, n) \quad (13)$$

由式(9)及式(13)可得

$$a_0 = (a_1 - a_2) / 4 \quad (14)$$

$$a_0 a_1 = a_1 a_2 / 4 \quad (15)$$

$V_{i-1}, V_i, V_{i+1}, V_{i+2}$ 构成的三角形是凸的, 可保证插值曲线在两端不会出现多余的拐点, 并设定 λ_i 的取值范围, 使得三次样条插值曲线保形。如果 $a_i a_{i+1}, a_{i+1} a_{i+2}$ 方向一致, 则 $V_{i-1}, V_i, V_{i+1}, V_{i+2}$ 构成的三角形是凸的, 所得交点为

$$V_i^* = V_i + \frac{|a_{i+1} a_{i+2}|}{|T_i T_{i+1}|} T_i \quad (16)$$

如果 $a_i a_{i+1}, a_{i+1} a_{i+2}$ 方向相反时, 则 $V_{i-1}, V_i, V_{i+1}, V_{i+2}$ 构成另一个拐点, 记为

$$V_i^* = (V_i + V_{i+1}) / 2 \quad (17)$$

令

$$e_i = \min\{ |V_i^* - V_i|, |V_i - V_{i-1}^*| \} \quad (i=0, 1, \dots, n) \quad (18)$$

根据图 6 所示的控制多边形, 如果选取

$$0 < \lambda_i \leq e_i \quad (i=0, 1, \dots, n) \quad (19)$$

则通过调节参数 λ_i 满足式(19), 构造出保形分段三次样条插值法。

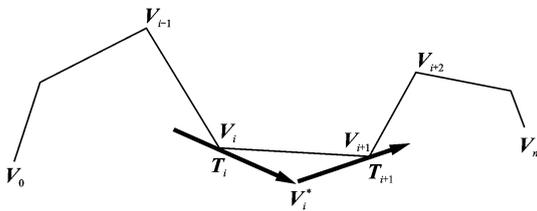


图 6 控制多边形
Fig. 6 Controlled polygon

2.4 实验验证

为了验证笔者提出的 SPPS 插值方法能够有效地消除包络拟合过冲/欠冲问题, 使用图 1 中的振动信号 $x(t)$ 进行实验分析, 结果如图 7~9 所示。使用改进的三次 B-样条插值法进行包络线插值拟合, 拟合结果如图 7 所示。对比图 7 与图 2 的拟合结果可知, 改进的三次 B-样条插值得到的上、下包络曲线依然出现严重的拟合过冲/欠冲, 并没有消除拟合过冲/欠冲问题。

为了进一步对比其他插值方法, 采用分段约束三次样条插值方法进行包络线拟合, 拟合结果如图 8 所示。对比图 8 与图 7 的拟合结果可以看到, 采用分段约束三次样条插值方法拟合的上、下包络曲线没有出现拟合过冲/欠冲现象, 但从图中 A, B 两处拟合的曲线段可以观察到曲线拟合过陡, 曲线不够平滑, 使得拟合曲线的有效性不能得到保证, 限于篇幅, 此处不对上述其他插值方法进行对比分析。

针对图 8 中的拟合曲线出现不够平滑的问题, 笔者提出了保形分段三次样条插值法拟合包络曲线, 拟合结果如图 9 所示。拟合结果表明, 该方法

不但能够有效抑制拟合过冲/欠冲问题, 而且拟合的包络曲线与图 8 相比, 更平滑、有效, 为后续的 CEEMD 分解过程奠定了基础。

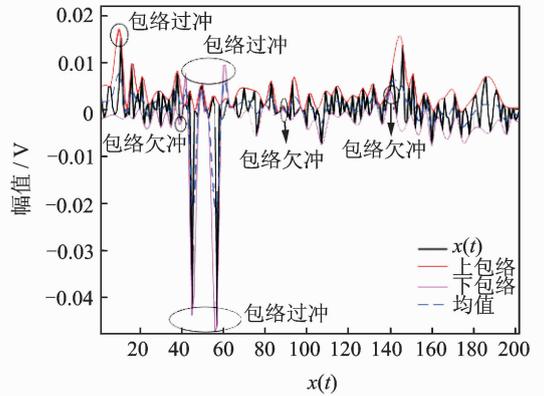


图 7 三次 B-样条插值的包络线
Fig. 7 The envelope of B-spline

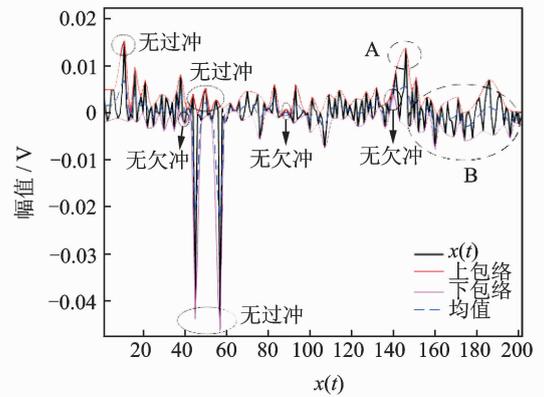


图 8 分段约束三次样条插值的包络线
Fig. 8 The envelope of constrained piecewise spline

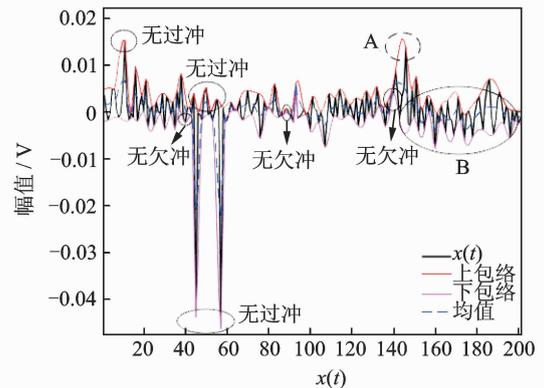


图 9 保形分段三次样条插值的包络线
Fig. 9 The envelope of shape-preserving piecewise spline

3 同伦-最小二乘支持向量双回归算法

支持向量回归 (support vector machine regression, 简称 SVR) 算法具有十分出色的预测能力。Suykens 等^[24] 提出了最小二乘支持向量回归 (least

squares support vector regression, 简称 LS-SVR) 算法, 提高了 SVR 的求解效率, 降低了 SVR 的学习难度。另外, 在实际的工程应用中, 许多的研究对象是具有多输入多输出的复杂系统。包络均值曲线左、右预测覆盖方法是一个两输入两输出的非线性系统。因此, 针对多输入多输出, 提出了同伦-最小二乘支持向量双回归(HLS-SVDR)算法, 算法如下。

设已知训练集 $\mathbf{X} = \{(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_k, y_k)\}$, 其中 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^d, y_k \in \mathbf{R}^m$, 即有 d 维输入, m 维输出。假设有 l 个训练样本, 即 $k=1, 2, \dots, l$ 。令 $y_{k,m}$ 表示 y_k 中第 m 维输出的值 ($m=1, 2, \dots, m$)。模型的目标函数和约束条件为

$$\begin{aligned} \min_{\omega_m, b_m, \eta_k, \xi_m} & \frac{1}{2} \sum_{m=1}^m \|\omega_m\|^2 + \frac{C_0}{2} \sum_{k=1}^l \eta_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l \sum_{m=1}^m C_m \xi_{k,m}^2 \\ \text{s. t.} & \sum_{m=1}^m (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi(\mathbf{x}_k) - b_m) = \eta_k \\ & y_{k,m} - \omega_m^T(\mathbf{x}_k) - b_m = \xi_{k,m} \\ & (m=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, l) \end{aligned} \quad (20)$$

其中: η_k 为第 K 个输入变量所对应的所有维数输出的拟合误差和; $\xi_{k,m}$ 为第 K 个输入变量所对应的第 m 维输出的拟合误差; C_0 为所有维输出拟合误差的惩罚系数; C_m 为第 m 维输出拟合误差的惩罚系数。

其 Lagrange 函数形式为

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \sum_{m=1}^m \|\omega_m\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l \sum_{m=1}^m C_m \xi_{k,m}^2 + \frac{1}{2} C_0 \sum_{k=1}^l \eta_k^2 + \\ & \sum_{k=1}^l \beta_k \left(\sum_{m=1}^m (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi(\mathbf{x}_k) - b_m) - \eta_k \right) + \\ & \sum_{k=1}^l \sum_{m=1}^m \alpha_{k,m} (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi(\mathbf{x}_k) - b_m - \xi_{k,m}) \end{aligned} \quad (21)$$

引入同伦算法, 即对于两个函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 引入一个嵌入变量 λ , 构造一个新的函数 $\varphi(x, \lambda) = (1-\lambda)f(x) + \lambda g(x)$, 其中, 参数 $\lambda \in (0, 1)$ 。由于具有良好的收敛性, 能够有效地求解非线性代数方程组, 在科学和工程中得到广泛应用^[25]。

在多输出最小二乘支持向量回归算法中, 引入同伦嵌入变量 λ 可以将惩罚参数区间 $(0, \infty)$ 转化为有限区间 $(0, 1)$, 大大缩短惩罚参数的优化时间。以此构造 HLS-SVDR 算法, 目标函数和约束条件为

$$\begin{aligned} \min_{\omega_m, b_m, \eta_k, \xi_m} & (1-\lambda_m) \frac{1}{2} \sum_{m=1}^m \|\omega_m\|^2 + \frac{C_0}{2} \sum_{k=1}^l \eta_k^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l \sum_{m=1}^m \lambda_m \xi_{k,m}^2 \\ \text{s. t.} & \sum_{m=1}^m (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi(\mathbf{x}_k) - b_m) = \eta_k \\ & y_{k,m} - \omega_m^T(\mathbf{x}_k) - b_m = \xi_{k,m} \\ & (\lambda_m \in (0, 1); m=1, 2; k=1, 2, \dots, l) \end{aligned} \quad (22)$$

其 Lagrange 函数形式为

$$\begin{aligned} L = & (1-\lambda_m) \frac{1}{2} \sum_{m=1}^m \|\omega_m\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l \sum_{m=1}^m \lambda_m \xi_{k,m}^2 + \\ & \frac{1}{2} C_0 \sum_{k=1}^l \eta_k^2 + \sum_{k=1}^l \beta_k \left(\sum_{m=1}^m (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi(\mathbf{x}_k) - b_m) - \eta_k \right) + \\ & \sum_{k=1}^l \sum_{m=1}^m \alpha_{k,m} (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi(\mathbf{x}_k) - b_m - \xi_{k,m}) \end{aligned} \quad (23)$$

分别对 $\omega_m, b_m, \xi_{k,m}, \eta_k, \beta_k$ 和 $\alpha_{k,m}$ 求偏导并令其为零, 可得

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \omega_m} = 0 \rightarrow \omega_m - \sum_{k=1}^l \beta_k \varphi_m(\mathbf{x}_k) - \sum_{k=1}^l \alpha_{k,m} \varphi_m(\mathbf{x}_k) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial b_m} = 0 \rightarrow \sum_{k=1}^l (\beta_k + \alpha_{k,m}) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \xi_{k,m}} = 0 \rightarrow \lambda_m \xi_{k,m} - \alpha_{k,m} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \eta_k} = 0 \rightarrow C_0 \eta_k - \beta_k = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \beta_k} = 0 \rightarrow \sum_{m=1}^m (y_{k,m} - \omega_m^T \varphi_m(\mathbf{x}_k) - b_m) - \eta_k = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_{k,m}} = 0 \rightarrow y_{k,m} - \omega_m^T \varphi_m(\mathbf{x}_k) - b_m - \xi_{k,m} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

根据式(24), 消除 $\omega_m, b_m, \xi_{k,m}$ 和 η_k , 可得 Lagrange 乘子式 $\boldsymbol{\alpha}_m = (\alpha_{1,m}, \alpha_{2,m}, \dots, \alpha_{l,m})^T, \boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_l)^T$ 和偏置 b_m 的求取方程, 即

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^l (\beta_k + \alpha_{k,m}) = 0 \\ \sum_{m=1}^m \sum_{k=1}^l \beta_k \mathbf{K}_m(\alpha_k, \alpha_k) + \sum_{m=1}^m \sum_{k=1}^l \alpha_{k,m} \mathbf{K}_m(\alpha_k, \alpha_k) + \\ \sum_{m=1}^m b_m + \frac{\beta_k}{C_0} = \sum_{m=1}^m y_{k,m} \\ \sum_{k=1}^l \beta_k \mathbf{K}_m(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k'}) + \sum_{k=1}^l \alpha_{k,m} \mathbf{K}_m(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k'}) + \\ b_m + \frac{\alpha_{k,m}}{\lambda_m} = y_{k,m} \\ (k'=1, 2, \dots, l; m=1, 2) \end{cases} \quad (25)$$

其中: $\mathbf{K}(\cdot, \cdot)$ 为第 m 维输出的核函数。

令 $\mathbf{K}_m = (\mathbf{K}_m(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k'}))_{l \times l}, \mathbf{E} = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbf{R}^l, \mathbf{y}_m = (y_{1,m}, y_{2,m}, \dots, y_{l,m})^T, \mathbf{I}$ 为 $l \times l$ 的单位矩阵, 则有

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E}^T \\ \mathbf{E} & \mathbf{K}_m + \lambda_m^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_m \\ \boldsymbol{\alpha}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}^T \\ \mathbf{K}_m \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_m \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ \boldsymbol{\alpha}_1 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{K}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_m \\ \boldsymbol{\alpha}_m \end{bmatrix} + \\ \left(\sum_{k=1}^2 \mathbf{K}_m + C_0^{-1} \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\beta} = \sum_{m=1}^2 \mathbf{y}_m \end{cases} \quad (26)$$

求解上式,得到同伦-多输出最小二乘支持向量回归第 m 维输出的函数形式为

$$f_m(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^l (\beta_k + \alpha_{k,m}) \mathbf{K}_m(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}) + b_m \quad (27)$$

令 $y_{k,m}$ 表示 y_k 中第 m 维输出的值, $m=1, 2$ 。已知训练集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^l$, 并无标签集 $y_{k,m}$, 在此需要对训练集进行重构获得标签集。如图 10 所示, 将一个向量转换成一个张量的两种情况^[26-27]。其中, x' 为在 $n_1 n_2 > n$ 的情况下作为填充的常数。

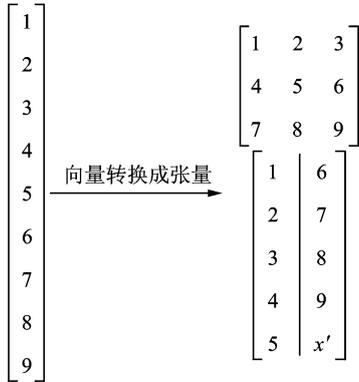


图 10 向量转换为张量

Fig. 10 Converting the vector to tensor

依据一维向量转为二阶张量的方法, 将训练集 \mathbf{X} 重构为两输入两输出的训练集 \mathbf{X}'

$$\begin{cases} \mathbf{X}' = \{(x_1, y_{1,1}), (x_2, y_{2,1}), \dots, (x_i, y_{i,1})\} \\ \mathbf{X}'' = \{(x_i, y_{1,2}), (x_{i-1}, y_{2,2}), \dots, (x_1, y_{i,2})\} \\ (x_i \in \mathbf{R}^{d-1}; l = i \times d) \end{cases} \quad (28)$$

将重构的训练集 \mathbf{X}' 和 \mathbf{X}'' 分别作为同伦-最小二乘支持向量双回归算法的训练样本集和测试样本集。此外, 核函数的选择也决定了训练模型的精确度, 这里将使用最常用 Gauss 径向基核

$$\mathbf{K}_m(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k'}) = \exp(-\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k'}\|^2 / 2\sigma^2) \quad (29)$$

由于 $\sigma \in (0, \infty)$, 难以优化。在此, 同样采用同伦算法, 对核函数进行改进

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k'}) &= \exp(-\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k'}\|^2 / 2h^2) \\ \mathbf{K}_2(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k'}) &= \exp(-\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k'}\|^2 / 2(1-h)^2) \end{aligned} \quad (30)$$

其中: $h \in (0, 1)$, 使核参数 h 的优化时间大大缩短, 同时也提高了最优核参数值的选择精度。

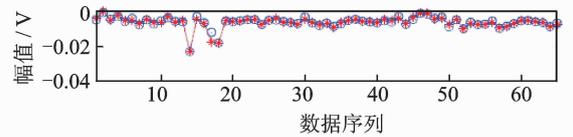
将同伦-最小二乘支持向量双回归与最小二乘支持向量双回归对振动信号 CEEMD 分解的包络均值 $m_1(t)$ 做实验对比。使用张量方法, 将 $m_1(t)$ 数据序列重构为 \mathbf{X}' 和 \mathbf{X}'' 。使用量子遗传(QGA)算法对最小支持向量双回归的惩罚参数 C_0, C_m 及核参数 σ 及同伦-最小支持向量双回归的惩罚参数 C_0, λ_m 及核参数 h 进行最优选择。实验结果如图 11, 12 和

表 1 所示。表 1 是对图 11 中的 HLSSVDR 算法和图 12 中 LSSVDR 算法在训练和测试精度、运行时间进行的对比分析。根据实验结果可知, 基于 HLSSVDR 算法在预测精度及运算时间上都优于 LSSVDR 算法。

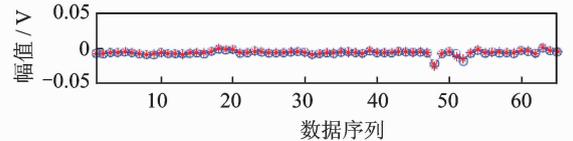
表 1 LSSVDR 和 HLSSVDR 运行时间及预测误差

Tab. 1 The elapsed time and prediction error of LSSVDR and HLSSVDR

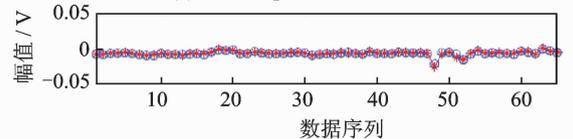
预测方法	位置	样本	均方误差	运行时间/s
LSSVDR	左端点	训练集	8.8149×10^{-7}	0.012 0
		测试集	1.2203×10^{-6}	0.011 7
	右端点	训练集	1.2409×10^{-6}	0.011 4
		测试集	1.2797×10^{-6}	0.012 2
HLSSVDR	左端点	训练集	1.2413×10^{-8}	0.004 21
		测试集	4.7311×10^{-7}	0.003 37
	右端点	训练集	8.7214×10^{-7}	0.003 07
		测试集	2.6412×10^{-7}	0.003 51



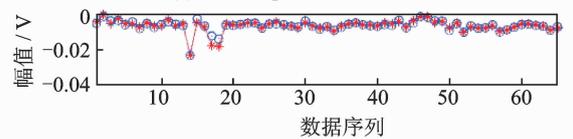
(a) 均值误差为 8.8149×10^{-7}
(a) Mean squared error = 8.8149×10^{-7}



(b) 均值误差为 1.2203×10^{-6}
(b) Mean squared error = 1.2203×10^{-6}



(c) 均值误差为 1.2409×10^{-6}
(c) Mean squared error = 1.2409×10^{-6}



(d) 均值误差为 1.2797×10^{-6}
(d) Mean squared error = 1.2797×10^{-6}

图 11 LSSVDR 左、右双向预测结果及误差结果

Fig. 11 The left and right prediction and error results by LSSVDR

为了进一步验证 HLSSVDR 在抑制端点效应方面的有效性, 使用该方法对图 1 中 $x(t)$ 两端的包络均值进行预测覆盖, 实验结果如图 13 所示。图 13(a) 使用 HLSSVDR 方法对信号两端的包络均值进行预测, 获得预测值, 为了便于观察两端点的包络

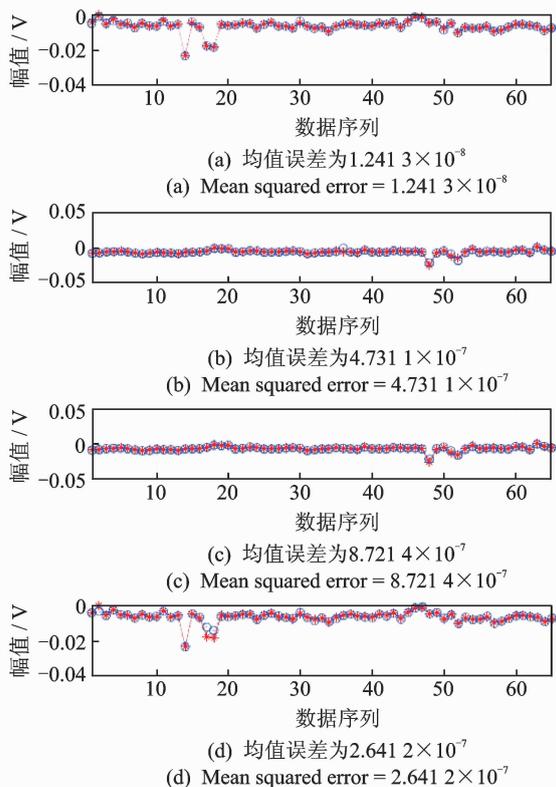


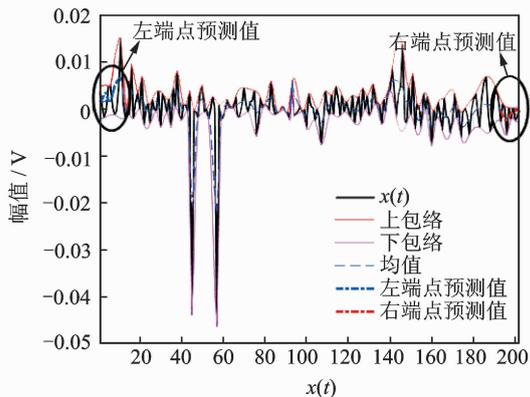
图 12 HLSSVDR 左、右双向预测结果及误差结果

Fig. 12 The left and right prediction and error results by HLSSVDR

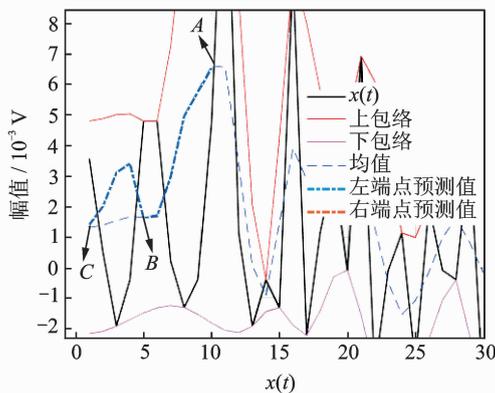
均值预测值,将图 13(a)中的左、右端点的包络均值预测值进行局部放大,如图 13(b)和图 13(c)所示。其中,图 13(b)中的 A-B 和图 13(c)中的 D-E 是存在的极值点插值获得包络均值曲线段和包络均值预测曲线段。可以看到,左、右两端的包络均值预测值与真实值误差很小,预测精度高。另外,图 13(b)中的 B-C 和图 13(c)中的 E-F 分别对应的是不存在极值点的包络均值曲线段和包络均值预测曲线段,将其与没有进行端点效应处理的包络均值曲线进行对比,从图 13(b)和图 13(c)中可看到存在很大的误差。鉴于文中已经验证 HLSSVDR 方法有较高的预测精度,能够有效保证预测信号的准确度,因此 EMD 过程中保证有效的端点值才能保证信号分解的有效性。

4 滚动轴承外圈微故障实例分析

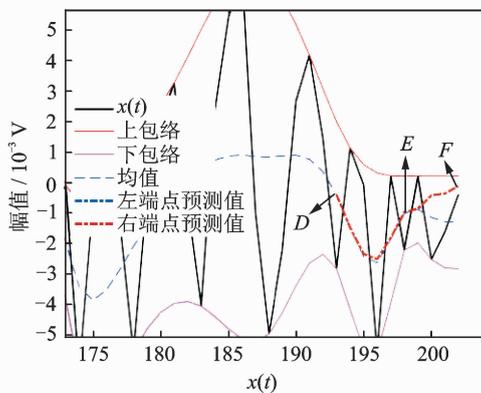
滚动轴承作为旋转机械设备的的关键组件,易发生轴承内/外圈裂纹或断裂、滚动体磨损或破损等故障,对其进行早期检测与诊断,能够有效阻止故障发生,然而早期的故障特征频率极其微弱和难以提取。笔者提出了完备 CEEMD 方法用于滚动轴承微故障特征提取。



(a) $x(t)$ 左、右端点包络线均值的预测值
 (a) The mean prediction values of the left and right envelope



(b) $x(t)$ 左端包络线均值预测值的局部放大图
 (b) The enlarged partial view of the mean prediction values of the left envelope



(c) $x(t)$ 右端包络线均值预测值的局部放大图
 (c) The enlarged partial view of the mean prediction values of the right envelope

图 13 包络线均值的预测

Fig. 13 The mean prediction values of the envelope

4.1 滚动轴承实验台简介

如图 14 所示,笔者选用美国凯斯西储大学滚动轴承故障实验台、驱动端轴承型号为 SKF6205 的轴承外圈故障的振动信号作为分析对象。轴承外圈故障采用电火花加工单点损伤,直径为 0.173 4 mm(模拟轴承外圈微故障),采样频率为 12 kHz,采样点数

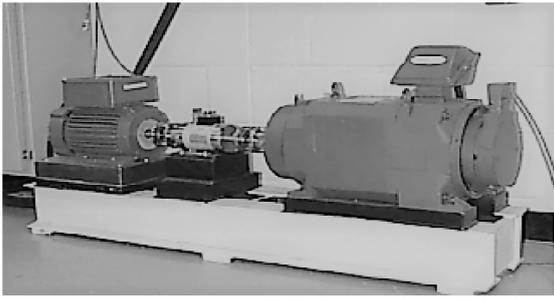


图 14 滚动轴承故障实验与采集装置

Fig. 14 The fault testing and collecting device of rolling bearing

为 4 096,电机转速为 1 797 r/min,轴承外圈故障频率理论计算值为 $3.594 8 \times 1 797 / 60 = 107.364$ Hz。按照以上参数采集相关振动信号,如图 15 所示。

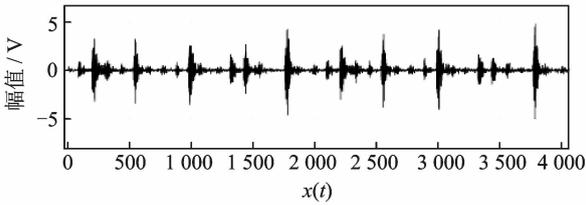


图 15 滚动轴承外圈微故障振动信号

Fig. 15 The outer fault vibration signal of rolling bearing

4.2 微故障特征提取

为了进一步验证完备 CEEMD 方法的有效性和优越性,将其与传统的 EEMD,CEEMD 方法进行对比分析。首先,使用多小波包对原始振动信号进行降噪预处理,提高信号的信噪比。如图 16 所示。

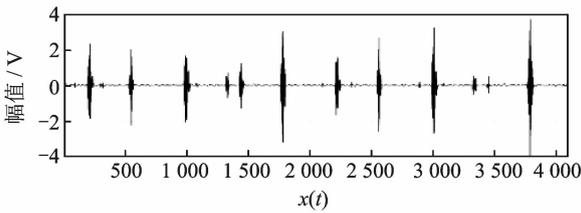


图 16 基于 DDWP 降噪后的振动信号

Fig. 16 Denoising vibration signal by DDWP

然后,分别利用 EEMD,CEEMD 及完备的 CEEMD 方法对降噪后的滚动轴承外圈微故障振动信号进行分解,获得 IMF 分量和残余量。实验结果如图 17~19 所示。经过 CEEMD、完备 CEEMD 方法分解得到的 IMF 分量的个数少于 EEMD 方法获得的 IMF 分量个数。另外,CEEMD 与完备 CEEMD 的 IMF 分量的个数相同,对比图 17 中的

IMF 分量 C_7, C_9, C_{10}, C_{11} 与图 18,图 19 中的 IMF 分量 C_7, C_8, C_9, C_{10} ,可以观察到完备的 CEEMD 相应的 IMF 分量两端的端点效应,相对于传统的 EEMD 和 CEEMD 方法得到了抑制。

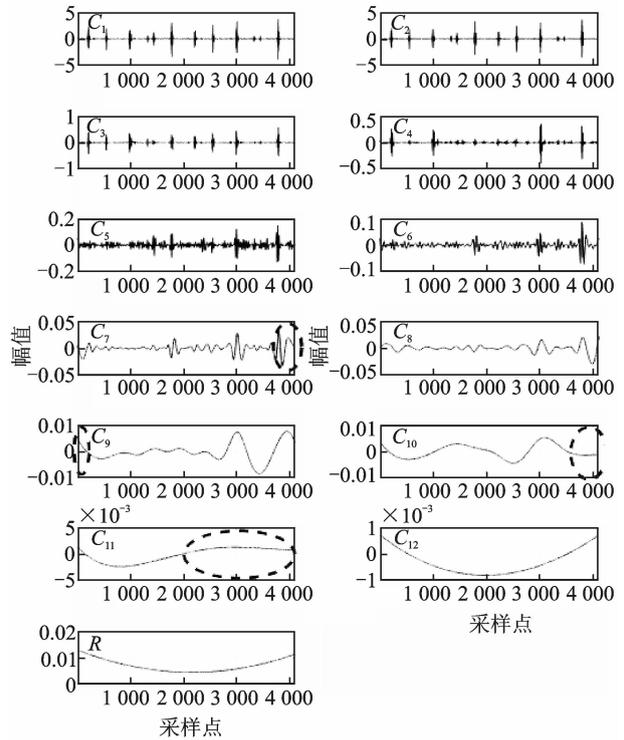


图 17 EEMD 分解的 IMF 分量

Fig. 17 The IMF component by EEMD

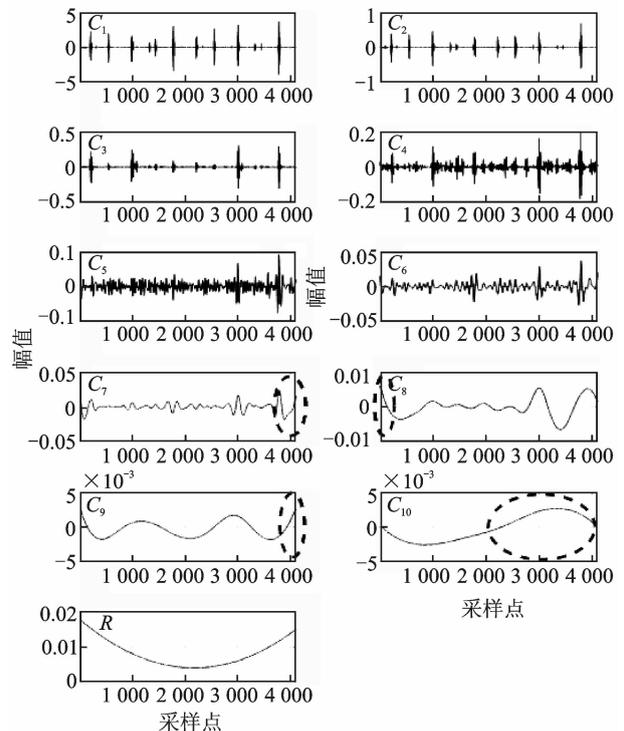


图 18 CEEMD 分解的 IMF 分量

Fig. 18 The IMF component by CEEMD

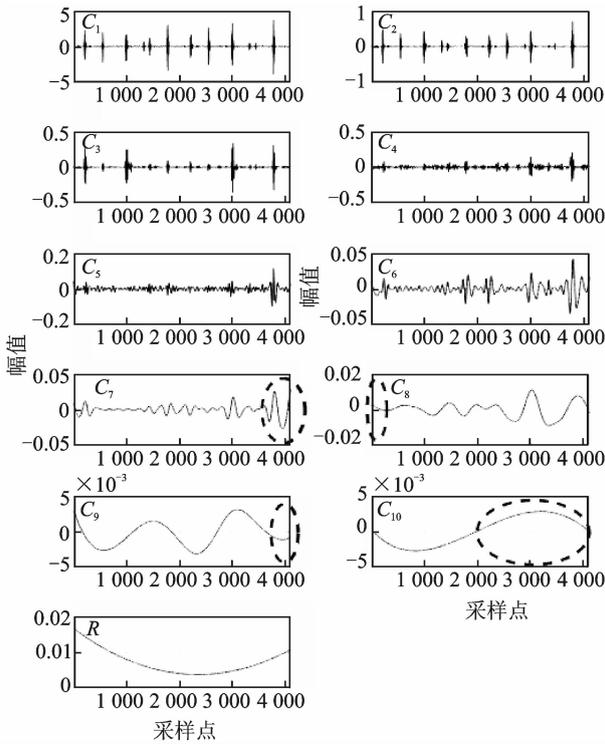


图 19 完备 CEEMD 分解的 IMF 分量

Fig. 19 The IMF component by Complete CEEMD

为了准确说明完备 CEEMD 算法获得的 IMF 分量的特征信息,将分别对 3 种不同方法获得的 IMF 分量进行 Hilbert 变换,获得对应的滚动轴承外圈微故障振动信号的 Hilbert 边际谱如图 20~22 所示,分别为 EEMD,CEEMD、完备 CEEMD 方法对应的滚动轴承外圈微故障振动信号的 Hilbert 边际谱。图 20 表明滚动轴承外圈微故障的特征频率 107.3 Hz 及相应的倍频分量基本上被其他无关的特征频率所淹没,无法区分故障特征频率与无关特征频率。从图 21 可观察到表征滚动轴承外圈微故障的特征频率为 107.3 Hz,但相应的二倍频特征频率

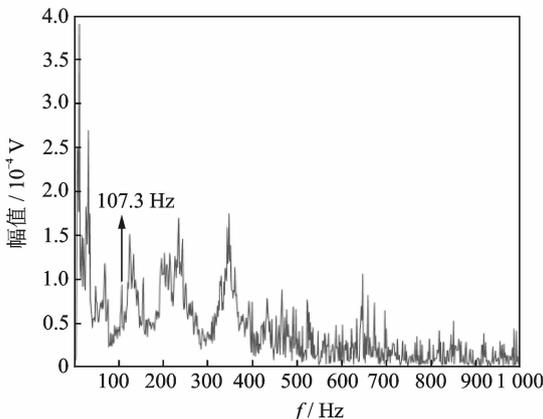


图 20 EEMD 分解的 Hilbert 边际谱

Fig. 20 The Hilbert Marginal Spectrum by EEMD

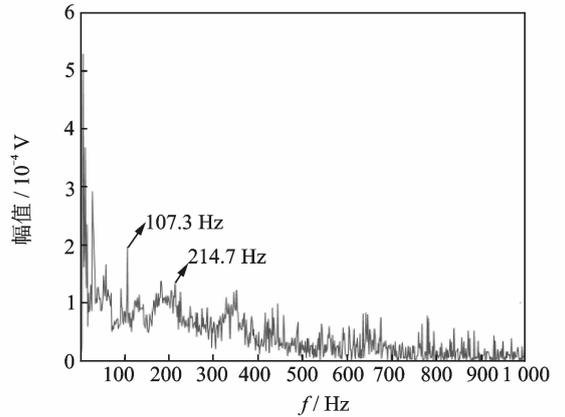


图 21 CEEMD 分解的 Hilbert 边际谱

Fig. 21 The Hilbert Marginal Spectrum by CEEMD

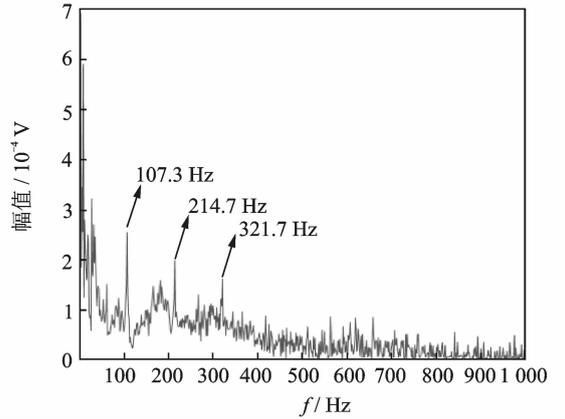


图 22 完备 CEEMD 分解的 Hilbert 边际谱

Fig. 22 The Hilbert Marginal Spectrum by Complete CEEMD

不能很好地辨析。从图 22 中也可清晰地观察到表征滚动轴承外圈微故障的特征频率(107.3 Hz)及相应的二倍频、三倍频特征频率。

上述实验分析表明,笔者提出的同伦-最小二乘支持向量双回归的保形分段三次样条 CEEMD 的改进方法能够更有效地提取滚动轴承外圈微故障的故障特征,能够整体上有有效解决 EMD 的包络拟合过冲/欠冲、端点效应及模态混叠问题。

5 结 论

1) 通过对 EEMD 的包络拟合过冲/欠冲、端点效应、模态混叠问题进行分析。在 CEEMD 方法的基础上提出了同伦-最小二乘支持向量双回归的保形分段三次样条的 CEEMD 方法。实验结果表明,笔者所提方法能够更有效解决 EMD 存在的 3 个主要问题。

2) 针对包络拟合过冲/欠冲问题,提出了保形分段三次样条插值的 EMD 改进方法,该方法利用保形分段法来构造具有二阶逼近精度、分段少、运算量小的三次样条插值方法来抑制包络拟合过冲/欠冲问题,避免传统插值方法导致的插值误差随着分解过程的持续进行而出现误差不断累积,造成严重误差。实验结果表明,与其他插值法相比,笔者提出的插值方法能更有效地解决该问题。

3) 针对端点效应问题,提出了基于数据驱动的同伦-最小二乘支持向量双回归的包络均值预测覆盖的方法。同其他延拓方法相比,该方法不依赖信号本身特性,而是采用机器学习的方法对信号两端的包络均值进行预测,将预测值覆盖原有的随机插值。实验结果表明,该方法有较高的预测精度,收敛速度快、运算时间短,有效克服了基于数据预测抑制端点效应方法难以工程实现的问题。

4) CEEMD 方法能够很好地解决模态混叠问题,但也存在对原始信号添加的正、负白噪声分解出的 IMF^+ 和 IMF^- 分量个数不一定相等、导致少量模态混叠的问题。

参 考 文 献

- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society, London. Series: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [2] 胡爱军, 孙敬敬, 向玲, 等. 经验模态分解中的模态混叠问题[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(4): 429-434.
Hu Aijun, Sun Jinjin, Xiang Ling, et al. The mode mixing problem in the empirical model decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(4): 429-434. (in Chinese)
- [3] 曹莹, 段玉波, 刘继承, 等. Hilbert-Huang 变换中的模态混叠问题[J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(3): 518-524.
Cao Ying, Duan Yubo, Liu Jicheng, et al. The mode mixing problem in the hilbert-huang transform [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(3): 518-524. (in Chinese)
- [4] 汤宝平, 董绍江, 马靖华, 等. 基于独立分量分析的 EMD 模态混叠消除方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(7): 1477-1482.
Tang Baoping, Dong Shaojiang, Ma Jinghua, et al. Study on the method for eliminating mode mixing of empirical mode decomposition based on independent component analysis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(7): 1477-1482. (in Chinese)
- [5] Yeh J R, Shieh J S, Huang N E. Complementary ensemble empirical mode decomposition: a novel noise enhanced data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2010, 2(2):135-156.
- [6] Chen Q, Huang N, Riemenschneider S, et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions[J]. Advances in Computational Mathematics (S1019-7168), 2006, 24(1): 171-195.
- [7] 时培明, 王敬, 温江涛, 等. 基于包络线算法改进 EMD 的旋转机械故障诊断方法研究[J]. 计量学报, 2016, 37(1):62-66.
Shi Peiming, Wang Jing, Wen Jiangtao, et al. Study on rotating machinery fault diagnosis method based on envelopes fitting algorithms EMD[J]. Acta Metrologica Sinica, 2016, 37(1):62-66. (in Chinese)
- [8] Evans T S, Lambiotte R. Line graphs, link partitions, and overlapping communities [J]. Physical Review E, 2009, 80(1): 100-105.
- [9] 吴贤规, 王安娜, 会国涛, 等. 经验模态分解中一种改进的包络线拟合算法[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2015, 36(11):1535-1547.
Wu Xiangui, Wang Anna, Hui Guotao, et al. An improved envelope fitting algorithm for the empirical mode decomposition[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2015, 36 (11): 1535-1547. (in Chinese)
- [10] 蔡艳平, 徐光华, 李艾华, 等. EMD 局部积分均值增量插值改进算法及其在转子故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2016, 35(19): 81-87.
Cai Yanping, Xu Guanghua, Li Aihua, et al. A improved EMD algorithm based on local integral average constraint cubic spline interpolation by adding dense points and its application in rotary machine fault diagnosis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35 (19): 81-87. (in Chinese)
- [11] 王传菲, 安钢, 王凯, 等. 基于镜像延拓和神经网络的 EMD 端点效应改进方法[J]. 装甲兵工程学院学报, 2010, 24(2): 62-63.
Wang Chuanfei, An Gang, Wang Kai, et al. Improved method for end effects of EMD based on mirror extension and neural network [J]. Journal of Academy of Armored Force Engineering, 2010, 24(2): 62-63. (in Chinese)
- [12] 高强, 段晨东, 赵艳青, 等. 基于最大相关波形延拓的经验模式分解端点效应抑制方法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(2): 62-66.
Gao Qiang, Duan Chendong, Zhao Yanqing, et al. A maximal correlation waveforill extension method for

- end effects reduction of empirical mode decomposition [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(2): 62-66. (in Chinese)
- [13] 杨小强, 李沛, 黄杰, 等. 基于极值波延拓的端点效应处理方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(9): 1987-1992.
Yang Xiaoqiang, Li Pei, Huang Jie, et al. Method based on extension of extreme wave in dealing with end effect[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(9): 1987-1992. (in Chinese)
- [14] 方琨, 王渝, 马利兵, 等. 基于 RO-SBM 的 Hilbert-Huang 变换端点效应抑制方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2013, 33(2): 319-324.
Fang Kun, Wang Yu, Ma Libin, et al. The end effect suppressing method based on the Hilbert-Huang transform of RO-SBM[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2013, 33(2): 319-324. (in Chinese)
- [15] 尹爱军, 王璇. PDE 信号修补方法及在 EMD 端点效应处理中的应用[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(2): 6-9.
Yin Aijun, Wang Xuan. Signal restoring based on PDE and its application in end effect processing of EMD[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(2): 6-9. (in Chinese)
- [16] 李钊, 周晓军, 徐云, 等. 基于均生函数周期叠加外推法的 EMD 端点问题的研究[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(15): 138-143.
Li Zhao, Zhou Xiaojun, Xu Yun, et al. End effect treatment for EMD based on the period superposition extrapolation of mean generating function[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(15): 138-143. (in Chinese)
- [17] 杨庆, 陈桂明, 薛冬林, 等. 基于最小平方距离相关的 EMD 改进算法及应用[J]. *振动与冲击*, 2011, 30(6): 62-66.
Yang Qing, Chen Guiming, Xue Donglin, et al. Improved method for empirical mode decomposition based on SSDA and its application[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30(6): 62-66. (in Chinese)
- [18] Qi Keyll, He Zllergjia, Zi Yanyallg, et al. Cosine window-based boundary processing method for EMD and its application in rubbing fault diagnosis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(7): 2750-2760.
- [19] 马文朋, 张俊红, 马梁, 等. 改进的经验模式分解在机械故障诊断中的应用[J]. *振动、测试与诊断*, 2015, 35(4): 637-644.
Ma Wenpeng, Zhang Junhong, Ma Liang, et al. Improved empirical mode decomposition in mechanical fault diagnosis application[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2015, 35(4): 637-644. (in Chinese)
- [20] 白春华, 周宣赤, 林大超, 等. 消除 EMD 端点效应的 PSO-SVM 方法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(5): 1298-1306.
Bai Chunhua, Zhou Xuanchi, Lin Dachao, et al. PSO-SVM method based on elimination of end effects in EMD[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2013, 33(5): 1298-1306. (in Chinese)
- [21] 赵军, 李林峰, 郭天太, 等. 优化 HHT 端点效应的新方法[J]. *计量学报*, 2016, 37(5): 509-514.
Zhao Jun, Li Linfeng, Guo Tiantai, et al. A new method to optimize endpoint effect in HHT[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2016, 37(5): 509-514. (in Chinese)
- [22] 窦东阳, 赵英凯. 利用 ARIMA 改进 HHT 端点效应的方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2010, 30(3): 249-253.
Dou Dongyang, Zhao Yinkai. Using ARIMA method to improve end effect of HHT[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2010, 30(3): 249-253. (in Chinese)
- [23] 龙思胜, 张铁宝, 龙峰, 等. 希尔伯特-黄变换拟合过冲和端点飞翼的原因及解决办法[J]. *地震学报*, 2005, 27(5): 561-568.
Long Sisheng, Zhang Tiebao, Long Feng, et al. Causes and solutions of overshoot and undershoot and end swing in Hilbert-Hung transform[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2005, 27(5): 561-568. (in Chinese)
- [24] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers[J]. *Neural Processing Letters*, 1999(9): 293-300.
- [25] Dou Yixin, Fu Jiahua. Homotopy perturbation sparsity regularization method with application[J]. *Acta Analysis Functions Application*, 2016, 18(1): 76-83.
- [26] Zhang Jianguang, Han Yahong. Tucker decomposition based tensor learning for human action recognition[J]. *Multimedia Systems*, 2016, 22(3): 343-353.
- [27] Guo Weiwei, Kotsia I, Patras I. Tensor learning for regression[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(2): 816-827.



第一作者简介:徐波,男,1981年12月生,博士、讲师。主要研究方向为故障诊断、信号处理和模式识别。

E-mail: xubo6496918@163.com

通信作者简介:周凤星,男,1952年10月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为故障诊断及信号处理。

E-mail: faulatdiagnosis@126.com

