Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.01.025

强噪声背景下微弱冲击信号的检测

刘运江, 王辅忠, 刘 露

(天津工业大学理学院 天津,300387)

摘要 针对机械环境噪声具有随机脉冲性以及传统测量指标对机械故障冲击信号识别不足的问题,提出了利用 Levy 噪声作为背景噪声,以峭度指标和互关联系数构造的峭度-互关联(kurtosis-intercorrelation,简称 KI)联合指 标作为冲击信号检测的新衡量标准,对非对称双稳态系统中冲击信号的检测进行了研究。首先,在理论上分析了 Levy 噪声驱动下非对称双稳态系统中粒子的跃迁密度函数和 KI 的构造方法;其次,研究了 Levy 噪声特征指数 *a* 为 1.5 时,系统输出 KI 值分别跟随系统参数 *a* 和非对称因子 *C* 的变化趋势;最后,将该方法应用到了工程实际机 械故障冲击信号的检测之中。仿真与实验研究结果表明,与峭度指标作为冲击信号检测依据相比,KI 可使系统输 出的信号特征幅值提高一倍以上;系统输出 KI 值随 *C* 呈现先增大后减小的趋势,非对称因子 *C* 为 0.54 时,系统输 出 KI 值比 *C* 为 0 时提高了 7.02%。工程实例数据证明,该方法能够有效提取故障信号的时域和频域特征信息,可 应用到实际机械故障的检测中去。

关键词 Levy 噪声; 非对称双稳态系统; 随机共振; 冲击信号 中图分类号 TN911.71; TH165.3

引 言

Benzi 等^[1]提出了随机共振的概念,现已成为强 噪声背景下弱信号提取的重要工具之一。20世纪90 年代,Hu 等^[2]提出的绝热近似理论、文献[3]提出的 线性响应理论和文献[4]提出的驻留时间分布理论为 经典随机共振理论奠定了理论基础,标志着经典随机 共振理论由诞生走向成熟。随机共振已从经典随机 共振理论发展到了非线性理论^[5]、大参数调节理论^[6] 和多稳态理论^[7]等非经典随机共振理论。

近几年,以 Levy 噪声作为背景噪声在随机共振提取微弱信号领域的研究备受关注。Levy 分布噪声^[8]服从中心极限定理和大数定理,保留了自然随机噪声的特征特点,是更为普遍的噪声,但由于Levy 噪声的函数表达式为超越方程,无法对其进行直接求解,因此对 Levy 噪声的研究相对于高斯白噪声比较缓慢。Zolotarey 等^[9]对 Levy 噪声的分布函数进行求解和证明,使 Levy 噪声得到了完整的解析和表达。贺利芳等^[10]对 Levy 噪声背景下幂函数型双稳态系统微弱信号的提取进行了研究。文献 [11]研究了 Levy 噪声下一类周期势系统的振动共 振。张刚等^[12-13]研究了 Levy 噪声驱动下的幂函数 型单稳态和指数型单稳态随机共振的特性。

冲击信号是电机、轴承和齿轮等机械设备中常见的故障信号,包含了设备重要的状态信息,对这些冲击信息的提取在一定程度上可以预防机械设备故障的发生和确保产品的合格生产,对工业生产来讲具有重要意义。因此,强噪声背景下弱冲击信号的检测是当前研究的热点之一。Li 等^[14]研究了自适应级联随机共振系统对齿轮故障信号的特征提取。Lei 等^[15]利用欠阻尼随机共振系统对早期轴承故障信号进行了提取。Liu 等^[16]对新型非线性系统轴承故障信号的提取进行了研究。这些文献中利用的信号模型均为冲击信号。

以上研究均以高斯白噪声作为背景噪声,忽略 了实际噪声的随机脉冲性和复杂性。笔者提出了利 用 Levy 噪声作为背景噪声,研究冲击信号的非对 称双稳态随机共振机理,利用 KI 作为信号处理的 衡量标准,实现强噪声背景下弱冲击信息的提取。 实验结果表明,该方法不仅可以将机械故障冲击信 号的频域特征信息成功提取出来,还可以获取其时 域特征信息。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(61271011) 收稿日期:2018-03-29;修回日期:2018-05-30

1 Levy 噪声模型

Levy噪声服从 alpha 稳定分布理论, alpha 稳 定分布又称非高斯稳态分布和重尾分布,是唯一满 足广义中心极限定理的分布,其拖尾以平方律衰减。 Levy噪声标准参数系下的特征函数表达式^[17]为

$$\log \phi(t) = \begin{cases} -\sigma^{\alpha} |t|^{\alpha} \{-i\beta \operatorname{sign}(t) \tan(\frac{\pi\alpha}{2}) + 1\} + i\mu t \\ (\alpha \neq 1) \\ -\sigma |t| \{i\beta \operatorname{sign}(t) \frac{2}{\pi} \log(t) + 1\} + i\mu t \\ (\alpha = 1) \end{cases}$$
(1)

其中:参数 α , β , σ 和 μ 的取值分别为[0,2],[-1, 1],[0,1]和[-∞,+∞]; α 为特征指数,决定分布 尾的衰减速率,当 α =1 时,函数服从柯西分布,当 α =2时函数服从高斯分布; β 为偏斜参数,当 β =0 时 图形左右对称,当 β <0 与 β >0 时图形分别向左和 向右偏斜; σ 为尺度参数,决定着分布关于 μ 的离散 程度; μ 为位置参数,当 μ 增大时,图形整体向左平 移,反之向右平移。

文献[18]利用均匀分布和指数分布进行变量替代,并证明了 Levy 分布随机变量生成的原理以及函数表达式

$$X = \begin{cases} S_{\alpha,\beta} \frac{\sin(\alpha(V+B_{\alpha,\beta}))}{\cos(V)^{\frac{1}{\alpha}}} \times \\ [\frac{\cos(V-\alpha(V+B_{\alpha,\beta}))}{W}]^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}} & (\alpha \neq 1) \\ \frac{2}{\pi} [\frac{(\pi+2\beta V)\tan(V)}{2} - \beta \log(\frac{\pi W\cos(V)}{\pi+2\beta V})] \\ (\alpha = 1) \end{cases}$$
(2)

其中:V 服从区间为(-π/2,π/2)的均匀分布;W 服从均值为1的指数分布。

S_{α,β}和 B_{α,β}的定义表达式为

$$\begin{cases} S_{\alpha,\beta} = \left[1 + \beta^2 \tan^2\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{2\alpha}} \\ B_{\alpha,\beta} = -\frac{\arctan(\beta \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right))}{\alpha} \end{cases}$$

设定 $\beta=0, \sigma=1, \mu=0, \pi$ 同特征指数 α 下 Levy 噪声的时域分布如图 1 所示。可以看出, Levy 噪声 的冲击性随着特征指数 α 的减小而增强。当 α=2 时,已无尖峰冲击特征,其概率密度分布曲线与高斯 白噪声相同。图 2 为不同特征指数 α 所对应的 Levy 噪声概率密度分布曲线图。图像中的曲线中部越尖, 其分布的拖尾性越严重,时域分布的冲击性越显著。



图 1 不同特征参数 α 所对应 Levy 噪声的时域分布图 (β =0, σ =1, μ =0)

Fig. 1 Time domain distribution map of Levy noise corresponding to different characteristic parameters α ($\beta=0,\sigma=1,\mu=0$)



- 图 2 不同特征参数 α 所对应 Levy 噪声的概率密度分 布曲线(β=0,σ=1,μ=0)
- Fig. 2 Probability density distribution curve of Levy noise corresponding to different characteristic parameters α (β =0, σ =1, μ =0)

2 系统理论与检测指标

2.1 双稳态随机共振理论模型

双稳系统是随机共振系统中最为经典的一种 非线性系统,双势阱结构的朗之万方程(LE)可以 作为描述双稳态随机共振系统的典型模型,其方 程^[19]为

$$\dot{x} = -U'(x) + \varepsilon(t) + \eta(t) \tag{3}$$

其中: $\varepsilon(t)$ 为冲击信号; $\eta(t)$ 为 Levy 噪声,当噪声特征指数 $\alpha=2$ 时, $\eta(t)$ 为高斯白噪声。

势函数U(x)的函数表达式为

$$U(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4$$
 (4)

其中:a和b为双势阱函数的系统参数。

当a=1,b=1时,双势阱函数图像如图 3(a)所示。可以看到,该函数曲线共两个稳态点,分别在 $x=\pm\sqrt{a/b}$ 处,在x=0处为暂稳态点。势垒高度 $\Delta U=a^2/4b$,通过调节a与b的值可以实现对 ΔU 值 的改变,进而实现对粒子在双势阱间跃迁周期的改 变。当粒子的运动周期为微弱信号周期的一半时, 实现了噪声、系统和信号三者之间的协同状态,即发 生了随机共振现象。

冲击信号的函数表达式为

$$\varepsilon(t) = A \exp(-3(\frac{t-t_0}{\tau})) \tag{5}$$

其中:A为幅值;τ为半峰宽度,τ越小其尖峰性越强;t₀为冲击时刻。

非对称双稳态随机共振系统所对应的郎之万方 程式为

$$U(t) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4 + Cx$$
 (6)

其中:C为非对称因子。

通过调节 C 的值可以实现左右谐振腔不对称 的调控。设定 C=-0.1,其余参数与图 3(a)保持相 同,非对称双势阱函数曲线如图 3(b)所示。以图 3 (b)为系统模型,输入振幅为 0.1,衰减系数为 10 的 周期冲击信号,系统的输入输出如图 4 所示。可以 看出,系统输出信号的冲击时刻与系统输入的相同, 对应的冲击信号幅值无明显差距。

式(6)对应的 Fokker-Plank 方程为









$$\frac{\partial \rho(s,t)}{\partial t} = \left[\frac{\partial}{\partial x}A(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}B(x)\right]\rho(s,t) \quad (7)$$

其中: $A(x) = ax - bx^3 + C + \varepsilon(t)$;B(x) = D; $D = \sigma^{\circ}$, 为噪声强度。

当
$$\alpha$$
 为 2 时, $\eta(t)$ 退化成高斯白噪声,此时

$$\langle \eta(t)\eta(s)\rangle = 2D\delta(t-s)$$
 (8)

$$\rho_{s} = \frac{N_{st}}{\sqrt{D}} \exp(-\frac{V(x)}{D}) \tag{9}$$

$$V(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{ax - bx^3 + C + \varepsilon(t)}{D} dx \quad (10)$$

其中:N_{st}为归一化常数。

当 $\alpha \neq 2$ 时,按照文献[20]的有限差分方法进 行数值计算,得到不同噪声强度下密度函数 $\rho(s,t)$ 随x的变化趋势。图 5 为噪声特征指数 α 分别为 1.5 与 1.8 时的稳态概率密度函数曲线。其中:非 对称因子C为 -0.2;噪声强度D为 0.5。



图 5 非对称双稳态系统稳态概率密度函数曲线 Fig. 5 Steady state probability density function curve of asymmetric bistable system

171

2.2 检测指标的构建

2.2.1 峭度指标

峭度指标^[21]为无量纲,是一个可以衡量一组数 据离散程度的指标,常作为冲击信号的检测指标,其 数学表达式为

$$\mathrm{Kr} = \frac{E(x^{4})}{E^{2}(x^{2})} = \frac{n \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})^{4}}{(\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})^{2})^{2}}$$
(11)

其中:x为信号序列;n为信号的长度。

令 $M_1 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^4$, $M_2 = M_1 + 2\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \overline{x})^2$, 则 $Kr = \frac{nM_1}{M_2}$ 。可以看出,当增加 或减少若干个冲击分量时,均值 \overline{x} 并无明显变化,但 由于 $2\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \overline{x})^2 \sum_{j=i+1}^{n} (x_j - \overline{x})^2$ 的存在,使得 M_2 远大于 M_1 ,进而 Kr 减小。当冲击信号的上升沿或 下降沿变的陡峭时, $2\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \overline{x})^2 \sum_{j=i+1}^{n} (x_j - \overline{x})^2$ 就 会减小,进而 Kr 增大。因此峭度指标可作为冲击 信号的测量标准,但由于其仅衡量输出冲击信号的 陡峭程度,忽略了原始信号的特征信息,很容易受到 干冲击性噪声的干扰。

2.2.2 互关联系数

互关联系数可以作为两组序列同步性变化的指标,该指标不受均值和相位的影响,是衡量两组序列协调性的重要标准之一。其表达式^[22]为

$$\operatorname{Inc} = \frac{(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_1) \cdot (\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_2)}{\|\boldsymbol{x}_1 - \overline{\boldsymbol{x}}_1\| \cdot \|\boldsymbol{x}_2 - \overline{\boldsymbol{x}}_2\|}$$
(12)

其中:x1 与 x2 为两组序列向量;x1,x2 分别为其均值。

根据互关联性可知, |Inc|≪1, 当两组序列成线 性关系时, |Inc|=1。

2.2.3 KI的构造

对于多冲击信号的检测,单以 Kr 做为衡量指 标容易造成漏检且也不利于源信号的特征检测。针 对峭度指标在冲击信号检测的不足,笔者构造了一 种新的无量纲检测标准(KI),其表达式为

$$KI = 100 \frac{Kr}{1 - Inc}$$
(13)

利用 KI 最大化作为冲击信号的检测指标,对 冲击信号进行检测。以 KI 作为信号检测指标,既 能够考虑到冲击信号的尖峰特性,又能顾及到冲 击信号的原始特征,弥补了峭度指标作为冲击信 号检测依据的不足,同时增强了系统的抗干扰 性能。 2.2.4 不同检测指标下单冲击信号的检测对比

设定 Levy 噪声参数 α , β , σ 和 μ 分别为 1.9,0,1 和 0,噪声强度 D 为 0.1,单冲击信号幅值与衰减系 数分别为 0.8 和 3,采样频率和采样点数分别为 5 Hz 和 5 000,双稳态随机共振系统参数 a 和 b 的扫 描步长分别为 0.01 和 0.1,扫描区间均为[0,4]。 由于 Levy 含有较强的随机性和冲击性,对系统进 行连续 50 次重复实验并求其均值,得到系统输出如 图6所示。图6(a)为以峭度指标作为信号质量检





测依据时,对称双稳态系统输出的时域图形。此时 系统最佳参数 a 和 b 分别为 1.2 和 2.9,系统输出特 征信号幅值为 0.302。图 6(b)为基于 KI 检测指标 对称双稳态系统输出的最佳时域图。此时 a 和 b 分 别为 0.74 和 1.9,其中系统输出特征信号幅值为 0. 686,是图 6(a)特征信号幅值的 2.27 倍。由于 Levy 噪声含有较强随机性和冲击性,仅以峭度指标作为 信号质量检测依据,容易受到噪声干扰而出现检测 失真现象。如图 6(c)所示,原始冲击信息已完全淹 没在噪声之中,以 KI 作为信号质量检测指标未出

3 Levy 噪声背景下的冲击信号检测

3.1 系统输出 KI 值随系统参数 a 的变化趋势

设定冲击信号幅值与衰减系数分别为 0.8 和 3,噪声参数 α , β , σ 和 μ 分别为 1.5,0,1 和 0,噪声强 度 D 为 0.1,系统参数 b 为 0.1,采样频率和采样点 数与图 6 相同,非对称因子 C 为 0,此时系统为对称 双稳系统,系统参数 a 的扫描区间为(0.5,8],步长 为 0.05。系统输出 KI 值随系统参数 a 的变化趋势 如图 7 所示。可以看出,系统输出 KI 值随系统参 数 a 呈现先增大后减小的趋势。当 a 为 1.1 时,KI 达到最大值,KI 值为 0.967。设定系统参数 a 为 1.05,其余参数保持不变,系统输入与输出如图 8 所 示。图 8(a)和(c)中冲击信号已完全被 Levy 噪声 淹没,无法发现冲击信号的任何特征信息。从图 8 (b)中可以看到所含冲击信号的信息。图 8(d)中包 含了与冲击信号频谱相似的特征信息,说明弱冲击 信号在强 Levy 噪声背景下已被有效地识别出来。





3.2 系统输出 KI 值随非对称因子 C 的变化趋势

设定系统参数 *a* 为 1.1,非对称因子 *C* 的扫描 区间为[-1,1],步长为 0.01,其余参数与图 7 保



持一致,图9为系统输出 KI 值随非对称因子 C 的 变化趋势。为预防 Levy 噪声给系统带来的微小 波动,此数据为重复 20 次仿真实验求得的数据均 值。从图 9 可以看出,KI 值随非对称因子 C 的变 化趋势为先增大后减小。当 C 为负数时,如图 3 (b)所示,右势阱低于左势阱,整体向右倾斜,此时 含噪声信号与系统没有达到最佳协同状态,当非 对称因子 C 逐步增大时,右势阱升高,左势阱相对 降低,此时 KI 值也逐步增大。当 C 大于 0 时,右 势阱高于左势阱。当 C 为 0.54 时,KI 值为 1.04 并达到最大值,含噪声的信号与系统达到最佳随 机共振匹配状态。随着 C 继续增加,右势阱相对

现此类现象。

左势阱继续增高,打破了最佳协同状态,因此 KI 值也随之迅速减小。当C增大到 0.84 左右时,由 于此时系统模型已不再适用而产生失真现象(此 时输出为复数)。

设定非对称因子 C 为 0.54,其余参数与图 9 保 持相同,系统输出如图 10 所示。对比于图 8 的 C 为 0,此时系统输出 KI 值增长了 7.03%,从系统输出 效果上来看,图 10(a)的相对冲击幅值明显高于图 8 (b)。频域上,相比于图 8(d)来讲,图 10(b)中系统 输出的频谱较高,且高频分量衰减的更低,说明无用 噪声能量更多地被转化到了信号之中。可见,非对 称系统输出效果优于对称双稳系统。



图 9 系统输出 KI 值随非对称因子 C 的变化趋势 Fig. 9 The change trend of the KI value of the system with the asymmetric factor C



图 10 系统最佳参数时系统输出的时域与频域图 Fig. 10 Time domain and frequency domain diagram of system output with optimal system parameters

3.3 系统输出 KI 值与噪声强度 D 的变化趋势

设定 a 为 1.1, C 为 0.54, 噪声强度 D 的扫描区 间为(0,0.5), 步长为 0.01, 其余参数与图 9 保持一 致。由于 Levy 噪声的不稳定性, 使得系统每次输 出都会发生微小的波动, 为了保证实验数据的合理 性, 重复 30 次实验并求其均值, 得到系统输出 KI 值随噪声强度 D 的变化趋势如图 11 所示。可以看 出, KI 值随噪声强度 D 增大整体的变化为下降趋 势, 但也会出现轻微的浮动, 如 D 为 0.19 处的 KI 值明显高于 D 为 0.18, 0.17 与 0.16 处, 这时因为 此时系统的协同效应相对更加匹配。噪声强度 D 大于 0.4 时, KI 值基本趋于 0.5 以下。



图 11 系统输出 KI 值随噪声强度 D 的变化趋势

Fig. 11 The variation trend of the output KI value of the system with the noise intensity D

4 工程实例

采用美国 Case Western Reserve University 电气 实验室轴承故障数据库。轴承型号为 6205-2RS JEM SKF,轴承深沟球数 Z=9,转速为 1 797 r/min,数据 采样频率为12 kHz,轴承内圈直径、外圈直径和厚度 分别为 2.500 1 cm, 5.199 9 cm 和 1.500 1 cm, 滚轴 直径为 0.794 0 cm, 节间距为 3.904 0 cm。计算 出内圈与外圈的故障频率分别为 162.080 Hz 和 107.293 Hz。笔者采用外圈故障信号数据,其时 域与频域图如图 12 所示。为了提高系统输出的 精确性,采用了尺度变换和并联随机共振系统技 术对采样数据中连续 2 000 点对应的数据进行处 理,设 $f_1 = Rf_s, a_1 = Ra, b_1 = R^3b, C_1 = C, 则 t_1 = t/$ $R, \exists (5) 可转化成式(14) 的形式, 这里的R为$ 2 400。并联设计方案如图 13 所示,表1 为各系统 的参数。系统输出如图 14 所示,从时域图中可清 晰观察出故障冲击信号信息。图14(a)中,冲击平





图 13 并联非对称双稳态系统设计流程图

Fig. 13 Design flow chart of parallel asymmetric bistable system



均间隔时间 Δt 为 0.009 278 s,即所检测的外圈故障 频率为 $f_c = \frac{1}{\Delta t} = 107.782$ Hz。图 14(b)中 108 Hz 处 的幅值为 1.88,是源数据中的 83 556 倍。由于数据 计算误差以及数据采集使得最终计算结果与理论值 有一定的误差,但并不影响对故障信号的检测。

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t_1} = -U'(x_1) + \varepsilon(t_1) + \eta(t_1) \qquad (14)$$

表1 并联非对称双稳态各级系统参数

Tab. 1	Parallel	asymmetrical	bistable	system	parameters a	at all	levels

参数	系统 1	系统 2	系统 3	系统 4	系统 5	系统 6	系统 7	系统 8	系统 9
a_1	20.3	20.1	20.2	20.0	20.1	20.1	20.1	20.1	20.2
b_1	32.8	34.8	31.6	39.0	40.0	32.5	39.2	34.3	33.3
C_1	-0.2	-0.1	-0.3	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
参数	系统 10	系统 11	系统 12	系统 13	系统 14	系统 15	系统 16	系统 17	
a_1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.2	20.1	
b_1	36.1	37.1	33.8	38.7	36.5	36.2	33.1	39.9	
C.	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	

5 结 论

非对称双稳系统可作为冲击信号检测的有效系统,性能明显优于对称双稳系统。KI可作为冲击信

号检测的有效指标,以 KI 最大化作为信号质量改 善标准,可将强噪声背景下的冲击信号信息检测出 来。利用非对称双稳态随机共振系统与 KI 检测指 标可将 Levy 噪声背景下的弱冲击信号检测出。工 程实际应用验证了该方法的实用性和可行性。

参考文献

- [1] Benzi R, Srutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance [J]. Journal of Physics A-Mathematical and Theoretica, 1981,4(11):453-457.
- [2] Hu Gang. Stochastic force and nonlinear systems[M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Education Press, 1994:10-19.
- [3] Gammaitoni L, Marchesoni F, Menichellasaetta E, et al. Stochastic resonance in bistable systems[J]. Physical Review Letters, 1989,62(62):349-352.
- [4] Zhou T, Moss F. Analog simulations of stochastic resonance[J]. Physical Review A, 1990,41(48):4255-4264.
- [5] 李晓龙,冷永刚,范胜波,等.基于非均匀周期采样的随机共振研究[J].振动与冲击,2011,30(12):78-84.
 Li Xiaolong, Leng Yonggang, Fan Shengbo, et al. Stochastic resonance based on periodic non-uniform sampling[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011,30 (12):78-84. (in Chinese)
- [6] 冷永刚,赖志慧. 基于 Kramers 逃逸速率的 Duffing 振 子广义调参随机共振研究[J]. 物理学报,2014,63(2): 34-42.
 Leng Yonggang, Lai Zhihui. Generalized parameter-

adjusted stochastic resonance of Duffing oscillator based on Kramers rate[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(2):34-42. (in Chinese)

- [7] Lai Zhihui, Leng Yonggang. Dynamic response and stochastic resonance of a tri-stable system [J]. Acta Physica Sinica, 2015,64(20):200503.
- [8] Lévy P. Sur les intégrales dont les éléments sont des variables aléatoires indépendantes [J]. Annali Della Scuola Normale Superiore Di Pisa-Classe Di Scienze, 1934(3/4):337-366.
- [9] Zolotarev V M. On the representation of stable laws by integrals[J]. Selected Translations in Mathematical Statistics and Probability, 1964,71:46-50.
- [10] 贺利芳,崔莹莹.基于幂函数型双稳随机共振的故障信号检测方法[J].仪器仪表学报,2016,7:1457-1467. He Lifang, Cui Yingying. Fault signal detection method based on power function type bistable stochastic resonance[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016,7:1457-1467. (in Chinese)
- [11] 焦尚彬,孙迪,刘丁,等.α稳定噪声下一类周期势系统的振动共振[J].物理学报,2017,66(10):100501.
 Jiao Shangbin, Sun Di, Liu Ding, et al. Vibrational resonance in a periodic potential system with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2017,66(10): 100501. (in Chinese)
- [12] 张刚,胡韬,张天骐. Levy 噪声激励下的幂函数型单 稳随机共振特性分析[J].物理学报,2015,64(22): 72-81.

Zhang Gang, Hu Tao, Zhang Tianqi. Characteristic analysis of power function type monostable stochastic resonance with Levy noise[J]. Acta Physica Sinica, 2015,64(22):72-81. (in Chinese)

[13] 张刚, 宋莹, 张天骐. Levy 噪声驱动下指数型单稳系 统的随机共振特性分析[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(4):893-900.

Zhang Gang, Song Ying, Zhang Tianqi. Characteristic analysis of exponential type monostable stochastic resonance under Levy noise[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39 (4): 893-900. (in Chinese)

- [14] Li Jimen, Zhang Yungang, Xie Ping. A new adaptive cascaded stochastic resonance method for impact features extraction in gear fault diagnosis[J]. Measurement, 2016,91:499-508.
- [15] Lei Yaguo, Qiao Zijian, Xu Xuefang, et al. An underdamped stochastic resonance method with stable-state matching for incipient fault diagnosis of rolling element bearings[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2017,94:148-164.
- [16] Liu Xiaole, Liu Houguang. Improving the bearing fault diagnosis efficiency by the adaptive stochastic resonance in a new nonlinear system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017,96:58-76.
- [17] Georgiou P G, Tskalides P, KyriakaKIs C. Alpha-stable modeling of noise and robust time-delay estimation in the presence of impusive noise [J]. Multimedia IEEE Transactions on, 1990,1(3):291-301.
- [18] Rafal W. On the chambets-mallows-stuck method for simulating skewed stable random variables[J]. Statistics & Probability Letters, 1996,28(2):165-171.
- [19] 林敏,黄咏梅,方利民.双稳系统随机共振的反馈控制
 [J].物理学报,2008,57(4):2041-2047.
 Lin Min, Huang Yongmei, Fang Limin. The feedback
 control of stochastic resonance in bistable system[J].
 Acta Physica Sinica, 2008,57(4):2041-2047. (in Chinese)
- [20] Podlubny I. Fractional differential equations[M]. [S. l.]: Mathematics in Science and Engineering, 1999: 41-121.
- [21] 曹衍龙,杨毕玉,杨将新,等.基于变尺度随机共振的冲击信号自适应提取与识别方法[J].振动与冲击,2016,35(5):65-69.
 Cao Yanlong, Yang Biyu, Yang Jiangxin, et al. Impact signal adaptive extraction and recognition based on a scale transformation stochastic resonance system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016,35(5):65-69. (in Chinese)
- [22] 经哲, 郭利. 基于广义相关系数自适应随机共振的液 压泵振动信号预处理方法[J]. 振动与冲击, 2016, 35 (16):72-78.

Jing Zhe, Guo Li. Hydraulic pump vibration signal pretreatment based on adaptive stochastic resonance with general correlation function[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016,35(16):72-78. (in Chinese)



第一作者简介:刘运江,男,1991 年 6 月 生,硕士生。主要研究方向为信号处理 与微弱信号检测。 E-mail:1436827318@qq.com

通信作者简介:王辅忠,男,1960年7月 生,博士、教授、博士生导师。主要研究 方向为随机共振与微弱信号检测。 E-mail:wangfuzhong@163.com