

压电驱动三自由度柔顺精密定位平台研究*

张 泉¹, 东益冲¹, 任 广^{1,2}, 孙 翊¹, 彭 艳¹, 蒲华燕¹, 李小毛¹

(1. 上海大学机电工程与自动化学院 上海, 200072) (2. 广州大学机械与电气工程学院 广州, 510006)

摘要 设计了一种由压电陶瓷驱动的整体式平面 3-PRR 柔顺并联定位平台, 平台每条支链采用半圆型柔性转动铰链和直角型柔性直线铰链代替传统的转动副和移动副, 消除了传统机构的铰链配合间隙和摩擦, 通过 Ansys 软件对两种铰链进行了刚度分析, 并在支链的输入端设计了柔性杠杆位移放大机构以提高平台的工作空间。基于“伪刚体模型法”建立了柔顺定位平台的运动学模型, 采用 Ansys 软件对柔顺并联平台进行有限元分析, 得到其静力学特性, 最后搭建了平台测试实验系统进行了验证实验。通过运动学模型解析结果和有限元仿真结果与实验结果对比, 得到在 x 方向、 y 方向和转动角 φ_p 的最大误差分别为 10.81%、9.66% 和 9.79%, 验证了运动学理论模型建模方法的可行性。

关键词 精密定位平台; 伪刚体模型; 压电陶瓷; 柔性铰链

中图分类号 TP2

引 言

精密定位技术广泛应用于工业生产、集成电路及生物科学研究等领域, 其中多自由度精密定位平台是实现微纳定位的核心技术^[1-2]。柔顺精密定位具有免装配、无摩擦、无需润滑的优点, 克服了传统传动机构中由于铰链间隙等原因引入的误差, 在压电陶瓷等智能材料致动器的驱动下能够实现高分辨率、高精度的纳米级定位^[3-4], 逐渐成为实现多自由度微纳定位的主流方式。随着柔顺铰链的引入, 柔顺机构平台的工作空间受限于柔顺铰链的弹性变形范围。要实现大行程的纳米级定位, 目前存在两种思路: a. 宏微结构组合设计, 先由传统运动副驱动的宏定位平台将柔顺机构送入目标位置附近, 接着由柔顺机构对目标点进行微纳定位补偿; b. 直接设计具有大行程的柔顺机构。由于宏-微结构组合设计在宏运动进入微运动的过程中的非线性动力学特性、迟滞效应以及振动耦合效应造成定位精度降低^[5-6], 所以具有大行程的柔顺机构成为了研究热点。

单、双等少自由度柔顺平台一直受到众多学者的关注。随着制造工艺的进步, 要求运动平台能够实现更加复杂的操作, 比如极大规模集成电路的制造和封装中, 对于晶片的定位不仅需要平面内 x, y

方向的移动, 还需要绕 z 轴的方位调整问题。因此, 设计一种具有高精度、大行程和体积紧凑的平面三自由度柔顺机构定位平台具有理论意义和应用价值。Zhu 等^[7-8] 基于微分运动学矢量的连续映射关系分析了全柔性三自由度柔顺并联机构和传动三自由度并联机构, 利用 Ansys 软件对两种机构进行静力学仿真分析, 结果表明两种结构在拓扑优化条件下具有相同的微分运动特征, 且具有不同的运动矢量连续映射关系。张宪民等^[9] 基于视觉提出一种计算三自由度柔顺平台输入耦合位移系数的实验方法, 实验表明, 显微视觉测量结果和 Ansys 模拟仿真结果相符, 为分析和设计三自由度柔顺平台提供了参考。Wang 等^[10] 设计了一种具有对称三级杠杆放大器的紧凑型平面三自由度柔顺机构, 实验结果验证了所提出的设计和建模方法, 以及该平台具有高刚度、大倍率、高精度圆跟踪和高精度定位等优点。Jin 等^[11] 在分析平面柔顺并联机构雅克比矩阵和刚度矩阵的基础上, 提出了一种适用于多自由度柔顺机构的拓扑优化设计方法, 通过数值算例和实验研究, 证明该方法具有复杂运动行为的最优拓扑结构的能力。马立等^[12] 基于“伪刚体模型法”设计了一种由压电陶瓷驱动、利用应变片进行检测的平面三自由度纳米定位平台并进行了分辨率分析, 证实了利用应变片来检测 3-PRR 平台运动的可行性。

* 国家自然科学基金资助项目(51605271, 51575329, 61773254); 广州市属高校科研资助项目(1201610315); 广州大学引进人才科研启动资助项目(ZJH3-2001)

收稿日期: 2018-03-30; 修回日期: 2018-04-27

笔者拟设计的平台要求实现 $80\ \mu\text{m} \times 80\ \mu\text{m}$ 的直线行程和 $6\ \mu\text{rad}$ 的转动范围。考虑压电陶瓷的直线输出特性,在所有能实现平面三自由度的机构构型中选取了 3-PRR 型结构,采用伪刚体模型法设计思路将每条支链采用半圆型柔性转动铰链和柔性直线铰链代替传统的转动副和移动副,并在输入端设计了柔性杠杆位移放大机构以提高平台的工作空间。基于“伪刚体模型法”建立了柔顺定位平台的运动学模型,采用 Ansys 软件对柔顺并联平台进行了有限元分析,最后搭建了 3-PRR 三自由度柔顺并联平台样机并进行了点位实验验证。

1 3-PRR 柔顺并联平台的设计

3-PRR 柔顺并联平台的结构图如图 1 所示,整个平台包含有动、静平台和 3 条运动支链,其中每一条支链的铰链由移动副(P)和转动副(R)组成,采用柔性铰链代替传统刚性铰链来传递运动。

该平面三自由度柔顺平台中每一条支链的力和运动的传递先由压电陶瓷输出,经柔性杠杆位移放大机构将该位移放大后输入到 3-PRR 柔顺并联机构中,最终由动平台实现三自由度的定位输出。

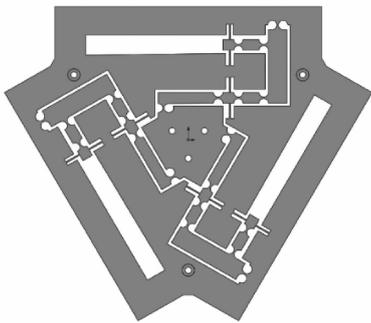


图 1 三自由度柔顺并联机构平台

Fig. 1 The 3-DOFs compliant Positioning stage

3-PRR 柔顺并联平台的长、宽、高整体尺寸为 $230\ \text{mm} \times 220\ \text{mm} \times 12\ \text{mm}$ 。柔顺定位平台由 3 条在同一平面内沿着动平台中心呈 120° 对称布置的相同结构支链组成,且每条支链包括低耦合且灵敏度较好的等截面对称柔顺四杆机构、一个一级柔性杠杆位移放大机构和一根传动连杆,其结构如图 2 所示。

1.1 柔性转动铰链设计

每条传动支链中包含有柔性转动铰链和柔性直线铰链,首先分别对两种铰链进行分析和选型。柔性转动铰链单元主要由其截面的形状特性进行划

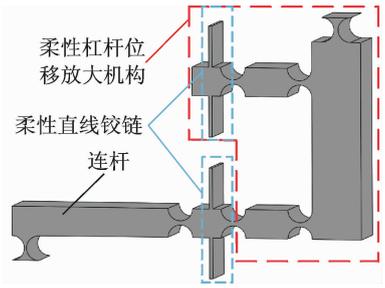


图 2 包含位移放大机构的 3-PRR 支链

Fig. 2 The sub chain of the 3-PRR platform with displacement amplification mechanism

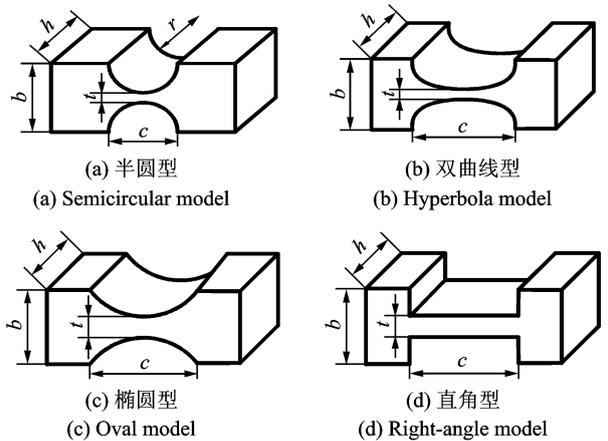


图 3 4 种基本柔性转动铰链模型

Fig. 3 Four typical rotary flexure hinges

分,如图 3 所示,按截面形状可以主要划分为半圆型、双曲线型、椭圆型以及直角型 4 种不同类型。

不同的柔性铰链切口轮廓形状对柔性铰链的刚度有着重要影响。选择不同的切口轮廓形状在相同的输入力作用下、不同柔性铰链的输出位移作为研究对象,利用 Solidworks 三维软件进行建模,4 种模型柔性铰链厚度且均为 $h = 10\ \text{mm}$,在旋转处的厚度为 $t = 1\ \text{mm}$,铰链的宽度为 $b = 7\ \text{mm}$,铰链垂直于转轴的长度相等均为 $c = 6\ \text{mm}$,选择材料为 304 不锈钢。将三维模型图导入 Ansys 进行仿真分析,结果如图 4 所示。

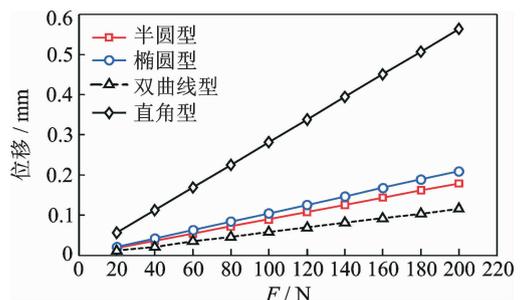


图 4 4 种柔性转动副铰链输出位移与输入力的关系

Fig. 4 The relationship between output displacement and input force of the four typical rotary flexure hinges

可以看出,4种基本柔性转动铰链的输入力和弹性变形量皆成线性关系,其中直角型柔性铰链在相同变量的输入力 ΔF 下输出位移变量 ΔS 最大,椭圆型柔性铰链次之,然后是半圆型柔性铰链,双曲线型柔性铰链则相对变化较小。柔性铰链的设计还要考虑应力集中和加工等因素。其中:直角型柔性铰链转动时会因应力集中而容易发生断裂;椭圆型以及双曲线型柔性铰链则对加工精度的要求较高,且双曲线型柔性铰链的刚度相对较大。笔者选择半圆型铰链作为柔性转动副,不仅能够容易保证加工精度、具有良好的应力分布,也能达到柔度要求。

1.2 柔性直线铰链设计

目前主要用四杆柔性铰链和平行板移动铰链实现柔性直线位移,四杆移动副要考虑交叉耦合位移现象,即当力作用于四杆机构上时,在垂直于位移输出的方向产生位移,而对称四杆柔性铰链机构由于机构对称,在力的作用下两边会产生对称的交叉耦合位移,从而能够相互抵消。对称四杆柔性铰链机构既能够克服耦合误差,又具有机构简单、灵敏度高、线性度好及加工方便等优点,被广泛应用到精密微位移定位平台中。同样,不同的切口轮廓形状对对称四杆柔性铰链机构输出位移的影响不一样,按照切口轮廓划分可分为直角型、圆弧型和倒圆角型,其中圆弧型又分为半圆型、椭圆型和双曲线型。直角型、圆弧型以及倒圆角型数学模型如图5所示。

不同的柔性铰链切口轮廓形状对柔性铰链的输出位移有着重要的影响,这里以不同的切口轮廓形状时,柔性直线铰链在相同作用力下的输出位移作为研究对象。将3种模型在Solidworks环境下建模,其中每个铰链在最薄处的宽度均为 $t_1 = 1 \text{ mm}$,铰链的厚度为 $h = 10 \text{ mm}$,连接铰链的基座宽度为 $b = 7 \text{ mm}$,铰链的轴向长度相等均为 $L = 6 \text{ mm}$,选

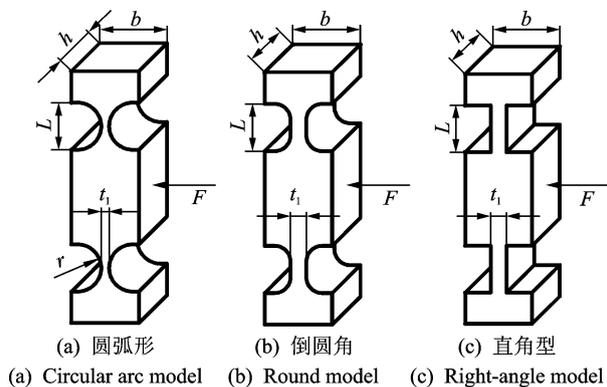


图5 3种对称四杆机构切口轮廓

Fig. 5 The three typical symmetrical four-bar mechanism

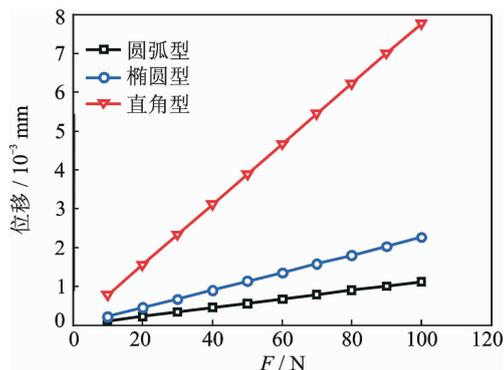


图6 不同切口轮廓铰链输出位移与输入力的关系

Fig. 6 The relationship between the output displacement and the input force of the three typical symmetrical four-bar mechanism

择材料为304不锈钢。再将三维模型图导入Ansys进行仿真分析。图6为不同切口轮廓柔性直线铰链在几组不同驱动力作用下对输出位移的影响。

如图6所示,3种不同构型的对称四杆机构随着输入力的增加,其输出位移会随之增大,其中直角型切口轮廓柔性铰链的输出位移变化量 ΔS 在相同的输入力变化量 ΔF 下最大,倒角型柔性铰链次之,圆弧型柔性铰链则相对变形有限。柔性直线铰链要实现低交叉耦合位移现象的一个条件是结构上的高度对称,该结构设计中主要考虑灵敏度和便于加工能够保证对称性,故采用直角型柔性直线铰链,该类型铰链不仅具有较高的灵敏度,而且在加工的时候能保证较高的结构对称性。本结构在设计中采用直线型对称四杆柔性机构作为柔性直线铰链。

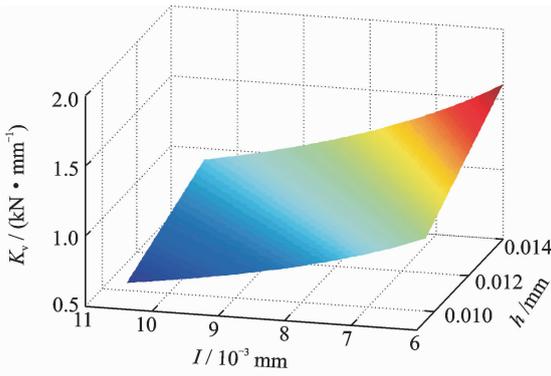
柔性直线铰链的尺寸参数如图5(c)所示。当存在外部载荷时,柔性直线铰链会产生相应的位移变形量,根据变形量可以计算出柔性直线铰链的刚度表达式^[13]为

$$K_v = \frac{2Eht_1^3}{L^3} \quad (1)$$

其中: E 为柔性直线铰链的弹性模量; h 为厚度; t_1 为最薄处的厚度; L 为铰链的长度。

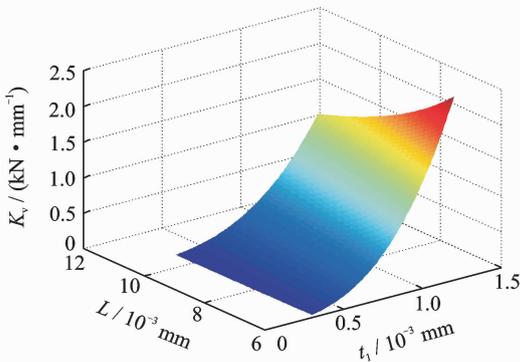
通过分析结构参数变化对刚度变化量的影响,得出各结构参数的变化对结构灵敏度的影响,即在相同尺寸变化量的情况下结构输出位移变化量越大。由式(1)可得影响机构刚度的结构参数为 L , h 和 t_1 。利用Matlab软件对式(1)进行求解,得到如图7所示的各结构参数的变化对结构刚度的影响。

由图7可以看出,当柔性直线铰链的最薄处 t_1 的值一定时,长度 L 的变化比厚度 h 变化的灵敏度高,即在相同的尺寸变化量下,转动刚度的变化幅度最大;当柔性直线铰链的厚度 h 的值一定时, t_1 的变化要比长度 L 的变化灵敏度要高;当柔性直线铰链



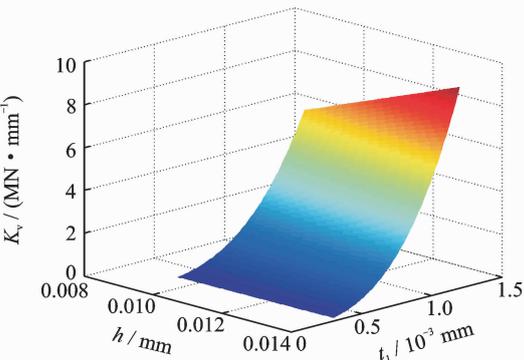
(a) L 与 h 变化($t_1=1$ mm)对刚度的影响

(a) The effect of the variation of the parameter L and h on stiffness($t_1=1$ mm)



(b) L 与 t_1 变化($h=12$ mm)对刚度的影响

(b) The effect of the variation of the parameter L and t_1 on stiffness($h=12$ mm)



(c) h 与 t_1 变化($L=10$ mm)对刚度的影响

(c) The effect of the variation of the parameter h and t_1 on stiffness ($L=10$ mm)

图 7 结构参数对柔性移动铰链刚度的影响

Fig. 7 The effect of the structural parameters on stiffness of the translational flexure hinge

的长度 L 一定时, t_1 的变化要比厚度 h 的变化灵敏度要高。所以, 柔性直线铰链结构参数中转动处 t_1 变化的灵敏度最高, 长度 L 的变化次之, 厚度 h 的变化灵敏度最小。

将以上分析结果作为参考, 整体式平面三自由度柔顺并联机构平台的转动副和移动副分别采用半圆型柔性铰链和直角型柔性直线铰链, 且在平台的输入端加入了柔性杠杆位移放大机构。

2 3-PRR 柔顺并联平台运动学建模

3-PRR 并联平台的运动学建模是进行运动控制的基础。为便于进行运动学分析, 将其看作两部分: a. 柔性杠杆位移放大机构; b. 3-PRR 柔顺并联机构, 其数学模型如图 8 所示。利用“伪刚体模型”法建立平面三自由度柔顺并联机构的伪刚体模型, 并进行位姿分析, 其中平面三自由度柔顺并联平台的每一条支链包含一个一级柔性杠杆位移放大机构和 3-PRR 柔顺并联机构中的一条支链。

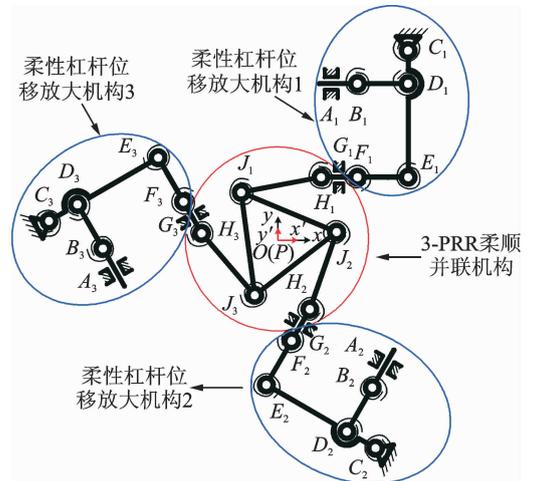


图 8 三自由度柔顺机构平台的简图

Fig. 8 The Schematic diagram of the 3-DOFs compliant mechanism platform

2.1 柔性杠杆位移放大机构逆运动学建模

图 9 为柔性杠杆位移放大机构的伪刚体模型简图, 固定坐标系为 $O'xy$ 固定连接在固定平台。 θ_{i1} 为 $B_i D_i$ 与 x 正轴之间的夹角, $i=1, 2, 3$; θ_{i2} 为 x 正轴与 $D_i E_i$ 之间的夹角; θ_{i3} 为 $E_i F_i$ 与 x 正轴之间的夹角。

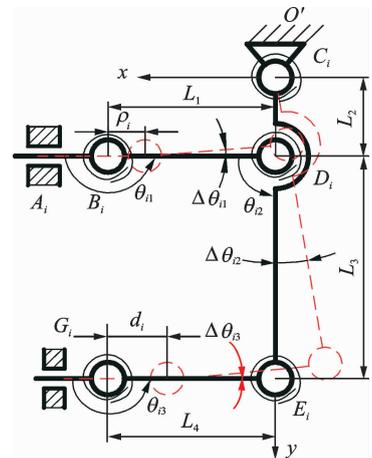


图 9 柔性杠杆位移放大机构示意图

Fig. 9 The schematic diagram of the displacement amplification mechanism with flexure hinges

设压电陶瓷驱动器的输入位移为 ρ_i ，由位移放大机构放大后在点 G_i 的输出位移为 d_i 。

在 $O'xy$ 坐标系下，由柔性杠杆位移放大机构闭环约束方程可得

$$l_{OG_i} = l_{OB_i} + l_{B_iD_i} + l_{D_iE_i} + l_{E_iG_i} \quad (2)$$

$$l_{C_iB_i} = l_{B_iD_i} + l_{D_iC_i} \quad (3)$$

由图 9 与式(2)可得

$$\begin{cases} L_4 - d_i = L_1 - \rho_i - L_1 \cos \Delta \theta_{i1} - L_3 \sin \Delta \theta_{i2} + \\ L_4 \cos \Delta \theta_{i3} \\ L_2 + L_3 = L_2 - L_1 \sin \Delta \theta_{i1} + L_3 \cos \Delta \theta_{i2} + L_4 \sin \Delta \theta_{i3} \end{cases} \quad (4)$$

由图 9 与式(3)可得

$$\begin{cases} 0 = L_1 - \rho_i - L_1 \cos \Delta \theta_{i1} + L_2 \sin \Delta \theta_{i2} \\ 0 = L_2 - L_1 \sin \Delta \theta_{i1} - L_2 \cos \Delta \theta_{i2} \end{cases} \quad (5)$$

由于每个柔性铰链的角度变化量很小，根据三角函数关系可以看作 $\sin \Delta \theta_i \sim \Delta \theta_i$, $\cos \Delta \theta_i \sim 1$ ，则式(4)可以写为

$$\begin{cases} L_4 - d_i = L_1 - \rho_i - L_1 - L_3 \Delta \theta_{i2} + L_4 \\ L_2 + L_3 = L_2 - L_1 \Delta \theta_{i1} + L_3 + L_4 \Delta \theta_{i3} \end{cases} \quad (6)$$

式(5)可以写为

$$\begin{cases} 0 = L_1 - \rho_i - L_1 + L_2 \Delta \theta_{i2} \\ 0 = L_2 - L_1 \Delta \theta_{i1} - L_2 \end{cases} \quad (7)$$

由式(6)与式(7)得到 $\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}$ 的角度变化量为

$$\begin{cases} \Delta \theta_{i1} = 0 \\ \Delta \theta_{i2} = \frac{\rho_i}{L_2} \\ \Delta \theta_{i3} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)带入式(7)，得到压电陶瓷驱动器的放大后的输出位移 d_i 为

$$d_i = \frac{L_2 + L_3}{L_2} \rho_i \quad (9)$$

由式(9)可以看出，柔性杠杆位移放大机构的输出位移随着压电陶瓷的输出增大程线性增大，并且位移放大机构中的杆 $L_2 + L_3$ 与 L_2 的比值是影响放大倍数的关键因素。

2.2 3-PRR 并联机构运动学逆解分析

3-PRR 柔顺并联平台的位姿逆解分析，即通过末端执行器的输出位移 $\mathbf{u} = [x_p, y_p, \varphi_p]^T$ 来求解输入位移 $\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3]^T$ 的过程。平面三自由度柔顺并联机构具有分别沿 x 和 y 方向的移动及绕 z 轴转动 3 个自由度。压电陶瓷驱动器的输入位移 ρ 经位移放大机构放大以后在移动副 G_i 处作用于 3-PRR 平面并联机构，如图 10 所示。

图中： xOy 为静坐标系，静坐标系原点 O 位于

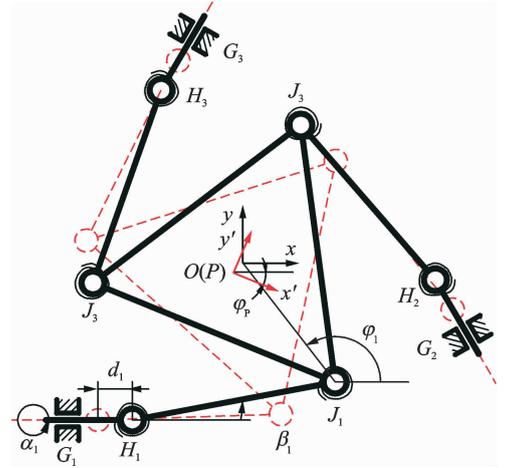


图 10 3-PRR 柔顺并联机构伪刚体模型

Fig. 10 The Pseudo-rigid body model of the 3-PRR compliant mechanism platform

整个平台的中心处； $x'P y'$ 为固定于动平台中心的动坐标系，动平台的顶点为 3 个铰接点 J_1, J_2, J_3 ； H_i 和 J_i 分别代表相应的转动关节； d_i 为每个压电陶瓷驱动器的输入位移 ρ_i 由柔性杠杆位移放大机构放大后的输出位移，与 x 正轴的夹角为 α_i ； β_i 为 x 正轴与刚性连杆 $H_i J_i$ 的夹角； φ_i 为 x 正轴与刚性连杆 $J_i P$ 的夹角； φ_p 为动平台绕 z 轴的转动角。

基于伪刚体模型法，由 3-PRR 柔顺并联机构闭环约束可得约束方程为

$$l_{OP} + l_{P J_i} = l_{OG_i} + l_{G_i H_i} + l_{H_i J_i} \quad (10)$$

由图 10 与式(10)可得

$$\begin{cases} x_{G_i} + (L_{G_i H_i} - d_i) \cos \alpha_i + L_{H_i J_i} \cos \beta_i = \\ x_P + x'_{J_i} \cos \varphi_P - y'_{J_i} \sin \varphi_P \\ y_{G_i} + (L_{G_i H_i} - d_i) \sin \alpha_i + L_{H_i J_i} \sin \beta_i = \\ y_P + x'_{J_i} \sin \varphi_P + y'_{J_i} \cos \varphi_P \end{cases} \quad (11)$$

其中： x'_{J_i}, y'_{J_i} 为 J_i 在动坐标系下的坐标； x_{G_i}, y_{G_i} 为移动副 G_i 在固定坐标系下的坐标； $L_{H_i J_i}$ 为连杆 $H_i J_i$ 的长度。

平台动、静坐标系在初始位置重合， P 点的三自由度位置坐标用向量形式记为 \mathbf{u} 。对式(11)进行数学整理，中间变量 β_i 可得到在工作空间内的任意位姿 \mathbf{u} 下 3 个压电陶瓷驱动器的位置逆解为

$$d_i = -(Q_{i1} - L_{G_i H_i}) \pm \sqrt{(Q_{i1} - L_{G_i H_i})^2 - Q_{i2}} \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} Q_{i1} = Q_{i3} \cos \alpha_i + Q_{i4} \sin \alpha_i \\ Q_{i2} = Q_{i3}^2 + Q_{i4}^2 - L_{H_i J_i}^2 + L_{G_i H_i}^2 - 2Q_{i1} L_{G_i H_i} \\ Q_{i3} = x_P - x_{G_i} + x'_{J_i} \cos \varphi_P - y'_{J_i} \sin \varphi_P \\ Q_{i4} = y_P - y_{G_i} + x'_{J_i} \sin \varphi_P + y'_{J_i} \cos \varphi_P \end{cases} \quad (13)$$

根据式(12)可以看出,对于动平台任意一点的输出 $\mathbf{u}=[x_p, y_p, \varphi_p]^T$, 原则上每一条支链都有两组可能的解,这样总共会有 8 组解。最终的取值还要根据压电陶瓷驱动器刚开始的位置和运动的连续性来选择符合条件要求的解。根据机构的结构特点,输入逆解取

$$d_i = Q_{i1} - \sqrt{Q_{i1}^2 + Q_{i1}} \quad (14)$$

2.3 3-PRR 并联机构运动学正解分析

对 3-PRR 柔顺并联机构运动学正解的求解,即根据输入位移 $\mathbf{d}=[d_1, d_2, d_3]^T$ 求解末端执行器的输出位移 $\mathbf{u}=[x_p, y_p, \varphi_p]^T$ 的过程。

由式(11)中两个式子消去中间变量 β_i 可得

$$(x_p + R_i)^2 + (y_p + S_i)^2 = L_{H_i J_i}^2 \quad (15)$$

其中: $R_i = x'_{J_i} \cos \varphi_p - y'_{J_i} \sin \varphi_p - x_{G_i} - d_i \cos \alpha_i$;
 $S_i = x'_{J_i} \sin \varphi_p + y'_{J_i} \cos \varphi_p - y_{G_i} - d_i \sin \alpha_i$ 。

将 $i=1, 2, 3$ 代入式(15)分别得到

$$(x_p + R_1)^2 + (y_p + S_1)^2 = L_{H_1 J_1}^2 \quad (16)$$

$$(x_p + R_2)^2 + (y_p + S_2)^2 = L_{H_2 J_2}^2 \quad (17)$$

$$(x_p + R_3)^2 + (y_p + S_3)^2 = L_{H_3 J_3}^2 \quad (18)$$

将式(16), (17)和(18)两两相减,得到关于 x_p 和 y_p 的关系为

$$\begin{cases} x_p = \frac{Q_5}{Q_7} \\ y_p = \frac{Q_6}{Q_7} \end{cases} \quad (19)$$

其中

$$\begin{cases} Q_5 = (S_2 - S_1)(R_1^2 - R_3^2 + S_1^2 - S_3^2) - \\ (S_3 - S_1)(R_1^2 - R_2^2 + S_1^2 - S_2^2) \\ Q_6 = (R_3 - R_1)(R_1^2 - R_2^2 + S_1^2 - S_2^2) - \\ (R_2 - R_1)(R_1^2 - R_3^2 + S_1^2 - S_3^2) \\ Q_7 = 2[(R_3 - R_1)(S_2 - S_1) - (R_2 - R_1) \times \\ (S_3 - S_1)] \end{cases} \quad (20)$$

将式(19)代入式(15),得到关于包含转动角度 φ_p 的关系式为

$$\left(\frac{Q_5}{Q_7}\right)^2 + 2\frac{Q_5}{Q_7}R_1 + \left(\frac{Q_6}{Q_7}\right)^2 + 2\frac{Q_6}{Q_7}S_1 - L_{H_1 J_1}^2 = 0 \quad (21)$$

根据上述多项方程式可以求得 6 个 φ_p 的值,即对应每一组输入则有 6 种位姿,此时需要根据机构的结构布置、初始运动条件及输入的情况判断出符合实际情况的一组运动学正解。

2.4 三自由度柔顺并联机构的雅克比矩阵

根据机构每条支链的输入输出特性,假设压电

陶瓷驱动器输入位移矢量 $\boldsymbol{\rho}=[\rho_1, \rho_2, \rho_3]^T$, 微定位平台的输出位移矢量 $\mathbf{u}=[x_p, y_p, \varphi_p]^T$, 3-PRR 柔顺并联机构的输入位移矢量 $\mathbf{d}=[d_1, d_2, d_3]^T$, 柔顺定位平台的输出位移矢量 $\mathbf{u}=[x_p, y_p, \varphi_p]^T$ 。为得到 3-PRR 柔顺并联机构的移动副输入速度 $\dot{\mathbf{d}}$ 与动平台速度 $\dot{\mathbf{u}}$ 之间的雅克比矩阵,将式(11)中的两个式子分别对时间求导可得

$$\begin{cases} -\dot{d}_i \cos \alpha_i - L_{H_i J_i} \sin \beta_i \dot{\beta}_i = \dot{x}_p - \\ (x'_{J_i} \sin \varphi_p + y'_{J_i} \cos \varphi_p) \dot{\varphi}_p \\ -\dot{d}_i \sin \alpha_i + L_{H_i J_i} \cos \beta_i \dot{\beta}_i = \dot{y}_p + \\ (x'_{J_i} \cos \varphi_p - y'_{J_i} \sin \varphi_p) \dot{\varphi}_p \end{cases} \quad (22)$$

整理式(22)消除中间变量连杆转角速度 $\dot{\beta}_i$ 可得

$$\dot{d}_i = \begin{bmatrix} \frac{b_{ix}}{\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{a}_i} & \frac{b_{iy}}{\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{a}_i} & \frac{(\mathbf{c} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{k}}{\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{a}_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{\varphi}_p \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{Pi} \dot{\mathbf{u}} \quad (23)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{a}_i = (a_{ix}, a_{iy}, 0) = (\cos \alpha_i, \sin \alpha_i, 0) \\ \mathbf{b}_i = (b_{ix}, b_{iy}, 0) = (\cos \beta_i, \sin \beta_i, 0) \\ \mathbf{c}_i = (c_{ix}, c_{iy}, 0) = (x'_{G_i} \cos \varphi_p - y'_{G_i} \sin \varphi_p, \\ x'_{G_i} \sin \varphi_p + y'_{G_i} \cos \varphi_p, 0) \\ \mathbf{k} = (0, 0, 1) \end{cases} \quad (24)$$

3-PRR 柔顺并联机构由三条支链构成,该机构的雅克比方程的矩阵形式可以写为

$$\dot{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P1} \\ \mathbf{J}_{P2} \\ \mathbf{J}_{P3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{\varphi}_p \end{bmatrix} = \mathbf{J}_P \dot{\mathbf{u}} \quad (25)$$

其中: \mathbf{J}_P 为 3-PRR 柔顺并联机构移动副的输入速度 $\dot{\mathbf{d}}$ 与动平台速度 $\dot{\mathbf{u}}$ 之间的雅克比矩阵。

由式(9)可以得到

$$\dot{\mathbf{d}} = \mathbf{J}_L \dot{\boldsymbol{\rho}} \quad (26)$$

将式(26)带入式(25),得到整个三自由度柔顺并联机构的速度雅克比矩阵和加速度雅克比矩阵。

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{J}_L^{-1} \mathbf{J}_P \dot{\mathbf{u}} \quad (27)$$

3 三自由度柔顺机构有限元仿真分析

采用 Ansys 软件对 3-PRR 柔顺并联平台进行有限元分析。根据柔性杠杆位移放大机构放大倍数关系式(9)和 3-PRR 柔顺并联机构的运动学正解式

(16)和式(18),得到关于整个三自由度平面柔顺并联机构的输入 $\boldsymbol{p} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3]^T$ 与位姿输出 $\boldsymbol{u} = [x_p, y_p, \varphi_p]^T$ 的关系,再通过 Ansys 仿真软件在相同压电陶瓷输入条件下进行有限元仿真。

压电陶瓷的行程为 $0 \sim 65 \mu\text{m}$,图 11 和图 12 为当 3 个压电陶瓷的输出位移分别为 $40, 20$ 和 $10 \mu\text{m}$ 时,柔顺机构的变形图以及动平台中心分别沿 x 正负方向和 y 正负方向的位移。

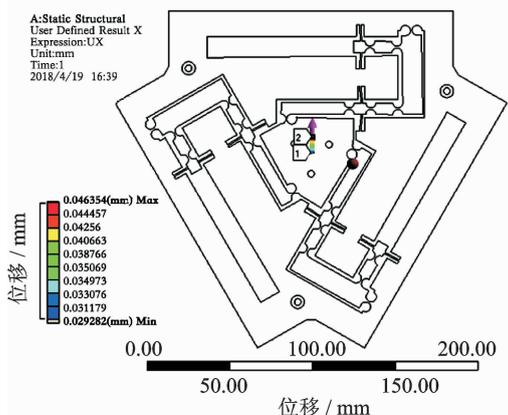


图 11 柔顺机构路径 x 方向位移

Fig. 11 The displacement along x axis of the compliant mechanism

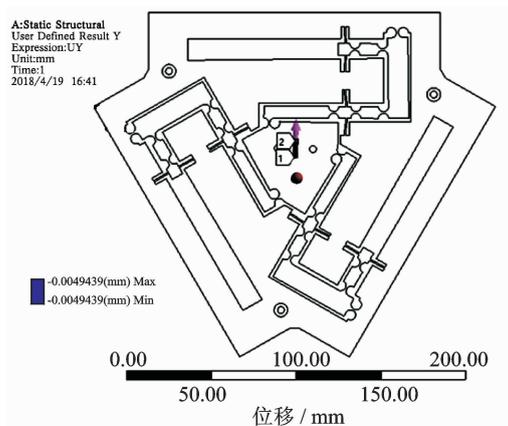


图 12 柔顺机构路径 y 方向位移

Fig. 12 The displacement along y axis of compliant mechanism

由于无法在 Ansys/Workbench 中直接表示出柔顺机构动平台中心转角的大小,因此通过建立路径来标记相关点的位移变化,以推导出动平台中心的转角大小。该路径在动平台表面,起点在动平台中心,长度为 $l=10 \text{ mm}$,其指向与静坐标的 y 正轴相同。该参考路径的起点位置为 $(0, 0, 12)$ 如图 11 中的点 1,终点位置为 $(0, 10, 12)$ 如图 11 中的点 2。动平台中心点 P 的转动角度可以通过以下公式计算获得。

$$\theta = \arcsin \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{l} \quad (28)$$

其中: $\Delta x_1, \Delta x_2$ 分别为标定路径起点和终点在 x 轴方向的位移变化; l 为标定路径的长度。

4 三自由度柔顺机构性能测试

根据柔顺并联机构的尺寸参数加工三自由度定位平台,并搭建了平台的测试实验系统,如图 13 所示。平面三自由度柔顺并联机构硬件装置由计算机、3 个闭环封装式压电陶瓷 (PSt150/7/80 VS12)、模块化压电控制器 (E01. C3)、激光多普勒干涉仪 (MCV-5005S)、隔振平台及并联机构样机等组成。

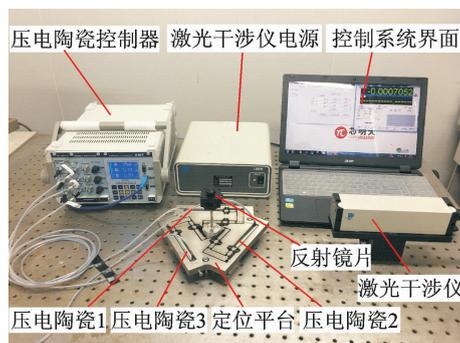


图 13 平面三自由度柔顺并联机构硬件组成图

Fig. 13 The experimental setup of the 3-DOFs compliant mechanism

在实验过程中,每个压电陶瓷的位移由芯明天科技有限公司 E01 系列自带的 PID 控制器进行控制。压电陶瓷驱动器配有位置传感器,可以实现自身的闭环控制。对 3-PRR 柔顺并联平台进行点位控制实验,通过激光干涉仪对三自由度柔顺机构动平台中心点 P 在不同压电陶瓷输入位移下的 x, y 方向输出位移,然后基于 x, y 的值估算得到平台相应的转动角 φ_p 的值^[12]。表 1 为实验测量结果、有限元仿真分析结果与理论计算结果的对比。

可以看到,仿真分析结果相对于实验测量结果在 x 方向的最大相对误差为 10.12% ,在 y 方向的最大相对误差为 6.82% ,在 φ_p 偏转角的最大相对误差为 6.43% 。理论计算结果相对于实验测量结果在 x 方向的最大相对误差为 10.81% ,在 y 方向的最大相对误差为 9.66% ,在 φ_p 偏转角的最大误差为 9.79% 。上述误差均在可接受的范围内,证明了运动学模型理论分析的正确性,为此类柔性并联平台采用伪刚体模型法进行运动分析提供了思路。在未来的工作中将进一步采用实验数据对运动学模型进行参数标定,以提高运动定位精度。

表 1 平台的实验结果、有限元仿真分析结果与理论计算结果对比

Tab. 1 The comparison of the experimental results, the finite element simulation results and the theoretical calculations

压电输入位移/ μm			实验结果			仿真分析结果			理论计算结果		
ρ_1	ρ_2	ρ_3	$x/\mu\text{m}$	$y/\mu\text{m}$	$\varphi_p/\mu\text{rad}$	$x/\mu\text{m}$	$y/\mu\text{m}$	$\varphi_p/\mu\text{rad}$	$x/\mu\text{m}$	$y/\mu\text{m}$	$\varphi_p/\mu\text{rad}$
0	10	10	-10.08	-1.79	0.47	-11.10	-1.87	0.49	-11.30	-1.93	0.51
20	0	20	7.15	20.43	0.95	7.81	21.09	0.97	7.99	22.29	1.01
40	40	0	26.65	-33.11	1.83	28.60	-34.71	1.95	29.55	-36.65	2.02
10	20	10	-3.69	-9.83	0.92	-3.95	-10.55	0.96	-4.08	-10.80	0.99
20	20	10	6.69	-8.39	1.16	7.13	-8.68	1.22	7.29	-9.07	1.26
40	20	10	26.99	-4.66	1.60	29.28	-4.94	1.71	30.26	-5.05	1.77

5 结 论

1) 设计了一种新型的带有位移放大机构的整体式平面三自由度柔顺并联定位平台。该平台采用压电叠堆驱动、柔性铰链传动,能在有限的尺寸空间内实现对较大位移的多自由度定位。

2) 通过建立平台的伪刚体模型进行运动学分析,得到平台的运动学逆解和正解以及雅克比矩阵关系式,并将解析结果与仿真结果进行了对比分析。

3) 以实验结果作为标准,将运动学解析结果和有限元分析结果与实验结果对比,得到在 x 及 y 方向和转动角 φ_p 的最大误差分别为 10.81%,9.66% 和 9.79%,验证了运动学建模方法的可行性。

参 考 文 献

[1] Schmidt R H M. Ultra-precision engineering in lithographic exposure equipment for the semiconductor industry[J]. Philosophical Transactions of The Royal Society A, 2012, 370(1973): 3950-3972.

[2] Feng Jin, Gao Feng, Zhao Xiaochao, et al. A new macro-micro dual drive parallel robot for chromosome dissection[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(1): 187-194.

[3] 张爱梅. 平面梁大挠度非线性问题的完备解与柔顺机构精确建模[D]. 西安:西安电子科技大学, 2013.

[4] 张鸿阳. 基于压电陶瓷驱动器的平面三自由度微动平台研究[D]. 广州:华南理工大学, 2015.

[5] Zhang Lijun, Yang Lixin, Sun Lining, et al. Adaptive kalman filter and dynamic recurrent neural networks-based control design of macro-micro manipulator[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2012, 10(4): 504-510.

[6] 胡俊峰, 郝亚洲, 徐贵阳. 传递矩阵法分析平面柔顺机构的振动特性[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(6): 1145-1151.
Hu Junfeng, Hao Yazhou, Xu Guiyang. Transfer matrix method for analyzing vibration characteristics of planar compliant mechanism[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(6): 1145-1151. (in Chinese)

[7] Zhu Dachang, Feng Wenjie, An Ziming. Topology optimization integrated design of 3-DOF fully compliant

planar parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(5): 30-36.

[8] Zhu Dachang, Song Majun. Configuration design with topology optimization and vibration frequency analysis for 3-DOF planar integrated fully compliant parallel mechanism[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(3): 27-33.

[9] 张宪民, 龙学俊, 林容周. 基于视觉的三自由度微动平台输入耦合研究[J]. 振动、测试与诊断, 2013(1): 1-5.
Zhang Xianmin, Long Xuejun, Lin Rongzhou. Research on the input coupling of three-degree-of-freedom micro-motion platform based on vision[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013(1): 1-5. (in Chinese)

[10] Wang Ruizhou, Zhang Xianmin. A planar 3-DOF nanopositioning platform with large magnification [J]. Precision Engineering, 2016, 46: 221-231.

[11] Jin Mohui, Zhang Xianmin. A new topology optimization method for planar compliant parallel mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 95: 42-58.

[12] 马立, 杨斌, 田应仲, 等. 3-PRR 平面三自由度纳米定位平台的设计[J]. 光学精密工程, 2017, 25(7): 1866-1873.
Ma Li, Yang Bin, Tian Yingzhong, et al. Design of 3-DOF nano-positioning platform with 3-PRR structure [J]. Optics Precision Engineering, 2017, 25(7): 1866-1873. (in Chinese)

[13] 杨春辉. 平行板型柔性移动副的刚度计算及分析[J]. 现代制造工程, 2013(12): 30-32.
Yang Chunhui. Stiffness calculation and analysis for straight beam parallel plate flexible prismatic pair[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2013(12): 30-32. (in Chinese)



第一作者简介:张泉,男,1987年5月生,讲师。主要研究方向为机器人动力学建模及运动控制。曾发表《Synchronized motion control and precision positioning compensation of a 3-DOFs macro-micro parallel manipulator fully actuated by piezoelectric actuators》(Smart Materials and Structures) 2017, Vol. 26, No. 11)等论文。

E-mail: lincolnquan@shu.edu.cn

通信作者简介:李小毛,男,1981年7月生,副研究员。主要研究方向为无人艇及图像处理。

E-mail: lixiaomao@shu.edu.cn