

# 康复机器人准零刚度隔振特性分析与实验<sup>\*</sup>

杨雪锋, 孟庆国, 李威, 路恩, 盛连超, 董事

(中国矿业大学机电工程学院 徐州, 221116)

**摘要** 为了解决康复机器人低频振动对人体的影响问题,提出并设计一种具有准零刚度特性的新型被动隔振机构,它由两个对称的具有负刚度特性的拉伸弹簧并联一个线性正刚度弹簧实现。首先,通过静力学特性,建立此隔振机构的力-位移和刚度-位移关系式,得出机构在静态平衡位置处具有准零刚度特性的参数条件;其次,通过动力学特性,建立其分别在简谐力和简谐位移激励下的非线性微分动力学方程,采用谐波平衡法分析机构参数与激励对系统力传递率、位移传递率的影响;最后,通过实验验证在有、无负刚度情况下,输入与输出的曲线。结果表明,在有负刚度机构的情况下,隔振系统具有一定范围的准零刚度特性,且低频隔振性能较好,达到了高静态、低动态刚度的效果。本研究对机器人低频隔振具有创新性和指导意义。

**关键词** 机器人低频振动;准零刚度;非线性;传递率;实验验证

**中图分类号** TH212

## 引言

随着科学技术的发展,智能机器人以及机器人的轻型、小型化得以实现,但是,减振、隔振仍是机器人控制的重要难题。尤其低频振动对机器人中精密元件影响最为严重。目前,对机器人低频振动隔离主要采取仿生学,主被动结合的方法,成本高且复杂<sup>[1-4]</sup>。由机械振动理论,传统被动隔振系统起初的隔振频率是其自身固有频率的 $\sqrt{2}$ 倍<sup>[5-7]</sup>。要想实现 0.5~70 Hz 的低频、宽频域隔振效果,只能减小隔振系统的固有频率。根据固有频率的计算公式,减小固有频率就要降低系统刚度或者增大承载质量,但是在实际上,系统的刚度和承载能力都有其限度<sup>[8]</sup>。随着对隔振系统的不断深入研究,通过线性正刚度弹簧并联负刚度机构,实现一种非线性准零刚度隔振,它具有高静态刚度、低动态刚度的优良特性,在低频隔振中性能较好<sup>[9]</sup>,成为近年来国内外学者研究的热点。Alabuzhev 等<sup>[10]</sup>对准零刚度隔振理论进行了比较全面的阐述,并提出相应的设计方法。文献[11-12]采用在轴向力作用下互相铰接的两根杆作为负刚度机构,文献[13-18]利用相似的受轴向载荷作用的欧拉压杆作为负刚度机构,并用于精密仪器的隔振,可见负刚度机构在精密工程领域中有

巨大前景。Carrella 等<sup>[19-21]</sup>系统地研究了以对称斜弹簧并联垂直正刚度弹簧的静力学特性以及力和位移传递率。Thanh 等<sup>[22]</sup>研究了以水平弹簧并联垂直弹簧获得系统的准零刚度特性,应用于汽车的座椅隔振。Lan 等<sup>[23]</sup>在此基础上,设计出能够调节不同承载的隔振系统。彭献等<sup>[24-26]</sup>利用类似水平弹簧与垂直弹簧并联实现准零刚度。路纯红等<sup>[5]</sup>采用了一种新型连杆弹簧机构作为负刚度机构,增加了系统的静态承载能力。孟令帅<sup>[27]</sup>使用碟形弹簧作为负刚度机构,并联正刚度弹簧实现准零刚度。周加喜等<sup>[28]</sup>引入凸轮-滚轮负刚度机构也实现了准零刚度隔振。

对于被动隔振技术的研究具有非常重大的意义,它在精密工程、超精密工程<sup>[29]</sup>、车用发动机<sup>[30]</sup>、船舶<sup>[31-32]</sup>领域有广泛的应用。基于正负刚度并联的隔振原理,笔者采用拉伸弹簧作为负刚度机构与线性正刚度弹簧并联,设计出一种新型的准零刚度隔振系统,它对轻型机器人,特别是对足式机器人低频振动具有较好隔振性能。运用静力学特性,分析了系统在静力平衡位置附近的准零刚度特性;通过动力学特性研究,建立了系统分别在简谐力和简谐位移激励下的非线性动力学方程,应用谐波平衡得到系统的力传递率和位移传递率;通过数值仿真观察有、无负刚度情况下隔振系统的输入、输出曲线。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51305444);教育部博士点基金资助项目(20120095120013);江苏省科技计划资助项目(BY2014028-06)

收稿日期:2017-12-15;修回日期:2018-03-15

# 1 隔振器三维建模

## 1.1 三维建模和受力分析

图 1(a)为笔者提出具有准零刚度特性的隔振系统。主要包括:①底座、②支撑柱、③滑板、④连杆、⑤载物台、⑥垂直弹簧、⑦滑块及⑧拉伸弹簧。在滑块上安装两个圆柱销,滑块、连杆和水平弹簧通过圆柱销连接。垂直弹簧的两端分别安装在底座和载物台的弹簧安装孔中。在初始位置竖直压力等于零,载物台存在一个初始高度,当施加载荷后,载物台同时受到垂直弹簧与拉伸弹簧的作用力。对于此准零刚度隔振机构,垂直弹簧主要用来承载静态质量,而图中对称的两个水平拉伸弹簧即为负刚度机构,可以和垂直正刚度弹簧的刚度相抵消。图(b)则为三维图简化的受力分析,其中: $F$ 为受力; $x$ 为垂直方向位移; $\theta$ 为连杆与水平线的夹角; $L_0$ 为拉伸弹簧 1/2 的长度; $h_0$ 为初始高度; $K_s$ 为拉簧刚度; $L$ 为旋转杆长度。

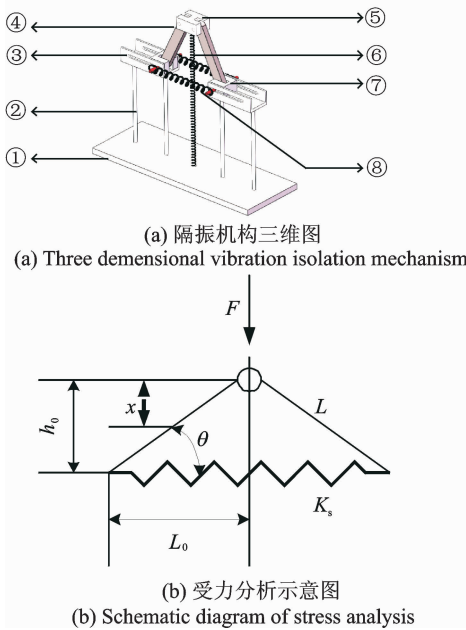


图 1 隔振三维模型和受力分析  
Fig. 1 Isolation model and stress analysis

## 1.2 负刚度机构

如果不考虑垂直弹簧,负刚度机构一侧的受力分析如图 1(b)所示。载物台承载一定质量的物体后,根据几何关系,取其中一个拉伸弹簧的 1/2 部分作受力分析,求出在垂直方向上力  $F$  的表达式为

$$F = 4F_s \tan\theta \tag{1}$$

其中: $F_s = K_s \lambda$ 为拉伸弹簧 1/2 部分的水平力; $\lambda$ 为

拉伸弹簧 1/2 部分被拉伸的距离。

在任意位置,夹角  $\theta$  的表达式为

$$\tan\theta = \frac{h_0 - x}{\sqrt{L^2 - (h_0 - x)^2}} \tag{2}$$

其中

$$\lambda = \sqrt{L^2 - (h_0 - x)^2} - L_0 \tag{3}$$

$$h_0 = \sqrt{L^2 - L_0^2} \tag{4}$$

将式(2)~(4)带入式(1),此负刚度的回复力为

$$F = 4K_s \left(1 - \frac{L_0}{\sqrt{L^2 - (\sqrt{L^2 - L_0^2} - x)^2}}\right) \cdot (\sqrt{L^2 - L_0^2} - x) \tag{5}$$

对式(5)进行无量纲化处理,即方程两侧同时除以  $K_s L_0$  得到

$$\hat{F} = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{m^2 - (\hat{h}_0 - \hat{x})^2}}\right) (\hat{h}_0 - \hat{x}) \tag{6}$$

其中: $\hat{F} = \frac{F}{K_s L_0}$ ;  $\hat{x} = \frac{x}{L_0}$ ;  $m = \frac{L}{L_0}$ ;  $\hat{h}_0 = \sqrt{m^2 - 1}$ 。

式(6)即为本隔振系统负刚度机构的无量纲力-位移的表达式,由此可以得到它的曲线图,如图 2(a)所示。参数  $m$  的不同取值对此机构是否存在负刚度特性有一定影响,当  $m=1$  时,无量纲力总是随

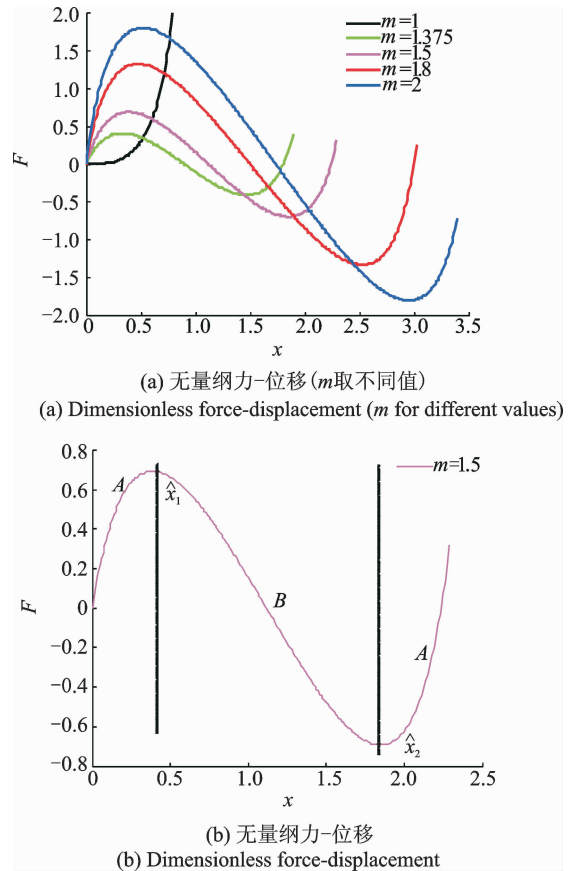


图 2 无量纲力-位移图

Fig. 2 Dimensionless force displacement diagram

着无量纲位移的增大而增大,在这种情况下,此机构不是负刚度机构。当  $m > 1$  时,此机构存在负刚度,且负刚度区域位移曲线的两个极值点  $\hat{x}_1$  和  $\hat{x}_2$  之间(图 2(b)),B 区域即为负刚度区域,在这区域无量纲力随无量纲位移的增大而减小。

综上,若忽略竖直弹簧的影响,整体机构的回复力近似一条三阶曲线,如图 2 所示,回复力有可能小于零,而当回复力小于零时,如图 2(b)所示,机构刚度大于零或小于零,若刚度小于零,就失去了隔振的意义,也达不到准零刚度隔振的效果。因此,添加竖直弹簧是必要的。

## 2 静力学特性

针对足式机器人行走时,来自地面的低频振动对其工作性能的影响,提出负刚度机构与刚度为  $K_v$  的线性正刚度弹簧并联,构造出一种新型的准零刚度隔振系统,实现机器人足部对低频振动的衰减,设计如图 3 所示。

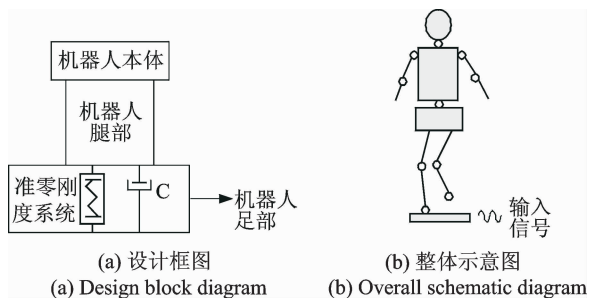


图 3 机器人准零刚度隔振设计框图与整体示意图

Fig. 3 Block diagram of robot quasi-zero-stiffness vibration isolation and whole sketch map

若将机器人足部抽离出来,主要分析准零刚度隔振器。假设在竖直力  $F$  的作用下,由图 1 可知此

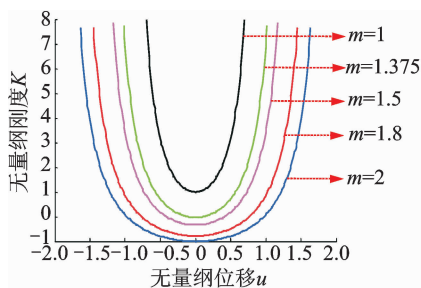


图 4 不同  $m$  值下的刚度曲线  
Fig. 4 Stiffness curves under different  $m$  values

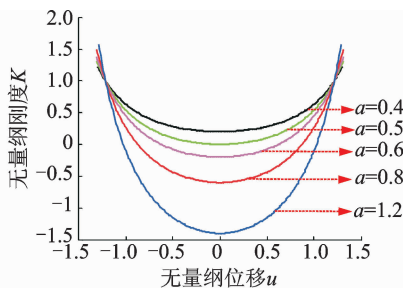


图 5 不同刚度比下的刚度曲线  
Fig. 5 Stiffness curves under different stiffness ratios

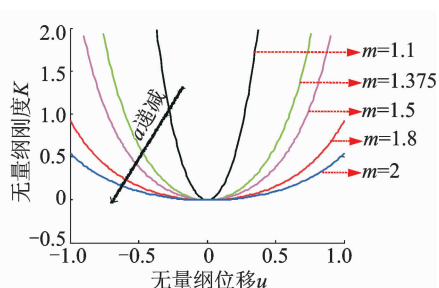


图 6 参数不同时无量纲位移-刚度  
Fig. 6 Non dimensional displacement-stiffness for parameter

准零刚度隔振系统的无量纲力-位移关系式表示为

$$\hat{F} = \hat{x} + 4\alpha(1 - \frac{1}{\sqrt{m^2 - (\hat{h}_0 - \hat{x})^2}})(\hat{h}_0 - \hat{x}) \quad (7)$$

由式(7)可以看出,当  $\hat{h}_0 = \hat{x}$  时,系统的回复力不为零,且系统的力位移关系式是三次多项式,其位移  $\hat{x} \in (0 \sim 2\hat{h}_0)$ 。

令  $\hat{u} = \hat{x} - \hat{h}_0$ ,则系统无量纲力-位移表达式为

$$\hat{F} = \hat{u} + \hat{h}_0 - 4\alpha(1 - \frac{1}{\sqrt{m^2 - \hat{u}^2}})\hat{u} \quad (8)$$

其中: $\alpha = K_s/K_v$  为刚度比。

对式(8)进行求导,得到系统无量纲刚度-位移的关系

$$\hat{K} = 1 + 4\alpha(\frac{m^2}{(m^2 - \hat{u}^2)^{3/2}} - 1) \quad (9)$$

由式(9)可知,当  $\alpha$  一定,不同的  $m$  取值对刚度的影响如图 4 所示。而当  $m$  一定,不同的刚度比  $\alpha$  取值对刚度的影响如图 5 所示。由图 4 可知,当水平拉伸弹簧达到最大拉伸状态,即  $\hat{u} = 0$  时,刚度存在最小值,并且系统的刚度关于平衡位置对称。随着  $m$  不断增大,无量纲刚度由正变负。由图 5 可知,当  $m$  一定,系统的无量纲刚度随着刚度比  $\alpha$  的增大由正变负。总之,图 4 和图 5 表明,通过控制  $m$  和  $\alpha$  能够使刚度发生改变,且达到零刚度的目的。

因此,令在平衡位置处,即  $\hat{u} = 0$  时,系统的无量纲刚度  $\hat{K} = 0$ ,得

$$\hat{K}_{QZS} = 1 + 4\alpha(\frac{1}{m} - 1) \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{m}{4(m - 1)} \quad (11)$$

结合式(9)~(11)可以得出系统在平衡位置处不同参数值的准零刚度特性,如图 6 所示。根据图 6 可知,在  $m$  不断增大的情况下,则需要更小的刚度比  $\alpha$  使其在平衡位置保持零刚度特性。

### 3 动力学特性

#### 3.1 回复力近似替换

为方便研究系统动力学特性,需对其数学模型进行简化,即系统回复力可以用一个三阶表达式近似替换。通过泰勒展开式并忽略高次项,来近似替换回复力。

在  $\hat{u}=0$  泰勒展开表达式为

$$\hat{F} = \hat{F}(0) + \hat{F}'(0)\hat{u} + \frac{\hat{F}''(0)}{2!}\hat{u}^2 + \frac{\hat{F}'''(0)}{3!}\hat{u}^3 + \dots \quad (12)$$

所以,无量纲力-位移近似关系式为

$$\hat{F} = \hat{F}(0) + \hat{K}(0)\hat{u} + \frac{\hat{K}'(0)}{2!}\hat{u}^2 + \frac{\hat{K}''(0)}{3!}\hat{u}^3 \quad (13)$$

根据式(7)~(11)以及图5得  $\hat{F}(0) = \hat{h}_0$ ,  $\hat{K}'(0) = 0$ ,式(13)化简为

$$\hat{F} = \hat{h}_0 + (1 + 4\alpha(\frac{1}{m} - 1))\hat{u} + \frac{2\alpha}{m^3}\hat{u}^3 \quad (14)$$

取  $m=1.375$ ,  $\alpha=0.92$ ,系统的无量纲力-位移精确解和近似解以及无量纲位移-刚度精确解和近似解的误差分别如图7、图8所示。从图7、图8中可以看出在平衡位置  $\hat{u}=0$  附近,力的精确曲线和近似曲线重合,对应的刚度曲线也重合,因此在小振幅范围内近似表达式替换精确表达式是可行的。

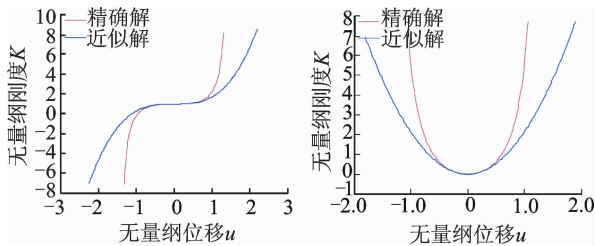


图7 精确力和近似力比较 图8 精确刚度和近似刚度比较

Fig.7 Precision force and approximate force comparison Fig.8 Comparison of exact stiffness and approximate stiffness

#### 3.2 系统动力学建模

当承载被隔振物体后,刚好  $u=0$ ,达到静力平衡位置,此时系统的刚度等于零。由式(8)知

$$Mg = \hat{F} = K_v \hat{h}_0 = K_v \hat{h}_0 L_0 \quad (15)$$

对该系统施加两种谐波激励,分别是对隔振物体进行谐波力激励  $F\cos(\omega t)$ ,对基座施加谐波位移激励  $Z\cos(\omega t)$ 并建立系统的非线性运动微分方程

$$M\dot{u} + \dot{c}u + F_1 - Mg = F\cos(\omega t) \quad (16)$$

$$M\dot{y} + \dot{c}y + F_2 - Mg = M\omega^2 Z\cos(\omega t) \quad (17)$$

其中: $y=u-z$ 为谐波位移激励下被隔振物体与基座之间的相对位移; $F_1$ 和 $F_2$ 为谐波力激励与谐波位移激励下的系统回复力。

则

$$F_1 = \frac{2\alpha}{m^3}\hat{u}^3 + Mg \quad (18)$$

$$F_2 = \frac{2\alpha}{m^3}\hat{y}^3 + Mg \quad (19)$$

引入无量纲参数: $\tau = \omega_n t$ ,  $\Omega = \omega/\omega_n$ ,  $\omega_n = \sqrt{K_v/M}$ ,  $\hat{y} = y/L_0$ ,  $\xi = c/2M\omega_n$ ,  $\hat{F} = F/K_v L_0$ ,  $\hat{Z} = Z/L_0$ 。将式(18),(19)带入(16),(17),在两种不同的激励下,系统的无量纲运动微分方程分别为

$$\hat{u}'' + 2\xi\hat{u}' + \chi\hat{u}^3 = \hat{F}\cos(\Omega\tau) \quad (20)$$

$$\hat{y}'' + 2\xi\hat{y}' + \chi\hat{y}^3 = \Omega^2\hat{Z}\cos(\Omega\tau) \quad (21)$$

为方便表达,将式(20),(21)统一化成

$$\hat{v}'' + 2\xi\hat{v}' + \chi\hat{v}^3 = \gamma\rho\cos(\Omega\tau) \quad (22)$$

当系统受到谐波力激励时, $\gamma=1$ , $\rho=\hat{F}$ ;当系统受到谐波位移激励时, $\gamma=\Omega^2$ , $\rho=\hat{Z}$ 。对于式(22),利用谐波平衡法求解,忽略高次谐波项,消去相位差即可得系统的幅频响应函数

$$(\frac{3}{4}\chi A_1^3 - \Omega^2 A_1)^2 + 4\xi^2 \Omega^2 A_1^2 = \gamma^2 \rho^2 \quad (23)$$

由式(23)可以解出在谐波力和谐波位移激励下的关于  $\Omega$  的两个解,其表达式为

$$\Omega_{1,2}^f = \frac{1}{2} \sqrt{3\chi A_1^2 - 8\xi^2 \pm \frac{4}{A_1} \sqrt{4\xi^4 A_1^2 - 3\chi \xi^2 A_1 + \rho^2}} \quad (24)$$

$$\Omega_{1,2}^z = \sqrt{\frac{3\chi A_1^4 - 8\xi^2 A_1 \pm \sqrt{64\xi^4 A_1^4 - 48\chi \xi^2 A_1^6 + 9\chi^2 \rho^2 A_1^6}}{4(A_1^2 - \rho^2)}} \quad (25)$$

若令式(24),(25)里的两个解相等,则可求在谐波力与谐波位移激励下的最大响应幅值  $A_1^f$  和  $A_1^z$

$$A_1^f = \sqrt{\frac{2\xi^3 + \sqrt{4\xi^6 + 3\chi\rho^2}}{3\chi\xi}} \quad (26)$$

$$A_1^z = 8\xi^2 / \sqrt{48\chi\xi^2 - 9\chi^2\rho^2} \quad (27)$$

设  $f_e$ ,  $f_d$  为弹性力和阻尼力,通过准零刚度隔振系统传递到基础上的力为

$$F_t = \sqrt{f_e^2 + f_d^2} = \sqrt{(\frac{3}{4}\chi A_1^3)^2 + (2\xi A_1 \Omega)^2} \quad (28)$$

它的力传递率为

$$T_f = \sqrt{(\frac{3}{4}\chi A_1^3)^2 + (2\xi A_1 \Omega)^2} / F \quad (29)$$

当准零刚度隔振系统在谐波位移激励下,被隔

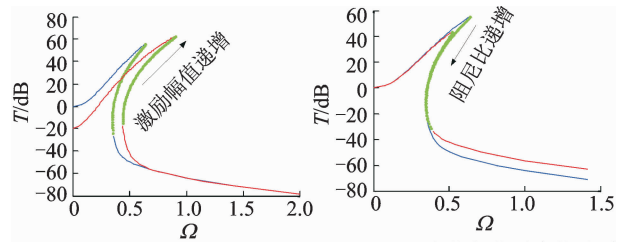


振物体的无量纲绝对位移  $\hat{u} = \hat{y} + \hat{z}$ , 那么位移传递率的表达式为

$$T_z = |u|/|z| = \sqrt{A_1^2 + \rho^2 + 2A_1\rho\cos\theta}/\rho \quad (30)$$

其中:  $\cos\theta = \left(\frac{3}{4}\chi A_1^3 - A_1\Omega^2\right)/\rho\Omega^2$ 。

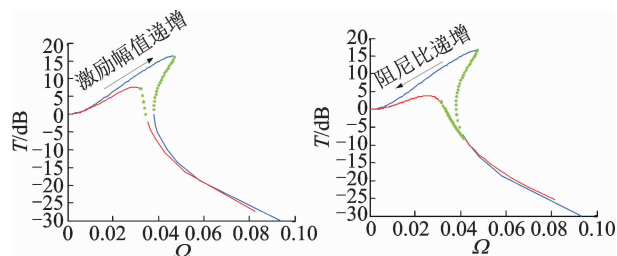
根据以上分析,可以得到不同的激励幅值和参数对隔振系统的影响,如图 9、图 10 所示。



(a) 激励幅值变化与传递力的关系 (b) 阻尼比变化与传递力的关系  
(a) Increment of excitation amplitude (b) Increasing damping ratio

图 9 力传递率

Fig. 9 Force transfer rate



(a) 激励幅值变化与传递速率的关系 (b) 阻尼比变化与传递速率的关系  
(a) Increment of excitation amplitude (b) Increasing damping ratio

图 10 位移传递率

Fig. 10 Displacement transfer rate

图 9 为力传递率曲线图,绿色曲线表示非稳定解,(a)(b)图分别为激励幅值与阻尼比变化时对力传递率的影响。由图 9(a)知,随着激励幅值的递增,力传递率也是递增的,当激励频率大于一定值后,力传递率会迅速下降,而且,适当提高激励幅值会使系统的隔振起始率降低。由图 9(b)知,改变阻尼比并不能降低隔振系统的隔振起始率,随着阻尼比的不断增大,力传递率也随之变大,这与理论符合。

由图 10(a)和(b)可以看出,其中,绿色曲线也为非稳定解,无论是激励幅值还是阻尼比对位移传递率的影响基本相同,该系统的激励幅值和阻尼比越小,隔振的频率范围越大,对被隔振物体的损害变小,系统的隔振性能也越好。

## 4 实验

### 4.1 实验装置

实验的激励控制装置主要包括振动控制器(SCS-2 Shaker Control System)、功率放大器(Power Amplifier BAA 120)以及上位机(电脑)。在图 11中,连接线除了连接振动控制器和功率放大器外,还将电脑与振动控制器相连,通过电脑安装的 VibExpert 软件,将在软件 VibExpert 里输入的激励频率和激振幅值通过功率放大器的放大后,作为准零刚度系统里激振器(S 51110)的输入信号,最终产生输出振幅。



图 11 准零刚度隔振实验的激励控制装置

Fig. 11 Excitation control device of quasi zero stiffness vibration isolation experiment

准零刚度隔振装置主要包括准零刚度机构、被隔振的物体、导向装置以及导杆,准零刚度机构安装在一个底座上,底座安装在激振器上,底座和准零刚度隔振机构可看做一个整体。压簧套在导杆的外围,在避免摩擦的情况下,两者直径相当,导杆可以在振动的时候保证压簧不会弯曲变形。为了减小竖直和水平运动方向的摩擦,装置中都安装了滚轮,因为滚动摩擦力相对较小。

输出位移采集装置主要包括 LK-G35 激光位移传感器(激光传感器头、RS-232C 连接器)与 LK-Navigator 测量软件。LK-G35 激光位移传感器的测量范围为  $-5 \sim +5$  mm,它的精确度可以达到微米,通过 USB 与电脑相连,利用 LK-Navigator 软件对测量的输出位移量进行记录和处理。

### 4.2 实验分析

根据以上的理论研究,现对提出的准零刚度隔振系统进行实验台的搭建和实验验证。实验台如图 12所示,其中,刚度比为 0.97,被隔振质量为 1.2 kg。激振器提供振动源,包括振幅和频率。激光位移传感器测量输出的位移。

因为康复机器人穿戴于人体上,而人体的敏感频率范围在 4~8 Hz 之间,实验的激振频率取值为



图 12 准零刚度实验台

Fig. 12 Experimental platform of quasi zero stiffness

3.0~15 Hz,可以得到在有无负刚度机构下的数据表以及与理论曲线的对比图,如表 1 和图 13 所示。然后,在同样的实验环境下,改变激励幅值,得准零刚度传递率的变化曲线,如图 14 所示。

表 1 准零刚度隔振实验数据表

Tab. 1 Experimental data of quasi zero stiffness vibration isolation

序号	激励频率/Hz	线性实验传递率	非线性实验传递率
1	3.0	3.60	0.660
2	3.5	1.80	0.520
3	4.0	1.11	0.380
4	4.5	0.87	0.280
5	5.0	0.68	0.237
6	5.5	0.52	0.190
7	6.0	0.40	0.153
8	6.5	0.33	0.133
9	7.0	0.28	0.123
10	7.5	0.23	0.107
11	8.0	0.20	0.090
12	8.5	0.18	0.080
13	9.0	0.17	0.070
14	10.0	0.15	0.058
15	11.0	0.11	0.037
16	12.0	0.10	0.027
17	13.0	0.08	0.023
18	14.0	0.06	0.023
19	15.0	0.06	0.020

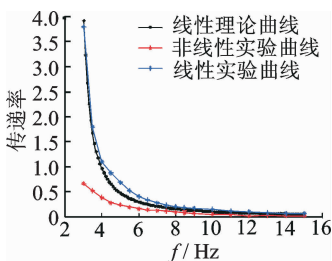


图 13 准零刚度实验曲线图

Fig. 13 Experimental curves of quasi zero stiffness

由图 13 可知,在频率 3~8 Hz 之间,隔振系统的传递率存在很大变化,这也说明,此准零刚度隔振系统应用在康复机器人上,能够有效减少低频振动

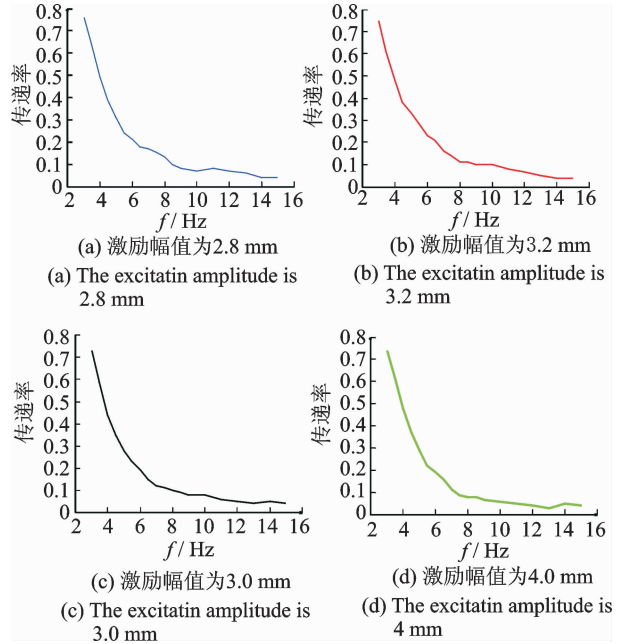


图 14 不同激励幅值的准零刚度传递率曲线

Fig. 14 Quasi-zero-stiffness transfer curve with different excitation amplitude

对人体的影响,具有实际意义。其次,对激励幅值改变对隔振系统的影响进行了验证,如图 14 中,图(a)~(d)代表激励幅值逐渐递增,又因为实验验证并没有达到共振,而是集中在曲线峰值右侧,传递率分别对应 0.761,0.755,0.740 和 0.732,传递率在峰值右侧递减,进一步验证了理论的正确性。

### 5 结束语

笔者提出了一种以拉簧作为负刚度机构,并与线性正刚度弹簧并联且适用于康复机器人的准零刚度非线性被动隔振系统。研究分析了此系统的静力学、动力学特性并对其隔振性能进行数值仿真。通过静力学研究,系统在静态平衡位置可以获得准零刚度特性,而且通过对参数  $m$  和  $\alpha$  的控制,在较小振动范围内扩大零刚度程度;通过动力学研究,研究了激励幅值、阻尼比不同参数改变对系统的力传递率、位移传递率的影响。适当增大激励幅值可以降低系统的起始隔振率,增大阻尼比可以降低系统的传递率。最后,通过实验验证在有、无负刚度机构的情况下系统的隔振效果。此系统在 3~8 Hz 的低频隔振方面有良好的性能,而且,根据文献显示,准零刚度隔振应用到康复机器人领域非常少,因此,本研究对机器人低频隔振方面具有创新性和理论指导意义。

## 参 考 文 献

- [1] 陈兵, 骆敏舟, 孙少明, 等. 基于仿生原理的节能减振类人机器人膝关节的设计[J]. 机器人, 2014, 36(2): 218-223.  
Chen Bing, Luo Minzhou, Sun Shaoming, et al. Design of energy-saving and vibration damping knee Joint of humanoid robot based on bionic principles[J]. Robot, 2014, 36(2):218-223. (in Chinese)
- [2] 李军, 钟华, 毛伟伟, 等. 足式机器人主被动联合减振抗冲研究[J]. 电子技术, 2015(9):9-12.  
Li Jun, Zhong Hua, Mao Weiwei, et al. Active and passive composite vibration damping and impact resistance research for biped robots[J]. Electronic technique, 2015(9):9-12. (in Chinese)
- [3] 毛伟伟, 周烽, 李军, 等. 双足机器人小腿减振研究[J]. 计算机仿真, 2016, 33(2):355-360.  
Mao Weiwei, Zhou Feng, Li Jun, et al. Study of active-passive vibration attenuation system for crus of biped robots[J]. Computer Simulation, 2016, 33(2): 355-360. ((in Chinese)
- [4] 毛伟伟, 周烽, 梁青, 等. 基于自抗扰控制的机器人小腿减振研究[J]. 计算机工程, 2016, 42(7): 293-298.  
Mao Weiwei, Zhou Feng, Liang Qing, et al. Study on vibration attenuation for robot crus based on active disturbance rejection control[J]. Computer Engineering, 2016, 42(7):293-298. (in Chinese)
- [5] 路纯红, 白鸿柏. 新型超低频非线性被动隔振系统的设计[J]. 振动与冲击, 2011, 30(1): 234-236.  
Lu Chunhong, Bai Hongbai. A new type nonlinear ultra-low frequency passive vibration isolation system [J], Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(1): 234-236. (in Chinese)
- [6] 徐道临, 余奇平, 周加喜, 等. 准零刚度隔振系统跳跃频率区间隔振研究[J]. 中国机械工程, 2014, 25(2): 230-235.  
Xu Daolin, Yu Qipin, Zhou Jiayi, et al. Study on vibration attenuation in jumping frequency interval of quasi-zero-stiffness vibration isolator [J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(2): 230-235. (in Chinese)
- [7] 李欣业, 张明路. 机械振动[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009:19-26.
- [8] 聂高法, 张军. 新型准零刚度隔振系统设计及特性研究[J]. 荆楚理工学院学报, 2016,31(2): 26-32.  
Nie Gaofa, Zhang Jun. Design and characterization of a new quasi zero stiffness vibration isolation system [J]. Journal of Jingchu University of Technology, 2016,31(2): 26-32. (in Chinese)
- [9] 孟令帅, 孙景工. 新型准零刚度隔振系统的设计与研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(11): 195-199.  
Meng Lingshuai, Sun Jinggong. Design and analysis of a novel quasi-zero stiffness vibration isolation system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(11): 195-199. (in Chinese)
- [10] Alabuzhev P, Gritchin A, Kim L, et al, Vibration protecting and measuring systems with quasi-zero stiffness[M]. New York, USA: Hemisphere Publishing Corporation, 1989:55-78.
- [11] Fulcher B A, Shahan D W, Haberman M R, et al. Analytical and experimental investigation of buckled Beams as negative stiffness elements for passive vibration and shock isolation systems[J]. Journal of Vibration & Acoustics, 2014, 136(3): 1257-1268.
- [12] Benjamin A. Fulcher, evaluation of systems containing negative stiffness elements for vibration and shock isolation[D]. Texas: The University of Texas at Austin, 2012.
- [13] 刘兴天, 孙靖雅, 肖锋, 等. 准零刚度微振动隔振器的原理和性能研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(21):69-73.  
Liu Xingtian, Sun Jingya, Xiao Feng, et al. Principle and performance of a quasi-zero stiffness isolator for micro-vibration isolation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(21):69-73. (in Chinese)
- [14] 刘兴天, 张志谊, 华宏星. 新型低频隔振器的特性研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(5):161-164.  
Liu Xingtian, Zhang Zhiyi, Hua Hongxing. Characteristics of a novel low-frequency isolator[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(5): 161-164. (in Chinese)
- [15] Huang Xiuchang, Liu Xingtian. Vibration isolation characteristics of a nonlinear isolator using Euler buckled beam as negative stiffness corrector: a theoretical and experimental study[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(4): 1132-1148.
- [16] Liu Xingtian, Huang Xiuchang, Hua Hongxing. On the characteristics of a quasi-zero stiffness isolator using Euler buckled beam as negative stiffness corrector [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(14): 3359-3376.
- [17] 张建卓, 董申, 李旦. 基于正负刚度并联的新型隔振系统研究[J]. 纳米技术与精密工程, 2004, 2(4): 314-318.  
Zhang Jianzhuo, Dong Shen, Li Dan. Study on new type v ibration isolation system based on combined positive and negative stiffness[J]. Nanotechnology and

- Precision Engineering, 2004, 2(4): 314-318. (in Chinese)
- [18] 张建卓, 李旦, 董申, 等. 精密仪器用超低频非线性并联隔振系统研究[J]. 中国机械工程, 2004, 15(1): 69-71.  
Zhang Jianzhuo, Li Dan, Dong Shen, et al. Study on ultra-low frequency parallel connection isolator used for precision instruments[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(1): 69-71. (in Chinese)
- [19] Carrella A, Brennan M J, Waters T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3-5): 678-689.
- [20] Carrella A, Brennan M J, Kovacic I, et al. On the force transmissibility of a vibration isolator with quasi-zero-stiffness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 322(4/5): 707-717.
- [21] Carrella A, Brennan M J, Waters T P, et al. Force and displacement transmissibility of a nonlinear isolator with high-static-low-dynamic-stiffness[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 55(1): 22-29.
- [22] Thanh D L, Kyoung K A. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(26): 6311-6335.
- [23] Lan C C, Yang S A, Wu Y S. Design and experiment of a compact quasi-zero-stiffness isolator capable of a wide range of loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(20): 4843-4858.
- [24] 彭献, 张施详. 一种准零刚度被动隔振系统的非线性共振响应分析[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2011, 38(8): 34-39.  
Peng Xian, Zhang Shixiang. Nonlinear resonance response analysis of a kind of passive isolation system with quasi-zero stiffness[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2011, 38(8): 34-39. (in Chinese)
- [25] 彭献, 张施详. 一种准零刚度隔振系统的静力与线性动力特性分析[J]. 力学季刊, 2012, 33(3): 492-498.  
Peng Xian, Zhang Shixiang. Static and linear dynamic characteristics analysis for a kind of vibration isolation system with quasi-zero-stiffness[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2012, 33(3): 492-498. (in Chinese)
- [26] 彭献, 陈树年, 宋福磐. 负刚度的工作原理及应用初探[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 1992, 19(4): 89-94.  
Peng Xian, Chen Shunian, Song Fupan. Research on theory of negative stiffness and its application[J]. Journal of Hunan University: Natural Science, 1992, 19(4): 89-94. (in Chinese)
- [27] 孟令帅. 新型准零刚度隔振器的设计和特性研究[D]. 北京: 中国人民解放军军事医学科学院, 2015.
- [28] 周加喜, 王心龙, 徐道临, 等. 含凸轮-滚轮机构的准零刚度系统隔振特性实验研究[J]. 振动工程学报, 2015, 28(3): 449-455.  
Zhou Jiayi, Wang Xinlong, Xu Daolin, et al. Experimental study on vibration isolation characteristics of quasi zero stiffness system with cam-roller mechanism[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28(3): 449-455. (in Chinese)
- [29] 申正宇. 被动隔振技术在超精密领域内应用的初探[J]. 民营科技, 2009(3): 3-3.  
Shen Zhengyu. A preliminary study on the application of passive vibration isolation technology in the field of ultra precision[J]. Private Science and Technology, 2009(3): 3-3. (in Chinese)
- [30] 李星. 车用发动机隔振的仿真研究[D]. 沈阳: 沈阳理工大学, 2012.
- [31] 张晓平, 何琳, 周炜. 一种新型磁致负刚度机构的研究[J]. 噪声与振动控制, 2015, 35(4): 159-162.  
Zhang Xiaoping, He Lin, Zhou Wei. Study on a new negative-stiffness mechanism using tri-magnets[J]. Noise and Vibration Control, 2015, 35(4): 159-162. (in Chinese)
- [32] 何琳, 徐伟. 舰船隔振装置技术及其进展[J]. 声学学报, 2013(2): 129-136.  
He Lin, Xu Wei. Naval vessel machinery mounting technology and its recent advances[J]. Acta Acustica, 2013(2): 129-136. (in Chinese)



**第一作者简介:** 杨雪峰, 男, 1979年8月生, 博士、副教授。主要研究方向为振动控制、微机电系统设计。

Email: hopeasy@163.com

**通信作者简介:** 孟庆国, 男, 1990年9月生, 硕士生。主要研究方向为机械振动、振动抑制。

Email: 867006830@qq.com。



