Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.02.015

直齿轮系齿根裂纹损伤程度检测方法

孙琦¹, 刘新厂², 张 兵², 陈春俊¹

(1. 西南交通大学机械工程学院 成都,610031) (2. 西南交通大学牵引动力国家重点实验室 成都,610031)

摘要 为了实现直齿轮系裂纹损伤程度的检测,提出一种基于主成分分析(principal component analysis,简称 PCA)及灰色理论相结合的方法。首先,建立直齿轮系动力学模型,通过仿真获得不同裂纹损伤程度下直齿轮系振动信号,基于现代信号分析方法(包括时域方法和频域方法),提取振动信号中齿轮损伤变化敏感的多个故障行为特征参数;其次,通过 PCA 方法与灰色关联分析算法对多维特征参数进行优化、降维;最后,用关联度表征裂纹损伤程度从而实现对直齿轮系裂纹故障的程度检测。由动力学模型的仿真数据的分析表明,运用笔者提出的 PCA 及灰色理论相结合的方法检测直齿轮系裂纹故障比直接对特征参数定阈值的检测方法关联度数值提高了 16%,从而证明了该方法的有效性。

关键词 机械学;程度检测;灰色关联分析;主成分分析方法;状态识别 中图分类号 TH132.413

引 言

齿轮是机械传动系统中的主要部件,其运行状态对工业设备的正常运行至关重要。一般工业齿轮系统的运行环境恶劣,容易产生断齿、点蚀、磨损及胶合等故障。据统计,传动系统中齿轮发生故障比例极高,约为 80%^[1],齿轮损坏往往会导致传动系统无法正常运转。

对于齿轮裂纹损伤检测方法往往在于裂纹故障 存在性的研究。Barszcza等^[2]研究了基于谱峭度的 风机行星齿轮的裂纹检测方法。Pryor等^[3]比较了 4 种时频分析方法:短时傅里叶变换(short-time Fourier transform,简称 STFT)、Wigner-Ville 分 布、连续小波变换(continuous wavelet transform, 简称 CWT)、离散小波变换(discrete wavelet transform,简称 DWT)在齿轮裂纹故障检测方面的应 用。苏中元等^[4]研究了如何采用希尔伯特黄变换 (Hilbert-Huang transform,简称 HHT)方法识别 齿轮裂纹损伤的微弱信号成分。曹精明等^[5]结合高 阶累积量与经验模态分解(empirical mode decomposition,简称 EMD)方法的各自优点,提出了一种 抑制系统噪声,突出信号的损伤与故障特征的齿轮 损伤检测方法。 对齿轮裂纹损伤程度诊断一直是旋转机械故障 诊断领域的研究难点之一。笔者以直齿轮系为研究 对象,提出 PCA 及灰色理论相结合的方法实现对直 齿轮裂纹损伤的程度检测,旨在为工业应用提供有 效的新思路和新方法。

为了验证该方法的有效性,首先建立含有齿轮 裂纹故障的齿轮系动力学模型,仿真获得不同损伤 程度下的直齿轮系振动信号,采用多种现代信号分 析方法(时域、频域等),提取振动信号中与齿轮损伤 变化敏感的多个特征。将不同损伤状态下的特征按 等级排好。运用主成分分析方法对提取特征进行优 化选择,得到标准模式矩阵。采用灰色关联分析算 法分析待检信号,根据得到的关联度对裂纹损伤进 行程度检测。

1 直齿轮系损伤动力学建模

1.1 直齿轮系动力学建模

近年来随着齿轮系统动力学研究的逐渐深入, 齿轮动力学模型已经由单自由度的齿轮副模型^[6]发 展到复杂的多自由度模型^[7]。齿轮动力学模型建立 的过程中,为了真实模拟单级齿轮传动系统,通常将 电机以及负载考虑在内。假设各个部件没有制造安

^{*} 国家自然科学基金资助项目(61134002) 收稿日期:2017-05-05;修回日期:2017-11-23

装误差并且润滑状态理想,采用集中参数法建立图 1的简化动力学模型。模型中每个齿轮具有3个自 由度(一个旋转和两个平移),电机以及负载分别具 有一个自由度(自身的旋转)。当仅考虑齿轮间由时 变啮合刚度以及阻尼引起的内部激励忽略齿间摩擦 时,齿轮沿 *x* 方向为有阻尼的自由衰减振动,当系 统稳定时振动量消失,所以可以忽略这个方向的自 由度。



图 1 6 自由度动力学模型 Fig. 1 Dynamics model with 6 degrees of freedom

1.2 齿根裂纹损伤动力学建模

齿轮传动的过程中,齿根部位受到弯曲应力的 反复作用,齿轮系统运行一段时间后,齿根部位出现 疲劳裂纹。当含有齿根裂纹的轮齿进入啮合时,轮 齿的啮合刚度发生变化^[8]。

1.2.1 无故障齿轮啮合刚度求解

文献[9]提出采用能量法计算齿轮时变啮合刚 度。计算过程中假定齿轮啮合系统的总能量由三部 分组成:弯曲势能Ub、赫兹能Uh以及径向压缩变形 能Ua。文献[10]在文献[9]的基础上对该模型进行 了改进,考虑了齿轮的剪切变形能Us。通过式(8) 求解得到剪切刚度 ks、弯曲刚度 kb、赫兹刚度 kh 以 及径向压缩刚度 ka,由分析可得各个刚度之间采用 串联方式连接。

齿轮传动系统的动力学方程为

$$\begin{cases} m_{1} \ddot{y}_{1} = F_{k} + F_{c} - F_{u} - F_{uc} \\ m_{2} \ddot{y}_{2} = F_{k} + F_{c} - F_{l} - F_{lc} \\ I_{1} \ddot{\theta}_{1} = M_{Pk} + M_{Pc} - R_{b1} (F_{k} + F_{c}) \\ I_{2} \ddot{\theta}_{2} = R_{b2} (F_{k} + F_{c}) - M_{gk} - M_{gc} \\ I_{m} \ddot{\theta}_{m} = M_{1} - M_{Pk} - M_{pc} \\ I_{b} \ddot{\theta}_{b} = -M_{2} + M_{gk} + M_{gc} \end{cases}$$
(1)

其中:

$$F_{k} = k_{i} (R_{b1}\theta_{1} - R_{b2}\theta_{2} - y_{1} + y_{2})$$
(2)

$$F_{c} = c_{t} (R_{b1} \dot{\theta}_{1} - R_{b2} \dot{\theta}_{2} - \dot{y}_{1} + \dot{y}_{2}$$
(3)

$$F_{u} = k_{1} y_{1}, F_{uc} = c_{1} \dot{y}_{1}$$
(4)

$$F_{l} = k_{2} y_{2} , F_{lc} = c_{2} \dot{y}_{2}$$
(5)

$$M_{pk} = k_p \left(\theta_m - \theta_1 \right) \tag{6}$$

$$M_{gk} = k_g \left(\theta_2 - \theta_b\right) \tag{7}$$

$$\begin{cases}
U_{h} = F^{2}/2k_{h} \\
U_{b} = \frac{F^{2}}{2k_{b}} = \int_{0}^{d} \frac{\left[F_{b}(d-x) - F_{a}h\right]^{2}}{2EI_{x}} dx \\
U_{s} = \frac{F^{2}}{2k_{s}} = \int_{0}^{d} \frac{1 \cdot 2F_{b}^{2}}{2GA_{x}} dx \\
U_{a} = \frac{F^{2}}{2k_{a}} = \int_{0}^{d} \frac{F_{a}^{2}}{2EA_{x}} dx
\end{cases}$$
(8)

其中:F为齿轮啮合点处的啮合力,可分解为径向力 F_a与切向力 F_b。

轮齿啮合受力示意图如图 2 所示。其中:E 为弹 性模量;G 为切变模量;I_x 为距离基圆 x 处轮齿截面 的惯性矩;A_x 为截面积;d 为啮合点与基圆之间的距 离;h_{el} 为齿轮裂纹根部到轮齿对称线之间的距离。



图 2 轮齿啮合受力示意图 Fig. 2 Force diagram of gear mesh

一对轮齿啮合时总的势能通过式(9)得到

$$U = \frac{F^{2}}{2k} = U_{\rm h} + U_{\rm b1} + U_{\rm s1} + U_{\rm a1} + U_{\rm b2} + U_{\rm s2} + U_{\rm a2} = \frac{F^{2}}{2} \left(\frac{1}{k_{\rm h}} + \frac{1}{k_{\rm b1}} + \frac{1}{k_{\rm s1}} + \frac{1}{k_{\rm a1}} + \frac{1}{k_{\rm b2}} + \frac{1}{k_{\rm s2}} + \frac{1}{k_{\rm a2}} \right)$$
(9)

通过以上方法求解得到的齿轮啮合刚度,由于 没有考虑齿轮齿基的形变使得结果普遍偏大^[10-11]。 齿基刚度 k_f 可以通过式(10)求解得

 $\frac{1}{k_{\rm f}} = \frac{\cos^2 \alpha}{EL} \left\{ L^* \left(\frac{\mu_{\rm f}}{S_{\rm f}} \right)^2 + M^* \left(\frac{\mu_{\rm f}}{S_{\rm f}} \right) \right\} +$



$$P^*\left(1+Q^*\tan^2\alpha\right)\right\} \tag{10}$$

其中:系数 L*, M*, P*, Q*可由式(11)求解 得到

 $X_{i}^{*} = \frac{A_{i}}{\theta_{f}^{2}} + B_{i}h_{fi}^{2} + \frac{C_{i}h_{fi}^{2}}{\theta_{f}^{2}} + \frac{D_{i}}{\theta_{f}} + E_{i}h_{fi}^{2} + F_{i} \quad (11)$ 其中:X_i^{*} 代表系数L^{*}, M^{*}, P^{*}和Q^{*}。 求解系数 L^* , M^* , P^* , Q^* 的过程中对应的 A_i , B_i , C_i , D_i , E_i , F_i 具有不同的取值, 具体数值如 表 1 所示, 表 1 数据从文献[11]中获得。 $h_{fi} = r_f/r_i$, h_{fi} 为齿根圆半径与齿轮内孔半径的比值, 其中: r_f 为齿根圆半径; r_{int} 为齿轮内孔半径; θ_f 为齿根圆 齿厚一半对应的角度^[11]。

表 1 公式(11)中相关系数取值 Tab. 1 Values of the coefficients of Eq. (11)

对应值	$A_i \cdot 10^{-5}$	$B_i \cdot 10^{-3}$	$C_i \cdot 10^{-4}$	$D_i \cdot 10^{-3}$	E_i	F_i
L*	-5.574 0	-1.998 6	-2.301 5	4.770 2	0.027 1	6.804 5
M^*	60.111 0	28.100 0	-83.431 0	-9.926 0	0.162 4	0.908 6
P^*	-50.952 0	185.500 0	0.053 8	53.300 0	0.289 5	0.923 6
Q^*	-6.204 2	9.088 9	-4.096 4	7.8297	-0.147 2	0.690 4

综上所述,当两对轮齿同时参与啮合时总的 有效啮合刚度可表示为式(12) 其中:*i*=1表示第1对轮齿啮合的情况;*i*=2表示第2对轮齿啮合的情况。

$$=\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\frac{1}{k_{hi}}+\frac{1}{k_{b1,i}}+\frac{1}{k_{s1,i}}+\frac{1}{k_{a1,i}}+\frac{1}{k_{f1,i}}+\frac{1}{k_{b2,i}}+\frac{1}{k_{s2,i}}+\frac{1}{k_{a2,i}}+\frac{1}{k_{f2,i}}}$$
(12)

1.2.2 存在裂纹时齿轮啮合刚度求解

k

文献[12-13]指出齿轮裂纹故障经常在小齿轮的齿根处产生并且大多数情况下裂纹成直线, 扩展路径光滑并且连续。基于以上研究,可以将 裂纹扩展路径简化为一条直线,裂纹产生的起点 在齿根处,裂纹与齿轮中心线的夹角为 v,裂纹长 度为 q。

文献[14]研究表明:当齿轮根部产生裂纹时,赫 兹刚度以及轴向压缩刚度保持不变,只有弯曲刚度 以及剪切刚度发生变化。当齿根存在裂纹时,距离 基圆 *x* 处的惯性矩 *I x* 以及有效面积 *A x* 可以通过 式(13~14)求解得到。

$$I_{x} = \begin{cases} \frac{1}{12}(h_{c1} + h_{x})^{3}L & (x \leq g_{c}) \\ \frac{1}{12}(2h_{x})^{3}L & (x > g_{c}) \end{cases}$$
(13)
$$A_{x} = \begin{cases} (h_{c1} + h_{x})L & (x \leq g_{c}) \\ 2h_{x}L & (x > g_{c}) \end{cases}$$
(14)

其中: h_x 为齿轮啮合点与距离齿根 x 处的中心线上 点的垂直距离; g_c 为当 h_x 与 $h_{\rm el}$ (齿轮裂纹根部到轮 齿对称线之间的距离)相等的情况下,轮齿啮合点距 离齿根的水平距离(g_c , h_x 如图 2 所示)。 将式(13)与(14)带入式(8)可以求解含有裂纹 损伤齿轮的弯曲势能以及剪切势能,从而求解得到 含裂纹齿轮啮合刚度。

2 直齿轮系裂纹损伤程度检测

2.1 基于 PCA 的特征选择

主成分分析也称主分量分析,旨在利用数据降 维的思想,把多指标转化为少数几个综合指标的一 种统计分析方法^[15]。在研究实际问题中,为了全 面、系统地分析问题,需要考虑众多指标。每个指标 都在一定程度上反映了所研究问题的一些信息,并 且指标之间彼此有一定的相关性。主成分分析采取 高效数据降维处理技术,提取几个综合而且彼此之 间互不相关的特征尽可能地反映全面的测试信息, 从而达到简化的目的^[16]。

一个 n 维特征向量 $X = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]$ 正交 变化后可以得到 $Y = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_n]$,其中, y_1, y_2 , …, y_n 彼此之间不相关。通过式(15)及(16)可以分别 求解得到第 i 个主分量的贡献率以及前 m 个主分量 的累积贡献率,其中 λ_i 为第 i 个主分量 y_i 的方差。

文中采用的实际特征向量 Y 是在累计贡献率

大于 95%的情况下获得的。峭度(Kurtosis)、4 阶 性能因子(FM4)是齿轮传动系统损伤检测以及故 障诊断中最常用到的统计指标。频域统计指标 (spectrum kurtosis,简称 KS)、均方根(root mean square,简称 RMS)、均值以及一个新的统计量 s_a 等 也是现代故障诊断中常用到的一些参数,所以文中 选用以上 6 个指标。其中参量 s_a 是一个新的统计 量^[17],与峭度相比对于伪振动信号具有较低的敏感 性,可以通过式(17)进行求解

$$t_i = \lambda_i / \sum_{k=1}^n \lambda_k \tag{15}$$

$$tt_m = \sum_{i=1}^m \lambda_i / \sum_{k=1}^n \lambda_k$$
(16)

$$s_{\alpha} = \frac{\left(\frac{1}{N}\right) \sum_{n=1}^{N} |x(n) - \bar{x}|^{3}}{\left(\left(\frac{1}{N}\right) \sum_{n=1}^{N} |x(n) - \bar{x}|\right)^{3}}$$
(17)

2.2 灰色关联度

灰色关联度分析法^[18] (grey relational analysis)是根据因素之间发展趋势的相似或相异程度, 作为衡量因素间关联程度的一种方法。直齿轮损伤 程度识别过程中,所采用的判别函数为标准模式与 未知模式之间的关联度计算式。

假设待检模式序列为 $X_0 = \{x_0(j)\}, j = [1, 2, ..., n]$,标准模式序列 $X_i = \{x_i(j)\}, i = [1, 2, ..., m], j = [1, 2, ..., n]$ 。 X_0 与 X_i 的关联系数可以通过下式求解得到

 $\gamma(x_0(j), x_i(j)) =$

$$\frac{\min_{i} \min_{j} |x_{0}(j) - x_{i}(j)| + \rho \max_{i} \max_{j} |x_{0}(j) - x_{i}(j)|}{|x_{0}(j) - x_{i}(j)| + \rho \max_{i} \max_{j} |x_{0}(j) - x_{i}(j)|}$$
(18)

其中:ρ为分辨系数。

根据经验一般取值为 $\rho=0.5, X_0$ 与 X_i 的关联 度为

$$\gamma_{i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \gamma(x_{0}(j), x_{i}(j))$$
(19)

2.3 损伤程度检测

首先将裂纹按照损伤程度分为 *m* 个状态,并且 计算各个状态下系统动力学响应的 *n* 个特征值。将 得到的不同状态下的特征值与要检测的状态的特征 值,组成一个 *m*+1 行 *n* 列的矩阵。通过 PCA 方法 对得到的特征矩阵进行降维,由前 *i* 个主分量的累 积贡献率获得特征向量 Y。特征向量归一化得到标 准模式特征向量,将待检信号的特征向量与标准模 式特征向量采用灰色关联理论得到关联度向量,关 联度向量中的极大值即为裂纹损伤度。损伤程度检 测流程如图 3 所示。



图 3 损伤程度检测流程图

Fig. 3 Damage degree detection flow chart

3 仿真分析

笔者对小齿轮裂纹长度从 0~1.5 mm 过程损伤的程度检测进行仿真分析。裂纹长度每增加 0.1 mm作为一个状态。齿轮参数如表 2 所示,齿轮 箱系统其他参数如表 3 所示。通过式(12)求解得到 含有不同裂纹长度的时变啮合刚度。图 4 为一对齿轮副 在损伤为 q = 0.0 mm, q = 0.5 mm, q = 1.0 mm, q = 1.5 mm, 情况下的刚度变化曲线。将

表 2 仿真齿轮参数 Tab. 2 Simulation gear parameters

齿轮	齿数	模数/ mm	压力角/ (°)	弹性模量/ (N•mm ⁻²)	泊松比	齿宽/ mm
小齿轮	19	2	20	2×10^5	0.3	16
大齿轮	48	2	20	2×10^5	0.3	16

表 3 齿轮箱系统主要参数

Tab. 3 Main parameters of gear box system

参数名称	数值
小齿轮质量/kg	0.96
大齿轮质量/kg	2.88
电机转动惯量/(kg·m²)	0.002 1
负载转动惯量/(kg•m²)	0.010 5
小齿轮转动惯量/(kg・m ²)	4.365 9×10^{-4}
大齿轮转动惯量/(kg•m²)	8.360 2×10^{-3}
啮合频率/Hz	570
电机转矩/(N・m)	11.9
负载转矩/(N・m)	48.8
扭转刚度/(N・m・rad ⁻¹)	4.4×10^{4}
扭转阻尼/(N・m・rad ⁻¹)	5×10^{5}
轴承径向刚度/(N・s・m ⁻¹)	6.56 $\times 10^{7}$
轴承径向阻尼/(N・s・m ⁻¹)	1.8×10^{5}



图 4 不同程度裂纹时变啮合刚度

Fig. 4 Time-varying mesh stiffness under different damage

刚度数值带入动力学模型,采用4阶Runge-Kutta 数值积分法求解系统动态响应。

图 5,6 为含齿根裂纹的直齿轮动力学模型沿 v







Fig. 6 Frequency domain simulation signal of dynamic model

方向的时域以及频域仿真信号,其中图 6 中的纵坐 标"幅值"是指对时域信号做傅里叶变换之后得到的 各阶谐波信号的最大值。

由图 5 的时域信号可知,当齿轮发生故障时引起了周期性的冲击信号。由图 6 的频域信号可知, 在系统的二倍及三倍倍频处出现了大量的边带成分,同时边带幅值随着损伤的增大而增加。

由于小齿轮裂纹长度从0开始每增加0.1 mm 作为一个状态直到裂纹长度到达1.5 mm停止,所 以总共包含16个状态。对这16个状态下的齿轮 动力学响应结果进行分析,提取故障齿轮 y方向 振动量的6个特征值,即峭度(Kurtosis)、4 阶性能 因子(FM4)、频域统计指标谱峭度(KS)、均方根 (RMS)、均值以及一个新的统计量 s。与损伤程度 为 1.05 mm 状态下的 6 个特征值组成一个 17 行 6 列的矩阵。通过 2.1 节的方法求解得到特征向 量 Y。其中,最后一行为待检测状态,前 16 行为标 准模式状态。通过 2.2 节的方法求解得到灰色关 联度向量如图 7 中 a 线所示,关联度最大数值为 0.997 2 。得到状态关联度最大的为裂纹长度为 1.0 mm 的状态,得到裂纹损伤度阈值是在 0.9~ 1.1 mm 之间。

为了验证笔者方法的有效性,将得到的各个状态的特征向量不做主成分分析,直接按照灰色关联 度函数进行求解,得到的关联度变化曲线如图7中 b线所示。从图中可以看出,关联度的最大数值为 0.8585。计算可得,通过PCA分析后的数据求取 的关联度数值比不做PCA的提高了16%,说明通 过PCA方法可以获得更高的关联度数值;并且通过 对比发现运用PCA与不运用PCA分析得到的关联 度数值曲线具有更好的单调性,与实际情况更加符 合。其中损伤级别与齿轮裂纹的长度相对应,损伤 级别越高齿轮裂纹长度越大。



图 7 关联度数值变化曲线 Fig. 7 The correlation degree value curve

4 结束语

针对直齿轮系裂纹损伤的程度检测,笔者提 出了一种基于 PCA 与灰色理论相结合的损伤程度 检测方法。通过主成分分析方法,实现了对齿轮 损伤敏感特征的提取。基于灰色理论的关联度参 数能够实现对齿轮损伤进行程度检测。这种方法 比单一的运用齿轮信号获得的特征更为有效,获 得的关联度数值有了明显提高,关联度数值有明 显的变化趋势。笔者在建立齿轮损伤模型时,进行 了相应的模型简化,并且没有进行试验验证,在今后 的研究中将进行相应的完善。

参考文献

- [1] 韩捷,张瑞林.旋转机械故障机理及诊断技术[M].
 北京:机械工业出版社,1997:83-84.
- [2] Barszcza T, Randall R. Application of spectral kurtosis for detection of a tooth crack in the planetary gear of a wind turbine[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(4): 1352-1365.
- [3] Pryor A, Mosher M. The application of time-frequency methods to HUMS[C] // The American Helicopter Society's 57th Annual Forum. Washington: American Helicoptor Society Inc., 2001:1246-1259.
- [4] 苏中元,贾民平. 基于希尔伯特-黄变换周期平稳类微弱故障信号检测[J]. 东南大学学报:自然科学版, 2006,36(3):389-392.
 Su Zhongyuan, Jia Minping. Detection of weak fault signal about cyclostationary by Hilbert-Huang transform [J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2006,36(3):389-392. (in Chinese)
- [5] 曹精明,邵忍平,胡文涛. HOC 与 EMD 结合的齿轮损 伤检测研究[J]. 仪器仪表学报,2011,32(4):729-735.
 Cao Jingming, Shao Renping, Hu Wentao. Gear damage detection based on higher order cumulant combined with empirical mode decomposition[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011,32(4):729-735. (in Chinese)
- [6] Parey A, Tandon N. Spur gear dynamic models including defect: a review[J]. The Shock and Vibration Digest, 2003,35(6):465-478.
- [7] 王旭,伍星,曹永立,等. 含裂纹故障的齿轮系统动力学 特性研究及其故障特征分析[J]. 振动与冲击,2017, 36(9):74-79.
 Wang Xu, Wu Xing, Cao Yongli, et al. Dynamic characteristics of a gear system with crack fault and its fault feature analysis [J]. Journal of Vibration and
- [8] 万志国,訾艳阳,曹宏瑞,等.时变啮合刚度算法修正 与齿根裂纹动力学建模[J].机械工程学报,2013,49 (11):153-160.

Shock, 2017, 36(9): 74-79. (in Chinese)

Wan Zhiguo, Zi Yanyang, Cao Hongrui, et al. Timevarying mesh stiffness algorithm correction and tooth crack dynamic modeling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013,49(11):153-160. (in Chinese)

[9] Yang D C H, Lin J Y. Hertzian damping, tooth fric-

tion and bending elasticity in gear impact dynamics [J]. Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1987,109(2):189-196.

- [10] Tian Xinhao. Dynamic simulation for system response of gearbox including localized gear faults [D]. Edmonton, Canada: University of Alberta, 2004.
- [11] Fakher C, Tahar F, Mohamed H. Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gear mesh stiffness[J]. Eurpean Journal of Mechanics A/ Solids, 2009(28):461-468.
- [12] Meltzer G, Dien N P. Fault diagnosis in gears operating under non-stationary rotational speed using polar wavelet amplitude maps[J]. Mechanical Systems and Signal Processing 2004,18(5):985-992.
- [13] Lewicki D G. Gear crack propagation path studiesguidelines for ultra-safe design[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2002,47(1):64-72.
- [14] Tian Xinhao, Zuo M J, Fyfe K R. Analysis of the vibration response of a gearbox with gear tooth faults
 [C] // ASME International Mechanical Engineering
 Congress and Exposition. California, US: Anaheim,
 CA, 2004:785-793.
- [15] 高宏力,许明恒,李登旺,等. 基于 PCA 和动态监测 模型的刀具寿命在线检测技术[J]. 仪器仪表学报, 2010,30(11):2416-2421.

Gao Hongli, Xu Mingheng, Li Dengwan, et al. Online tool life measurement technique based on PCA and dynamic monitoring model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010,30(11):2416-2421. (in Chinese)

- [16] 曹先庆. 基于 PCA-改进算法 BP 神经网络的软测量技术[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(S): 2342-2343.
 Cao Xianqing. Soft-sensing technology based on PCA-improved BP neural network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2006, 27(S): 2342-2343. (in Chinese)
- [17] Tao Bo, Zhu Limin, Ding Han, et al. An alternative diagnostic index of rolling element bearings—a comparison study [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007,92(5):660-670.
- [18] 刘思峰, 蔡华, 杨英杰, 等. 灰色关联分析模型研究 进展[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(8): 2041-2046.

Liu Sifeng, Cai Hua, Yang Yinjie, et al. Advance in grey incidence analysis modeling [J]. Systems Engineering -Theory & Practice, 2013,33(8):2041-2046. (in Chinese)



第一作者简介:孙琦,女,1990 年 9 月 生,博士生。主要研究方向为轨道交通 领域的旋转机械故障诊断算法。 E-mail:SsSunqiqi@163.com

通信作者简介:刘新厂,男,1987年4月 生,博士生。主要研究方向为轨道交通 领域故障诊断及检测方法。

E-mail:kuanxin07@my.swjtu.edu.cn