

考虑模态耦合的球头铣刀颤振稳定域建模方法*

代月帮, 李宏坤, 魏兆成

(大连理工大学机械工程学院 大连, 116024)

摘要 球头铣刀广泛应用于曲面加工中,因此构造出针对球头铣刀的颤振稳定域叶瓣图意义重大。利用精细积分法对铣削系统二阶动力学方程进行时域数值求解,由切削刃与切触区域不同时刻的关系,确定出时域数值求解方程中所需要的刀刃瞬时切削部位,通过 Floquet 定理获得了高精度的颤振稳定域叶瓣图,并在三轴数控机床进行了正确性试验验证。试验结果与预测结果相一致,表明所提供的方法能够为球头铣刀实现无颤振切削加工提供有力的技术支撑。

关键词 精细积分;模态耦合;颤振;球头铣刀;稳定域叶瓣图

中图分类号 TH113.1

1 问题的引出

铣削过程中不合适的切削参数导致的颤振严重地影响到了加工效率、精度、质量以及稳定性,制约了铣削技术的快速发展。在多种颤振形成的机理模型中,再生型颤振被认为是切削过程中产生颤振最直接、最根本的原因。如图 1 所示,由于机床结构振动,上一次切削与本次切削振动位移之间的相位差异导致刀具切削厚度不均而引起自激振动,即为再生型颤振^[1]。

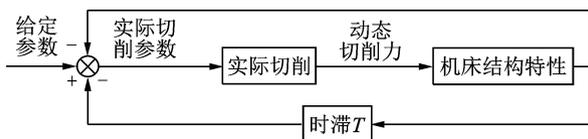


图 1 再生型颤振的理论模型

Fig. 1 Mechanism model of regenerative chatter

对铣削动力学方程进行时域离散化处理,获得振动位移的时序表达式,绘制出轴向临界切削深度随主轴转速变化的叶瓣图是目前避免颤振最有效的方法。国内外学者研究了多种颤振时域数值求解算法,如:基于龙格库塔的时域求解法^[2];全离散时域求解法^[3];完全离散时域数值求解法^[4]。但是,不论是龙格库塔法、全离散法还是改进的完全离散法,本质上都属于差分类方法,其优

点是易于实现,但差分引起的误差很难从根本上消除^[5],同时它们所建立的模型忽略了刀具系统的模态耦合因素。

针对上述不足,笔者利用精细积分法构造出考虑模态耦合的球头铣刀颤振稳定域叶瓣图,并对其进行试验验证,克服传统模型中存在的弊端。

2 球头铣刀-工件动力学方程

2.1 动力学方程的建立

考虑进给方向 x 和法向 y 方向的模态耦合,建立如式(1)所示的方程

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (1)$$

其中:

$$M = \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2m_{xx}\xi_{xx}\omega_{nxx} & 2m_{xy}\xi_{xy}\omega_{nxy} \\ 2m_{yx}\xi_{yx}\omega_{nyx} & 2m_{yy}\xi_{yy}\omega_{nyy} \end{bmatrix};$$
$$K = \begin{bmatrix} m_{xx}^2\omega_{nxx} & m_{xy}^2\omega_{nxy} \\ m_{yx}^2\omega_{nyx} & m_{yy}^2\omega_{nyy} \end{bmatrix}; q(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}; F(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix};$$

M, C, K 分别表示刀具系统 $x-x, x-y, y-x$ 和 $y-y$ 方向的模态质量、阻尼系数和固有频率; $F_{ix}(t), F_{iy}(t)$ 分别为 x, y 方向刀具所受到的动态切削力。

* 国家自然科学基金资助项目(51575075)

收稿日期:2017-05-18;修回日期:2017-08-18

2.2 动态切削力求解

2.2.1 切削刃几何模型

式(2)为第 j 刀刃上第 i 个微元坐标表达式^[6-7]

$$\begin{cases} \psi_{ji}(k) = (R - R\cos k)\tan\beta/R \\ \varphi_{10}(t) = 2\pi nt/60 \\ \varphi_{ji}(t) = \varphi_{10}(t) - (j-1)2\pi/N_f - \psi_{ji}(k) \end{cases} \quad (2)$$

其中： R 为球头铣刀半径； β 为切削刃螺旋角； t 为切削过程中的时间； k 为切削微元的轴向接触角； $\psi_{ji}(k)$ 为切削微元的径向滞后角； $\varphi_{10}(t)$ 为刀具转动角度； n 为刀具转速； $\varphi_{ji}(t)$ 为切削微元的径向接触角； N_f 为切削刃数目。

2.2.2 动态切削力模型

切向力 $dF_{t,ji}(\varphi_{ji}(t),k)$ 、径向力 $dF_{r,ji}(\varphi_{ji}(t),k)$ 和轴向力 $dF_{a,ji}(\varphi_{ji}(t),k)$ 表示为

$$\begin{cases} dF_{t,ji}(\varphi_{ji}(t),k) = K_t h(\varphi_{ji}(t),k) db \\ dF_{r,ji}(\varphi_{ji}(t),k) = K_r h(\varphi_{ji}(t),k) db \\ dF_{a,ji}(\varphi_{ji}(t),k) = K_a h(\varphi_{ji}(t),k) db \end{cases} \quad (3)$$

其中： $h(\varphi_{ji}(t),k)$ 为瞬时动态切削厚度； K_t 为切向力系数； K_r 为径向力系数； K_a 为轴向力系数； db 为瞬时切削宽度， $db = Rdk$ ； R 为铣刀球头半径。

2.2.3 动态切削厚度

切削微元的动态切削厚度如式(4)所示

$$\mathbf{h}_d(t) = \begin{bmatrix} \text{sink}\sin\varphi_{ji}(t) \\ \text{sink}\cos\varphi_{ji}(t) \\ -\cos k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x(t) - x(t-T) \\ y(t) - y(t-T) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中： $x(t) - x(t-T)$ ， $y(t) - y(t-T)$ 为 t 和 $(t-T)$ 时刻在 x 和 y 方向的振动矢量； T 为时滞周期， $T = 60/(N_f n)$ 。

2.2.4 动态切削力

通过坐标变换，获得切削微元 x ， y 方向瞬时动态切削力为

$$\begin{bmatrix} dF_{x,ji}(\varphi_{ji}(t),k) \\ dF_{y,ji}(\varphi_{ji}(t),k) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} dF_{t,ji}(\varphi_{ji}(t),k) \\ dF_{r,ji}(\varphi_{ji}(t),k) \\ dF_{a,ji}(\varphi_{ji}(t),k) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中： \mathbf{M} 为坐标转换矩阵。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\cos\varphi_{ji}(t) & -\text{sink}\sin\varphi_{ji}(t) & -\cos k\sin\varphi_{ji}(t) \\ \sin\varphi_{ji}(t) & -\text{sink}\cos\varphi_{ji}(t) & -\cos k\cos\varphi_{ji}(t) \end{bmatrix}$$

确定切削刀刃最小和最大轴向角，即可得到如式(6)所示的动态切削力

$$\begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) - x(t-T) \\ y(t) - y(t-T) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中

$$\begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{N_f} \int_{k_{\min,j}}^{k_{\max,j}} \mathbf{M} \begin{bmatrix} K_{tc} \\ K_{rc} \\ K_{ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\varphi_{ji}(t) \\ \cos\varphi_{ji}(t) \end{bmatrix}^T R \text{sink} dk$$

3 切触区域建模

3.1 切触区域边界构成

图 2 所示的球头铣刀-工件切触区域边界主要由如图 3 所示的 a, b, c, d 这 4 条线组成^[7]。

如图 4 所示，以铣刀球头顶点为原点，构建三维笛卡尔坐标系 $x-y-z$ ，其中： z 轴为铣刀轴线，远离球头铣刀的顶点为正方向； x 轴为进给方向，正方向指向待加工表面。在该坐标系下，铣刀球头轮廓的方程为 $x^2 + y^2 + (z-R)^2 = R^2$ ，其中 R 为铣刀球头半径。

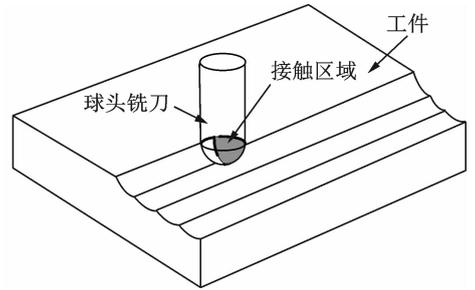


图 2 切触区域

Fig. 2 The schematic for contact area of ball-end mill-workpiece

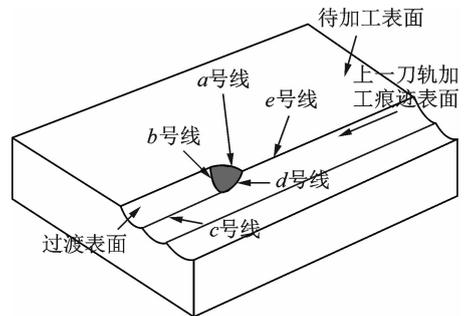


图 3 切触区域边界组成

Fig. 3 The schematic for borderline of contact area

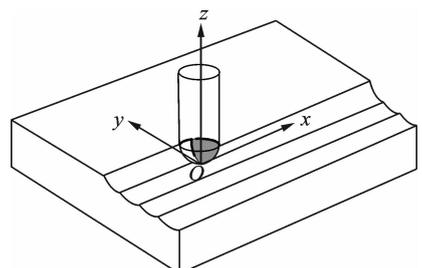


图 4 三维坐标系建立示意图

Fig. 4 The schematic for 3D coordinate system

3.2 求解切触区域边界的投影方程

1) a 号线投影方程

在 $x-y$ 平面内, a 号线投影方程为 $x^2 + y^2 = R^2 - (R - L_{jg})^2$, L_{jg} 为切削深度。

2) b 号线投影方程

在 $x-y$ 平面内, b 号线投影为 1 条与 y 轴重合的直线, 方程为 $x = 0$ 。

3) c 号线投影方程

如图 5 所示, 在 $y-z$ 坐标下, 获取球头截面方程 $y^2 + (z - R)^2 = R^2$, 将其沿 y 轴负方向平移刀轨间距 L_{xl} , 即可得到与本次刀位点相对应的上一刀轨的铣刀球头截面方程, 该方程为 $(y + L_{xl})^2 + (z - R)^2 = R^2$ 。 $y^2 + (z - R)^2 = R^2$ 与 $(y + L_{xl})^2 + (z - R)^2 = R^2$ 的交点 M 点为 c 号线在 $y-z$ 平面的投影, 因此 c 号线投影方程为 $y = -L_{xl}/2$ 。

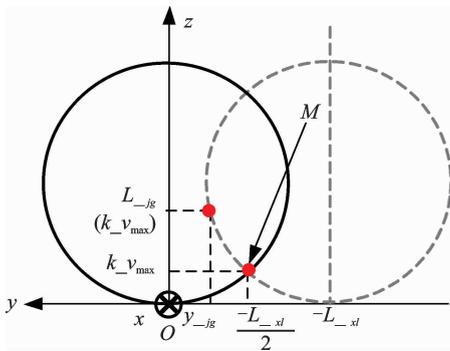


图 5 M 点示意图

Fig. 5 The schematic for point M

4) d 号线投影方程

d 号线上的其它点的投影坐标可以认为是不同轴向切削深度所对应的 a 号线与 e 号线的投影方程的交点。因此, 通过插值理论, 可以获得 d 号线多项式方程。

如图 6 所示, a, b, c, d 投影共同围成的区域即为工件与球头铣刀切触区域在 $x-y$ 平面的投影。

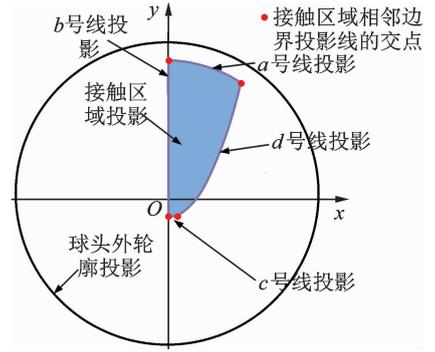


图 6 切触区域在 $x-y$ 平面的投影

Fig. 6 The projection of the contact region in the $x-y$ plane

其中:

$$A_0 = \begin{bmatrix} -M^{-1}C/2 & M^{-1} \\ CM^{-1}C/4 - K & -CM^{-1}/2 \end{bmatrix};$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_c(t) & 0 \end{bmatrix}; K_c(t) = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix}.$$

将 $A(t)v(t) - A(t)v(t-T)$ 用 $f(t)$ 来表示, 则对于非齐次方程 (8), 由常微分理论可知, 一般解^[8]为

$$v(t) = e^{A_0(t-t_p)} \{v(t_p) + \int_{t_p}^t e^{-A_0(\delta-t_p)} f(\delta) d\delta\} \quad (9)$$

将时滞周期 T 均分为 m 份, 即 $T = m\tau$, 在 $[t_p, t_{p+1}]$ 中, 将 $f(t)$ 表示为如下形式

$$f(t) = r_0 + r_1(t - t_p) \quad (10)$$

其中:

$$r_0 = f(t_p) = A(t_p)v(t_p) - A(t_p)v(t_p - m\tau);$$

$$r_1 = \frac{A(t_{p+1})v(t_{p+1}) - A(t_{p+1})v(t_{p+1} - m\tau) - A(t_p)v(t_p) + A(t_p)v(t_p - m\tau)}{\tau}.$$

将 r_0, r_1 进一步表示为

$$r_0 = A_p v_p - A_p v_{p-m} \quad (11)$$

$$r_1 = \frac{A_{p+1} v_{p+1} - A_{p+1} v_{p+1-m} - A_p v_p + A_p v_{p-m}}{\tau} \quad (12)$$

由式 (9) 和式 (10) 可将 $v(t_{p+1})$ 表示为

$$v(t_{p+1}) = T_1 [v(t_p) + A_0^{-1}(r_0 + A_0^{-1} r_1)] - A_0^{-1}(r_0 + A_0^{-1} r_1 + r_1 \tau) \quad (13)$$

其中: $T_1 = e^{A_0 \tau}$ 。

将式 (11)、式 (12) 带入到式 (13) 中, 可得

$$(I - NN/\tau A_{p+1}) v_{p+1} = (T_1 + MM A_p - NN/\tau A_p) \cdot v_p - NN/\tau A_{p+1} v_{p+1-m} + (NN/\tau A_p - MM A_p) v_{p-m} \quad (14)$$

其中: $MM = T_1 A_0^{-1} - A_0^{-1}$; $NN = T_1 A_0^{-2} - A_0^{-2} - A_0^{-1} \tau$ 。

4 考虑模态耦合的动力学方程时域数值求解

4.1 基于精细积分法的动力学方程全离散

由式 (6) 可将式 (1) 表示为

$$M\dot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (7)$$

将式 (7) 表示为如下所示的哈密顿系统

$$\dot{v}(t) = A_0 v(t) + A(t)v(t) - A(t)v(t-T) \quad (8)$$

若 $(I - NN/\tau A_{p+1})$ 可逆, 则式(14)可表示为

$$v_{p+1} = (I - NN/\tau A_{p+1})^{-1} (T_1 + MM A_p - NN/\tau A_p) v_p - (I - NN/\tau A_{p+1})^{-1} NN/\tau A_{p+1} v_{p+1-m} + (I - NN/\tau A_{p+1})^{-1} (NN/\tau A_p - MM A_p) v_{p-m} \quad (15)$$

4.2 瞬时切削位置确定方法

将铣刀全部切削刃在 t_p 时刻投影到 x - y 坐标系下。由切削刃投影方程与接触区域边界方程的关系便能够得到在此刻刀刃所对应的最大和最小的轴向角。通过该方法能够获得整个周期内所有离散时刻的每一个刀刃所对应的最大和最小的轴向角^[7]。

5 叶瓣图构建方法

构建出矩阵 C_p , 满足如下映射

$$v_{p+1} = C_p v_p$$

其中:

$$C_p = \begin{bmatrix} PK & 0 & 0 & \cdots & 0 & RK_1 & RK_2 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}。$$

矩阵 C_p 中的 PK 为 4×4 矩阵, 等于式(15)中的 $(I - NN/\tau A_{p+1})^{-1} (T + MM A_p - NN/\tau A_p)$; RK_1 为 4×2 矩阵, 为式(15)中 $-(I - NN/\tau A_{p+1})^{-1} NN/\tau A_{p+1}$ 的前 2 列; RK_2 为 4×2 矩阵, 等于式(15)中 $(I - NN/\tau A_{p+1})^{-1} (NN/\tau A_p - MM A_p)$ 的前 2 列。

通过使用一系列离散 $C_p (p=0, 1, \dots, m-1)$, 获得整个周期内的过渡矩阵 Φ , 亦即

$$v_p = \Phi v_0$$

其中: $\Phi = C_{m-1} C_{m-2} \cdots C_1 C_0$ 。

由 Floquet 理论可知, 矩阵 Φ 特征值模的最大值小于 1、等于 1 和大于 1 时, 分别表示切削处于稳定状态、临界状态和不稳定状态。

改变主轴转速, 获得不同主轴转速所对应的临界切削深度, 最终构建出稳定域叶瓣图。

6 试验验证

试验验证机床是立式镗铣加工中心, 型号为 VF-3; 所用刀具为直径 10mm、螺旋角为 30° 的 2 齿

硬质合金球头铣刀; 平面加工时刀轨行距为 0.5mm; 工件材料为 45 号钢。通过试验辨识出切削力系数^[9], 具体如表 1 所示。

表 1 切削力系数

Tab. 1 Cutting force coefficients

$K_{tc}/(N \cdot mm^{-2})$	$K_{rc}/(N \cdot mm^{-2})$	$K_{ac}/(N \cdot mm^{-2})$
1 898.3	1 183.3	203.5

如图 7 所示, 分别对刀具-机床系统在 x 和 y 方向进行模态锤击试验, 得到刀尖处频响函数, 分析出刀具系统的模态参数, 具体如表 2 所示。

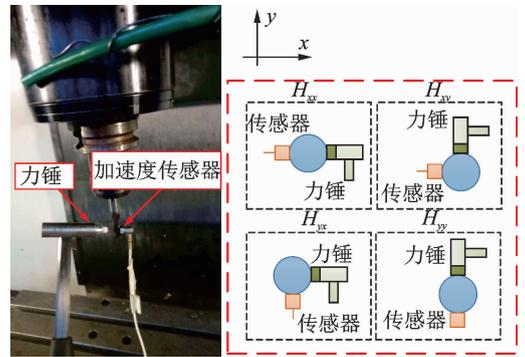


图 7 刀具系统模态测试

Fig. 7 The modal test for tool system

表 2 刀具系统模态参数

Tab. 2 The modal parameters of tool system

方向	固有频率/Hz	阻尼比 ξ	刚度/ $10^6 (N \cdot m^{-1})$
xx	586.8	0.031	4.3
xy	585.1	0.015	1.7
yx	587.1	0.036	2.4
yy	586.3	0.018	4.9

首先, 获得轴向切深为 R 时, 刀具与工件的接触区域; 其次, 选取刀具系统的第 1 阶模态参数 m 为 60, 构建出轴向切深 $[0, R]$ 、转速为 $1.5 \sim 3kr/min$ 范围间的叶瓣图, 结果如图 10 所示。

选取图 8 中的 A, B, C, D 点对构造叶瓣图进行试验验证, 各个点所对应的切削信息如表 3 所示。

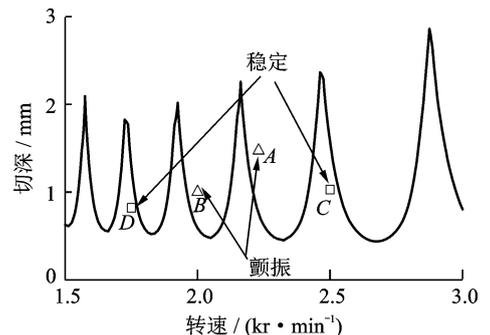


图 8 颤振稳定域叶瓣图

Fig. 8 The chatter stability lobes

表3 4点切削信息

Tab.3 The informations for the four points

序号	主轴转速/(kr·min ⁻¹)	轴向切深/mm	预测状态
A	2.25	1.50	颤振
B	2.00	1.00	颤振
C	2.50	1.00	稳定
D	1.75	0.75	稳定

通过试验获取 A, B, C, D 条件下所对应的切削力^[9], 分别对其进行时域和频域分析, 可得结果如

图 9~16 所示。

由图 9、图 11、图 13 和图 15 可知, C 和 D 条件下的切削力比 A 和 B 条件下的切削力平稳可靠^[10]。

由 A, B 点切削力频域可知, 在固有频率附近, 谐波幅值明显增大, 发生了切削颤振。由 C, D 点切削力频域可知, 在固有频率附近, 谐波幅值并未明显增大, 切削处于稳定状态。试验结果与预测结果相一致, 表明了该方法预测的正确性。

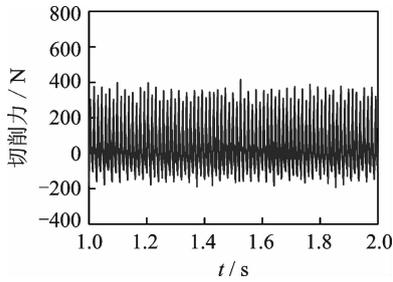


图 9 A 点切削力时域图
Fig. 9 The time domain for cutting force of point A

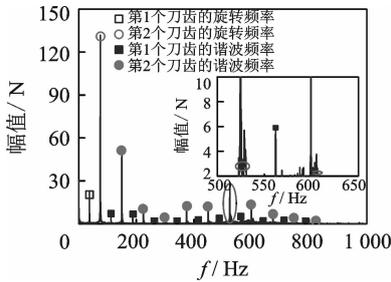


图 10 A 点切削力频域图
Fig. 10 The frequency domain for cutting force of point A

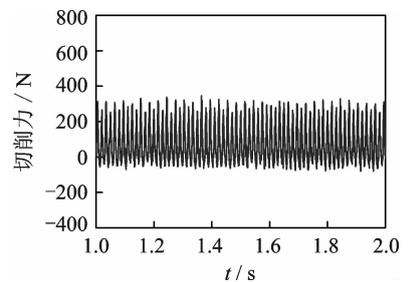


图 11 B 点切削力时域图
Fig. 11 The time domain for cutting force of point B

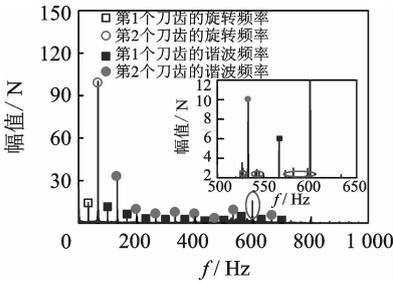


图 12 B 点切削力频域图
Fig. 12 The frequency domain for cutting force of point B

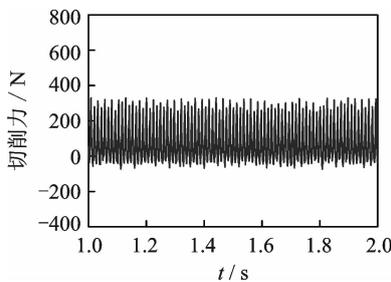


图 13 C 点的切削力时域图
Fig. 13 The time domain for cutting force of point C

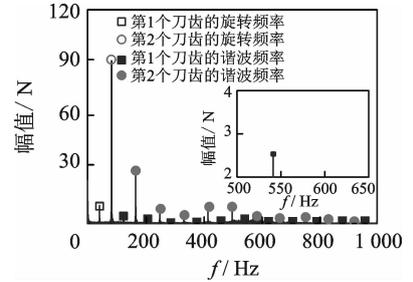


图 14 C 点的切削力频域图
Fig. 14 The frequency domain for cutting force of point C

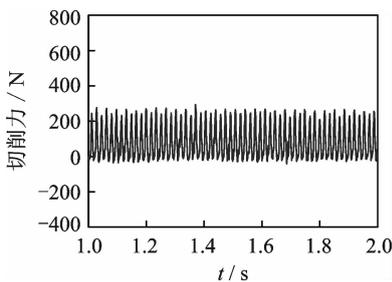


图 15 D 点的切削力时域图
Fig. 15 The time domain for cutting force of point D

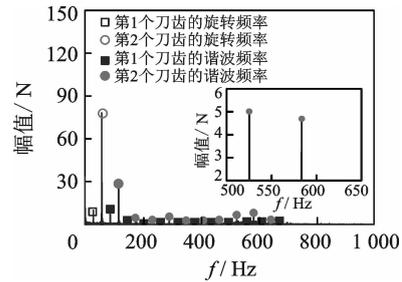


图 16 D 点的切削力频域图
Fig. 16 The frequency domain for cutting force of point D

7 结束语

利用精细积分法对考虑模态耦合的铣削系统二

阶动力学方程进行时域数值求解, 获得了球头铣刀加工过程中的稳定域叶瓣图, 并对其进行了试验验证。验证结果与预测结果相一致, 表明所提出的方法能够有效控制颤振, 同时为其他类型刀具的叶瓣图构建提供一种新的思路。

参 考 文 献

- [1] 刘强, 李忠群. 数控铣削加工过程仿真与优化: 建模、算法与工程应用[M]. 北京: 航空工业出版社, 2011: 57-67.
- [2] Li Zhongqun, Yang Zhikang, Peng Yuerong, et al. Prediction of chatter stability for milling process using Runge-Kutta-based complete discretization method[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015(1):1-10.
- [3] Ding Ye, Zhu Limin, Zhang Xiaojian, et al. A full-discretization method for prediction of milling stability [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2010, 50(5):502-509.
- [4] Li Mingzhen, Zhang Guojun, Huang Yu. Complete discretization scheme for milling stability prediction [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 71(1/2):187-199.
- [5] 富明慧, 林敬华. 精细积分法在非线性能动力学问题中的应用[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2008, 47(3): 1-5.
Fu Minghui, Lin Jinghua. Precise time step integration method in nonlinear dynamics[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni; Nature Science Edition, 2008, 47(3):1-5. (in Chinese)
- [6] 王亮. 基于 CWE 半解析模型的曲面加工铣削力预报 [D]. 大连: 大连理工大学, 2013.
- [7] 代月帮, 魏兆成, 李宏坤, 等. 基于接触区域的球头铣刀颤振稳定域预报方法研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(1): 52-61.

- Dai Yuebang, Wei Zhaocheng, Li Hongkun, et al. Research on prediction method of stability lobe diagram for ball-end mill based on engagement[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(1):52-61. (in Chinese)
- [8] Zhong Wanxie. On precise integration method [J]. Journal of Computational & Applied Mathematics, 2004, 163(1): 59-78.
- [9] Janez G, Martin K, Klaus W. Mechanistic identification of specific force coefficients for a general end mill [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2004, 44(4):401-414.
- [10] 李宏坤, 赵鹏仕, 李精忠, 等. FV520B 不锈钢铣削稳定叶瓣图的构建及实验[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(4):722-726.
Li Hongkun, Zhao Pengshi, Li Jingzhong, et al. Milling stability lobe diagram construction on FV520B stainless steel and experimental testing investigation [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(4):722-726. (in Chinese)



第一作者简介:代月帮,男,1989年1月生,博士生。主要研究方向为颤振稳定域分析。曾发表《排水量高精度连续检测方法研究》(《液压气动与密封》2016年第36卷第2期)等论文。
E-mail:daiyuebang@sohu.com

通信作者简介:李宏坤,男,1974年9月生,博士、教授。主要研究方向为颤振信号分析。
E-mail:lihk@dlut.edu.cn

欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管,南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办,是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献,包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等,不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊,双月刊,每逢双月末出版,每本定价 30 元,全年 180 元。欢迎订阅和投稿,欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址:南京市御道街 29 号 邮政编码:210016

电话:(025)84893332

传真:(025)84893332 E-mail:qchen@nuaa.edu.cn

网址:http://zdcn.nuaa.edu.cn