doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.03.013

应用 VMD 与 Teager 能量算子的结构模态系统辨识*

靳 行, 林建辉
(西南交通大学牵引动力国家重点实验室 成都,610031)

摘要 针对变分模态分解(variational mode decomposition,简称 VMD)参数选择对结构模态特征识别的影响,应用 VMD 和 Teager 能量算子(Teager energy operator,简称 TEO)提出了一种新的结构系统辨识方法,根据 VMD 层数参量 K 的变化寻找稳定的极点,用于识别结构模态特性。为了满足 TEO 对单分量的要求,采用 VMD 方法将振动信号分解成不同尺度的细节信号(band-limited intrinsic mode function,简称 BIMF)。对 BIMF 使用 TEO 法估计固有频率与阻尼比,使用层数参量 K 时形成的稳态极点判断真实结构模态系统参数,去除虚假分量。进行了数值和实验验证,并与传统方法进行比较,结果表明,所提出的方法在传统模态分析与环境激励的模态分析均为有效、准确且可行的。

关键词 模态频率;结构阻尼比;模态参数;变分模态分解;Teager 能量算子
中图分类号 TH113.1;TH132.425

引 言

对于整体结构如齿轮箱、整备后的车辆等进行模态测试时,由于施加人工激励较为困难,因此通常直接利用环境激励下的输出信号识别模态参数。与传统的输入、输出的模态实验分析相比,直接利用输出信号识别模态参数具有测量简单、对近频与重频敏感、更接近真实动力特性等优点[1]。

环境激励下的模态参数研究除了常用的频域法与时域法,时频法也是近些年被国内外广泛关注的方法。例如 Bao 等[2]开发了一种自适应的时频方法来识别电缆的张力变化。Spiridonakos 等[3]在实验室建立了桥梁-车辆系统时变频率的时变自回归移动平均模型。经验模态分解[4](empirical mode decomposition,简称 EMD)通过将信号分解成多个单一频率的固有模式函数(intrinsic mode functions,简称 IMF),然后通过希尔伯特变换提取瞬时频率。陈双喜等[5]应用该方法有效地提取车辆-轨道垂向耦合系统动态特性。李康强等[6]应用 EMD 与能量算子有效提取行星齿轮箱各阶次的模态参数。然而在一些情况下,使用 EMD 方法提取的 IMF 由于模态混叠导致一系列频率,即 IMF 非单一频率。由于边界效应,导致 IMF 本身可能是虚假的伪分量。

为了克服 EMD 的种种限制与缺陷,变分模态分解(variational mode decomposition,简称 VMD)应运而生[7]。VMD 方法继承了 EMD 的迭代思想,通过寻找中心频率,将信号进分解成不同尺度的细节信号。已经有研究表明,VMD 在机械振动信号分析[8]、故障诊断[9-10]、电网预测[11]和地震信号分析[12]等领域的性能优于 EMD 方法。尽管应用 VMD 在许多方面表现出比 EMD 的性能更加优异,但 VMD 也存在一些缺点,如层数参量 K 与罚参量 α 需要提前给定,其取值大小对计算结果影响尚缺乏理论依据[8]。

在此基础上,笔者提出基于 VMD 与 TEO 对输出信号的结构模态识别方法,并针对 VMD 参数选择这一缺陷,提出了通过调整层数参量 K 寻找稳定极点的作法,实现模态参数准确识别。首先,使用 VMD 算法对测量结构输出的加速度信号进行分解;其次,应用 TEO 算法得到瞬时频率与瞬时幅值来拟合固有频率与阻尼比;最后,将层数参量 K 作为一种最优解参考,通过观察不同 VMD 层数参量 K 时固有频率与阻尼比组成的极点,判断真实的模态参数。笔者分析了在冲击力作用下结构的数值模型,对比现有的方法以验证所提方法识别模态参数的准确性和有效性。实验研究了动车组齿轮箱的锤击法与环境激励的振动数据,结果表明,所提方法在

* 国家重点研发计划资助项目(2016YFB1200401-102)
收稿日期:2018-11-23;修回日期:2019-03-07

识别结构模态数据方面是有效而准确的。

1　基本理论

1.1　结构模态系统

具有 n 阶自由度(degrees of freedom，简称 DOF)的结构的运动方程可以写成

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{f}(t) \tag{1}$$

其中：$\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$，$\dot{\boldsymbol{x}}(t)$，$\boldsymbol{x}(t)$ 分别为结果的加速度、速度、位移响应矢量；$\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{K}$ 分别为 $n\times n$ 的质量、阻尼和刚度矩阵；$\boldsymbol{f}(t)$ 为 n 自由度激励向量。

每阶模态固有频率都是一个窄带信号，由模态叠加原理可知，每个自由度均可通过 对 n 阶模态固有频率进行叠加，得到加速度响应

$$\ddot{x}(t)=\sum_{i=1}^{n}\Phi_i q_i(t) \tag{2}$$

其中：Φ_i 为第 i 阶模态振型；$q_i(t)$ 为第 i 阶模态对应的响应函数。

当在第 z 个 DOF 上施加冲击力，并将式(2)带入式(1)中解耦，可以得到第 i 个广义模态坐标上 i 的加速度响应

$$\ddot{q}_i(t)=-\frac{f_0\boldsymbol{\varphi}_{zi,t=0}\omega_n(t)}{m_i\sqrt{1-\xi^2}}\exp(-\xi_i\omega_{ni}(t)t)\sin(\omega_{di}(t)t+\varphi_0) \tag{3}$$

其中：$\boldsymbol{\varphi}_{zi,t=0}$ 表示在 $t=0$ 时刻对第 z 个 DOF 上一个外力、第 i 个 DOF 的模态向量；ω_{ni}，ξ_i，m_i 分别为第 i 阶模态固有频率、阻尼比与模态质量；$\omega_{di}=\omega_{ni}\sqrt{1-\xi_i^2}$；$\varphi_0$ 为 相位角。

因此第 p 个自由度上的加速度响应可以写成

$$\ddot{x}_p(t)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_{pi}\ddot{q}_i(t) \tag{4}$$

将式(4)写成调幅调制信号的形式

$$\begin{cases}\ddot{x}_p(t)=\sum\limits_{i=1}^{n}u_i=\sum\limits_{i=1}^{n}A_i(t)\cos(\omega_{di}(t)t+\varphi_0)\\ A_i(t)=\dfrac{\varphi_{pi}(t)f_0\boldsymbol{\varphi}_{zi,t=0}\omega_i(t)}{m_i\sqrt{1-\xi_i^2}}\mathrm{e}^{-\xi_i\omega_i(t)}\end{cases} \tag{5}$$

1.2　变分模态分解

VMD 的方法原理与 EMD 方法十分相似，但是它放弃了 EMD 方法中循环筛选极值进行滤波的方法，而是将信号分解引入变分模型中来解决滤波问题。为了找到最优解，通过寻求约束变分模型，从而实现信号分解。在 VMD 分解的过程中，每个 BIMF 分量的中心频率及其带宽不断地交替迭代，自适应地分解为合适的信号频带，得到 K 个预设尺度下的 BIMF 分量。变分约束问题为

$$\min_{\{u_k\}\{\omega_k\}}\left\{\sum_{k=1}^{K}\left\|\partial_t\left\{\left[\delta(t)+\frac{\mathrm{j}}{\pi t}\right]*u_k(t)\right\}\exp(-\mathrm{j}\omega_k t)\right\|_2^2\right\} \tag{6}$$

其中：u_k 为模态函数集；ω_k 为每个模态函数集的中心频率；$\delta(t)$ 为脉冲单位函数。

为了解决上述约束最优化问题，VMD 算法在实施过程中综合利用了二次惩罚项和拉格朗日乘子法的优势，引入了增广拉格朗日函数 ζ，如式(7)所示

$$\zeta(\{u_k\},\{\omega_k\},\lambda)=\alpha\sum_{k=1}^{K}\left\|\partial_t\left\{\left[\delta(t)+\frac{\mathrm{j}}{\pi t}\right]*u_k(t)\right\}\exp(-\mathrm{j}\omega_k t)\right\|_2^2+\left\|f(t)-\sum_{k=1}^{K}u_k(t)\right\|_2^2+\left\langle\lambda(t),f(t)-\sum_{k=1}^{K}u_k(t)\right\rangle \tag{7}$$

其中：α 为罚参量；$\lambda(t)$ 为拉格朗日乘子。

解决式(7)中最小化问题的方法是：用交替方向乘子法进行一系列的迭代优化找到的极小值点。

VMD 算法的分解详细过程可参考文献[7]。与 EMD 方法相似，原始信号 $x(t)$ 被分解为 K 个稳定的 BIMF 分量 $u_k(t)$ 及一个能量较低的残差信号 $\varepsilon(t)$

$$x(t)=\sum_{k=1}^{K}u_k(t)+\varepsilon(t) \tag{8}$$

VMD 通过在变分问题框架中迭代搜索变分模型最优解来实现信号的分解，其本质是维纳滤波，具有很好的噪声鲁棒性，并且解决了 EMD 算法存在的模态混叠、伪分量以及易受噪声干扰等缺点，保留了 EMD 算法可以有效抑制 $\ln[A_k(t)]$ 交叉项的优点。

1.3　Teager 能量算子

Teager 能量算子是一个非线性算子，为了减少离散 TEO 算法的误差，笔者对 TEO 算子的求解进行了改进。采用改进后的 TEO 算法能准确地解调出原信号的瞬时频率 TEO[13]，信号 $u(t)$ 的能量算子 $\Psi[\cdot]$ 运算定义为

$$\Psi[u(t)]=[\dot{u}(t)^2]-u(t)\ddot{u}(t)=(A\omega)^2 \tag{9}$$

其中：$\dot{u}(t)$ 为 $u(t)$ 的 1 阶微分 $\dot{u}(t)=\mathrm{d}u(t)/\mathrm{d}t$ 。

对该无衰减自由振荡的线性振子，其振动位移为 $x(t)=A\cos(\omega t+\theta)$ 。其中：A 为振幅；ω 为角频率；θ 为初相。

对上式求 1 阶微分

$$\Psi[\dot{u}(t)] \approx (A\omega^2)^2 \tag{10}$$

改进的 TEO 算法是通过对 $\Psi[\cdot]$ 进行低通滤波，数字滤波器采用切比雪夫Ⅰ型，其单位脉冲响应为 $\delta(n)$，则有

$$\Psi_d[\cdot]=\delta(n) * \Psi[\cdot] \tag{11}$$

用 $\Psi_d[\cdot]$ 替代 $\Psi[\cdot]$，便可得到改进的离散时间能量分离算法，即改进的离散 TEO 算法。由此得到瞬时包络 $A(t)$ 和瞬时角频率 $\omega(t)$

$$\begin{cases} A(t) \approx \sqrt{\dfrac{\Psi_d(u(t))}{1-\left(1-\dfrac{\Psi_d(\dot{u}(t))}{2\Psi_d(u(t))}\right)^2}} \\ \omega(t) \approx \arccos\left(1-\dfrac{\Psi_d(\dot{u}(t))}{2\Psi_d(u(t))}\right) \end{cases} \tag{12}$$

1.4 模态固有频率与阻尼比的识别

对于小阻尼系统，可以根据模态响应的衰减幅值来计算阻尼比与固有频率[14]，由于模态响应与时间 t 之间存在以下关系

$$\begin{cases} \ln[A_k(t)]=-\xi_k\omega_{n,k}t+c \\ \omega_{n,k}=\dfrac{\mathrm{d}\omega_k(t)}{t} \end{cases} \tag{13}$$

为了估计得到固有频率与阻尼比，使用最小二乘法进行线性拟合，可以得到固有频率 $\omega_{n,k}$ 与阻尼比 ξ_k。

2 分析步骤与方法

分析步骤与方法如下：

1) 为了减少计算量，避免弱衰减和零衰减部分对结果的影响，对原始信号截取明显衰减的部分进行 VMD 分解，得到多个 BIMF 分量；

2) 预设最大分解层数 $K_{\max}$，将 VMD 层数参量设为 $K=1,2,\cdots,K_{\max}$，依次对 n 个测点的时域信号进行 VMD 分解，得到 $n\sum K_{\max}$ 个 BIMF 分量；

3) 设定低通频率，应用改进 TEO 算法得到瞬时幅值与瞬时频率，根据式(13)拟合得到不同层数参量 K 下每一个 BIMF 固有频率与阻尼比；

4) 根据层数参量 K 重新排列固有频率与阻尼比，在稳态图中观察极点列，选择不随层数参量 K 变化的稳定极点作为最终识别结果。

其中稳态图包含 3 种极点：

1) 首次出现的极点为原始极点；

2) 分解层数增加，原始极点的固有频率变化小于阈值的极点为频率极点；

3) 分解层数增加，原始极点或频率极点的频率变化与阻尼比变化均小于阈值的极点为稳态极点。

在稳态图中选择表现结构物理特性的极点，从一列极点的最低分解层数中找到稳定极点，与下一层极点比较，如果阻尼比较稳定，则选择该极点的固有频率与阻尼比作为最终识别结果。

3 仿真信号分析

3.1 仿真信号

不适一般性，建立一个五自由度的模型，采用欠定的方式对模态参数进行识别，使用图 1 中 $\ddot{x}_1(t)$，$\ddot{x}_2(t)$，$\ddot{x}_4(t)$ 的加速度响应作为测量。

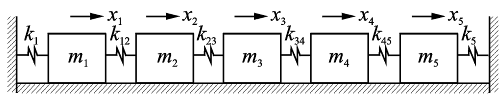


图 1 五自由度模型

Fig. 1 The 5-dof numerical model

质量矩阵为

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \tag{14}$$

刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} 800 & -800 & 0 & 0 & 0 \\ -800 & 2\,400 & -1\,600 & 0 & 0 \\ 0 & -1\,600 & 4\,000 & -2\,400 & 0 \\ 0 & 0 & -2\,400 & 5\,600 & -4\,000 \\ 0 & 0 & 0 & -4\,000 & 7\,200 \end{bmatrix} \tag{15}$$

仿真中使用 Rayleigh 阻尼模型，阻尼为 $\boldsymbol{C}=0.5\boldsymbol{M}+0.000\,4\boldsymbol{K}$，Newmark 算法用于获得系统加速度曲线。采样频率为 128Hz，冲击力施加在第 1 个自由度

$$f(t)=\begin{cases} 200\ N & (t=0) \\ 0 & (t\neq 0) \end{cases} \tag{16}$$

初始位移、初始速度均为 0。图 2 所示为测量系统中 $\ddot{x}_1(t)$，$\ddot{x}_2(t)$，$\ddot{x}_4(t)$ 的时域自由振动响应和相应的功率谱密度。

3.2 同类方法比较

首先对振动响应进行 VMD 分解，最大分解层数 $K_{\max}=10$，罚参量设为 $\alpha=1\,024$，统计不同层数

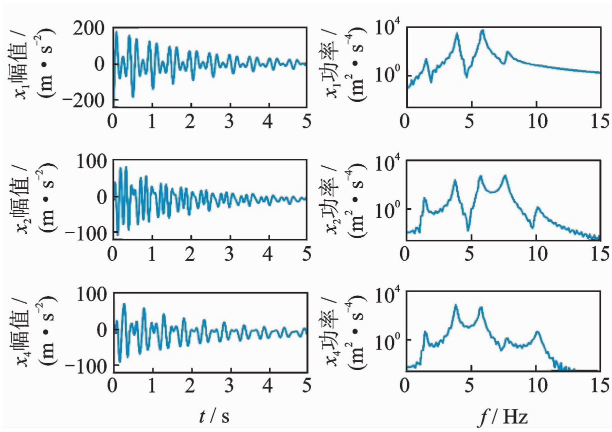


图 2　系统的时域自由振动响应和相应的功率谱密度

Fig. 2　Time-domain free-vibration responses of the system and the corresponding power spectral density

参量下模态识别结果。

为了突出本研究方法的创新性，采用两种同类方法进行对比。图 3 所示为采用文献[15]所述的 Hilbert 方法得到的稳态结果，图 4 所示为采用文献[16]所述的中心频率方法得到稳态结果。图 5 为本研究提出的 TEO 方法稳态结果。仿真信号中，频率变化阈值为 1%，阻尼比变化阈值为 5%。

如图 4～6 所示，稳态图中均存在 5 列明显的极点列。表 1 是根据稳态图中选择得到的固有频率。3 种方法识别的固有频率与理论值接近。

表 2 对比了识别结果与理论值的误差，可以看出，笔者所提的 TEO 法识别的结果平均误差要小于前 2 种方法，固有频率识别的平均误差降了0.14%。

表 3 为 3 种方法识别的阻尼比结果，结果与理论值存在一定偏差，如表 4 所示，笔者所提方法平均误差小于其他两种方法。

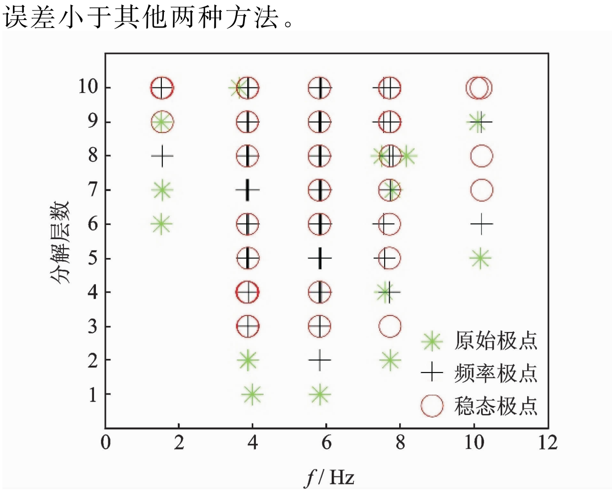


图 3　Hilbert 模态参数极点稳态图

Fig. 3　Modal parameter identification for Hilbert of stabilization diagra

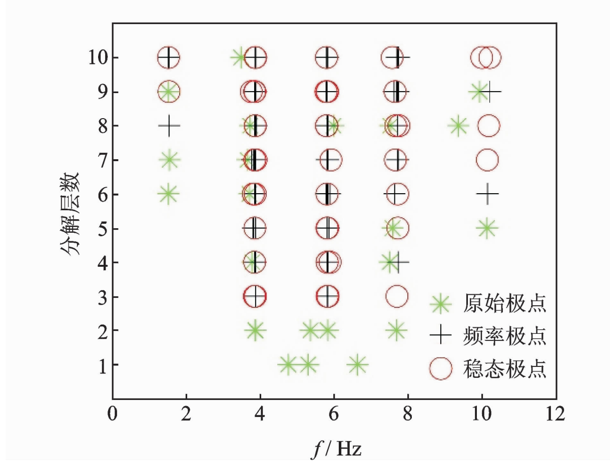


图 4　中心频率模态参数极点稳态图

Fig. 4　Modal parameter identification for center frequency of stabilization diagra

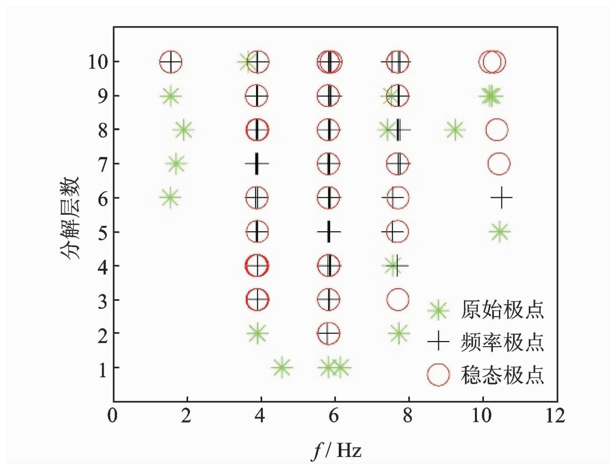


图 5　TEO 算法模态参数极点稳态图

Fig. 5　Modal parameter identification for TEO of stabilization diagra

表 1　仿真信号固有频率

Tab. 1　Modal frequencies of simulation signals　　Hz

阶数	理论值	Hilbert 法	中心频率法	TEO 法
1	1.536	1.557	1.526	1.517
2	3.980	3.880	3.838	3.870
3	5.928	5.835	5.833	5.806
4	7.975	7.735	7.702	7.686
5	10.801	10.220	10.150	10.430

表 2　固有频率误差

Tab. 2　Errors of modal frequencies　　%

阶数	Hilbert 法	中心频率法	TEO 法
1	1.40	0.70	1.20
2	2.50	3.60	2.80
3	1.60	1.60	2.10
4	3.00	3.40	3.60
5	5.40	6.00	3.40
均值	2.77	3.06	2.63

表 3 仿真信号阻尼比

Tab. 3 Damping ratio of simulation signals

阶数	理论值	希尔伯特法	中心频率法	TEO 法
1	0.027 8	0.031 7	0.031 7	0.032 5
2	0.015 1	0.013 5	0.013 5	0.013 5
3	0.014 2	0.017 3	0.015 5	0.017 2
4	0.015 0	0.013 4	0.013 4	0.015 8
5	0.017 3	0.012 7	0.012 7	0.014 5

表 4 阻尼比误差

Tab. 4 Errors of damping ratio %

阶数	Hilbert 法	中心频率法	TEO 法
1	−14.03	−14.03	−16.91
2	10.60	10.60	10.60
3	−21.83	−9.15	−21.13
4	10.67	10.67	−5.33
5	26.59	26.59	16.18

3.3 VMD 参数的影响

EMD 是一种自适应的分解算法，但是过程总可能会产生虚假分量[6]。VMD 分解依赖参数的选择，如图 6 所示，当罚参量 $\alpha=128$，随着层数参量增加，出现虚假的极点列，虚假的极点列中不会出现稳定极点，对于真实的模态结果，不会受到参数的影响。

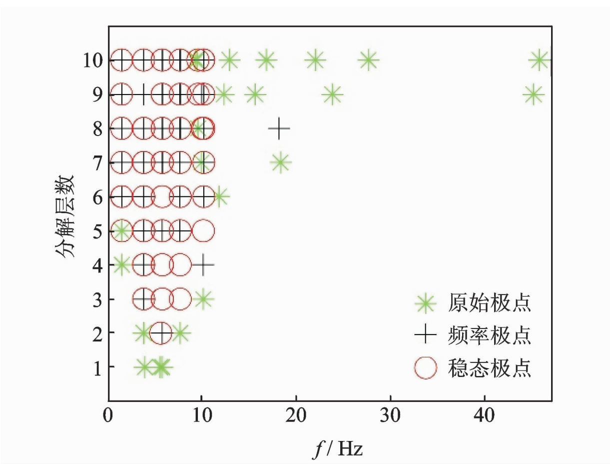


图 6 $\alpha=64$ 时 TEO 算法模态参数极点稳态图

Fig. 6 Modal parameter identification for TEO of stabilization diagram at $\alpha=64$

选择不同的罚参量 α，观察对结构系统参数识别的结果，如表 5 所示。5 阶固有频率和阻尼比均达到稳定状态需要的层数，随着罚参量 α 的增加而增加。

通过观察仿真信号，不难发现，罚参量 α 不是最优参数时，会引入虚假分量，但是虚假分量的阻尼比不会稳定，层数参量 K 偏小时，无法得到全部模态频率，因此只需最大分解层数 $K_{\max}$，真实的极点会形成稳定的极点列。由此可见，应用 VMD 的层数参量可以有效地帮助工程人员找到真实的模态固有频率与阻尼比，排除虚假分量。

表 5 参量 α 与稳态层数关系

Tab. 5 Relationship between parameter α and steady-state layer number

参数 α	稳态层数	参数 α	稳态层数
64	6	512	8
128	5	1 024	10
256	6	2 048	10

3.4 测量噪声的影响

模态实验中通常信噪比在 30～40 dB 时可以确保结果的准确[17]，因此为了验证所述方法的鲁棒性，对仿真信号添加噪声，对信噪比 10～40 dB 的测试信号进行结构模态参数的识别。

如图 7 所示，估计得到固有频率除第 1 阶以外，固有频率误差趋势与信噪比关系不明显。图 8 所示阻尼与信噪比的误差趋势，同样除第 1 阶以外，与信噪比关系不明显。由此得出结论，本研究所提基于

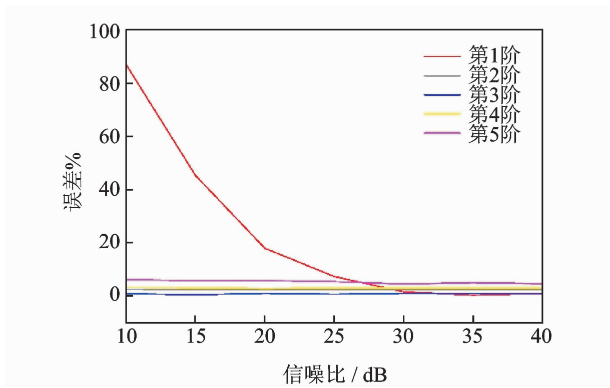


图 7 固有频率的误差趋势

Fig. 7 Error of natural frequency

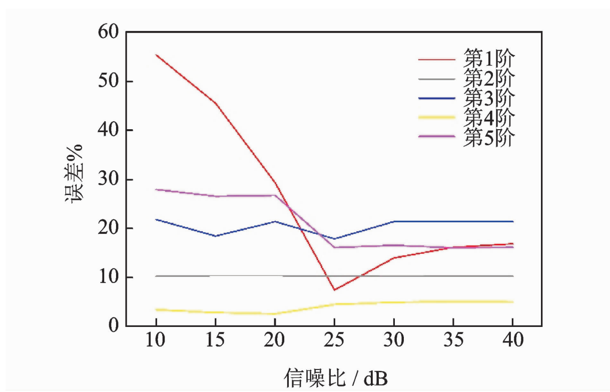


图 8 阻尼比的误差趋势

Fig. 8 Error of damping ratio

VMD 与 TEO 的结构模态辨识方法具有较好的鲁棒性，计算效果良好。

4　实测算例

实测算例来自某动车组齿轮箱模态实验，如图 9所示。动车组运行速度越来越高，其安全可靠性的要求就越来越高。齿轮箱作为动车组车辆传递扭矩驱动车辆行进的关键零部件，其安全稳定性直接影响动车组车辆的运行可靠性[18]。由于低阶模态对箱体的振动特性起主要作用，因此在持续工况时，齿轮箱箱体的固有频率应避开转动频率，避免共振现象。

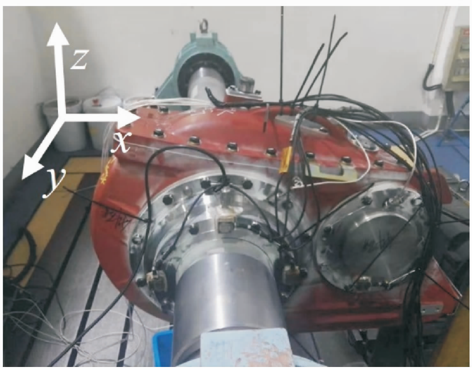


图 9　实验系统

Fig. 9　Experimental system

分别通过锤击法与环境激励两种方法进行实验，测点布置如图 10 所示，采样频率为 5kHz，改进 TEO 算法中低通滤波阈值设为 2kHz，分析频率分析范围为 0～2 kHz。从所布置传感器的对立面的水平径向齿轮箱进行锤击实验，并采集敲击过程中的振动信号。环境激励时，选取齿轮箱从最高速减速至静止。

从水平径向（图 9 所示 x 方向）对齿轮箱敲击并采集其振动加速度信号，时域信号如图 11(a)所示，环境激励信号如图 11(b)所示。利用 VMD 对其进行分解，最大分解层数 $K_{\max}=20$，罚参量设为 $\alpha=5\ 000$。应用改进的 TEO 算法得到每一层 BIFM 的固有频率与阻尼比，频率变化误差设为 1%，阻尼变化误差设为 5%，得固有频率与阻尼比的稳态结果如图 12 所示。

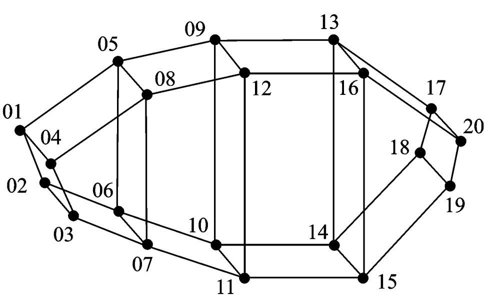


图 10　齿轮箱测点布置

Fig. 10　Measurement setup of gearbox

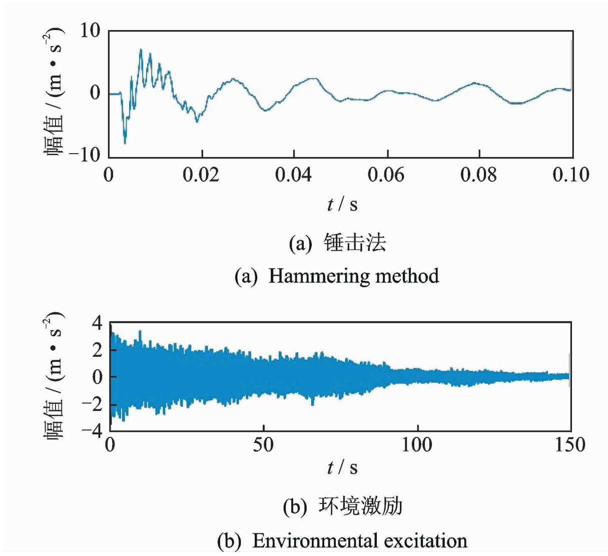


图 11　时域波形

Fig. 11　Time-domain wave

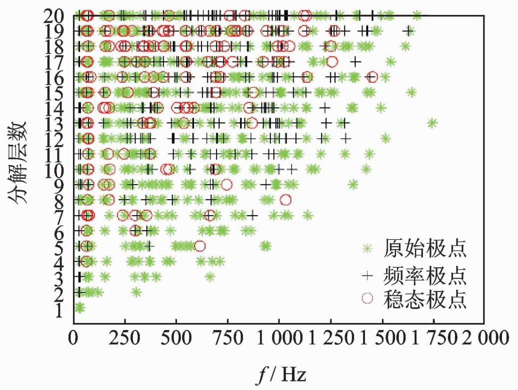
由图 12 可看出，第 1 条明显的极点列及30 Hz 附近，由于阻尼不满足阈值条件，没有稳态极点，因此不是齿轮箱固有模态频率。根据前述作法，找出极点列稳态极点，如表 6 所示为稳态极点组成的前 7 阶模态固有频率与阻尼比。

表 6　信号前 7 阶固有频率与阻尼比

Tab. 6　Signal In front of the seven order natural frequency and damping ratio

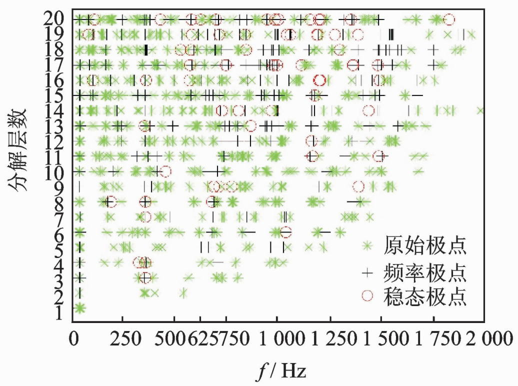
阶数	锤击法		环境激励	
	固有频率/Hz	阻尼比	固有频率/Hz	阻尼比
1	61.6	0.048 6	71.7	0.025 1
	83.1	0.039 5		
2	172.4	0.029 2	178.4	0.011 6
3	245.2	0.024 9	223.1	0.013 3
4	354.5	0.014 8	342.9	0.009 7
5	437.1	0.015 7	434.5	0.011 1
6	547.7	0.011 7	547.3	0.008 4
7	694.2	0.009 1	696.8	0.006 2

根据设计要求齿轮箱在持续工况时的小齿轮转速为 4 174 r/min，车轴的转频为 19.37 Hz，小于箱体的 1 阶模态频率(71.7 Hz)，而该工况下的齿轮对啮合频率为 1 530.47 Hz，远高于前 7 阶固有频率。由于低阶模态对箱体的振动特性起主要作用，因此在持续工况时，齿轮箱箱体不会发生共振现象。



(a) 锤击法

(a) Hammering method



(b) 环境激励

(b) Environmental excitation

图 12 齿轮箱稳态图

Fig. 12 Stability diagram of gearbox

如表 6 所示，锤击法中 60～80 Hz 附近极点列随着 K 的增加出现频率分离，而环境激励法中仅存在一个稳态极点 71.7 Hz。因此锤击法中识别的第 1 阶固有频率不能确定，而环境激励法中稳态极点十分确定。除第 1 阶固有频率不做评判，其他各阶识别结果偏差均小于 10%，锤击法和环境激励法的模态分解结果基本一致。环境激励的阻尼比识别结果均小于力锤法 30%～50%。由此可以得出，本研究所提方法适用于环境激励下的模态系统辨识。

5 结 论

1）应用变分模态分解与 Teager 能量算子相结合分解提出了一种新的结构系统辨识方法：应用 VMD 得到满足 TEO 法的单一频率 BIMF 分量；通过 VMD 层数参量 K 的变化寻找稳态极点，作为模态固有频率与阻尼比的识别作法。

2）通过改变层数参量 K 来寻找稳定的固有频率与阻尼比，解决了 VMD 参数选择这一方法缺陷。通过极点稳定的作法识别模态参数不仅适用于本研究所提的 VMD-TEO 识别方法，同时适用与 VMD 希尔伯特法与 VMD 中心频率法。通过仿真信号对比，所提方法将固有频率识别的平均误差降了 0.14%。在不同白噪声情况下，本研究所提方法具有较好的鲁棒性。

3）数值和实验结果表明，所提出的方法能够很好地利用各个模式的有限带宽进行信号分解，并准确地提取结构模态系统的固有频率与阻尼比。

参 考 文 献

[1] 孙鑫晖，郝木明，张令弥. 环境激励下宽频带模态参数识别研究[J]. 建筑结构学报，2011(4)：151-156.
Sun Xinhui，Hao Muming，Zhang Lingmi. Research on broadband modal parameters identification under ambient excitation [J]. Journal of Building Structures，2011(4)：151-156. (in Chinese)

[2] Bao Yuequan，Shi Zuoqiang，Beck J L，et al. Identification of time-varying cable tension forces based on adaptive sparse time-frequency analysis of cable vibrations：identification of time-varying cable tension forces[J]. Structural Control & Health Monitoring，2016，24(3)：

[3] Spiridonakos M D，Fassois S D. Parametric identification of a time-varying structure based on vector vibration response measurements [J]. Mechanical Systems & Signal Processing，2009，23(6)：2029-2048.

[4] Wu Zhaohua，Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition：a noise-assisted data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis，Theory and Applications，2009，1(1)：1-41.

[5] 陈双喜，林建辉，陈建政. 基于改进的 EMD 方法提取车辆-轨道垂向耦合系统动态特性[J]. 振动与冲击，2011(8)：212-216.
Chen Shuangxi，Lin Jianhui，Chen Jianzheng. Dynamic characteristics extraction of vehicle-track vertically coupling system based on improved EMD [J]. Journal of Vibration and Shock，2011(8)：212-216. (in Chinese)

[6] 李康强，冯志鹏. 基于 EMD 和能量算子的模态参数识别在行星齿轮箱中的应用[J]. 振动与冲击，2018(8)：1-8.
Li Kangqiang，Feng Zhipeng. Modal parameter identification based on empirical mode decomposition and energy operator for planetary gearboxes [J]. Journal of Vibration and Shock，2018(8)：1-8. (in Chinese)

[7] Dragomiretskiy K，Zosso D. Variational mode decom-

position[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.

[8] 杨华,陈云良,徐永,等. 基于 VMD-HHT 方法的水电机组启动过渡过程振动信号分析研究[J]. 工程科学与技术, 2017, 49(2): 92-99.
Yang Hua,Chen Yunliang,Xu Yong,et al. Analysis of the hydropower unit vibration signal in the start transient process based on VMD-HHT method [J]. Advanced Engineering Sciences, 2017, 49(2): 92-99. (in Chinese)

[9] 赵岩,朱均超,张宝峰,等. 基于 VMD 与 Hilbert 谱的旋转机械碰摩故障诊断方法[J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(2): 381-386.
Zhao Yan,Zhu Junchao,Zhang Baofeng,et al. Rub-impact fault diagnosis of rotating machinery based on VMD and Hilbert spectrum [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis,2018, 38(2): 381-386. (in Chinese)

[10] 赵昕海,张术臣,李志深,等. 基于 VMD 的故障特征信号提取方法[J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(1): 11-19.
Zhao Xinhai,Zhang Shuchen,Li Zhishen,et al. Application of new denoising method based on VMD in fault feature extraction[J]. Journal of Vibration,Measurement & Diagnosis, 2018, 38(1): 11-19. (in Chinese)

[11] 张亚超,刘开培,秦亮. 基于 VMD-SE 和机器学习算法的短期风电功率多层级综合预测模型[J]. 电网技术, 2016(5): 1334-1340.
Zhang Yachao,Liu Kaipei,Qin Liang. Short-term wind power multi-leveled combined forecasting model based on variational mode decomposition-sample entropy and machine learning algorithms [J]. Power System Technology, 2016(5): 1334-1340. (in Chinese)

[12] Liu Jinxiu, Heiskanen J, Aynekulu E, et al. Land cover characterization in west sudanian savannas using seasonal features from annual landsat time series[J]. Remote Sensing, 2016, 8(5): 365-383.

[13] 靳行,林建辉,伍川辉,等. 基于 EEMD-TEO 熵的高速列车轴承故障诊断方法[J]. 西南交通大学学报, 2018 (2): 359-366.
Jin Hang,Lin Jianhui,Wu Chuanhui,et al. Diagnostic method for high-speed train bearing fault based on EEMD-TEO entropy [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2018(2): 359-366. (in Chinese)

[14] Yang J N, Lei Ying, Pan Shuwen, et al. System identification of linear structures based on Hilbert - Huang spectral analysis. part I: normal modes[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2010, 32(10): 1533-1554.

[15] Ni Pinghe, Li Jun, Hao Hong, et al. Time-varying system identification using variational mode decomposition[J]. Structural Control & Health Monitoring, 2018,25(6): e2175.

[16] Bagheri A, Ozbulut O E, Harris D K. Structural system identification based on variational mode decomposition[J]. Journal of Sound & Vibration, 2018, 417: 182-197.

[17] Araújo I G, Sánchez J A G, Andersen P. Modal parameter identification based on combining transmissibility functions and blind source separation techniques [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2018, 105: 276-293.

[18] 金思勤,赵永强,李枫,等. 高速动车组齿轮箱加载试验及故障诊断研究[J]. 机车车辆工艺, 2014(4): 1-3.
Jin Siqin, Zhao Yongqiang, Li Feng,et al. Research of load test and failure diagnosis of the gearbox for high speed EMU[J]. Locomotive & Rolling Stock Technology, 2014(4): 1-3. (in Chinese)

第一作者简介:靳行,男,1986 年 2 月生,博士生。主要研究方向为信号处理与机械故障诊断、振动与噪声控制等。曾发表《基于 EEMD-TEO 熵的高速列车轴承故障诊断方法》(《西南交通大学学报》2018 年第 53 卷第 2 期)等论文。
E-mail:wzem007@gmail.com

通信作者简介:林建辉,男,1964 年 10 月生,博士、教授。主要研究方向为信号处理与机械故障诊断。
E-mail: lin13008104673@126.com