Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.03.023

# 路面激励空间效应对车桥耦合随机振动的影响

桂水荣1, 陈水生1, 万 水2

(1. 华东交通大学土木建筑学院 南昌,330013) (2. 东南大学交通学院 南京,210096)

摘要 基于 GB/T 7031—2005 路面不平顺功率谱,建立多点相干输入激励的车桥耦合振动模型,研究路面输入激励空间效应对车桥耦合振动响应的影响。将三轴自卸汽车离散为三维九自由度的弹簧-阻尼-质量体系,桥梁离散为板-壳实体单元,考虑路面不平顺输入激励的时滞性和相干性,基于虚拟激励法建立路面相干激励的三维车桥耦合随机振动模型。以三跨连续梁桥为背景,研究路面输入激励的相干效应、时滞效应及一致效应对车桥系统、车辆振动及频谱特性的影响。结果表明:3 种输入激励的空间效应对桥梁位移和加速度振动响应存在差异,路面激励的空间效应对车体响应影响比后悬架明显;路面输入激励的空间效应对车-桥耦合与路面谱的共振频率影响较小;研究路面不平顺激励对车桥耦合振动影响时,需考虑路面不平顺输入激励的空间效应。

关键词 车桥耦合系统;路面谱;空间效应;虚拟激励法 中图分类号 U443<sup>+</sup>.3;TH3

# 引 言

路面不平顺激励是影响车桥耦合系统振动的关 键性因素[1],国内外学者在研究路面不平顺激励对 车桥耦合振动影响时,数值模拟路面不平顺时程样 本激励,未考虑各车轮输入激励的时滞性和相干 性[2]。研究地震波对车桥系统影响时,行波效应不 可忽略。张志超等[3]认为大跨度桥梁需考虑行波效 应对其影响。刘波等[4]采用三维空间路面不平度样 本分析车路耦合作用,左右轮与路面间作用力相差 很大,表现出明显的空间分布特性。钱凯等<sup>[5]</sup>考虑 汽车前后轮路面激励输入的迟滞性及左右轮的相干 性对儿童乘坐舒适性的影响。张丙强等[6]采用三维 人-车-路系统分析路面不平顺、路基参数及路面厚 度对舒适度的影响,未考虑路面输入激励的前后轮 迟滞性及左右轮的相干性。Huang 等<sup>[7]</sup>模拟了左 右轮完全独立的路面不平顺激励样本,未考虑左右 轮激励样本的相干性。Liu 等<sup>[8]</sup>考虑路面不平顺激 励样本的相干性,研究了不平顺激励样本相干系数 对车桥耦合振动的影响。韩万水等[9]分析非一致激 励对车桥耦合振动影响时,认为路面不平顺激励的 不同输入法对应的车轮竖向接触力以及车桥系统的 频谱特性存在差异。

在研究路面不平顺输入激励的相干性时,

Pazooki 等<sup>[10]</sup> 根据近似相似理论对相干函数进行拟 合,给出左右轮迹之间的频响函数,并将单轮模型拓 展为左右轮迹路面激励时域模型,该模型相干函数 通用性差。张永林等[11]在单轮辙道路时序重构基 础上,结合双轮辙时空相关特性,模拟时空相关的双 辙道路激励输入的时程样本。上述文献在分析路面 不平顺激励对车路耦合和车桥耦合振动响应时,均 建立在单个路面不平顺激励样本相干模型,该模型 不便于研究车桥耦合随机振动的统计效应。孙涛 等[12] 基于实测路面不平顺、拟合的左右轮相干函 数,构建四轮非平稳随机激励时域路面模型。笔者 基于 Naryanan<sup>[13]</sup>提出通用相干频域模型,以 GB/ T7031-2005<sup>[14]</sup>建议的路面不平度功率谱密度曲 线,采用虚拟激励法构建三维路面不平顺相干激励 的车桥耦合随机振动模型。以某三跨连续梁桥为背 景,研究路面不平顺输入激励的相干效应、时滞效应 及一致效应对车桥系统、车辆振动响应及频谱特性 的影响。

## 1 车-桥耦合振动模型

#### 1.1 车辆振动方程

行驶在公路桥梁上的三轴自卸汽车,考虑车体

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51468018);江西省自然科学基金资助项目(20181BAB206041,20181BAB206043);江西 省教育厅科研资助项目(GJJ170365) 收稿日期:2017-06-09;修回日期:2018-01-10

竖向振动、纵向点头、侧翻以及悬架和车轮竖向振动,车辆模型可以简化为三维"弹簧-质量-阻尼"多自由度振动体系。车辆简化成如图1所示的九自由度整车模型,车辆各参数见文献[15]。车辆振动方程为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{v}}\ddot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{z} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{int}}$$
(1)

其中: $M_v$ , $C_v$ , $K_v$ 为车辆模型的质量、阻尼和刚度矩 阵; $F_v^{int}$ 为车辆振动引起的惯性荷载向量;z为车辆 模型自由度向量, $z = \{z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ z_6 \ z_b \ \theta_b \ \varphi\}^{\mathrm{T}}$ 。



Fig. 1 3D vehicle model with nine degree of freedoms

#### 1.2 桥梁振动方程

将桥梁结构运用有限元方法进行离散,桥梁振 动方程为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{b}} \ddot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{b}} \dot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{b}} \boldsymbol{y} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{bv}}^{\mathrm{int}} - \boldsymbol{F}_{\mathrm{g}}$$
(2)

其中:*M*<sub>b</sub>,*C*<sub>b</sub>,*K*<sub>b</sub>为桥梁质量、阻尼及刚度矩阵;*F*<sub>b</sub> 为车辆振动过程中车轮作用于桥面的惯性荷载列向 量;*F*<sub>g</sub>为各车轮作用于桥梁的重力荷载向量;*y*为 桥梁单元结点向量。

结合模态综合叠加技术,使用典型 Rayleigh 阻 尼,模态空间取 r 阶,式(2)可以改写为

 $I\ddot{q} + X\dot{q} + \Omega q = -\Phi^{T}(F_{bv}^{int} + F_{g})$  (3) 其中:  $I, X, \Omega$  为质量、阻尼及刚度对角矩阵;  $\Phi$  为 r 阶模态向量矩阵。

### 1.3 车桥耦合运动方程

车辆在桥上行驶,假设车轮与桥面板始终保持 接触不脱离,车辆与桥梁相互作用,通过车轮与桥面 板接触点处的位移协调和相互作用力的平衡条件相 联系。第*i*个车轮与桥梁相互作用力可表示为

$$F_{\mathrm{v},i}^{\mathrm{int}} = -F_{\mathrm{bv},i}^{\mathrm{int}} = k_{\mathrm{ti}}d_{\mathrm{vb},i} + c_{\mathrm{ti}}\dot{d}_{\mathrm{vb},i}$$
(4)

$$d_{\text{vb},i} = z_i - r_i - y_i$$
 (i=1,2,...,6) (5)

其中: $d_{vb,i}$ 为第i个车轮相对于桥面的垂直位移; $y_i$ 为i车轮处桥面板初始竖向位移量; $r_i$ 为i车轮处的路面不平顺幅值; $z_i$ 为i车轮竖向位移。

将式(4)、式(5)代入式(3)并联立式(1),车桥耦 合振动方程可以写成

 $\boldsymbol{M}_{\rm bv} \ddot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{C}_{\rm bv} \dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{K}_{\rm bv} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}_{\rm g} + \boldsymbol{F}_{\rm w} \tag{6}$ 

其中: $M_{bv}$ , $C_{bv}$ , $K_{bv}$ 为车桥耦合振动模型质量、阻尼 及刚度矩阵;u为车桥耦合广义坐标列向量, $u = {q_1,q_2,...,q_r,z_1,...,z_6,z_b,\theta_b,\varphi}^{T}$ ; $F_g$ 为车辆自重 引起的动荷载; $F_w$ 为路面不平顺引起的动荷载。

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{w} = \begin{cases} -\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} \mathbf{N}_{i} \mathbf{k}_{ti} \mathbf{r}_{i} \\ \mathbf{k}_{ti} \mathbf{r}_{i} \\ \mathbf{0} \end{cases} + \\ \begin{cases} \mathbf{I}_{w} = \begin{cases} -\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} \mathbf{N}_{i} \mathbf{c}_{ti} \dot{\mathbf{r}}_{i} \\ \mathbf{0} \end{cases} + \\ \begin{cases} -\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} \mathbf{N}_{i} \mathbf{c}_{ti} \dot{\mathbf{r}}_{i} \\ \mathbf{0} \end{cases} \\ \mathbf{r}_{ti} \mathbf{r}_{i} \\ \mathbf{0} \end{cases} \\ \mathbf{F}_{g} = \begin{cases} -\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} \mathbf{N}_{i}^{T} \mathbf{F}_{i} \\ \mathbf{0} \end{cases} \\ \end{cases} \\ \end{cases} \end{cases}$$
(7)

式(6)中车桥耦合振动模型中的荷载,若仅考虑路面不平顺随机激励 F<sub>w</sub>作用时,车桥耦合时变系统的振动方程可写成

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{bv}}\ddot{\boldsymbol{u}}'' + \boldsymbol{C}_{\mathrm{bv}}\dot{\boldsymbol{u}}'' + \boldsymbol{K}_{\mathrm{bv}}\boldsymbol{u}'' = \boldsymbol{F}_{\mathrm{w}}$$
(8)

其中:u<sup>n</sup>为由路面不平顺激励引起的车桥耦合振动 广义坐标列向量。

路面不平顺激励引起的荷载 F<sub>w</sub>包括路面不平顺的竖向位移及速度项,因而可以将 F<sub>w</sub>分开写成 位移项荷载 F<sub>w1</sub>及速度项荷载 F<sub>w2</sub>之和

$$\boldsymbol{F}_{w} = \boldsymbol{F}_{w1} + \boldsymbol{F}_{w2} = \begin{cases} \boldsymbol{T}_{b0} \, \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{T}_{v0} \, \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{0} \end{cases} + \begin{cases} \boldsymbol{T}_{b1} \, \dot{\boldsymbol{r}} \\ \boldsymbol{T}_{v1} \, \dot{\boldsymbol{r}} \\ \boldsymbol{0} \end{cases} + \begin{cases} \boldsymbol{T}_{b1} \, \dot{\boldsymbol{r}} \\ \boldsymbol{T}_{v1} \, \dot{\boldsymbol{r}} \\ \boldsymbol{0} \end{cases}$$

 $\mathbf{T}_{v0} = \text{diag}([k_{t1}, k_{t2}, k_{t3}, k_{t4}, k_{t5}, k_{t6}]);$  $\mathbf{T}_{v1} = \text{diag}([c_{t1}, c_{t2}, c_{t3}, c_{t4}, c_{t5}, c_{t6}]).$ 

# 2 车桥耦合虚拟激励模型

#### 2.1 路面激励空间效应模型

#### 2.1.1 六轮车路面激励输入模型

设图 1 中车辆模型的中轴距前轴激励为 l<sub>1</sub>,后 轴距前轴距离为 l<sub>2</sub>, B 为左右轮间距,三轴六轮车的 平面结构布置如图 2 所示。

$\boldsymbol{G}_{q}(n) = G_{q}(n)$	1	$\cosh(n)$	$e^{-j2\pi nl_1}$	coh(n
	$\cosh(n)$	1	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j} 2\pi n l_1}$	e
	$e^{j2\pi n l_1}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_1}$	1	col
	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_1}$	$e^{j2\pi nl_1}$	$\cosh(n)$	
	$e^{j^2\pi n l_2}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_2}$	$e^{j2\pi n(l_2-l_1)}$	$\cosh(n)$
	$\cosh(n)e^{j2\pi nl_2}$	$e^{j2\pi nl_2}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{i} 2\pi n (l_2 - l_1)}$	$e^{j2\pi n}$

其中:coh(n)为左右轮路面输入激励的相干函数;  $G_q(n)$ 为路面不平度系数。

2.1.2 相干效应模型

式(10)的相干函数 coh(n)在频域内描述了左 右轮不平顺轨迹中频率为 n 的各分量之间线性相关 程度,coh(n)在 0~1 内变化。相干函数 coh(n)=1 时,表示左右轮迹路面不平顺输入完全相关;相干函 数 coh(n)=0 时,表示左右轮迹路面不平顺激励输

 $G_{q1}(\omega) = G_{q}(\omega) \begin{bmatrix} 1 & e^{-\omega B/v} & e^{-j\omega t_{1}/v} \\ e^{-\omega B/v} & 1 & e^{-\omega(jt_{1}+B)/v} \\ e^{i\omega t_{1}/v} & e^{\omega(jt_{1}-B)/v} & 1 \\ e^{\omega(jt_{1}-B)/v} & e^{j\omega t_{1}/v} & e^{-\omega B/v} \\ e^{\omega t_{2}/v} & e^{\omega(jt_{2}-B)/v} & e^{j\omega(t_{2}-t_{1})/v} \\ e^{\omega(jt_{2}-B)/v} & e^{j\omega t_{2}/v} & e^{\omega(jt_{2}-t_{1})/v} \end{bmatrix}$ 

统计分析的路面谱空间频率范围在 0.011~ 2.83 m<sup>-1</sup>之间<sup>[16]</sup>。汽车行驶时,取常用车速 10~ 36 m/s,可以保证时间频率范围 0.33~28.3 Hz,这 个时间频率范围可以覆盖典型车辆的车身共振频率 (1~1.5 Hz)、座椅上乘客的频率(4~5 Hz)和车轮 跳动频率(10~12 Hz)<sup>[12]</sup>。悬架系统的自振频率由







路面不平度系数、左右轮间距及左右轮相干函 数都影响着输入各车轮的路面不平顺激励。六轮车 相干路面激励输入功率谱密度矩阵可以表示为

$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n l_1}$	$e^{-j2\pi nl_2}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n l_2}$	
$e^{-j2\pi n l_1}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n l_2}$	$e^{-j2\pi nl_2}$	
$\cosh(n)$	$e^{-j2\pi n(l_2-l_1)}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j} 2\pi n (l_2 - l_1)}$	
1	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j} 2\pi n (l_2 - l_1)}$	$e^{-j2\pi n(l_2-l_1)}$	
$\cosh(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi n(l_2-l_1)}$	1	$\cosh(n)$	
e <sup>j2<math>\pi n(l_2 - l_1)</math></sup>	$\cosh(n)$	1	
		(1	0)

人完全无关,左右轮迹路面不平顺输入随机变化。 左右轮迹路面不平度对于大波长(即低频段)得出的 相关函数趋近于1,对高频段趋近于0<sup>[16]</sup>。

Naryanan<sup>[14]</sup>提出了一种通用频域模型,即相干 函数仅与轮距和车速有关

$$\cosh(n) = \mathrm{e}^{-2\pi n B} = \mathrm{e}^{-\omega B/v} \tag{11}$$

若车辆以速度 v 行驶,由 f = nv 和  $\omega = 2\pi f$ ,得  $n = \omega/2\pi v$ ,六轮相干路面输入功率谱密度矩阵为

$e^{-\omega(jl_1+B)/v}$	$e^{-j\omega l_2/v}$	$e^{-\omega(jl_2+B)/v}$	
$e^{-j\omega l_1/v}$	$\mathrm{e}^{-\omega(\mathrm{j}l_2+B)/v}$	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega l_2/v}$	
$e^{-\omega B/v}$	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}_{\omega}(l_2-l_1)/v}$	$\mathrm{e}^{-\omega[\mathrm{j}(l_2-l_1)+B]/v}$	(10)
1	$\mathrm{e}^{-\omega[\mathrm{j}(l_2-l_1)+B]/v}$	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(l_2-l_1)/v}$	(12)
$\mathrm{e}^{\omega[\mathrm{j}(l_2-l_1)-B]/v}$	1	$e^{-\omega B/v}$	
$e^{j\omega(l_2-l_1)/v}$	$e^{-\omega B/v}$	1	

汽车簧载质量和悬架刚度决定。

2.1.3 时滞效应模型

不考虑路面输入谱激励的左右轮迹相干性,此 时路面谱相干函数 coh(*n*)=0,仅考虑路面谱对前 后轮车辙的时滞效应,则式(10)可以写成

$$\boldsymbol{G}_{q^{2}}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{G}_{q}(\boldsymbol{\omega}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & e^{-j\boldsymbol{\omega}_{1}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & e^{-j\boldsymbol{\omega}_{2}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & e^{-j\boldsymbol{\omega}_{1}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & e^{-j\boldsymbol{\omega}_{2}/\boldsymbol{\upsilon}} \\ e^{j\boldsymbol{\omega}_{1}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & 1 & 0 & e^{-j\boldsymbol{\omega}(l_{2}-l_{1})/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 \\ 0 & e^{j\boldsymbol{\omega}_{1}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & 1 & 0 & e^{-j\boldsymbol{\omega}(l_{2}-l_{1})/\boldsymbol{\upsilon}} \\ e^{j\boldsymbol{\omega}_{2}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & e^{j\boldsymbol{\omega}(l_{2}-l_{1})/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & e^{j\boldsymbol{\omega}_{2}/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & e^{j\boldsymbol{\omega}(l_{2}-l_{1})/\boldsymbol{\upsilon}} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(13)

2.1.4 一致效应模型

既不考虑输入路面激励对左右轮相干性,也不 考虑输入路面激励对前后车轮的时间效应,各车轮 路面不平顺激励输入完全独立、不相干且随机,则 式(10)可以写成

$$\boldsymbol{G}_{q_3}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{G}_{q_3}(\boldsymbol{\omega}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(14)

#### 2.2 车桥耦合虚拟激励荷载模型

2.2.1 相干效应虚拟荷载模型

考虑路面不平顺相干效应引起的车辆振动,由 式(12),可将六轮相干路面随机谱密度矩阵写成如 下形式

$$\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{q}_1}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{V}^* \, \boldsymbol{S} \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{S} \boldsymbol{V} \tag{15}$$

其中:V 为输入各车轮时间效应矩阵;S 为输入路面 功率谱矩阵;ρ 为相干函数矩阵。

$$\mathbf{V} = \text{diag}(\begin{bmatrix} 1 & 1 & e^{-j\omega l_1/v} & e^{-j\omega l_2/v} & e^{-j\omega l_2/v} \end{bmatrix})$$
(16)

$$\boldsymbol{S} = \operatorname{diag}(\left[\sqrt{S_1} \ \sqrt{S_2} \ \sqrt{S_3} \ \sqrt{S_4} \ \sqrt{S_5} \ \sqrt{S_6} \right])$$
(17)

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) \\ \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 \\ 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) \\ \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 \\ 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) \\ \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 & \cosh(n) & 1 \end{bmatrix}$$
(18)

 $G_q(\omega)$ 是半正定 Hermitian 矩阵, $\rho$  是实对称正 定矩阵,可分解为实阵 Q 和其转置  $Q^T$  的乘积

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{Q} \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{q}_{1}}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{V}^{*} \boldsymbol{S} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \boldsymbol{V} = \boldsymbol{P}^{*} \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}$$
(20)

其中

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{S}\boldsymbol{Q} \tag{21}$$

对于车桥耦合振动路面不平顺输入,在任意圆 频率下,输入车轮各点的路面不平顺功率谱幅值  $S_i(i=1,2,\dots,6)$ 均相等,记为 $S_n(\omega)$ ,则有

$$P = \sqrt{S_{rr}(\omega)} VIQ = \sqrt{S_{rr}(\omega)} VQ$$
(22)  
结合式(9)和式(22),构造如下形式的虚拟荷载

$$\boldsymbol{F}_{w1}(\boldsymbol{\omega},t) = \begin{cases} \boldsymbol{I}_{b0} \\ \boldsymbol{T}_{v0} \\ \boldsymbol{0} \end{cases} \boldsymbol{VQI}_{e} \sqrt{S_{rr}(\boldsymbol{\omega})} e^{i\boldsymbol{\omega}} \quad (23a) \end{cases}$$

$$\boldsymbol{F}_{w2}(\boldsymbol{\omega},t) = \begin{cases} \boldsymbol{T}_{b1} \\ \boldsymbol{T}_{v1} \\ \boldsymbol{\theta} \end{cases} \boldsymbol{VQI}_{e} \sqrt{S_{rr}(\boldsymbol{\omega})} e^{i\boldsymbol{\omega}t} \quad (23b)$$

其中:*I*。为单位列向量;*I*为单位矩阵;dof为车辆自由度数。

根据式(9)构造时滞效应虚拟激励荷载模型

$$\widetilde{F}_{w}(\omega,t) = \widetilde{F}_{w1}(\omega,t) + i\omega \widetilde{F}_{w2}(\omega,t) = \left\{ \begin{cases} T_{b0} \\ T_{v0} \\ 0 \end{cases} + i\omega \begin{cases} T_{v1} \\ T_{v1} \\ 0 \end{cases} \right\} VQI_{v} \sqrt{S_{rr}(\omega)} e^{i\omega}$$
(24)

2.2.2 时滞效应虚拟荷载模型

仅考虑输入各车轮激励前后车轮之间的时间效 应,左右轮迹路面不平顺激励完全不相干(即 coh(n)=0),则时滞效应相干函数矩阵为

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(25)

时滞效应输入各车轮时间效应矩阵 V、路面功 率谱矩阵 S,均与相干效应模型相同,时滞效应虚拟 激励荷载构造方法与相干效应相同。

2.2.3 一致效应虚拟荷载模型

若不考虑左右车轮轨迹的相干性及各车轴之间 路面谱激励输入的时间滞后效应,即输入各车轮路 面激励完全不相干,则相干系数 coh(n)=0,时滞效 应系数为 0,相干系数矩阵  $\rho = diag\{[1,1,1,1,1,1]\}$ 。相干系数矩阵  $\rho$  为单位对角矩阵,可以表示成  $\rho=II^{T}$ ,其中:I 为单位矩阵;S 为输入各车轮的路面 激励幅值矩阵。路面谱激励的输入矩阵可表示成

$$\boldsymbol{G}_{q3}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{S} \boldsymbol{I} \boldsymbol{I}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} = \boldsymbol{P}^{*} \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}$$
(26)

对于式(26),有 P = SI。任意圆频率下,输入各 车轮路面不平顺激励的功率谱幅值  $S_r(\omega)$ 均相等, 则有  $P = \sqrt{S_r(\omega)} I$ 。

由式(8)和式(26)可以构造路面不平顺激励的 虚拟激励荷载

$$\tilde{\mathbf{F}}_{w}(\boldsymbol{\omega},t) = \tilde{\mathbf{F}}_{w1}(\boldsymbol{\omega},t) + i\boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{F}}_{w2}(\boldsymbol{\omega},t) = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{b0} \\ \mathbf{T}_{v0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + i\boldsymbol{\omega} \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{b1} \\ \mathbf{T}_{v1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \right\} \mathbf{I} \mathbf{I}_{e} \sqrt{S_{rr}(\boldsymbol{\omega})} e^{i\boldsymbol{\omega} t} \qquad (27)$$

其中:*I*。为单位列向量;*T*<sub>b0</sub>,*T*<sub>b1</sub>,*T*<sub>v0</sub>,*T*<sub>v1</sub>分别为车桥 耦合振动虚拟荷载激励系数矩阵。

#### 2.3 虚拟激励响应分析

将式(24)、式(27)代入式(8),由路面虚拟激励 荷载引起的确定性运动方程可以写成

 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{bv}}\,\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\omega},t) + \boldsymbol{C}_{\mathrm{bv}}\,\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\omega},t) + \boldsymbol{K}_{\mathrm{bv}}\,\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\omega},t) = \tilde{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{w}}(\boldsymbol{\omega},t)$ (28)

式(28)可采用精细积分法,也可采用 Newmark- $\beta$ 积分格式迭代求解,计算相应虚拟响应 $\tilde{u}(\omega, t)$ ,进而可以计算系统响应的功率谱矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{uu}(\omega,t) = \mathbf{u}^{*}(\omega,t) \ \mathbf{u}^{\mathrm{T}}(\omega,t) \\ \mathbf{S}_{uu}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\omega,t) \,\mathrm{d}\omega \end{cases}$$
(29)

# 3 算例分析

#### 3.1 车辆及桥梁动力特性参数

#### 3.1.1 车辆参数

为研究路面激励空间效应对车桥耦合随机振动 响应的影响,选取一辆三轴载重汽车单向行驶,车辆 模型各参数同文献[17]。桥面不平顺激励采用 GB/ T 7031—2005<sup>[14]</sup>的 B 级路面不平顺功率谱密度曲 线。(B级路面不平度系数 $G_q(n_0)$ 为 64 mm<sup>2</sup> · m)。 3.1.2 桥梁结构参数

以某三跨连续的预应力混凝土梁桥为研究对 象,该桥跨径为 30 m,上部结构横向由 6 片 T 梁组 成,主梁横断面示意图如图 3 所示。采用 ANSYS 软件建立桥梁三维有限元模型,运用板单元 shell63 模拟桥面铺装层及横隔板,主梁离散为板壳实体单 元 solsh190,桥梁结构有限元模型如图 4 所示。提 取前 10 阶自振频率和振型进行分析。



Fig. 3 Sketch map of girder cross section and loading

#### 3.1.3 车辆加载

根据车辆在桥梁上行驶特性及 15《桥规》<sup>[18]</sup>对 车辆在横桥向的布载规定,研究车辆按偏载和正常 行车道两种工况行驶。偏载工况(PL1)为车辆距路 缘石 0.5 m;标准行车道工况(BL1)为车辆按左侧 标准车道行驶,车辆加载布置如图 3 所示。



图 4 连续梁桥有限元模型 Fig. 4 The FEM of continuous beam bridge

#### 3.2 路面谱空间效应对车桥耦合振动响应

目前,高速公路桥梁对重载车辆限速为80~ 100 km/h(22.2~27.8 m/s),本研究选取车辆以 25 m/s的速度按 BL1 工况行驶在 GB/T7031— 2005 B级路面,研究路面输入激励的相干效应、时 滞效应及一致效应对车桥耦合振动响应的影响, 图 5和图 6 给出了路面输入激励空间效应对边跨跨 中 A 点的响应曲线。

图 5 给出路面激励空间效应对边跨跨中 A 点 的竖向位移及竖向加速度时程曲线。一致效应的 A 点竖向位移和加速度均方根响应均比时滞效应和相 干效应大,且相干效应对加速度曲线的影响比位移





图 5 路面激励空间效应对边跨跨中响应的影响

Fig. 5 The effect on the dynamic response of mid-span at side span caused by spatial road roughness spectrum 更明显。车辆位于边跨时,一致效应的 A 点位移均 方根与相干效应接近,时滞效应与一致激励偏差较 大;车辆驶出第1跨后,相干效应与时滞效应的位移 均方根较接近,但与一致效应偏差较大。时滞效应 和相干效应的加速度均方根响应曲线重合,两者位 移均方根响应略有偏离。时滞效应和相干效应对桥 梁的加速度和位移均方根响应的影响很小。

图 6 分别给出路面输入激励空间效应对边跨跨 中 A 点的竖向位移及竖向加速度功率谱响应曲线。 3 种不同路面输入激励作用下, A 点竖向位移共振 频率相同;但一致激励的 A 点竖向位移功率谱密度 曲线峰值,在桥梁基频和车辆基频处的功率谱峰值 大小接近,一致激励对位移共振响应影响,车辆基频 与桥梁基频具有同等作用;时滞效应和相干效应的 位移共振响应,主要由车辆基频起控制作用。加速 度功率谱密度曲线的频率峰值,路面输入激励的 3 种空间效应频率峰值相同,但一致激励加速度功率 谱峰值较其他两种激励效应大。



#### 3.3 路面谱空间效应对车辆振动敏感性分析

为研究路面不平顺多点输入激励的空间效应对

车辆振动特性的影响,分析车辆以 25 m/s 速度按 PL1 工况行驶在 B 级路面上,路面输入激励的相干 效应、时滞效应和一致效应对车辆振动响应的影响。 图 7 给出了输入激励的空间效应对车体和后悬架的 位移均方根响应曲线。车体竖向位移均方根响应随 车辆在桥梁上行驶位置变化较大,后悬架竖向位移 均方根响应随车辆在桥梁上行驶位置变化相对较 小。路面输入激励的相干性对车体位移均方根的影 响比后悬架大;相干效应对后悬架位移均方根值的 影响比时滞效应和一致效应明显;相干效应对车体 竖向位移振动响应较时滞效应和一致效应大,最大 值相差 12%。



Fig. 7 The effect on vehicle displacement caused by spatial road roughness spectrum

图 8 给出了路面输入激励的空间效应对车体和 后悬架加速度均方根响应的影响。车体竖向加速度 均方根响应随车辆在桥梁上行驶位置变化较明显, 后悬架竖向加速度均方根响应幅值随车辆在桥梁上 行驶位置变化较小。车辆驶入桥跨后,后悬架加速 度很快进入平稳状态。车体竖向加速度均方根沿桥 跨方向变化较明显,考虑车桥耦合振动,路面不平顺 激励对车体竖向位移及加速度影响比后悬架竖向位 移及加速度明显。研究车桥耦合振动引起的车体振 动响应,需考虑各车轮输入激励空间效应的影响。

图 9 给出了车辆驶入桥跨后,车体竖向加速度 功率密度曲线和后悬架功率谱密度曲线。车体竖向







加速度功率谱密度曲线共振峰值出现在 1.6 Hz,后

悬架加速度功率谱密度曲线的峰值出现在 14.5 Hz。考虑路面不平顺激励与车桥耦合共振效 应后,车体竖向加速度共振频率峰值与车辆自振基 频一致,后悬架竖向共振加速度频率峰值与车辆悬 架弹跳频率一致。

# 4 结 论

1)3种路面激励空间效应对桥梁位移和加速 度响应存在差异,一致效应的位移响应共振频率由 桥梁和车辆基频决定,时滞效应及相干效应的响应 主要由桥梁基频决定;3种相干函数的加速度响应 共振频率均由车辆悬架频率控制。

2)3种路面激励的空间效应对车体的位移和 加速度响应影响明显,对后悬架的位移和加速度响 应接近。车桥耦合振动对车体的位移及加速度的影 响比后悬架明显。车体与路面谱的共振频率和车辆 自振频率接近,后悬架和路面谱的共振频率受桥梁 基频影响较小,与悬架自振频率接近。

3)研究路面不平顺激励引起车桥耦合振动响应,需考虑路面不平顺输入激励的空间效应影响。

#### 参考文献

- [1] Calcada R, Cunha A, Delgado R. Analysis of traffic-induced vibration in a cable-stayed bridge. part II: numerical modeling and stochastic simulation [J]. Journal of Bridge Engineering, 2005,10(4):386-397.
- [2] Li Hongyi , Wekezer J, Kwaniewski L. Dynamic response of a highway bridge subjected to moving vehicles[J]. Journal of Bridge Engineering, 2008, 13(5): 439-448.
- [3] 张志超,张亚辉,林家浩.考虑行波效应的车桥系统 地震响应分析[J].地震工程与工程振动,2010,30 (4):8-16.

Zhang Zhichao, Zhang Yahui, Lin Jiahao. Random seismic response analysis of train-bridge systems considering wave travelling effect [J]. Jouranal of Earth Quake Engineering and Engineering Vibration, 2010, 30(4):8-16. (in Chinese)

[4] 刘波,王有志,安俊江,等.车辆-路面空间耦合振动 模型及其动力响应分析[J].山东大学学报:工学版, 2014,44(3):83-89.

Liu Bo, Wang Youzhi, An Junjiang, et al. The spatial model of vehicle-pavement coupling vibration and its dynamic responses analysis[J]. Journal of Shandong University :Engineering Science, 2014,44(3):83-89. (in Chinese)

[5] 钱凯,胡启国,李力克.基于人-车-路耦合振动系统的 儿童乘坐舒适性[J].重庆交通大学学报:自然科学 版,2013,32 (2):351-359.

Qian Kai, Hu Qiguo, Li Like. Children ride comfort based on human-vehicle-road coupled system of vibration[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science, 2013,32 (2):351-359. (in Chinese)

- [6] 张丙强,李亮.人车路系统三维耦合振动分析及舒适 度评价[J]. 计算力学学报,2013,30(2):302-307.
  Zhang Bingqiang, Li Liang. Dynamic analysis and comfort evaluation of the three-dimension body-vehicle-road coupled system[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2013, 30(2):302-307. (in Chinese)
- [7] Huang Dongzhou, Wang T L, Mohsen S. Impact studies of multigirder concrete bridges [J]. Journal of Structural Engineering, 1993 119(8): 2387-2402.
- [8] Liu Chunhua, Huang Dongzhou, Wang T L. Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness [J]. Computers & Structures, 2002, 80 (20/21): 1639-1650.
- [9] 韩万水,马麟,院素静,等.路面粗糙度非一致激励 对车桥耦合振动系统响应影响分析[J].土木工程学 报,2011,44(10):81-90.

Han Wanshui, Ma Lin, Yuan Sujing, et al. Analysis of the effect of inconsistent stimulus of surface roughness on vehicle-bridge coupling vibrations[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(10):81-90. (in Chinese)

- [10] Pazooki A, Subhash R, Cao Dongpu. Modeling and validation of off-road vehicle ride dynamics [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 28: 679-695.
- [11] 张永林, 胡志刚, 陈立平. 时空相关车辆道路的高效数值仿真[J]. 农业机械报, 2005, 36(9): 13-15.
  Zhang Yonglin, Hu Zhigang, Chen Lipin. A new approach to numerical simulation of vehicle road process with temporal-spatial correlation[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2005, 36(9): 13-15. (in Chinese)
- [12] 孙涛,徐桂红,柴陵江.四轮非平稳随机激励路面模型的研究[J].汽车工程,2013,35(10):868-872.

Sun Tao, Xu Guihong, Chai Lingjiang. A study on the road model with four-wheel Non-stationary random excitations[J]. Automotive Engineering, 2013, 35(10): 868-872. (in Chinese)

- [13] Narayanan S. Nonlinear and nonstationary random vibration of hysteretic systems with application to vehicle dynamics [M] // Nonlinear Stochastic Dynamic Engineering Systems. Berlin, Heidelberg: Springer, 1988: 433-442.
- [14] GB7031-2005/ISO8608 机械振动道路路面测量数 据报告[S].北京:中国标准出版社,2005.
- [15] 桂水荣,陈水生,任永明. 先简支后连续梁桥车辆冲 击系数影响因素研究[J]. 公路交通科技,2011,28 (5):54-60.

Gui Shuirong, Chen Shuisheng, Ren Yongming. Research on influencing factors of impact coefficient of continuous beam bridge transformed form simply-supported structure subjected to moving vehicle loads[J].
Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 28(5):54-60. (in Chinese)

- [16] 张立军, 何辉. 车辆随机振动[M]. 沈阳:东北大学出版社, 2007:58-59.
- [17] 桂水荣,陈水生,赵辉,等. 基于 LS-DYNA 公路桥梁 车桥耦合振动模型[J]. 公路交通科技,2013,30(7): 40-45.

Gui Shuirong, Chen Shuisheng, Zhao Hui, et al. Model of highway bridge subjected to vehicle-bridge coupled vibration based on LS-DYNA[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30(7):40-45. (in Chinese)

[18] JTG D60-2015 公路桥涵设计通用规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.



第一作者简介:桂水荣,女,1979年10 月生,博士、副教授、硕士生导师。主要 研究方向为公路桥梁车桥耦合振动。曾 发表《基于 PIM 法车桥耦合模型 Duhamel项迭代格式选择》(《振动、测试与 诊断》2017年第37卷第5期)等论文。 E-mail:guishuirong@163.com

通信作者简介:陈水生,男,1968年6月 生,博士、教授、博士生导师。主要研究 方向为土木工程结构振动与控制、试验 测试分析。 E-mail:Sshchen@126.com