

基于主曲线相似度的轴承健康状态评估方法^{*}

尹爱军¹, 梁子晓¹, 张波², 王冬磊³

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆, 400044)

(2. 中国石油西南油气田分公司重庆气矿工艺研究所 重庆, 400021)

(3. 中国工程物理研究院化工材料研究所 成都, 621900)

摘要 为了更有效地评估滚动轴承性能退化程度, 提出了基于流形空间主曲线相似度的状态评估方法。首先, 结合轴承振动信号自身特点, 进行高维特征提取, 利用流形学习算法拉普拉斯特征映射(Laplacian eigenmaps, 简称 LE)将原高维特征空间转换至低维空间; 其次, 利用软-K 主曲线算法提取样本主曲线; 最后, 结合离散 Frechet 距离做出状态评估曲线。通过滚动轴承全寿命实验进行对比分析, 所提方法相对隐马尔科夫链模型(hidden Markov model, 简称 HMM)、深度信念网络(deep belief networks, 简称 DBN)等方法, 能更早地发现设备的早期故障, 且可以对滚动轴承健康状态进行定量评估。

关键词 状态评估; 滚动轴承; 主曲线; 离散 Frechet 距离; 性能退化程度

中图分类号 TH133.33

引 言

旋转机械设备在现代工业中起着不可替代的作用^[1]。滚动轴承是旋转机械中重要的部件, 是最容易受损的部件之一, 它直接影响着旋转机械的性能和运行^[2]。

目前, 滚动轴承健康状态评估方法的研究受到了学者的广泛关注。苏文胜等^[3]将轴承振动信号进行小波包分解后作为滚动轴承故障特征。黄海凤等^[4]利用盲源分离后轴承振动信号的峭度值作为轴承性能评估的特征。张云强等^[5]提出一种基于中心对称局部二值模式的时频特征提取方法。然而, 以上单一特征或对轴承早期故障不敏感, 或稳定性差, 难以实现滚动轴承状态的准确评估。为此研究人员综合运用时域、频域及小波包时频域的多个特征参数进行状态评估^[6]。Shao 等^[7]提出一种基于局部线性嵌入的连续深度信念网络的方法实现滚动轴承故障检测。Tong 等^[8]提出了一种基于双树复小波包变换、改进时间尺度分解和极值学习机结合的滚动轴承故障识别新方法。Sohaib 等^[9]提出了一种基于混合特征模型和深度学习的滚动轴承状态评估

方法。李巍华等^[10]将小波包熵与高斯混合模型(Gaussian mixture model, 简称 GMM)相结合, 通过计算各个运行状态对应的 GMM 相对基准 GMM 模型的偏离程度来判断轴承的实际退化程度。然而, 高维特征集之间往往存在比较强的相关性, 有大量的“冗余”信息, 并且维数过高, 影响后续的算法效率^[11]。因此, 基于流形学习主曲线将原始高维特征空间转换到低维空间再进行评价等方法得到相关研究^[12-13], 这类方法在保留原始数据有效信息量的基础上, 消除“冗余”信息, 提高效率。

曲线的相似性评价是计算机图形学、模式识别中的中心问题之一, 目前主要的判别方法有特征值法和相似性比较法, 相似性比较法在一定程度上比特征值法效果好。欧氏距离、马氏距离、Frechet 距离都是评估曲线的相似度有效方法, Frechet 距离曲线相似性评价表现具有良好的性能^[14]。

基于此, 笔者提出了一种基于流形空间主曲线 Frechet 距离相似度的状态评估方法。实验结果表明, 该方法克服了单一特征在进行故障诊断时准确率不高的问题, 对设备的早期故障更加敏感, 且能有效评估滚动轴承的性能退化程度, 实现滚动轴承健康状态的定量评估。

^{*} 国防基础科研重点资助项目(JCKY2016209B008); 重庆市人工智能技术创新重大主题专项重点资助项目(cstc2017rgzn-zdyfx0007)

收稿日期: 2018-03-26; 修回日期: 2018-07-17

1 高维特征流形空间主曲线提取

1.1 高维特征提取

时域特征、频域特征和时频域特征是轴承故障特征的 3 种类型。时域特征性能不够稳定；而频域方法作为一种信号整体变换方法，处理对于统计特征随时间不断变化的非平稳轴承故障信号效果并不理想；时频域特征只适用于对缓变信号的分析，作为一种非动态分析方法，对非平稳信号和突变信号的分析有局限^[15-18]。

为克服单一特征在表征振动信号特性时存在的片面性及其评估能力的不足，综合运用时域、频域及小波包时频域的高维特征参数进行评估，对滚动轴承全寿命周期振动信号提取时域统计指标、频域统计指标以及小波包能量特征指标，构造融合 38 个特征量高维特征集^[19-20]。

1.2 基于 LE 流形学习的降维

拉普拉斯特征映射(LE)是一种经典的流形学习算法^[21]，可以在获得原始高维数据的低维流形的基础上，同时也能对离群点保持较强的鲁棒性。在高维空间中距离较近的点，在低维空间中也应该距离较近，是一种典型的局部非线性流形学习方法。

给定高维样本集合 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}^T$ ，其中： M 为样本点个数； $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^D$ 。LE 的目标是找到一个最优的流形嵌入。设点集 $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_M\}^T$ ，其中： $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^L$ 是 \mathbf{X} 的低维流形表示， $\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$ ， \mathbf{F} 则表示空间转换映射

$$\begin{cases} \operatorname{argmin} \|\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X})^2\| \\ \|\mathbf{F}\|_{l^2(M)} = 1 \end{cases} \quad (1)$$

上述最优化问题进一步转化为求解

$$\Gamma \mathbf{F} = -\operatorname{div} \nabla \|\mathbf{F}\| \quad (2)$$

其中： Γ 为拉普拉斯特征算子。

若 f_0, f_1, \dots, f_M 是上述方程的解，则称其为拉普拉斯特征算子 Γ 的广义特征向量，且其对应的广义特征值按升序排列为 $0 = \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_M$ ，从而最优的嵌入映射可以表示为 $\mathbf{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_M\}^T$ ，因此，高维空间数据 \mathbf{X} 可以映射到低维空间数据 \mathbf{Y}

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) = \{f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_M(\mathbf{X})\} \quad (3)$$

1.3 软-K 主曲线提取

主曲线是由 Hastie 在 1984 年提出^[22]，是流形

学习的一个分支，其理论基础是寻找嵌入高维空间的非欧氏低维流形。主曲线是通过数据分布“中间”的曲线^[23]，能真实反映数据的形态，即数据集合的“骨架”主曲线是一条通过数据“中心”的自相合光滑曲线。相比主成分分析(principal component analysis, 简称 PCA)在线性表达上对数据集合的描述，主曲线可以更大程度地刻画数据集的趋势和分布。Verbeek 在三角形主曲线的基础上提出了软-K 主曲线算法^[24]，采用局部主成分方法来形成 K 条线段，并根据光滑性来连接形成主曲线。相对于其他方法，软-K 主曲线存在且唯一，曲线估计无偏差，其计算过程较为简捷。

软-K 主曲线算法步骤主要分为 5 步。

1) 初始化。计算数据集 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的第 1 主成分，且设 $s_1 = 3\sigma$ 为初始线段(σ 为第 1 主成分标准差)，求出 s_1 的 Voronoi 区域可表示为 $\mathbf{V}_1 = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ； $K = 1$ 。

2) 产生新线段。计算点 x_k

$$x_k = \operatorname{inf}\{x_q : \sum_{i=1}^n g(x_i, x_q) = \max(\sum_{i=1}^n g(x_i, x_j))\}$$

当 $\operatorname{mind}(x_i, s_j) - \|x_i - x_j\|^2 > 0$ 时，则

$$g(x_i, x_j) = \operatorname{mind}(x_i, s_j) - \|x_i - x_j\|^2 \quad (4)$$

当 $\operatorname{mind}(x_i, s_j) - \|x_i - x_j\|^2 \leq 0$ 时，则

$$g(x_i, x_j) = 0 \quad (5)$$

x_k 的 Voronoi 区域可表示为

$$x_k = \{x \in \mathbf{X} \mid x - x_k \leq \operatorname{mind}(x_i, s_j)\} \quad (6)$$

计算 \mathbf{V}_k 第 1 主成分，则 $s_k = 3\sigma$ ； $K = K + 1$ ；

3) 线段调整。计算新 Voronoi 区域

$$\mathbf{V}'_i = \{x_j \in \mathbf{X} \mid \|x_j - x_i\| \leq \min \|x_i, s_j\|\}$$

比较新旧 Voronoi 区域，若相同则进入步骤 4；若不同，则计算 \mathbf{V}'_i 的第 1 主成分，并把 \mathbf{V}'_i 赋值给旧 Voronoi 区域。

4) 构造优化。用 K 条线段构造出哈密尔顿路径，并使用 2-opt 的旅行商问题算法(traveling salesman problem, 简称 TSP)来优化该路径，其优化目标函数为

$$\text{OF} = n \log l + \sum_{i=1}^k \sum_{x \in \mathbf{V}_i} d(s_i, x)^2 / (2\sigma^2)$$

其中： l 为路径长度。

5) 计算评判函数

$$G(l) = \Delta(l) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta(x_i, l) \quad (7)$$

其中： l 为步骤 4 中的哈密尔顿路径； $\Delta(x_i, l)$ 为点 x_i 到 l 最短距离的平方，通过该评判函数是否收敛来控制迭代结束。

2 基于 Frechet 距离的主曲线相似性状态评价

2.1 基于 Frechet 距离的曲线相似性评价

离散 Frechet 距离是在连续 Frechet 距离的基础上的一种曲线相似度评估算法,具有良好的性能^[25]。

给定两个曲线 $P = \{u_1, u_2, \dots, u_p\}, Q = \{v_1, v_2, \dots, v_q\}$, P 和 Q 之间的一个单调配对 L 为一系列对应点 $(u_{a_1}, v_{b_1}), (u_{a_2}, v_{b_2}), \dots, (u_{a_m}, v_{b_m})$, 其中 $a_1 = 1, b_1 = 1, a_m = p, b_m = q$, 对所有的 $i = 1, 2, \dots, m$, 当且仅当下面是 3 个中的 1 个成立

$$\begin{cases} a_{i+1} = a_i + 1 \\ b_{i+1} = b_i + 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} a_{i+1} = a_i + 1 \\ b_{i+1} = b_i \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} a_{i+1} = a_i \\ b_{i+1} = b_i + 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{则 } d_F^w(P, Q) = \max_{i=1,2,\dots,m} \text{dist}(u_{a_i}, v_{b_i}) \quad (11)$$

其中: $\text{dist}(u_{a_i}, v_{b_i})$ 为 u_{a_i}, v_{b_i} 间的欧氏距离。

曲线 P 和 Q 间的离散 Frechet 距离为

$$d_F(P, Q) = \min\{d_F^w(P, Q)\} \quad (12)$$

距离数值越小,表明曲线 P 和 Q 越相似。

2.2 滚动轴承性能退化评估流程

以开始阶段的健康样本主曲线作为基准主曲线,通过计算各阶段样本主曲线和基准主曲线的离散 Frechet 距离,实现对轴承退化的定量评估,流程如图 1 所示。

3 对比实验分析

3.1 滚动轴承健康状态评估实验系统

实验数据来自于美国辛辛那提大学 IMS 实验室,轴承实验装置如图 2 所示,4 个 ZA-2115 双列滚子轴承安装在测试台,由交流电机通过摩擦带轮驱动旋转,转速恒定为 2 kr/min,在测试台横梁施加 2 722 kg 径向载荷,以磁性塞累积磨损碎片反映轴承退化程度,当累积碎片量超过一定阈值时,停止实验。历时 9 840 min 后,轴承 1 出现外圈故障。实验采集轴承座的加速度振动信号,采样频率为 20 kHz。

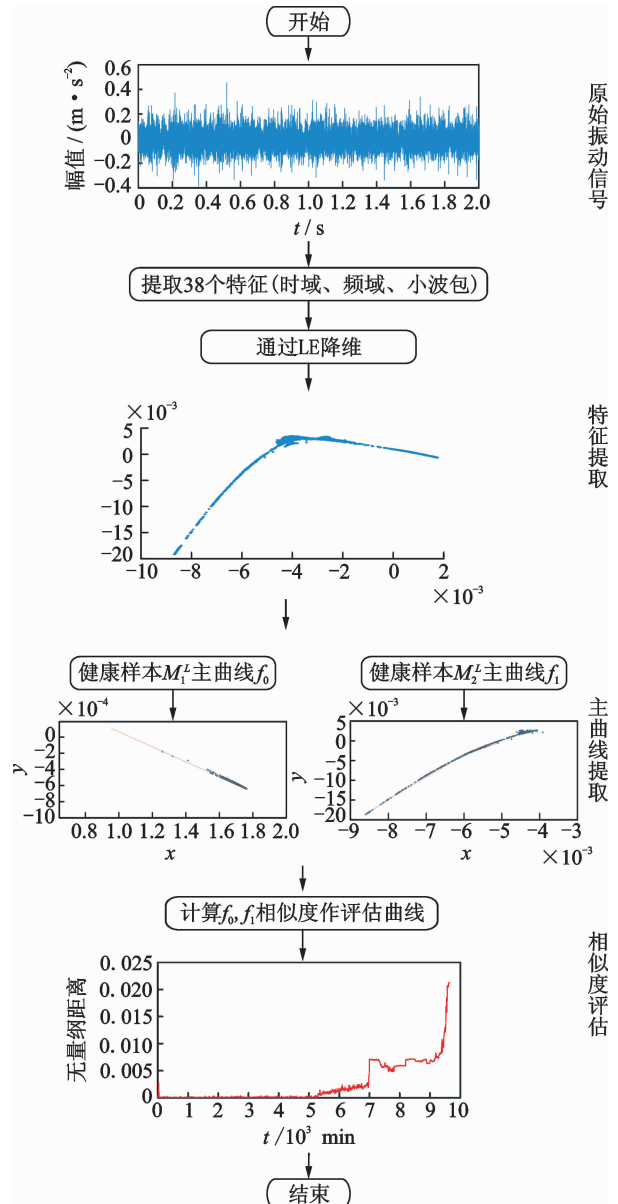


图 1 滚动轴承性能退化评估方法流程图

Fig. 1 A flow chart for evaluating the performance degradation of rolling bearings

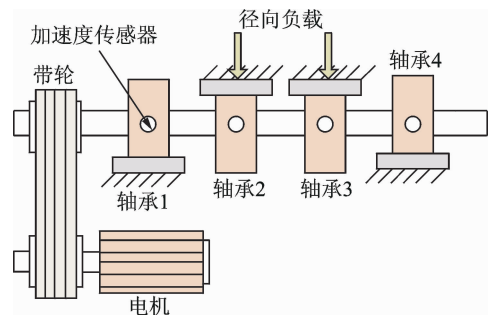


图 2 滚动轴承加速度退化实验系统

Fig. 2 Experimental system of accelerated degradation of rolling bearing

3.2 滚动轴承健康状态评估

滚动轴承性能退化状态一般分为初始故障状态、中度故障状态以及深度故障状态^[19]。针对实验中滚动轴承全寿命周期数据,选取前 600 min 作为健康样本,600 min 至实验结束均为测试样本,评估滚动轴承性能状态变化。

图 3 分为轴承健康样本与测试样本的流形空间二维主曲线。由图 3 (a)和(b)可知,运行早期,主曲线形状与趋势比较相似;而后期轴承会产生磨损等缺陷,因此,所提取的主曲线有明显的差异,如图 3 (c)所示。

图 4 为 3 种不同“距离”评价下所得到的轴承状态评估曲线。从图 4 中的 3 条轴承状态评估曲线变化趋势可看出,轴承从开始运行到 5 000 min 左右相当长的一段时间内,“距离”评估值很小,接近于 0,且趋势变化平稳,表明滚动轴承性能状态良好。评估曲线 *a* 在 5 200 min 左右时,有明显上升,偏离正

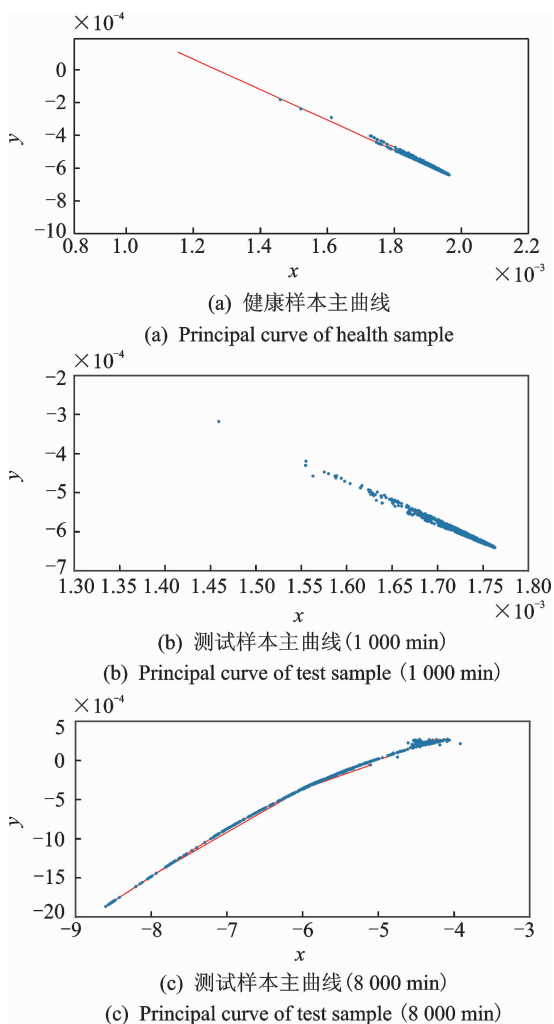


图 3 流形空间主曲线提取

Fig. 3 Extraction of manifold space principal curve

常状态,轴承开始进入初始性能退化状态。曲线 *b*, *c* 分别在 6 400 和 6 500 min 左右才检测到轴承的初始性能退化状态。Frechet 距离对轴承早期故障更敏感。

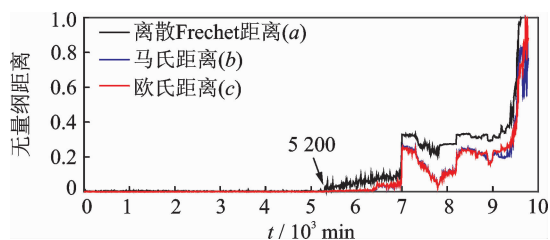


图 4 不同“距离”状态评估曲线对比

Fig. 4 Comparison of different “distance” state assessment curves

在 7 000 min 左右,3 条曲线均有非常明显的上升趋势,显示滚动轴承开始进入中度性能退化状态。在 7 000~9 500 min 左右,曲线呈现下凹趋势,实质为出现故障而故障又被消除的过程^[26]。曲线 *b* 和 *c* 的距离评估指标在下凹阶段与初始故障状态的评估值有重叠,非常容易产生状态识别错误,而曲线 *a* 并无重叠,表明笔者所提方法对中度性能退化状态评估更好。

在 9 500~9 800 min 左右,曲线 *b*, *c* 中的距离评估指标出现震荡,虽然呈现上升趋势,但与中度性能退化状态相比并无明显区别,无法实现对滚动轴承健康状态的定量评估。而曲线 *a* 有明显上升趋势,表明滚动轴承进入深度性能退化状态,此时轴承已经基本失去工作特性,直至到 9 800 min 左右最终完全损坏失效。由此可知,笔者所提距离评估指标对轴承初始性能退化状态较敏感;在故障点平滑的下凹阶段与初始退化指标无重叠现象,且误估率很低;同时,对轴承深度故障及失效状态能够进行准确的评估。因此,本研究方法具有更好的评估效果。

作为非线性降维算法的代表,局部线性嵌入 (locally linear embedding, 简称 LLE) 能够使降维后的数据较好地保持原有流形结构,而线性判别分析 (linear discriminant analysis, 简称 LDA) 是一种经典的有监督的线性降维算法。本研究方法与 LLE 及 LDA 对比如图 5 所示。对比分析 3 种降维方法, LLE 算法随时间变化呈现出明显的波动,对轴承振动信号比较敏感,能大致反映出轴承的运行状态与退化趋势,但波动过大,不能准确识别故障程度;而 LDA 算法对滚动轴承性能退化状态的评估曲线对轴承故障不敏感。直到 9 800 min 左右轴承完全失效,评估曲线才出现上升,评估效果并不理想。

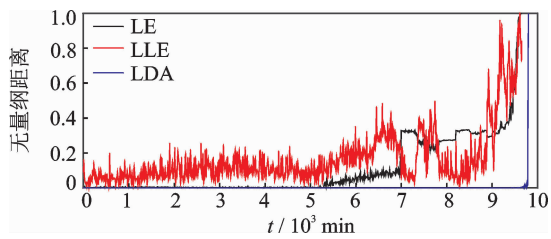


图 5 不同流行学习算法状态评估曲线对比

Fig. 5 Comparison of different characteristic spatial state assessment curves

3.3 对比分析

基于概率以及机器学习的算法在机械设备故障诊断、状态评估等领域得到较多研究^[7-9]。本研究方法与 HMM 及 DBN 对比如图 6 所示。其中: HMM 选取隐含状态数为 2,混合高斯函数个数为 3;DBN 选取 2 层隐含层,各层节点个数为 100。

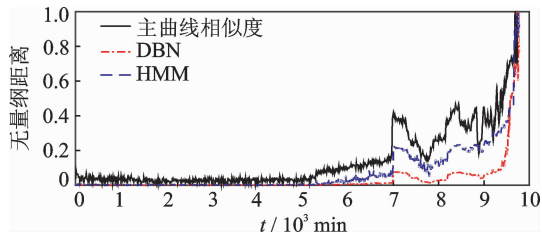


图 6 状态评估方法实验对比

Fig. 6 Experimental comparison of state assessment methods

由图 6 可以看出,在 5 000~6 000min 之间,归一化幅值无明显变化,表明 HMM 与 DBN 模型对轴承早期故障不敏感;在 7 000min 之后,只有波动,没有类似主曲线评估算法中突变-回落-波动的过程,即无法准确描述轴承故障加深逐渐磨平的运行状态。相比较而言,这两种方法均能在一定程度上描述滚动轴承的状态变化趋势,但均没有本研究基于主曲线相似度的方法更准确,且不能发现轴承的早期故障。

定量分析 3 种方法,为此分别比较了评估曲线值变化率,表 1 为曲线值变化率为 2%,5%时 3 种方法所用的时间对比。

表 1 评估曲线值变化率对比

Tab. 1 Comparison of the rate of change of the value of the evaluation curve

变化率/%	主曲线相似度/min	DBN/min	HMM/min
2	5 320	6 880	6 890
5	6 530	6 990	7 010

由表 1 可以看出,主曲线相似度方法可以更快达到 2%,5%的变化率,可知主曲线相似度对轴承振动信号以及早期故障更敏感。

4 结束语

针对单一特征在表征振动信号特性时存在的片面性及其评估能力的不足,融合多分析域特征,提出一种基于流形空间主曲线相似度的滚动轴承健康状态评估方法,该方法能够有效描述滚动轴承全寿命周期的性能退化规律。所提方法克服了单一特征监测结果的不稳定,能够对滚动轴承健康状态进行定量评估,性能退化趋势更为直观。相对于欧式距离等距离评估方法,对早期损伤更敏感。本研究所提方法仅涉及低维流形空间中主曲线的提取,后续研究将考虑更高维度流形空间。

参 考 文 献

[1] Jiang Hongkai, Li Chengliang, Li Huaxing. An improved EEMD with multiwavelet packet for rotating machinery multi-fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 36(2):225-239.

[2] Miao Yonghao, Zhao Ming, Lin Jing. Application of an improved maximum correlated kurtosis deconvolution method for fault diagnosis of rolling element bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 92:173-195.

[3] 苏文胜,王奉涛,朱泓,等. 基于小波包样本熵的滚动轴承故障特征提取[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(2): 162-166.
Su Wensheng, Wang Fengtao, Zhu Hong, et al. Feature extraction of rolling element bearing fault using wavelet packet sample entropy[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(2): 162-166. (in Chinese)

[4] 黄海凤,高宏力,李丹,等. 滚动轴承早期性能退化评估技术研究[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(11): 1771-1777.
Huang Haifeng, Gao Hongli, Li Dan, et al. Study on evaluation of incipient performance degradation of rolling bearings[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(11):1771-1777. (in Chinese)

[5] 张云强,张培林,吴定海,等. 基于 CSLBP 的轴承信号时频特征提取方法[J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(1):22-27.
Zhang Yunqiang, Zhang Peilin, Wu Dinghai, et al. Time-frequency feature extraction method based on CSLBP for bearing signals[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(1): 22-27. (in Chinese)

[6] Yin Aijun, Lu Juncheng, Dai Zongxian. Isomap and deep belief network-based machine health combined as-

- assessment model [J]. *Strojniski Vestnik*, 2016, 62 (12):740-750.
- [7] Shao Haidong, Jiang Hongkai, Li Xingqiu, et al. Rolling bearing fault detection using continuous deep belief network with locally linear embedding[J]. *Computers in Industry*, 2018, 96(1):27-39.
- [8] Tong Qingbin, Cao Junci, Han Baozhu, et al. A fault diagnosis approach for rolling element bearings based on RSGWPT-LCD bilayer feature screening and extreme learning machine[J]. *IEEE Access*, 2017, 99: 1-1.
- [9] Sohaib M, Kim C H, Kim J M. A hybrid feature model and deep-learning-based bearing fault diagnosis. [J]. *Sensors*, 2017, 17(12):2876.
- [10] 李巍华, 戴炳雄, 张绍辉. 基于小波包熵和高斯混合模型的轴承性能退化评估[J]. *振动与冲击*, 2013, 32 (21):35-40,91.
Li Weihua, Dai Binxiang, Zhang Shaohui. Bearing performance degradation assessment based on wavelet packet entropy and Gaussian mixture model[J]. *Journal of Vibration & Shock*, 2013, 32(21):35-40,91. (in Chinese)
- [11] Younus A M D, Yang B S. Intelligent fault diagnosis of rotating machinery using infrared thermal image [J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(2): 2082-2091.
- [12] 肖婷, 汤宝平, 秦毅, 等. 基于流形学习和最小二乘支持向量机的滚动轴承退化趋势预测[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(9):149-153.
Xiao Ting, Tang Baoping, Qin Yi, et al. Degradation trend prediction of rolling bearing based on manifold learning and least squares support vector machine[J]. *Journal of Vibration & Shock*, 2015, 34(9):149-153. (in Chinese)
- [13] 蒋全胜, 贾民平, 胡建中, 等. 基于拉普拉斯特征映射的故障模式识别方法[J]. *系统仿真学报*, 2008(20): 5710-5713.
Jiang Quansheng, Jia Minping, Hu Jianzhong, et al. Method of fault pattern recognition based on Laplacian eigenmaps [J]. *Journal of System Simulation*, 2008(20):5710-5713. (in Chinese)
- [14] Buchin K, Buchin M, Leusden R V, et al. Computing the Fréchet distance with a retractable leash[J]. *Discrete & Computational Geometry*, 2016,56:315-336.
- [15] 王奉涛, 陈旭涛, 闫达文, 等. 流形模糊 C 均值方法及其在滚动轴承性能退化评估中的应用[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(15):59-64.
Wang Fengtao, Chen Xutao, Yan Dawen, et al. Fuzzy C-means using manifold learning and its application to rolling bearing performance degradation assessment [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52 (15):59-64. (in Chinese)
- [16] 许昕, 潘宏侠, 潘铭志. 独立分量分析在自动机振动信号处理中的应用[J]. *振动、测试与诊断*, 2016, 36 (1):120-125.
- Xu Xin, Pan Hongxia, Pan Mingzhi, et al. Application of independent component analysis in automata vibration signal process[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36 (1): 120-125. (in Chinese)
- [17] Rezaei A, Dadouche A. Development of a turbojet engine gearbox test rig for prognostics and health management[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2012, 33(2):299-311.
- [18] Vlok P J, Wnek M, Zygmunt M. Utilising statistical residual life estimates of bearings to quantify the influence of preventive maintenance actions[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2004, 18(4):833-847.
- [19] 康守强, 王玉静, 崔历历, 等. 基于 CFOA-MKHSVM 的滚动轴承健康状态评估方法[J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(9):2029-2035.
Kang Shouqiang, Wang Yujing, Cui Lili, et al. Health state assessment of a rolling bearing based on CFOA-MKHSVM method[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(9):2029-2035. (in Chinese)
- [20] 马婧华. 基于流形学习的旋转机械早期故障融合诊断方法研究[D]. 重庆:重庆大学, 2015.
- [21] Jafari A, Almasganj F. Using Laplacian eigenmaps latent variable model and manifold learning to improve speech recognition accuracy[J]. *Speech Communication*, 2010, 52(9):725-735.
- [22] Hastie T, Stuetzle W. Principal curves [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1988, 84(406): 502-516.
- [23] 张军平, 王珏. 主曲线研究综述[J]. *计算机学报*, 2003, 26(2):129-146.
Zhang Junping, Wang Jue. An overview of principal curves[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2003, 26 (2):129-146. (in Chinese)
- [24] Verbeek J J, Vlassis N, Krse B. A k -segments algorithm for finding principal curves[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2002, 23(8):1009-1017.
- [25] Eiter T, Mannila H. Computing discrete Fréchet distance[J]. *See Also*, 1994, 64(3):636-637.
- [26] Rubini R, Meneghetti U. Application of the envelope and wavelet transform analyses for the diagnosis of incipient faults in ball bearings[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2001, 15(2):287-302.



第一作者简介:尹爱军,男,1978年5月生。教授、博士生导师。主要研究方向为智能测试与仪器、无损检测技术、大数据分析与人工智能、装备状态评估与寿命预测、智能装备与机器人、机器视觉等。曾发表《Thermography spatial-transient-stage mathematical tensor construction and material property variation track》(《International Journal of Thermal Science》2014, Vol. 85)等论文。
E-mail: aijun.yin@cqu.edu.cn