Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.04.012

基于轴心轨迹形态的转子裂纹故障分析与诊断

向 玲, 张 悦

(华北电力大学(保定)机械工程系 保定,071003)

摘要 基于转子系统轴心轨迹的形态分析,提出一种对多故障中的裂纹故障进行初步诊断的简便方法。通过对转 子系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹形态分析,表明在 1/2 临界转速附近,裂纹-碰摩双故障转子系统轴心轨迹的 内环形状随着转速的变化而改变,内环的偏置方向也随转速旋转一定角度。在碰摩转子系统中,其 1/2 临界转速 附近的轴心轨迹形态与裂纹-碰摩双故障转子有明显区别。多故障系统轴心轨迹的形态分析为对其中的裂纹故障 进行初步诊断提供了新方法,使转子故障诊断效率得到提高。同时结合分岔图及频谱图对不同转子系统的动力学 响应进行了分析,利用 Bently 转子实验台对裂纹转子系统的轴心轨迹进行了实验验证。

关键词 转子;裂纹;碰摩;临界转速;轴心轨迹 中图分类号 TH113.1;TH165.3

引 言

转子系统在运行中转子故障时有发生。由于材 料加工的原始缺陷和转子的疲劳运转,使之产生裂 纹故障。单一的碰摩故障和裂纹故障均会使系统的 振动加剧,对转子的正常运转产生影响。当碰摩和 裂纹故障同时存在时,会使系统的非线性行为更加 复杂,存在安全隐患。因此,在故障发生之前及时诊 断,可极大地减少经济损失及人员伤亡,对工业生产 具有重大意义。艾延廷等^[1]基于融合信息熵距,提 出了一种转子振动故障的诊断方法。文献[2]针对 仿真结果和实验转子的故障信号,对转子不平衡、碰 摩和油膜涡动故障提出了基于局部均值分解的故障 诊断方法。文献[3]提出用自适应经验小波变换的瞬 方法诊断转子碰摩故障,克服了希尔伯特变换的瞬 时频率。孙斌等^[4]基于复杂网络的动力学统计量, 对转子系统振动故障作出诊断。

故障转子的非线性动力学研究一向是学者们研究的重点,其中裂纹和碰摩这两种常见故障尤为重要。文献[5-6]基于裂纹-碰摩故障转子系统的动力学模型,利用延拓打靶法研究了系统周期运动的稳定性。刘元峰等^[7]运用龙格-库塔法研究了转子在裂纹和碰摩这两种非线性因素作用下的非线性行为。Mohammad^[8]利用有限元模型和谐波平衡法,

讨论了基于时变刚度的裂纹转子系统的动态稳定 性。Hamid 等^[9]采用改进的谐波平衡法发现第 2 裂纹的存在对系统临界转速的影响。

学者们还对转子系统的动力学研究进行了实验 验证。Guo等^[10]对裂纹转子的动力学行为和基于 经验模态分解的裂纹检测方法进行了实验验证。 Yang等^[11]对存在不平衡和定点摩擦的双转子系统 的动力学特性进行了理论分析和实验研究。Anuj 等^[12]从裂纹深度和位置等多方面对多裂纹转子系 统的非线性动力学行为进行实验验证和分析。Kumar等^[13]通过 Ansys设计了简化的实验装置模型, 对不同参数的裂纹轴进行了谐波分析。已有的研究 多从动力学角度对故障转子进行分析,利用频谱图 对故障转子进行诊断,而基于轴心轨迹形态对裂纹 故障进行分析的较少。

笔者从轴心轨迹的形态分析角度出发,通过对 比分析无故障和裂纹故障转子系统、碰摩故障和碰 摩-裂纹双故障转子系统 1/2 临界转速附近的轴心 轨迹形态变化,提供了一种诊断系统裂纹故障的新 方法,同时利用分岔图和频谱图分析了不同转子系 统的动力学响应。

1 含裂纹-碰摩双故障的转子系统

图 1 为含裂纹-碰摩双故障的 Jeffcott 转子模

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51675178) 收稿日期:2017-10-30;修回日期:2018-01-16

型。转轴两端为对称刚性支承,无裂纹的转轴刚度 为 k,转轴中间位置安装一圆盘,圆盘的质量为 m, 圆盘的阻尼为 c。一个横向裂纹位于转轴中部靠近 圆盘处,圆盘几何中心为 O₁,圆盘质心为 O₂。



图 1 裂纹-碰摩双故障转子系统

Fig. 1 Rotor system with coupling fault of crack and rubimpact

1.1 碰摩力模型

在碰摩发生的过程中,对碰摩转子进行简化,转、 定子之间的碰撞视为弹性碰撞,不计热效应,碰摩视为 局部碰摩。碰摩发生时的切向摩擦力为 *P*_T,法向碰摩 力为 *P*_N,*e* 为圆盘的偏心量,碰摩力的求解公式为

$$P_{N} = \begin{cases} 0 & (r < \delta) \\ (r - \delta) k_{c} & (r \ge \delta) \end{cases}$$
(1a)

$$P_T = \mu P_N \tag{1b}$$

其中: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$,为转轴中心的径向位移; δ 为转、定子的静止间隙; k_c 为定子刚度; μ 为转、定子的摩擦因数。

将碰摩产生的切向和法向碰摩力分解到 x 方 向和 y 方向^[8]为

$$\begin{cases} \binom{P_x}{P_y} = -\frac{r-\delta}{r} k_c \binom{1}{\mu} \frac{-\mu}{1} \binom{x}{y} & (r > \delta) \\ P_x = P_y = 0 & (r < \delta) \end{cases}$$
(2)

1.2 裂纹转子开闭模型

图 2 为转轴的横向裂纹截面示意图。xOy 和 $\xiO'\eta$ 分别为系统的固定坐标系和转动坐标系,转轴 的中心为 O',转动坐标系中的 $O'\xi$ 轴与裂纹扩展方 向一致,转子在旋转过程中仅考虑弯曲振动。本研 究的裂纹模型采用开闭裂纹模型,其张开与闭合程 度随着重力和不平衡力合力的周期变化而变化。图 中: $\theta = \omega t + \varphi_0; \varphi_0$ 为转轴初始相位角,这里设定 $\varphi_0 = 0; \alpha$ 为一半的裂纹角; ϕ 为转轴的涡动角, $\phi = \arctan(y/x); \beta$ 为偏心量和裂纹方向之间的夹角, 设 $\beta = 0; \varphi$ 为转涡差角, $\varphi = \theta + \beta - \phi$ 。

在笔者研究的裂纹-碰摩双故障转子模型中,考 虑到不同裂纹深度对转轴刚度的影响,选用的裂纹



图 2 裂纹截面示意图

Fig. 2 Schematic diagram of cross section of transverse crack

开闭模型为将裂纹深度考虑在内的非线性模型

$$f(\varphi) = \left[\left(1 + \cos\varphi \right) / 2 \right]^A \tag{3}$$

其中:A = a/R,为转轴的无量纲裂纹深度;a为裂 纹深度;R为转轴半径。

1.3 裂纹刚度模型

笔者建立的裂纹-碰摩双故障转子模型中,转轴的两端为刚性对称支承,忽略系统的耦合刚度。在转轴转动的过程中,裂纹的存在会时刻改变横截面 所受的应力大小及方向,矩阵 K 为变化后的刚度矩阵。在转轴刚度变化的过程中,忽略 $O'\eta$ 轴方向的 变化,即 $\Delta K = \Delta K_{\epsilon}$,故变化后的刚度矩阵表达 式^[8]为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} - f(\varphi) \begin{bmatrix} \Delta k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(4)

其中: $f(\varphi)$ 为呼吸裂纹的开闭函数; k 为转轴刚度; Δk 为有裂纹的转轴刚度变化量。

将计算中所用的转动坐标系 $\mathcal{E}O'\eta$ 替换为固定 坐标系 xOy,则式(4)中的各刚度可表示为

$$k_{xx} = k - f(\varphi) \Delta k \cos^{2}(\varphi + \psi)$$
(5)
$$k_{xy} = k_{yx} = -f(\varphi) \Delta k \cos(\varphi + \psi) \sin(\varphi + \psi)$$
(6)

$$k_{yy} = k - f(\varphi) \,\Delta k \sin^2 \left(\varphi + \psi\right) \tag{7}$$

2 裂纹-碰摩转子系统运动微分方程

2.1 裂纹-碰摩转子系统运动微分方程的建立

假设 *x* 和 *y* 分别为转轴中央圆盘处的径向位移,不考虑陀螺力矩和扭转振动。根据 Lagrange 方程将两端支承连线的中心视为零势能点,得到裂纹-碰摩双故障转子系统的运动微分方程为

$$\begin{cases} \ddot{mx} + \dot{cx} + kx - f(\varphi) \ \Delta k \times \\ \left[\cos^{2}(\varphi + \psi) \ x + \sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi + \psi) \ y\right] = \\ P_{x} + em\omega^{2}\cos(\omega t + \beta + \varphi_{0}) + mg \\ \ddot{my} + \dot{cy} + ky - f(\varphi) \ \Delta k \times \\ \left[\sin^{2}(\varphi + \psi) \ y + \sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi + \psi) \ x\right] = \\ P_{y} + em\omega^{2}\sin(\omega t + \beta + \varphi_{0}) \end{cases}$$
(8)

其中:m 为圆盘质量;c 为圆盘阻尼系数;k 为无裂纹的转轴刚度;e 为圆盘偏心量; ω 为转轴转速; P_x 为系统x 方向的碰摩力; P_y 为系统y 方向的碰摩力。

2.2 裂纹-碰摩转子系统运动微分方程的求解

考虑裂纹引起的转轴刚度变化以及系统偏心量 和重力的影响,对系统的运动微分方程进行无量纲 化,引入 $\tau = \omega t$, $x_s = \frac{mg}{k}$, $\bar{x} = \frac{x}{x_s}$, $\bar{y} = \frac{y}{x_s}$, $U = \frac{e}{x_s}$, $\bar{r} = \frac{r}{\delta}$, $\bar{x} = \frac{x'}{x_s\omega}$, $\bar{y} = \frac{y'}{x_s\omega}$, $\bar{y} = \frac{y'}{x_s\omega^2}$, $\bar{y} = \frac{y'}{x_s\omega^2}$ 。其中: x_s 为无裂纹转轴的静变形量;U为无量纲化的偏心量。 为得到更加简化的结果,引入 $\omega_n = \sqrt{k/m}$,

 $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_n}, K_1 = \frac{\Delta k}{k}, k_1 = \frac{k_c}{k}$ 。 其中: ω_n 为转 子的固有频率; ξ 为转子的阻尼比; Ω 为系统转速比; K_1 为裂纹转轴的刚度变化比; k_1 为系统的动静刚度比。

最终化简结果如式(9)所示。利用四阶龙格-库塔 法对此微分方程组进行求解,令 $x_1 = \bar{x}, x_2 = \bar{x}', x_3 = \bar{y}, x_4 = \bar{y}',$ 将式(9)转化为式(10)的形式。

$$\begin{cases} \overline{x}'' + \frac{2\xi}{\Omega}\overline{x}' + \frac{1}{\Omega^2}\overline{x} - \frac{1}{\Omega^2}f(\varphi)K_1[\overline{x}\cos^2(\varphi + \varphi)] = \\ \psi) + \overline{y}\sin(\varphi + \psi)\cos(\varphi + \psi)] = \\ \frac{1}{\Omega^2} + U\cos(\tau + \beta + \varphi_0) + \frac{k_1}{\Omega^2}\left(\frac{1}{\overline{r}} - 1\right)(\overline{x} - \mu\overline{y}) \\ \overline{y}' + \frac{2\xi}{\Omega}\overline{y}' + \frac{1}{\Omega^2}\overline{y} - \frac{1}{\Omega^2}f(\varphi)K_1[\overline{y}\sin^2(\varphi + \psi) + \\ \overline{x}\sin(\varphi + \psi)\cos(\varphi + \psi)] = U\sin(\tau + \beta + \varphi_0) + \\ \frac{k_1}{\Omega^2}(\frac{1}{\overline{r}} - 1)(\mu\overline{x} + \overline{y}) \end{cases}$$
(9)

$$\begin{cases} x_{2}' = -\frac{2\xi}{\Omega} x_{2} - \frac{1}{\Omega^{2}} x_{1} - \frac{1}{\Omega^{2}} f(\varphi) K_{1} [\cos^{2}(\varphi + \varphi) x_{1} + \sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi + \psi) x_{3}] + \frac{1}{\Omega^{2}} + U\cos(\tau + \beta + \varphi_{0}) + \frac{k_{1}}{\Omega^{2}} (\frac{1}{r} - 1) (x_{1} - \mu x_{3}) \\ x_{4}' = -\frac{2\xi}{\Omega} x_{4} - \frac{1}{\Omega^{2}} x_{3} - \frac{1}{\Omega^{2}} f(\varphi) K_{1} [\sin^{2}(\varphi + \psi) x_{3} + \sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi + \psi) x_{1}] + U\sin(\tau + \beta + \varphi_{0}) + \frac{k_{1}}{\Omega^{2}} (\frac{1}{r} - 1) (\mu x_{1} + x_{3}) \end{cases}$$
(10)

3 数值仿真与分析

转子系统中的故障存在会使系统响应发生不同 程度变化。转子中裂纹故障会对转轴刚度产生一定 影响,进而使系统响应发生一系列变化。根据裂纹 故障对系统响应引发的规律变化,可对系统的裂纹 故障进行初步诊断。

3.1 无故障及裂纹故障转子系统的仿真与分析

利用四阶龙格-库塔法对无量纲化后的非线性 方程组进行求解,无故障转子系统和裂纹转子系统 的参数设定如表1所示。另外,无故障转子系统的 无量纲裂纹深度 A=0,裂纹转子系统中的设定为 A=0.3。考虑到瞬态响应的影响,故选用100 周期 以后的计算结果进行仿真,得到系统的分岔图和1/2 临界转速附近的轴心轨迹图,如图3,4 所示。

表1 无裂纹及裂纹故障转子系统参数

Tab. 1 System parameters of the uncracked rotor and the cracked rotor

参数	符号	数值
圆盘质量/kg	m	0.594 3
圆盘阻尼/(N s・m ⁻¹)	С	10.89
定子刚度	k_c	0
转子刚度/(N・m ⁻¹)	k	19 959
偏心量/mm	e	0.085
转轴半径/mm	R	5

由图 3 可知,在转速为 0~1.5 倍临界转速区间 内,无故障 Jeffcott 转子系统和裂纹故障转子系统均未 出现分岔,始终为单周期运动。由图 3(a)可知,无故障 转子系统运动较为稳定。在图 3(b)中,曲线存在多处 峰值,即当系统转速比为 1/n (n=1,2,...)时,系统出现 共振现象。对比图 3 (a), (b),虽然两图具有不同特 征,但不能为裂纹故障的诊断提供有力条件。

从图 4(a)可以看出,在 1/2 临界转速附近,无 故障转子系统的轴心轨迹均为光滑圆环,随着转速 变化,仅仅是圆环大小发生变化,并没有内环出现。 在图 4(b)中,裂纹转子系统的轴心轨迹在转速变化 区间内始终存在一个内环,且内环的形状和偏置角 度均随转速的变化而变化,其中内环的偏置方向在 转速区间内的旋转角度约为 π。

对比有无故障转子的轴心轨迹可知,通过判断 系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹有无内环出现, 且偏置角度是否为 π,可以为系统中裂纹故障的诊 断提供一种简便方法。







图 4 1/2 临界转速区无裂纹转子和裂纹转子的轴心轨迹 Fig. 4 The axis orbits of the uncracked rotor and the cracked rotor around the 1/2 subcritical speed zone

3.2 碰摩故障及裂纹-碰摩转子系统的仿真与分析

碰摩转子系统和裂纹-碰摩转子系统的参数设 定如表 2 所示。碰摩转子系统的无量纲裂纹深度 A=0,在裂纹-碰摩转子系统中设定 A=0.3。同样 考虑瞬态响应的影响,选用 100 周期以后的计算结 果进行仿真,对转子系统响应进行对比分析。

表 2 碰摩转子和裂纹-碰摩转子系统参数

Tab. 2 System parameters of the rub-impact rotor and the crack and rub-impact rotor

-		
参数名称	符号	数值
圆盘质量/kg	m	0.594 3
圆盘阻尼/(Ns・m ⁻¹)	С	41.64
摩擦因数	μ	0.2
定子刚度/(10⁵N・m ⁻¹)	k_c	1.035 7
转子刚度/(10⁵N・m ⁻¹)	k	1.726 2
偏心量/10 ⁻³ mm	е	9.8
转轴半径/mm	R	5

由图 5 (a)可知,在转速为 0~1.5 倍临界转速 区间内,碰摩转子系统未出现分岔,始终为单周期运 动。图 5(b)为裂纹-碰摩转子系统的分岔图,可知 系统发生三分岔的转速为 0.492 倍的临界转速,在 此之前系统为单周期运动。系统经过短暂的三周期 运动后,在转速为 0.495 倍的临界转速处进入二周 期运动,继而系统又在转速为 0.498 倍的临界转速 处经过倒分岔回归到单周期运动。

图 6 为碰摩转子系统和裂纹-碰摩转子系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹图。由图 6(a)可知,碰摩 转子系统在 1/2 临界转速附近,轴心轨迹图中无明 显的内环出现,圆环存在轻微凹凸现象,这是由于系 统的碰摩故障所致。由图 6(b)可以看出,裂纹-碰 摩转子系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹形态呈现 出规律变化。图中的轴心轨迹始终存在一个内环, 且随着转速升高,内环的形状和偏置方向均发生变 化。在转速变化范围内,内环逐渐变小,其偏置方向





Fig. 5 Bifurcation diagram of the rub-impact rotor and the crack and rub-impact rotor





Fig. 6 The axis orbits of the rub-impact rotor and the crack and rub-impact rotor around the 1/2 subcritical speed zone

也旋转一定角度。与裂纹故障转子系统的轴心轨迹 相对比,此时由于碰摩故障的存在,使轴心轨迹内环 的旋转角度有一定的减小,略小于 180°。

因此,在裂纹-碰摩双故障转子系统中,通过观

察系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹图是否存在内 环、内环的偏置方向是否在转速变化范围内旋转一 定角度,便可对转子系统的裂纹故障作出初步诊断。 图 7 为裂纹-碰摩转子系统对应转速下的时域



图 7 裂纹-碰摩转子系统 1/2 临界转速区的时域波形图和频谱图

Fig. 7 Time series and frequency spectra of the crack and rub-impact rotor around the 1/2 subcritical speed zone

第 39 卷

波形图和频谱图。可以发现,系统波形均为周期信号,并有"削波"现象存在。在频谱图中随着转速变化,各谐波分量幅值有所变化,由于裂纹故障的存在,其中2X分量明显,另外还存在3X,4X等谐波频率成分,系统碰摩特征也较为明显。

由以上仿真结果可以看出,通过对比无故障 Jeffcott 转子系统和 Jeffcott 裂纹转子系统 1/2 临 界转速附近的轴心轨迹图,根据轴心轨迹图中是否 存在内环,且内环的偏置角度是否旋转 180°,为转 子系统中裂纹故障的初步诊断提供一种简便清晰的 方法。同样,通过对比 Jeffcott 碰摩转子系统和裂 纹-碰摩双故障转子系统 1/2 临界转速附近的轴心 轨迹图,也可根据图中是否存在内环以及内环是否 旋转一定角度,对裂纹-碰摩双故障转子系统中的裂 纹故障作出初步诊断。

4 实验研究

对刚性支承下裂纹转子系统进行实验研究,图 8为Bently RK-4转子实验台。实验采用5只传感 器进行数据测量,分别在两端支承处安装一对呈 45°分布测量振动信号,在电机输出端安装一只光电 传感器向转速调节器提供反馈信号。实验中 Zonic-Book/618E 振动测试系统用于数据采集,实验台运 行稳定,可实现 0~10kr/min 范围内的无级调速。

此次实验将模拟转子的裂纹故障,图 9 为裂纹 轴的细节图。实验使用一根裂纹深度 a=2mm 的 转轴,该模拟裂纹是利用线切割加工而成。转子系 统的临界转速约为 2 800r/min,为了对理论仿真进 行验证,在实验台完成了定速实验,通过测得振动信



图 8 Bently RK-4 转子实验台 Fig. 8 Bently RK-4 rotor test rig



图 9 裂纹轴细节图 Fig. 9 Schematic diagram of crack shaft

号得到转轴相应的轴心轨迹并进行分析。

图 10 为 2mm 裂纹转子系统 1/2 临界转速附近 的轴心轨迹的实验结果。通过图中箭头的标识可以 发现,系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹存在一个 随着转速升高而旋转的内环,且在转速变化范围内 其旋转角度接近 180°。该实验结果对之前的理论 仿真进行了部分验证,证明了通过轴心轨迹特征初 步诊断裂纹故障的有效性。另外,此次实验过程中, 实验转轴可能存在轻微的不对中,使部分轴心轨迹 图中存在一个尖端,在后续的实验中将对该问题进 行改进。





5 结束语

基于转子系统轴心轨迹的形态分析,通过对比 无故障转子系统和裂纹转子系统、碰摩转子系统和 碰摩-裂纹双故障转子系统 1/2 临界转速附近的轴 心轨迹形态变化,为多故障转子系统中的裂纹故障 的初步诊断提供了一种简便的新方法。结果表明: 在裂纹-碰摩转子系统中,随着转速升高,系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹形态呈现出规律和典型的 变化。在速度变化区间内,系统轴心轨迹始终存在 一个内环,且内环形状和位置均随转速变化而发生 变化,其中内环的位置在转速变化区间内的旋转角 度接近 π。在碰摩转子系统中,其 1/2 临界转速附 近的轴心轨迹并未存在内环,因此可根据系统 1/2 临界转速附近的轴心轨迹是否存在内环、内环是否 旋转一定角度,来判断系统中是否存在裂纹故障,为 裂纹-碰摩双故障转子系统中裂纹故障的初步诊断 提供了一种新方法。可以看出,该方法与通过对比 无故障转子和裂纹转子系统的轴心轨迹来初步诊断 裂纹故障的方法类似。笔者通过分岔图、时域波形 图及频谱图,对不同转子系统的系统响应进行了分 析。可以看出,裂纹-碰摩转子系统的时域波形图呈 周期变化,并有"削波"现象存在。系统频谱中包含 丰富的谐波成分,碰摩现象明显。在 Bently 转子实 验台对裂纹转子的轴心轨迹进行了实验验证。结果 显示,1/2临界转速附近的轴心轨迹存在一个随着 转速升高而旋转的内环,且在转速变化范围内其旋 转角度接近180°,进一步证明了通过轴心轨迹特征 初步诊断裂纹故障的有效性。

文 献

[1] 艾延廷, 付琪, 田晶, 等. 基于融合信息熵距的转子 裂纹-碰摩耦合故障诊断方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(10): 2161-2166.

Ai Yanting, Fu Qi, Tian Jing, et al. Diagnosis method for crack-rubbing coupled fault in rotor system based on integration of information entropy distance [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(10): 2161-2166. (in Chinese)

[2] 向玲, 鄢小安. 汽轮机转子故障诊断中 LMD 法和 EMD法的性能对比研究[J].动力工程学报,2014, 34(12): 945-951.

Xiang Ling, Yan Xiaoan. Performance contrast between LMD and EMD in fault diagnosis of turbine rotors[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2014, 34(12): 945-951. (in Chinese)

- [3] Zheng Jinde, Pan Haiyang, Yang Shubao, et al. Adaptive parameterless empirical wavelet transform based time-frequency analysis method and its application to rotor rubbing fault diagnosis [J]. Signal Processing, 2017, 130(C): 305-314.
- $\lceil 4 \rceil$ 孙斌,尚达.复杂网络在转子故障诊断中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(6): 1010-1015. Sun Bin, Shang Da. Complex network in application of rotor fault diagnosis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(6): 1010-1015. (in Chinese)
- [5] 刘长利,姚红良,李鹤,等.碰摩裂纹转子轴承系统

的周期运动稳定性及实验研究[J].应用力学学报, 2004, 21(4): 52-55.

Liu Changli, Yao Hongliang, Li He, et al. Stability of periodic motion and experimental research on the rotor-bearing system with rub-impact and crack[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(4): 52-55. (in Chinese)

[6] 罗跃纲,王培昌,闻邦椿.裂纹-碰摩转子-轴承系统周 期运动稳定性[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(6): 705-707. Luo Yuegang, Wang Peichang, Wen Bangchun. Sta-

bility of periodic motion on the rotor bearing system with crack and rub-impact[J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(6): 705-707. (in Chinese)

- [7] 刘元峰,赵玫,朱厚军.考虑碰摩的裂纹转子非线性 特性研究[J]. 振动工程学报, 2003, 16(2): 71-74. Liu Yuanfeng, Zhao Mei, Zhu Houjun. Nonlinear characteristics of a cracked rotor with rub-impact[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(2): 71-74. (in Chinese)
- [8] Mohammad A. Stability analysis and backward whirl investigation of cracked rotors with time-varying stiffness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 348: 365-380.
- [9] Hamid K, Subhash R, Ramin S. Vibration behavior of a two-crack shaft in a rotor disc-bearing system [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 113: 67-84.
- [10] Guo Chaozhong, Yan Jihong, Yang Weicheng. Crack detection for a Jeffcott rotor with a transverse crack: an experimental investigation [J]. Mechanical System and Signal Processing, 2017, 83: 260-271.
- [11] Yang Yang, Cao Dengqing, Yu Tianhu, et al. Prediction of dynamic characteristics of a dual-rotor system with fixed point rubbing-theoretical analysis and experimental study[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016(S115/116): 253-261.
- [12] Anuj K, Vikas R, Atul K. Experimental investigation of vibration analysis of multi-crack rotor shaft [J]. Procedia Engineering, 2016, 144: 1451-1458.
- [13] Kumar V, Harikrishna C, Sai C, et al. Dynamic analysis of a cracked rotor-an experimental and finite element investigation[J]. Materials Today: Proceedings, 2015, 2(4/5): 2131-2136.



第一作者简介:向玲,女,1971 年 4 月 生,博士、教授。主要研究方向为非线 性动力学和故障诊断。曾发表《HHT 方法在转子振动故障诊断中的应用》 (《中国电机工程学报》2008年第27卷 第35期)等论文。

E-mail: ncepuxl@163.com