第 39 卷第 4 期
2019 年 8 月

振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

Vol. 39 No. 4
Aug. 2019

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.04.017

一种新的固有频率跟踪及虚假频率剔除方法*

周昊天[1,3]， 赵 婕[1]， 曹为政[2]， 赵 锐[1]， 于开平[1]， 白云鹤[1,3]
(1.哈尔滨工业大学航天学院 哈尔滨,150001) (2.黑龙江科技大学计算机与信息工程学院 哈尔滨,150022)
(3.中国电子科技集团公司第 54 研究所 石家庄,050081)

摘要 针对时变参数辨识中常见的固有频率辨识和虚假频率剔除问题,引入了一种基于新信息准则的子空间跟踪辨识算法,结合实验提出了一种消除虚假固有频率的后处理方法。首先,利用基于新信息准则的子空间跟踪算法辨识出伪时变模态参数;其次,通过聚类方法估计各阶伪固有频率;最后,利用滑动的数据窗比对数据剔除虚假频率。该方法仅需要给出预估的活动模态数即可。不同频率变化形式的仿真算例结果证明了本研究方法较其他辨识算法在信号信噪比较低时具有较高的辨识精度。高温环境下的时变模态实验也验证了该方法的可行性,说明该方法在实际工程中具有较高的应用价值。

关键词 模态参数;振动试验;振动频率;时变结构;参数辨识
中图分类号 TH113.1;N945;V214.3+3

引 言

结构模态参数辨识是结构动力学的重要研究内容,当前已经有众多成熟方法用于解决定常系统的非时变模态参数辨识问题,例如随机减量法[1]及随机子空间方法[2]等。由于线性时变系统比定常系统复杂,同时,适用于定常非时变系统的模态参数辨识方法并不能直接应用于线性时变系统,而时变系统在实际工程应用中又是普遍存在的,因此对线性时变系统的模态参数辨识一直是研究的热点。

在时变系统中,传统的模态参数的概念不复存在。Liu[3]提出了"伪模态参数"的概念,并将其推广用于线性时变系统[4]。目前,已有的用于时变模态参数辨识的方法包括基于时频分析的辨识方法[5]、基于盲源分离的辨识方法[6]和基于时间序列模型的方法[7]。对于工程实际而言,应用最为广泛的是基于子空间的辨识方法[8]。Liu 等[9]提出一种基于子空间的时变模态参数辨识方法,并对一个移动质量梁的伪固有频率进行了识别。于开平等[10]提出一种利用系统输入输出整体数据进行时变模态参数辨识的方法,对一个移动简支梁的伪固有频率进行了辨识,并提出改进方法[11]。庞世伟等[12]引入投影估计子空间算法(projection approximation subspace tracking,简称 PAST),提出了采用固定长度平移窗的递推子空间辨识方法,利用该方法对移动质量简支梁进行了辨识。杨凯等[13]引入自然幂迭代算法(natural power iteration,简称 NPI)和逼近幂迭代算法(approximated power iteration,简称 API),对移动分布质量-悬臂梁和两自由度弹簧-质量系统进行了时变模态参数辨识。倪智宇等[14]提出了一种用于时变模态参数辨识的截断窗逼近幂迭代子空间方法(truncated window approximated power iteration,简称 TW-API),并将该方法用于二连杆机械臂和在轨航天器[15]的伪固有频率辨识中。

由于子空间跟踪算法本身的限制和测量数据受噪声污染的影响,识别结果中通常混杂了虚假的模态信息[9],因此提高最终识别结果的精度是一项重要的研究内容。除了采用精度更高的跟踪算法以外,另一种研究思路是对识别结果进行处理,采用特定的算法识别出真实模态、剔除虚假模态。Liu 等[9]提出了一种针对慢变的伪固有频率筛选方法,该方法计算量小,但需要给出若干估计的频率值。Zhou 等[16]引入 fuzzy C-means 方法,提出基于模糊聚类的模态参数验证方法,即通过欧氏距离检测不同阶次之间的差异,从而实现对伪固有频率的筛选。

为了提高最终结果的精度,笔者引入新信息准则子空间跟踪算法[17](novel information criterion,简称 NIC),针对时域类模态参数辨识方法常见的虚假频率问题,提出一种基于滑动数据窗的固有频率

* 国家自然科学基金资助项目(11172078)
收稿日期:2017-12-19;修回日期:2018-03-10

筛选方法。两种不同频率变化规律的数值仿真算例验证了辨识算法的有效性,辨识结果精度得到了提升。通过对高温环境下的热防护结构的时变伪固有频率进行辨识,验证了筛选方法的有效性。

1 NIC 子空间跟踪算法与时变模态参数辨识

1.1 输入量的迭代更新

由于基于 NIC 的子空间跟踪方法是采用递推最小二乘算法求解其中的子空间优化问题,因此振动信号的前处理是必需步骤。考虑线性时变系统离散时间状态空间模型

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}(k)\boldsymbol{u}(k)\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}(k)\boldsymbol{x}(k)\end{cases} \tag{1}$$

其中:$\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^{n\times1}$ 为第 k 个采样时刻的系统状态向量;n 为系统阶次;$\boldsymbol{A}(k)\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 为 $k\sim k+1$ 时刻的系统状态转移矩阵;$\boldsymbol{B}(k)\in\mathbf{R}^{n\times m}$ 为第 k 时刻的输入矩阵;$\boldsymbol{u}(k)\in\mathbf{R}^{m\times1}$ 为第 k 时刻的 m 维输入向量;$\boldsymbol{y}(k)\in\mathbf{R}^{r\times1}$ 为第 k 时刻的 r 维响应向量;$\boldsymbol{C}(k)\in\mathbf{R}^{r\times n}$ 为第 k 时刻的输出矩阵。

利用 k 时刻附近的输入输出数据可组成相应的广义 Hankel 矩阵

$$\begin{cases}\boldsymbol{U}(k)=\begin{bmatrix}u(1) & u(2) & \cdots & u(k)\\ u(2) & u(3) & \cdots & u(k+1)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ u(M) & u(M+1) & \cdots & u(k+M-1)\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{Y}(k)=\begin{bmatrix}y(1) & y(2) & \cdots & y(k)\\ y(2) & y(3) & \cdots & y(k+1)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ y(M) & y(M+1) & \cdots & y(k+M-1)\end{bmatrix}\end{cases} \tag{2}$$

其中:M 为广义 Hankel 矩阵的块行数。

对应地,下一时刻的广义 Hankel 矩阵为

$$\boldsymbol{U}(k+1)=[\boldsymbol{U}(k)\quad \bar{\boldsymbol{u}}(k+1)] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{Y}(k+1)=[\boldsymbol{Y}(k)\quad \bar{\boldsymbol{y}}(k+1)] \tag{4}$$

其中:$\bar{\boldsymbol{u}}(k+1)=[u(k+1)\quad u(k+2)\quad\cdots\quad u(k+M)]^{\mathrm{T}}$;$\bar{\boldsymbol{y}}(k+1)=[y(k+1)\quad y(k+2)\quad\cdots\quad y(k+M)]^{\mathrm{T}}$。

根据文献[8]提出的数据迭代更新规则,令

$$\boldsymbol{w}(k)=[\boldsymbol{U}(k-1)\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(k-1)]^{-1}\bar{\boldsymbol{u}}(k) \tag{5}$$

$$\alpha(k)=\bar{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{w}(k) \tag{6}$$

得到子空间跟踪输入量 $\boldsymbol{z}(k)$ 的迭代更新形式

$$\boldsymbol{z}(k)=([\boldsymbol{Y}(k-1)\boldsymbol{U}^{\dagger}(k)]\bar{\boldsymbol{u}}(k)-\bar{\boldsymbol{y}}(k))/\sqrt{1+\alpha(k)} \tag{7}$$

其中:上标符号“†”代表矩阵伪逆。

式(5)和式(7)中的$[\boldsymbol{U}(k-1)\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(k-1)]^{-1}$以及$[\boldsymbol{Y}(k-1)\boldsymbol{U}^{\dagger}(k)]$更新形式分别为

$$[\boldsymbol{U}(k)\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(k)]^{-1}=[\boldsymbol{U}(k-1)\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(k-1)]^{-1}-\boldsymbol{w}(k)\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(k)/\sqrt{1+\alpha(k)}$$

$$[\boldsymbol{Y}(k)\boldsymbol{U}^{\dagger}(k)]=[\boldsymbol{Y}(k-1)\boldsymbol{U}^{\dagger}(k-1)]-\boldsymbol{z}(k)\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(k)$$

通过以上公式可得到满足子空间跟踪算法要求的输入数据 $\boldsymbol{z}(k)$,且有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}(k)\boldsymbol{U}^{\perp}(k)&=\boldsymbol{Y}(k)-\boldsymbol{Y}(k)\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{U}(k)\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(k)]^{-1}\boldsymbol{U}(k)=\\ &\boldsymbol{\Gamma}(k)\boldsymbol{X}(k)\boldsymbol{U}^{\perp}(k)\end{aligned} \tag{8}$$

其中:$\boldsymbol{\Gamma}(k)$为 k 时刻的能观矩阵。

通过对 $\boldsymbol{Y}(k)\boldsymbol{U}^{\perp}(k)$进行奇异值分解,得到

$$\boldsymbol{Y}(k)\boldsymbol{U}^{\perp}(k)=\boldsymbol{R}(k)\boldsymbol{\Sigma}(k)\boldsymbol{V}(k)^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

则 $\boldsymbol{R}(k)$的前 n 列组成的矩阵即为能观矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}(k)$,同时也是矩阵 $\boldsymbol{Y}(k)\boldsymbol{U}^{\perp}(k)$的信号子空间 $\boldsymbol{W}(k)$。通过寻找合适的跟踪算法可以避免计算量较大的奇异值计算步骤,达到节省计算量的目的。

1.2 NIC 子空间跟踪

NIC 算法将子空间跟踪视为无约束优化问题,NIC 算法选取的目标方程为

$$J(\boldsymbol{W})=\frac{1}{2}\{\mathrm{tr}[\log(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{pp}\boldsymbol{W})]-\mathrm{tr}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W})\} \tag{10}$$

其中:$\boldsymbol{W}$ 为信号子空间矩阵;tr 为矩阵的迹;$\boldsymbol{R}_{pp}=E[\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}]$为输入量的协方差矩阵。

$J(\boldsymbol{W})$对 $\boldsymbol{W}$ 的梯度可以写为

$$\nabla J(\boldsymbol{W})=\boldsymbol{R}_{pp}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{pp}\boldsymbol{W})^{-1}-\boldsymbol{W} \tag{11}$$

根据梯度上升规则,$\boldsymbol{W}(k)$的迭代更新规则可写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{W}(k)=(1-\eta)\boldsymbol{W}(k-1)+\eta\hat{\boldsymbol{R}}_{pp}(k)\boldsymbol{W}(k-1)\times\\ [\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k-1)\boldsymbol{R}_{pp}(k)\boldsymbol{W}(k-1)]\end{aligned} \tag{12}$$

其中:η 为学习步长。

$\boldsymbol{R}_{pp}$是先验未知的,这里用其估计值$\hat{\boldsymbol{R}}_{pp}(k)$代替

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{R}}_{pp}(k)&=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\beta^{k-i}\boldsymbol{p}(i)\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(i)=\\ &\beta(k-1)\hat{\boldsymbol{R}}_{pp}(k-1)/k+\boldsymbol{p}(k)\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(k)/k\end{aligned} \tag{13}$$

假设对于 $1\leqslant i\leqslant k$,$\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k-1)\boldsymbol{p}(i)$都可被 $\boldsymbol{q}(i)\triangleq\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{p}(i)$近似替代,将式(13)代入式(12),得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{W}(k)&=(1-\eta)\boldsymbol{W}(k-1)+\\ &\eta\left[\sum_{i=1}^{k}\beta^{k-i}\boldsymbol{p}(i)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(i)\right]\left[\sum_{i=1}^{k}\beta^{k-i}\boldsymbol{q}(i)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(i)\right]^{-1}\end{aligned} \tag{14}$$

定义 $\boldsymbol{P}(k)=[\sum_{i=1}^{k}\beta^{k-i}\boldsymbol{q}(i)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(i)]^{-1}$以及 $\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)=[\sum_{i=1}^{k}\beta^{k-i}\boldsymbol{p}(i)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(i)]\boldsymbol{P}(k)$,根据矩阵求逆引理得到

$$\boldsymbol{P}(k)=\left[\beta\sum_{i=1}^{k-1}\beta^{k-i-1}\boldsymbol{q}(i)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(i)+\boldsymbol{q}(k)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\right]^{-1}=$$

$$[\boldsymbol{P}(k-1)-\boldsymbol{g}(k)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)]/\beta \tag{15}$$

其中：$\boldsymbol{g}(k)=\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{q}(k)/[\beta+\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{q}(k)]$为增益向量，并有如下性质

$$\boldsymbol{g}(k)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)=(\boldsymbol{g}(k)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1))^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{q}(k)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(k) \tag{16}$$

结合式(16)，$\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)$可以写为

$$\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)=\Big(\beta\sum_{i=1}^{k-1}\beta^{k-i-1}\boldsymbol{p}(i)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(i)+\boldsymbol{p}(k)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\Big)\boldsymbol{P}(k)=\widetilde{\boldsymbol{W}}(k-1)+(\boldsymbol{p}(k)-\widetilde{\boldsymbol{W}}(k-1)\boldsymbol{q}(k))\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(k) \tag{17}$$

至此得到$\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)$的迭代更新形式，整个跟踪算法流程概括如下。

初始化步骤：

1）令 $\boldsymbol{P}(0)=\delta\boldsymbol{I}_r$，其中：$\delta$ 为一个正小量；$\boldsymbol{I}_r$ 为 $r\times r$单位矩阵；

2）令 $\widetilde{\boldsymbol{W}}(0)=0$，为 $n\times r$ 零矩阵；

3）$\boldsymbol{W}(0)$通过式(9)进行计算。

迭代更新步骤：

1）$\boldsymbol{q}(k)=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k-1)\boldsymbol{p}(k)$；

2）$\boldsymbol{g}(k)=\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{q}(k)/[\beta+\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)\times\boldsymbol{q}(k)]$；

3）$\boldsymbol{P}(k)=[\boldsymbol{P}(k-1)-\boldsymbol{g}(k)\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)]/\beta$；

4）$\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)=\widetilde{\boldsymbol{W}}(k-1)+(\boldsymbol{p}(k)-\widetilde{\boldsymbol{W}}(k-1)\times\boldsymbol{q}(k))\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(k)$；

5）$\boldsymbol{W}(k)=(1-\eta)\boldsymbol{W}(k-1)+\eta\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)$。

1.3　时变模态参数提取

得到$\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)$后，系统矩阵的估计$\hat{\boldsymbol{A}}(k)$为

$$\hat{\boldsymbol{A}}(k)=[\widetilde{\boldsymbol{W}}_1(k)]^{\dagger}[\widetilde{\boldsymbol{W}}_2(k)] \tag{18}$$

其中：$\widetilde{\boldsymbol{W}}_1(k)$和$\widetilde{\boldsymbol{W}}_2(k)$分别为第 k 时刻$\widetilde{\boldsymbol{W}}(k)$的前 $M-1$和后 $M-1$ 块行组成的矩阵。

对系统矩阵的估计进行特征值分解，得到

$$\hat{\boldsymbol{A}}(k)=\boldsymbol{\psi}(k)\boldsymbol{\Lambda}(k)\boldsymbol{\psi}^{-1}(k) \tag{19}$$

其中：$\boldsymbol{\psi}(k)$为特征向量矩阵，$\boldsymbol{\Lambda}(k)=\mathrm{diag}(\lambda_1(k),\cdots,\lambda_n(k))$为特征值对角矩阵。

由此可以求得 k 时刻第 i 阶伪固有频率 $\omega_i(k)$ 和伪模态阻尼比 $\xi_i(k)$分别为

$$\omega_i(k)=\ln(|\lambda_i(k)|)/(2\Delta t\pi) \tag{20a}$$

$$\xi_i(k)=-\ln(\lambda_i^{\mathrm{R}}(k))/(\Delta t\omega_i(k)) \tag{20b}$$

其中：上标“R”表示取特征值的实部；Δt 为数据采样间隔。

2　仿真算例

为验证所提出算法的有效性以及抗噪能力，对如图 1 所示的两自由度弹簧-质量系统进行辨识。

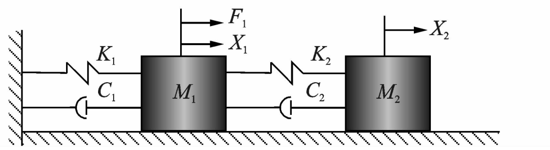

图 1　2 自由度弹簧-质量系统示意图

Fig.1　Schematic diagram of the 2-DOF spring-mass model

该弹簧-质量系统的运动控制方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{F} \tag{21}$$

质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 为

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}M_1 & 0\\ 0 & M_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{22}$$

刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 为

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}K_1+K_2 & -K_2\\ -K_2 & K_2\end{bmatrix} \tag{23}$$

阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}$ 为

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}C_1+C_2 & -C_2\\ -C_2 & C_2\end{bmatrix}=0.5\boldsymbol{M}+10^{-4}\boldsymbol{K} \tag{24}$$

为了研究所提出的方法对不同频率变化模式的适用情况，对刚度为指数变化和刚度为正弦变化两种情况进行讨论。

2.1　刚度为指数变化的情况

为模拟频率为指数变化的模式，式(23)中的各刚度取值为 $K_1=1\ 000\exp(-0.4t)$，$K_2=2\ 000$。仿真计算采用的时间步长 $\Delta t=0.001$ s。分别采用文献[12]和笔者提出的辨识方法进行辨识，为模拟真实的测量情况，结构响应中加入一定量的噪声。两种方法均采用相同的计算参数，结构响应信号信噪比（signal to noise ratio，简称 SNR）为 10 时，辨识结果如图 2，3 所示。可以看出，PAST 和 NIC 方法都能很好地跟踪频率变化。在初始时刻，PAST 的误差较大，而 NIC 算法的结果更接近理论参考值。在跟踪过程中，PAST 算法结果呈现出较大的离散性，而 NIC 算法的结果相对比较平滑。为了量化评估在不同信噪比条件下两种算法的计算结果，引入平均绝对误差率（mean absolute percentage error，简称 MAPE）

$$\mathrm{MAPE}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{|f_i-\tilde{f}_i|}{f_i}\times 100\% \tag{25}$$

其中：N 为辨识结果总数据点数；f_i 为 i 时刻理论参考值；$\tilde{f}_i$ 为第 i 时刻的辨识结果。

通过两种算法 5 次计算得到系统固有频率的 MAPE 误差取均值如表 1 所示。可以看出，当结构响应信号的信噪比较高时，两种算法的 MAPE 误差相

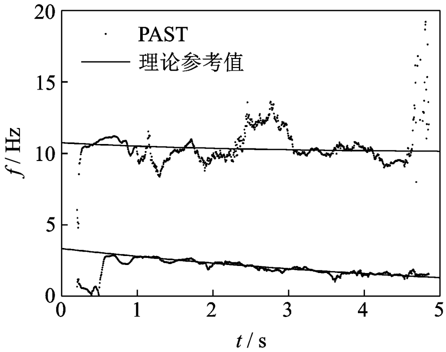

图 2　PAST 辨识结果与理论参考值对比(第 1 组)

Fig. 2　Comparison of the results by PAST algorithm and reference results (the first group)

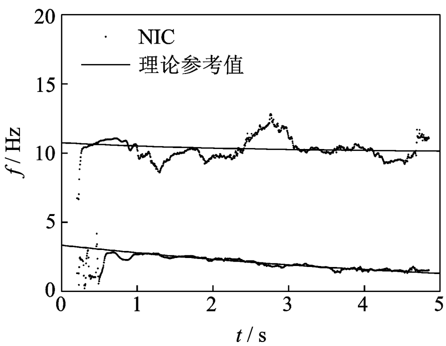

图 3　NIC 辨识结果与理论参考值对比(第 1 组)

Fig. 3　Comparison of the results by NIC algorithm and reference results (the first group)

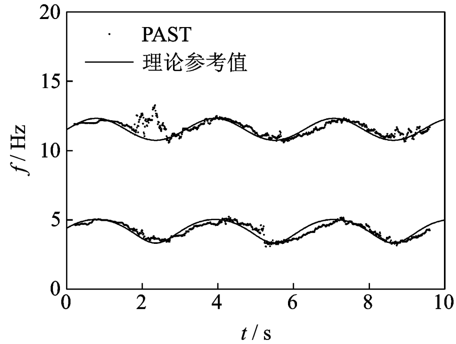

图 4　PAST 辨识结果与参考值对比(第 2 组)

Fig. 4　Comparison of the results by PAST algorithm and reference results (the second group)

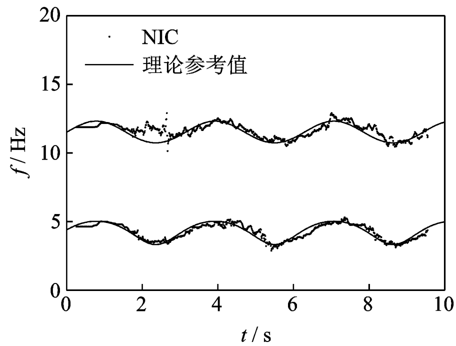

图 5　NIC 辨识结果与理论参考值对比(第 2 组)

Fig. 5　Comparison of the results by NIC algorithm and reference results (the second group)

差不大。随着噪声量的增加,PAST 算法的 MAPE 误差呈现出大幅增加的趋势,NIC 算法辨识误差虽然也有增加,但是仍然优于 PAST 算法的辨识结果。

表 1　辨识结果 MAPE 比较(第 1 组)

Tab. 1　MAPE comparison of the identified results (the first group)　%

SNR	PAST		NIC	
	第 1 阶	第 2 阶	第 1 阶	第 2 阶
50	11.40	4.29	10.24	3.72
20	11.74	5.82	10.40	3.92
10	11.89	6.34	10.80	5.70
5	12.24	12.91	10.83	8.67

2.2　刚度为正弦变化的情况

式(23)中,刚度取值为 $K_1 = 2\ 000 + 1\ 000 \times \sin(\pi t/5)$,$K_2 = 2\ 000$,仿真计算的时间步长 $\Delta t = 0.01$ s。信噪比为 5 时的辨识结果如图 4,5 所示。可以看出,两种算法对正弦形式的频率变化都可以很好地跟踪辨识,两种算法结果差异不大,在个别位置如 2 s 时刻左右,NIC 算法得到的结果较 PAST 算法得到的结果更接近理论参考值。

不同信噪比情况下得到的 MAPE 误差如表 2 所示。可以看出,两种方法的识别结果误差都在 10%以内,在添加了 20%的噪声以后都可以保证很好的识别精度,NIC 算法在不同 SNR 情况下的识别结果误差均不同程度地优于传统的 PAST 算法。

表 2　辨识结果 MAPE 比较(第 2 组)

Tab. 2　MAPE comparison of the identified results (the second group)　%

SNR	PAST		NIC	
	第 1 阶	第 2 阶	第 1 阶	第 2 阶
50	4.82	1.52	4.13	1.35
20	4.93	1.85	4.27	1.70
10	5.21	1.91	4.59	1.84
5	5.51	2.59	4.99	2.67

3　实验验证与应用

飞行器热防护结构在温度变化环境下的振动特性一直受到研究人员的关注,这里对一块陶瓷基复合材料热防护板的伪固有频率进行辨识。热防护结构悬吊在刚性结构上,加热面通过远红外热辐射加

热至 800℃，冷端此时温度为 80℃，停止加热使热防护结构自然降温。在冷端通过激振器施加可视为高斯白噪声的随机载荷，并由 4 个加速度传感器进行数据采集，采样频率为 1 400 Hz。实验装置如图 6 所示。

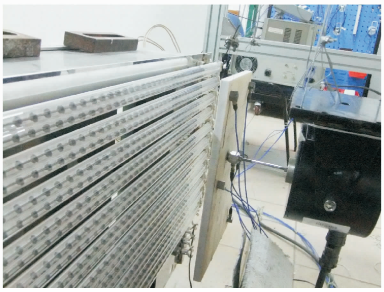

图 6　实验装置图

Fig. 6　Image of the experiment setup

利用 NIC 方法对伪固有频率进行辨识，计算参数 Hankel 矩阵的块行数 $M=100$，遗忘因子 $\beta=0.94$，辨识结果如图 7 所示。可见，大部分辨识结果都聚集在 220，300 和 440 Hz 左右，其他点可视为由于测量噪声等原因导致的虚假模态。

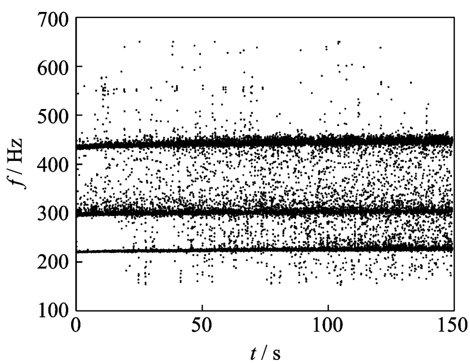

图 7　NIC 方法辨识结果

Fig. 7　Identified results using NIC algorithm

采用比较筛除的方法剔除虚假模态点，定义一个加权平均伪固有频率为

$$\bar{f}(k)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\theta^{N-i}f_s(k-N+i)}{\sum_{i=1}^{N}\theta^{N-i}} \tag{26}$$

其中：θ 为加权因子；$f_s(k)$ 为经过筛选的 k 时刻的伪固有频率。

k 时刻的辨识结果 $f(k)$ 与上一时刻的平均伪固有频率 $\bar{f}(k-1)$ 的差值小于阈值 δ 时，就将该时刻的辨识结果标记为真实模态，并利用式(26)对平均伪固有频率进行更新，否则为虚假模态。在初始时刻需要给定预估的伪固有频率值为 $\bar{f}(0)$，而在实际应用中，较为精确地对固有频率进行估计非常困难，因此引入模糊 C 均值聚类算法(fuzzy C-means，简称 FCM)，给定包含的活动模态个数(聚类中心个数)对初始时刻的伪固有频率进行聚类分析，并将聚类中心作为初始时刻的预估伪固有频率均值。FCM 算法具体步骤可以参见文献[18]。

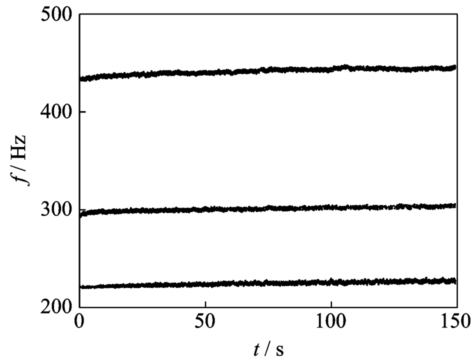

图 8　筛选后的辨识结果

Fig. 8　Identified results with selection and sifting procedure

图 8 为筛选后的辨识结果。可以看出，自由状态下热防护结构从 800℃ 自然降温的 150 s 内，前 3 阶固有频率分别由 221，295，434 Hz 升至 230，304，444 Hz。经过筛选算法处理的结果不再包含虚假模态，结构的时变趋势更加容易分辨。

4　结束语

提出了一种基于 NIC 子空间跟踪算法的伪固有频率辨识方法，通过一个两自由度弹簧-质量系统两种不同频率变化形式的仿真数值算例，验证了算法的有效性。数值算例表明，该方法在低 SNR 情况下仍有较好的辨识结果。与传统的 PAST 方法相比，该方法辨识结果与理论参考值更接近，具备更高的识别精度。针对时域辨识算法常见的虚假固有频率问题，从辨识结果后处理的角度出发，提出了一种虚假固有频率剔除方法。该方法具备计算量小、计算所需参数少的特点。最后，识别了飞行器热防护结构降温过程的伪固有频率变化过程。实验结果表明，该方法处理效果明显，所提出的辨识方法和后处理方法具备较高的应用价值。

参　考　文　献

[1]　罗钧，刘纲，黄宗明. 基于随机减量法的非平稳激励下模态参数识别[J]. 振动与冲击，2015，34(21)：19-24.
Luo Jun，Liu Gang，Huang Zongming. Modal parametric identification under non-stationary excitation based on random decrement method [J]. Journal of Vibration and

Shock，2015，34(21)：19-24.(in Chinese)

[2] 秦世强，康俊涛，周旺保. 考虑大幅值输入的随机子空间识别[J]. 振动、测试与诊断，2016，36(6)：1091-1096.
Qin Shiqiang，Kang Juntao，Zhou Wangbo. Stochastic subsace identification considering large amlitude inputs [J]. Journal of Vibration，Measurement & Diagnosis，2016，36(6)：1091-1096.(in Chinese)

[3] Liu Kefu. Identification of linear time-varying systems [J]. Journal of Sound and Vibration，1997，206(4)：487-505.

[4] Liu Kefu. Extension of modal analysis to linear time-varying systems [J]. Journal of Sound and Vibration，1999，226(1)：149-167.

[5] 杨凯，于开平，白云鹤. 基于信号时频分析理论识别时变模态参数实验[J]. 振动、测试与诊断，2015，35(5)：880-884.
Yang Kai，Yu Kaiping，Bai Yunhe. Experimental investigation on estimation of time-varying modal parameters using time-frequency analysis [J]. Journal of Vibration，Measurement & Diagnosis，2015，35(5)：880-884.(in Chinese)

[6] Sadhu A，Narasimhan S，Antoni J. A review of output-only structural mode identification literature employing blind source separation methods [J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2017，94：415-431.

[7] 杨武，刘莉，周思达，等. 前后向时间序列模型联合估计的时变结构模态参数辨识[J]. 振动与冲击，2015，34(3)：129-135.
Yang Wu，Liu Li，Zhou Sida，et al. Modal parameter identification of time-varying structures using a forward-backward time series model based on joint estimation [J]. Journal of Vibration and Shock，2015，34(3)：129-135.(in Chinese)

[8] Tasker F，Bosse A，Fisher S. Real-time modal parameter estimation using subspace methods：theory [J]. Mechanical Systems and Signal Processing，1998，12(6)：797-808.

[9] Liu Kefu，Deng Liyan. Identification of pseudo-natural frequencies of an axially moving cantilever beam using a subspace-based algorithm [J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2006，20(1)：94-113.

[10] 于开平，谢礼立，樊久铭，等. 移动质量-简支梁系统的参数辨识[J]. 地震工程与工程振动，2002，22(5)：14-17.
Yu Kaiping，Xie Lili，Fan Jiuming，et al. A parameter identification of simply supported beams system carrying a moving mass[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration，2002，22(5)：14-17.(in Chinese)

[11] 庞世伟，于开平，邹经湘. 识别时变结构模态参数的改进子空间方法[J]. 应用力学学报，2005，22(2)：184-188.
Pang Shiwei，Yu Kaiping，Zou Jingxiang. Improved subspace method with application in linear time-varying structural modal parameter identification [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics，2005，22(2)：184-188.(in Chinese)

[12] 庞世伟，于开平，邹经湘. 用于时变结构模态参数识别的投影估计递推子空间方法[J]. 工程力学，2005，22(5)：115-119.
Pang Shiwei，Yu Kaiping，Zou Jingxiang. A projection approximation recursive subspace method for identification of modal parameters of time-varying structures [J]. Engineering Mechanics，2005，22(5)：115-119.(in Chinese)

[13] 杨凯，于开平，刘荣贺，等. 两种新的基于子空间跟踪的时变模态参数快速辨识算法[J]. 工程力学，2012，29(10)：294-300.
Yang Kai，Yu Kaiping，Liu Ronghe，et al. Two new fast identification algorithms of time-varying modal parameters based on subspace tracking [J]. Engineering Mechanics，2012，29(10)：294-300.(in Chinese)

[14] 倪智宇，谭述君，吴志刚. 改进的 TW-API 方法及其在时变模态参数辨识中的应用[J]. 振动工程学报，2015，28(5)：721-729.
Ni Zhiyu，Tan Shujun，Wu Zhigang. An improved TW-API recursive method and its application on time-varying modal parameters identification [J]. Journal of Vibration Engineering，2015，28(5)：721-729.(in Chinese)

[15] 倪智宇，邬树楠，吴志刚，等. 利用改进 TW-API 方法在轨辨识挠性航天器时变模态参数[J]. 宇航学报，2015，36(7)：769-776.
Ni Zhiyu，Wu Shunan，Wu Zhigang，et al. On-orbit identification of time-varying modal parameters of flexible spacecraft by an improved TW-API method [J]. Journal of Astronautics，2015，36(7)：769-776.(in Chinese)

[16] Zhou Sida，Heylen W，Sas P，et al. Parametric modal identification of time-varying structures and the validation approach of modal parameters [J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2014，47(1)：94-119.

[17] Miao Yongfeng，Hua Yingbo. Fast subspace tracking and neural network learning by a novel information criterion [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，1998，46(7)：1967-1979.

[18] Bezdek J C，Ehrlich R，Full W. FCM：the fuzzy c-means clustering algorithm[J]. Computers & Geosciences，1984，10(2/3)：191-203.

第一作者简介：周昊天，男，1989 年 1 月生，博士生。主要研究方向为振动信号处理及时变模态参数辨识等。曾发表《一种改进的飞行器动弯矩识别方法》(《宇航学报》2017 年第 38 卷第 3 期)等论文。
E-mail：szzhouhaotian@126.com

通信作者简介：于开平，男，1968 年 7 月生，教授、博士生导师。主要研究方向为飞行器结构动力学。
E-mail：yukp@hit.edu.cn