doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2019.04.022

船舶充液管路振动响应计算与试验*

吴江海， 尹志勇， 孙凌寒， 孙玉东
（中国船舶科学研究中心船舶振动噪声重点实验室　无锡，214082）

摘要　基于充液管路振动方程，采用理论解析与试验测试结果相结合的方法，建立管路系统各部件阻抗传递矩阵，对管路系统振动响应进行计算，并搭建管路系统振动试验验证平台。仿真与试验结果表明：阻抗理论预测与商用软件计算、试验测试的结果均具有较好的吻合度，采用该计算方法进行充液管路振动响应计算具有较高的精确性，尤其在中高频范围内用于工程预测和估算具有一定的应用价值。

关键词　管路系统；传递阻抗；振动响应；流固耦合
中图分类号　U661.43

引　言

舰船管路系统由机械设备（主要是各类泵和风机等）、管道、支撑结构、弹性接管和各类阀件等组成。机械设备振动与水动力噪声沿管壁与管内流体介质传播到船体及舷外形成水下辐射噪声。管路系统产生的水下噪声与机械设备的源特性、管路结构与流体介质的声传播特性、管路支撑结构、船体的机械阻抗特性及通海口的辐射阻抗特性都有关系，几乎涉及到舰船声隐身研究的各个方面。

学者们在研究管路振动时采用了各种计算方法，主要包括：特征线法（method of characteristics，简称 MOC）、有限元法（finite element method，简称 FEM）和传递矩阵法（transfer matrix method，简称 TMM）。这些方法有各自的优缺点与适用条件，也可以互相结合产生新的混合方法（Hybrid Method），特征线-有限元法（MOC-FEM）就是其中之一。特征线法是文献中较早用来计算管道振动的数值方法，主要通过把偏微分方程转为常微分方程，然后在距离-时间平面内沿特征线进行积分，主要用于在时域内计算压力波和轴向应力波的传播。Wiggert 等[1]对充液管系振动的"十四方程"模型的特征线方法进行了阐述。许多学者将有限元用于求解流体方程、结构方程或者对整个模型进行运用。Lavooij 等[2]最先将有限元法与特征线法结合起来分析系统的响应。Heinsbroek[3] 分别用 MOC-MOC 法和 MOC-FEM 法计算了非刚性支撑的管路系统的响应，并比较了这两种方法的优劣。De Jong[4]研究了管路系统的振动与声响应预报的传递矩阵法，考虑了水泵的噪声源特性并研究了实验室的测试方法，但该方法没有明确测试数据域预报方法之间的相关性。此外，传递矩阵法在处理一定规模、多分支的管路系统也存在困难[5]。笔者提出一种基于理论计算与试验测试相结合的管系振动计算方法，并进行相关的试验验证。

1　理论计算方法

阻抗综合法的基本思想是将一个复杂系统分割为若干子系统，各子系统之间以节点相互连接。节点代表了子系统间的一个或多个相互作用点。划分子系统的基本原则是划分的子系统尽量少且便于获取各子系统的阻抗矩阵[6-8]。将管路系统划分为多个子系统后，运用理论或试验的方法获得各子系统包含所有连接点所有自由度的阻抗矩阵，根据子系统连接点的约束条件，获得整个系统的阻抗矩阵。这种方法与动态子结构法有相似之处，其最大优点是对一些难于进行理论分析的子系统可以采用阻抗试验数据，便于工程应用。

1.1　直　　管

假定轴向波、横向波和扭转波在沿直管传递时互不影响。由于流体介质的存在，轴向振动包含了

* 江苏省自然科学基金-青年基金资助项目（BK20160201）；国防科技重点实验室基金资助项目（JCKY2019207CI02）
收稿日期：2018-03-31；修回日期：2018-08-13

沿流体介质传递的平面波及沿管壁传递的纵波，二者在振动传递过程中会由于管壁的弹性而相互转换。如图 1 所示，一段充满流体介质、管壁材料均匀的直管其轴向传递的纵波与管内平面波通过管壁材料的弹性作用相互耦合的运动方程[9]为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z}=\rho_f\omega^2V_{\mathrm{f}}\\ \dfrac{\mathrm{d}V_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}z}=-\dfrac{P}{K_{\mathrm{f}}}\left(1+\dfrac{2rK_{\mathrm{f}}}{Eh}\right)+2\mu\dfrac{F_z}{EA_{\mathrm{p}}}\\ \dfrac{\mathrm{d}F_z}{\mathrm{d}z}=-\rho_{\mathrm{p}}A_{\mathrm{p}}\omega^2U_z\\ \dfrac{\mathrm{d}U_z}{\mathrm{d}z}=\dfrac{F_z}{EA_{\mathrm{p}}}-\mu\dfrac{Pr}{Eh}\end{cases}\tag{1}$$

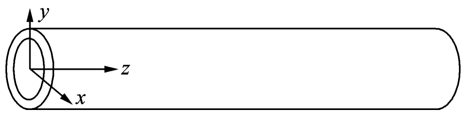


图 1　直管单元示意图

Fig. 1　Straight pipe element

式(1)考虑了管壁弹性材料的泊松比对管内声速与声压的影响。管道的横向振动用 Timshenko 梁建模，管内流体在横向对管壁仅考虑其附加质量作用，不考虑管壁的横向运动对流体的影响。这种简化在管道的截止频率范围内有足够的精度。直角坐标系下，管道在两个垂直的横向振动方程[10-11]为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}F_x}{\mathrm{d}z}=-(\rho_{\mathrm{p}}A_{\mathrm{p}}+\rho_{\mathrm{f}}A_{\mathrm{f}})\,\omega^2U_x\\ \dfrac{\mathrm{d}U_x}{\mathrm{d}z}=\dfrac{F_x}{\kappa GA_{\mathrm{p}}}+\Phi_y\\ \dfrac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}z}=-F_x-(\rho_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}+\rho_{\mathrm{f}}I_{\mathrm{f}})\,\omega^2\Phi_y\\ \dfrac{\mathrm{d}\Phi_y}{\mathrm{d}z}=\dfrac{M_y}{EI_{\mathrm{p}}}\end{cases}\tag{2}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}F_y}{\mathrm{d}z}=-(\rho_{\mathrm{p}}A_{\mathrm{p}}+\rho_{\mathrm{f}}A_{\mathrm{f}})\,\omega^2U_y\\ \dfrac{\mathrm{d}U_y}{\mathrm{d}z}=\dfrac{F_y}{\kappa GA_{\mathrm{p}}}-\Phi_x\\ \dfrac{\mathrm{d}M_x}{\mathrm{d}z}=F_y-(\rho_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}+\rho_{\mathrm{f}}I_{\mathrm{f}})\,\omega^2\Phi_x\\ \dfrac{\mathrm{d}\Phi_x}{\mathrm{d}z}=\dfrac{M_x}{EI_{\mathrm{p}}}\end{cases}\tag{3}$$

直管的横向振动是弯曲与剪切的耦合振动。一般长径比较大的管道其横向振动以弯曲波为主，反之以剪切波为主。直管的扭转振动是一个独立的运动，只传递扭转波。由于忽略流体的黏性，管壁的扭转振动不引起流体的运动，因此充液直管的扭转振动方程与空的直管或一般杆的扭转振动方程一致，表达式为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}z}=-\rho_{\mathrm{p}}J_{\mathrm{p}}\omega^2\Phi_z\\ \dfrac{\mathrm{d}\Phi_z}{\mathrm{d}z}=\dfrac{M_z}{GJ_{\mathrm{p}}}\end{cases}\tag{4}$$

式(1)～(4)构成了充液弹性直管流固耦合振动的“十四方程”模型。

假定直管流固耦合振动微分方程的解为

$$\begin{Bmatrix}F_z\\P\end{Bmatrix}=\boldsymbol{N}_1(z)\,\{c_1\quad c_2\quad c_3\quad c_4\}^{\mathrm{T}}\tag{5}$$

$$\begin{Bmatrix}U_z\\V_f\end{Bmatrix}=\boldsymbol{N}_2(z)\,\{c_1\quad c_2\quad c_3\quad c_4\}^{\mathrm{T}}\tag{6}$$

令 $z=0,l$，得到管道两端力与位移的表达式，消去 4 个未知系数，得到直管的轴向阻抗矩阵为

$$\boldsymbol{Z}_a=\begin{bmatrix}N_1(0)\\N_1(l)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}N_2(0)\\N_2(l)\end{bmatrix}^{-1}\tag{7}$$

直管横向及扭转阻抗矩阵可以用同样的方法得到。直管轴向与横向阻抗矩阵均为 4 阶，扭转矩阵为 2 阶。将这些矩阵按一定顺序组合，得到直管的 14 阶总阻抗矩阵。

1.2　弯　　管

弯管相对直管比较复杂。截面的弯管其弯曲刚度相比圆截面管偏低。这一方面是由弯管结构本身引起的，另一方面实际弯管截面通常为椭圆形，也是降低其弯曲刚度的原因之一。在弯管的弯曲振动模型中引入一个挠性因子。挠性因子为同样截面的直管弯曲刚度与弯管弯曲刚度的比值，与弯管的弯曲半径、相邻结构和截面的椭圆率有关。文献[4]给出了用曲梁的理论模型并引入挠性因子获得的弯管振动微分方程：该方程组中令 $R\to\infty$，并令挠性因子 $f_t=1$，得到直管的“十四方程”。应用该方程难以获得阻抗矩阵的理论表达式，只能应用数值方法求解。

弯管的振动方程是基于 Timoshenko 梁理论推导获得的，比较适用于曲率半径相对于管径比较大($\dfrac{R}{d}\gg1$)的弯管。实际管路中较多的是具有较小曲率半径比($\dfrac{R}{d}\approx1.5$)的弯管。另外，弯管的挠性因子也较难准确获取，工程上比较实用的方法是将弯管离散为多段直管(图 2 所示)，根据各段直管解析结果应用传递矩阵法获得整个弯管的传递矩阵，然后转换为阻抗矩阵。若已知离散后弯管端部节点的点矩阵为 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{p1}}$，内部节点的点矩阵为 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{p2}}$，直管的传递矩阵为 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{f}}$，则可以得到弯管的传递矩阵为

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T}_{\mathrm{p1}}(\boldsymbol{T}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{p2}})^{n-1}\boldsymbol{T}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{p1}}\tag{8}$$

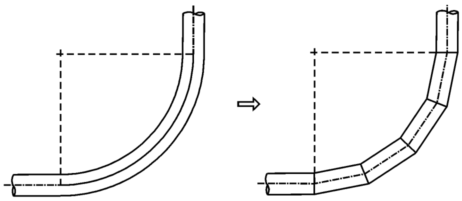


图 2 弯管单元离散示意图

Fig. 2 Discrete model for curved pipe

应用阻抗矩阵与传递矩阵元素之间的关系获得弯管阻抗矩阵为

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_{12}^{-1}T_{11} & T_{12}^{-1} \\ T_{21}-T_{22}T_{12}^{-1}T_{11} & T_{22}T_{12}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} \tag{9}$$

1.3 边界条件

管路支撑或船体只传递结构振动，在节点部位具有位移连续条件、声压连续条件及节点力平衡条件

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{q}}_l = \dot{\boldsymbol{q}}_r = \dot{\boldsymbol{q}}_s \\ -\boldsymbol{Q}_l + \boldsymbol{Q}_r - \boldsymbol{Q}_s + \widetilde{\boldsymbol{Q}}_l = 0 \end{cases} \tag{10}$$

其中：$\boldsymbol{Q}_s = \{F_x \quad F_y \quad F_z \quad M_x \quad M_y \quad M_z \quad 0\}_s^{\mathrm{T}}$ 为支撑或船体对管壁的作用力向量。

如果令节点位移向量为 $q_s = \{U_x \quad U_y \quad U_z \quad \Phi_x \quad \Phi_y \quad \Phi_z \quad 0\}_s^{\mathrm{T}}$，则根据支撑的输入阻抗矩阵 $\boldsymbol{z}_s$ 得到

$$\boldsymbol{Q}_s = \begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_s = \boldsymbol{z}_{s0} \dot{\boldsymbol{q}}_l \tag{11}$$

将节点力平衡条件用节点速度表示为

$$\begin{aligned} \widetilde{\boldsymbol{Q}}_l &= \boldsymbol{Q}_s + \boldsymbol{Q}_l - \boldsymbol{Q}_r = \\ & z_{21}^i \dot{\boldsymbol{q}}_{l'} + (z_{22}^i - z_{11}^j + z_{s0}) \dot{\boldsymbol{q}}_l - z_{12}^j \dot{\boldsymbol{q}}_{r'} \end{aligned} \tag{12}$$

利用式(12)得到引入支撑或船体结构边界阻抗后的节点阻抗矩阵为

$$\begin{Bmatrix} -\boldsymbol{Q}_{l'} \\ \widetilde{\boldsymbol{Q}}_l \\ \boldsymbol{Q}_{r'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_{11}^i & -z_{12}^i & 0 \\ z_{21}^i & (z_{22}^i - z_{11}^j + z_{s0}) & -z_{12}^j \\ 0 & z_{21}^j & z_{22}^j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_{l'} \\ \dot{\boldsymbol{q}}_l \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{r'} \end{Bmatrix} \tag{13}$$

可见，支撑与船体结构边界条件的引入方法是在节点阻抗矩阵上直接叠加上边界输入阻抗。如果考虑支撑与船体结构在各节点间的耦合，还必须在总阻抗矩阵中组装节点间的传递阻抗，其方法与输入阻抗一样，直接在对应的行列上叠加传递阻抗。

1.4 振动响应计算

如图 3 所示，假设管路左端为激励端源 i_1，支撑上端为 S_1，下端为 S_2，管路末端为 h 。根据边界处阻抗相加的边界条件可以得到整个系统的传递阻抗矩阵为

$$\begin{Bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{Q}}_{i1} \\ \widetilde{\boldsymbol{Q}}_{s1} \\ \widetilde{\boldsymbol{Q}}_{s2} \\ \widetilde{\boldsymbol{Q}}_{h} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{ii}^P & z_{is}^P & 0 & z_{ih}^P \\ 0 & z_{ss}^P + z_{11}^S & z_{12}^S & z_{Sh}^P \\ 0 & z_{21}^S & z_{22}^S + z_{SS}^h & z_{Sh}^h \\ 0 & z_{hS}^P & z_{hS}^h & z_{hh}^P + z_{hh}^h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_{i1}^p \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{s1}^p \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{s2}^S \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{h} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

式(14)中左端为 4 个节点处的力，右端为各节点的振动响应速度。将直管(弯管)阻抗以及支撑、船体的阻抗代入式(14)，若已知激励力的大小，可得到管路与船体的振动响应。

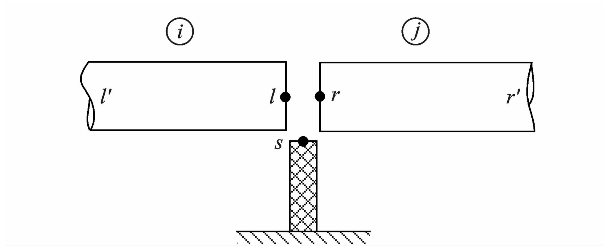


图 3 支撑或船体边界节点

Fig. 3 Support and ship hull boundary

2 有限元仿真计算

2.1 直管路验证

该模型为四边固支平板上通过 3 个支撑连接的一段直管段。平板尺寸为 6 m×6 m×0.02 m，平板采用壳单元，网格尺寸为 0.1 m，整个平板的质量为 5 616 kg，网格数量为 4 600，平板四边固支用以模拟刚性不动基础。

管路系统采用一段长为 4 m 的直管，规格为 Φ50×8，每隔 1 m 共 3 个支撑连接在基础平板上。由于整个管路比较细长，故采用梁单元，管路的网格尺寸为 0.01 m，整个管路的网格数量为 400，质量为 72.14 kg。管内水的质量通过附加质量均匀分布在管路梁单元上，质量为 22.167 kg。在管路 3/8 与 5/8 处通过集中质量加载 7.35 kg，用以模拟管路中法兰质量块。整个模型及直管编号如图 4 所示。

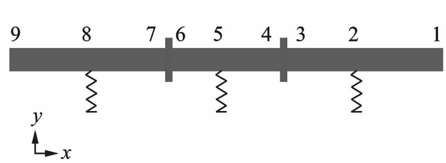


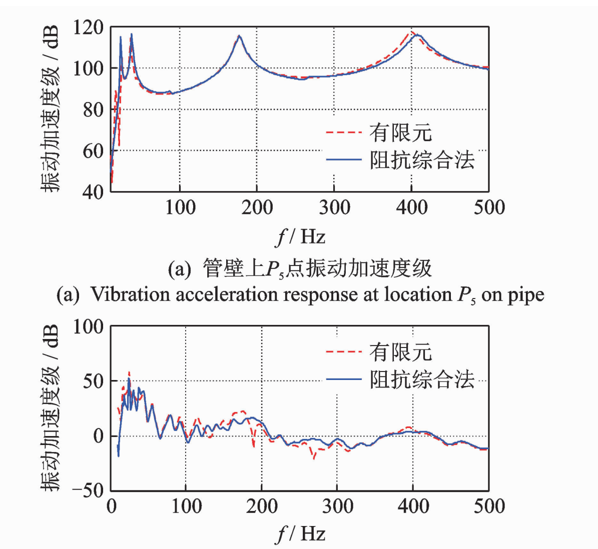
图 4 直管模型

Fig. 4 Straight pipe model

算例中在管路末端加载垂向单位激励力，考察管壁上的测点与连接支撑下端点的振动响应。阻抗综合法是将管路系统离散为各个部件对其两端点进行编号，获取其空间坐标位置。

船体的阻抗值是阻抗综合法中重要的输入源数据，通常采用的办法有计算数值与试验测试两种。试验测试中，模型空间较为复杂、测点较多，建议采用锤击法获取船体阻抗。若安装环境允许，建议采用激振器进行激励测试船体阻抗，激振器的信号较为稳定，则船体阻抗获取较为准确。该计算办法获取船体阻抗的成本较低，因计算条件的限制，船体阻抗的频率范围决定振动计算的频率上限。本算例采用有限元对 2，5，8 这 3 个测点处的阻抗进行了计算。管路支撑是管路振动传递到基础的重要途径，这里计算两种管路支撑模型，包括单一的纯刚度 $k=1\times10^6$ 和采用实测弹性管路支撑（flexibility pipe support，简称 FPS）系列管路橡胶弹性隔振器刚度。纯刚度采用弹簧单元进行模拟，橡胶弹性支撑采用三向动刚度进行模拟。

笔者采用阻抗综合法建模计算和有限元一体化建模两种计算方法对该管段模型进行振动传递响应计算分析。支撑弹簧刚度为 1×10^6 N/s，计算结果如图 5 所示。



(a) 管壁上P_5点振动加速度级

(a) Vibration acceleration response at location P_5 on pipe

(b) 船体上H_5点振动加速度级

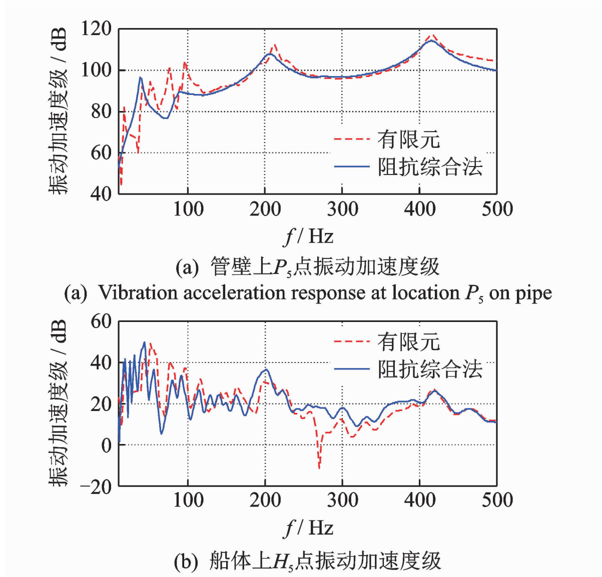
(b) Vibration acceleration response at location H_5 on ship hull

图 5　$k=1\times10^6$ 计算结果对比

Fig. 5　$k=1\times10^6$ comparison of calculation results

从简单支撑管路计算结果来看，两种方法在管壁与支撑下端的振动响应吻合程度较好，其中管壁上吻合程度更好。这是因为阻抗综合法对该类直管采用了较为精确的公式进行计算，与有限元计算差异不大。对于管路支撑部位的模拟，有限元只是采用了三向刚度，阻抗综合法则采用的是隔振器上下端原点、传递 3 个方向共 9 列的阻抗数据，因此阻抗综合法计算可以更加真实地反应各振动方向之间的耦合。这种差异现象在采用复杂支撑时，两种计算方法的结果更加明显。

实测管路支撑阻抗数据计算结果对比如图 6 所示。两种支撑情况下振动加速度总级如表 1 所示。



(a) 管壁上P_5点振动加速度级

(a) Vibration acceleration response at location P_5 on pipe

(b) 船体上H_5点振动加速度级

(b) Vibration acceleration response at location H_5 on ship hull

图 6　橡胶支撑计算结果对比

Fig. 6　Comparison of calculation results under rubber support

表 1　振动加速度总级

Tab. 1　Total value of vibration acceleration level　dB

方法	H_5（弹簧）	P_5（弹簧）	H_5（橡胶）	P_5（橡胶）
阻抗法	56.61	132.38	57.97	130.64
有限元法	59.19	132.79	58.01	132.23

2.2　复杂管路验证

采用综合管路中 T 型管段进行计算方法验证，该 T 型管段包括直管、弯管和三通管等，形式复杂，能较好地反应舰船中真实的管路空间走势。管路系统由 DN100 和 DN80 两种管径组成，包含 4 各管路支撑和 6 片法兰。管路安装图与阻抗矩阵法模型如图 7 所示。

船体阻抗是阻抗矩阵计算方法中重要的输入数据，本算例中的阻抗采用有限元计算获取，同时对管路支撑处的船体阻抗进行了测试，以验证有限元模型的精度。图 8 为船体阻抗计算结果对比。从计算与试验测试阻抗对比图看，有限元计算阻抗值较为

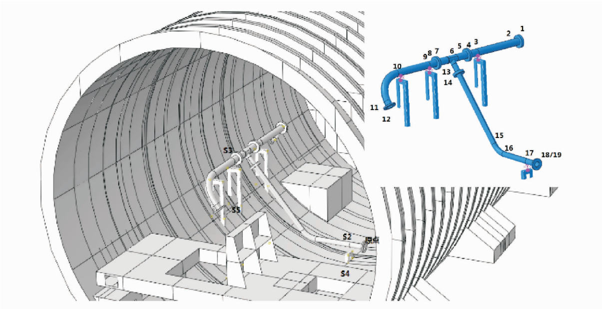


图 7 典型 T 型管段

Fig. 7 Typical T-type pipeline system

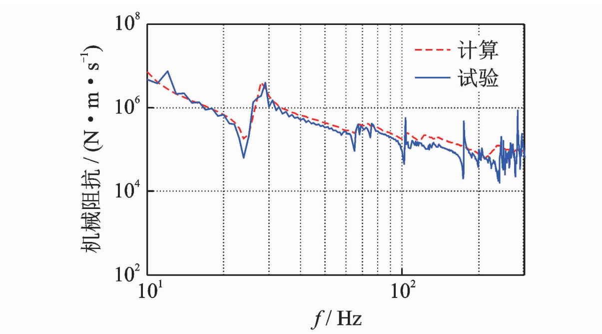


图 8 船体阻抗计算结果对比

Fig. 8 Comparison of impedance

精确,是保证下一步阻抗矩阵法计算精度的重要前提。

图 9 为 T 型管段计算结果对比。从图 9 看出,采用有限元与阻抗综合法计算结果基本一致,说明本计算方法具有较好的精度。对于大型复杂空间管路,该方法只需通过有限元计算出支撑位置相应的船体阻抗,而无需建立空间管路复杂几何外形。

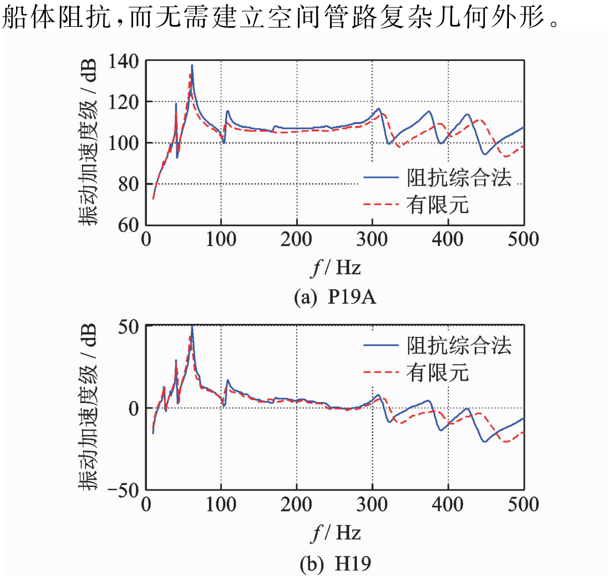


图 9 T 型管段计算结果对比

Fig. 9 Calculation results of T-type pipeline

3 试验结果对比

针对上节中的 T 型管段,开展相应的试验验证。为了测试船体阻抗具有较高的频率上限,采用激振器激励船体测试管路支撑位置处的船体阻抗,作为阻抗矩阵法中的输入源数据。船体阻抗测试需要同时获取该点处的力与振动响应,试验中在支撑位置粘贴加速度传感器获取振动响应,在激振器杆上安装力传感器获取激励力。

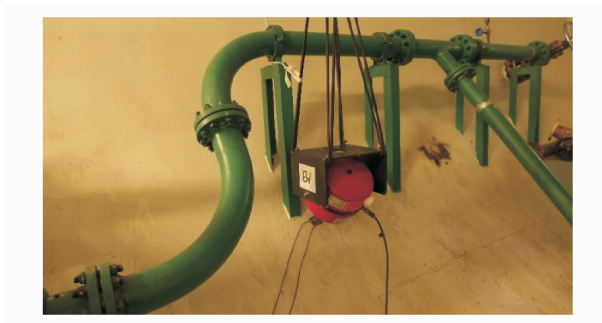


图 10 阻抗测试激振器安装

Fig. 10 Exciter installation of impedance test

对管路系统中管壁与船体上的测点振动响应进行计算对比分析,结果如图 11 所示。对比分析显示,测试的振动总级为 64.563 dB,而本研究的计算振动总级为 64.2456 dB。可见,本研究的计算方法具有较好的精度,且计算频率范围高于传统的有限元计算。

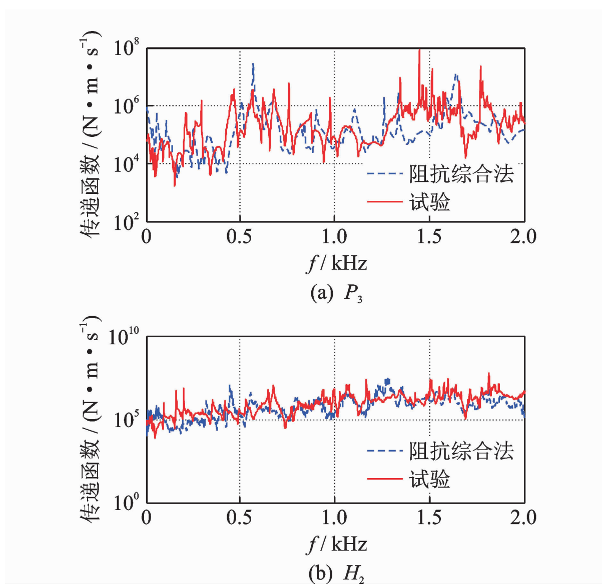


图 11 动态响应对比

Fig. 11 Comparison of dynamic responses

4　结束语

笔者介绍了阻抗综合法管路计算方法，采用简单直管模型与船体 T 型管段对阻抗综合法计算进行了验证。计算结果表明，采用阻抗综合法与有限元一体化建模计算结果吻合程度较好，管路弹性支撑可以将实测阻抗数据转换成三向动刚度并代入有限元中进行计算。针对船体中 T 型管段，采用激振机获取船体管路支撑处阻抗，将阻抗代入阻抗综合法中。从管路一段传递到另一端的传递函数计算与试验结果表明，本研究的计算方法具有较高的精度与工程应用价值。

参　考　文　献

[1] Wiggert D C, Tijsseling A S. Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping [J]. Applied Mechanics Reviews, 54(5): 456-481.

[2] Lavooij C S W, Tusseling A S. Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems[J]. Journal of Fluids & Structures, 1991, 5(5):573-595.

[3] Heinsbroek A G T J. Fluid-structure interaction in non-rigid pipeline systems [J]. Nuclear Engineering & Design, 1997, 172(1/2):123-135.

[4] De Jong C A F. Analysis of pulsations and vibrations in fluid-filled pipe systems [D]. The Netherlands: Eindhoven University of Technology, 2000.

[5] 李艳华. 考虑流固耦合的管路系统振动噪声及特性研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2011.

[6] 尹志勇，孙玉东. 一种船舶液体管路系统振动频域响应预报方法[J]. 船舶力学，2013，17(11)：1352-1360.
Yin Zhiyong, Sun Yudong. A vibration response prediction method in frequency domain for liquid piping systems in vessels[J]. Journal of Ship Mechanics, 2013,17(11):1352-1360. (in Chinese)

[7] Fuller C R, Fahy F J. Characteristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical shells filled with fluid[J]. Journal of Sound and Vibration, 1982,81(4):501-518.

[8] 刘忠族，孙玉东，吴有生. 管道流固耦合振动及声传播的研究现状及展望[J]. 船舶力学，2001，5 (2)：82-90.
Liu Zhongzu, Sun Yudong, Wu Yousheng. Current situation and trends on the study of coupled fluid-structure vibration and sound propagation os pipeline systems[J]. Journal of Ship Mechanics, 2001,5 (2): 82-90. (in Chinese)

[9] 孙玉东，王锁泉，刘忠族，等. 液-管耦合空间管路系统振动噪声的有限元分析方法[J]. 振动工程学报，2005，18 (2)：149-154.
Sun Yudong, Wang Suoquan, Liu Zhongzu, et al. Unified finite element method for analysis vibration and noise in 3Dpiping system with liquid-pipe coupling[J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18 (2): 149-154. (in Chinese)

[10] Li Bilong, Melinda H, Jie Pan. A study of vibroacoustic coupling between a pump and attached water-filled pipes[J]. Jourmal of Acoustic Society American, 2007, 121(2): 897-911.

[11] 赵千里，孙志礼，柴小东. 具有弹性支撑输流管路的振动分析[J]. 振动、测试与诊断，2017，37 (6)：1222-1226.
Zhao Qianli, Sun Zhili, Chai Xiaodong. Vibration analysis of fluid conveying pipe with elastic support[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017,37 (6):1222-1226. (in Chinese)

第一作者简介：吴江海，男，1989 年 10 月生，博士生、工程师。主要研究方向为管路流固耦合振动分析、船舶结构振动噪声计算与试验。曾发表《基于 FEM/BEM 的船用水泵流动诱发振动噪声计算分析》(《舰船科学技术》2016 年第 38 卷第 5 期)等论文。
E-mail：CSSRC_WJH@163.com