

# 双机振动系统振动方向角动态调节仿真及实验\*

陈 兵, 莫 威, 许传磊, 张利杰, 刘 昌

(北京科技大学机械工程学院 北京, 100083)

**摘要** 振动方向角是影响振动机械筛分效率和输送速度等性能的关键参数, 为了实现振动方向角的动态调节, 针对双轴椭圆振动系统研究了两激振电机供电频率对振动方向角的影响。首先, 采用拉格朗日方法建立系统动力学模型, 经过理论推导得到两激振电机在不同供电频率下能够实现稳定同步状态, 但相比于同供电频率而言, 椭圆轨迹的振动方向角发生改变; 其次, 利用数值方法建立振动系统仿真模型, 计算得到系统椭圆轨迹并分析得出振动方向角随供电频率的变化规律; 最后, 通过搭建双轴椭圆实验样机进行实验验证。研究结果表明: 在系统保持同步运转下改变两激振电机的供电频率, 振动系统稳定同步状态发生改变且振动方向角能够实现大幅度( $0\sim 90^\circ$ )调节。

**关键词** 自同步; 椭圆振动机; 振动方向角; 仿真实验

**中图分类号** TH113.1; TD452

## 引 言

目前, 我国正在建立资源节约型和环境友好型社会, 机械工业的发展模式和生产模式都需要充分考虑到经济效益、环境效益和社会效益的协调发展。从事机械产品设计的工程技术人员应该加强环保、高效能制造技术的研究及应用, 促进我国机械工业的可持续发展。振动机械是一种广泛应用于矿业、冶金、化工及食品等行业的筛分机械<sup>[1]</sup>。伴随着机械制造业工艺技术的不断提升以及对高效能生产能力的要求, 具备大处理能力、高筛分效率和安全可靠等特点的振动机械显得尤为重要, 然而目前的振动机械大多功能比较单一, 无法适应不同工况对振动方向角的要求<sup>[2]</sup>。因此, 迫切需要一种具有振动方向角在线调整功能的新型振动机, 来满足振动机械向通用化、智能化和标准化等方向的发展需求<sup>[3]</sup>。

振动方向角是椭圆振动机的关键参数。在实际生产尤其是生产物料属性差异较大的场合中, 为实现不同属性物料的高效筛分, 振动方向角可实现在线调节具有重大工程价值。虽然已有学者对振动机械自同步原理进行了深入系统的研究<sup>[4-7]</sup>, 但对目前市场占有率最高的双机驱动自同步振动筛而言, 一旦确定两台激振电机安装位置和其产生的激振力

后, 振动方向角便唯一确定, 难以实现振动方向角的在线调节<sup>[8]</sup>。因此, 研究自同步椭圆振动机不仅可改变其必须依靠强制同步才能达到稳定运行的工作模式, 为振动机械向节能环保方向发展奠定理论基础, 还可通过实现振动方向角的灵活调节, 实现振动机械“一机多用”、“一机多能”和“一机多效”等工程目标。

基于上述事实, 笔者通过系统建模和理论推导, 计算双激振电机在不同供电频率条件下达到稳定同步时的同步转速以及相位差, 并结合 Matlab/Simulink 数值仿真及实验研究, 分析不同供电频率对椭圆振动机振动方向角的影响规律, 由理论及实验结果提出并证明一种可在线调整振动方向角的双轴椭圆振动机设计概念。

## 1 双轴椭圆振动系统动力学模型

图 1 为双轴自同步椭圆振动系统动力学模型。弹簧对称安装在两侧并支撑整个振动系统, 两激振电机以连线夹角与水平方向成  $45^\circ$  安装在筛体上。系统工作时, 两偏心块作如图 1 所示的等速反向旋转, 筛体可能产生水平方向  $x$ 、竖直方向  $y$  和扭摆方向  $\Phi$  的振动。其中:  $xOy$  为系统的固定坐标系;  $x'Oy'$  为根据运动轨迹变化而变化的动坐标系<sup>[3]</sup>。

\* 国家重点研发计划课题资助项目(2016YFC0802706)  
收稿日期: 2018-04-19; 修回日期: 2018-07-28

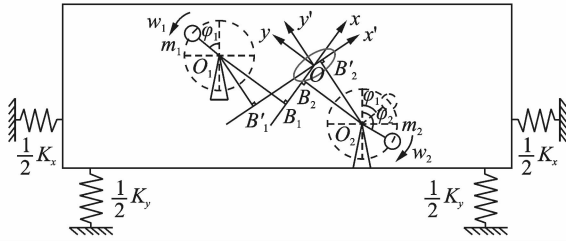


图1 双轴自同步椭圆振动系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of self-synchronization elliptical vibrating system driven by two motors

由动力学模型可知,两激振电机偏心块的质量分别为 $m_1, m_2$ ;其转动角频率分别为 $\omega_1, \omega_2$ ;回转半径为 $r$ ;整体参振质量 $M$ 由振动机体质量 $m$ 以及两偏心块质量 $m_1$ 和 $m_2$ 3部分构成。在正常工作时两激振电机驱动偏心转子等速反向旋转,转动角度分别为 $\varphi_1, \varphi_2$ ,振动系统在水平方向 $x$ 和垂直方向 $y$ 的刚度以及阻尼系数分别为 $K_x, K_y, C_x$ 和 $C_y$ 。

为研究振动系统达到稳定同步状态时筛体的运动轨迹,利用拉格朗日法对模型进行解析计算,并将系统稳定同步时的电机转动角频率 $\omega_m$ 代入 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 中,得到振动系统的动力学微分方程为

$$\begin{cases} M\ddot{x} + C_x\dot{x} + K_x x = -m_1 r \omega_m^2 \sin(\omega_m t - \Delta\varphi/2) + m_2 r \omega_m^2 \sin(\omega_m t + \Delta\varphi/2) \\ M\ddot{y} + C_y\dot{y} + K_y y = m_1 r \omega_m^2 \cos(\omega_m t - \Delta\varphi/2) + m_2 r \omega_m^2 \cos(\omega_m t + \Delta\varphi/2) \\ (J_{O1} + J_{O2} + J_{O3})\ddot{\Phi} + f\dot{\Phi} + K\Phi = -m_1 r \omega_m^2 l_1 \sin(\omega_m t - \Delta\varphi/2) - m_2 r \omega_m^2 l_2 \sin(\omega_m t + \Delta\varphi/2) + m_1 r \omega_m^2 l_3 \cos(\omega_m t - \Delta\varphi/2) + m_2 r \omega_m^2 l_4 \cos(\omega_m t + \Delta\varphi/2) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $l_1 = O_1 B'_1, l_2 = O_2 B'_2, l_3 = O B_1, l_4 = O B_2$ ;  $x, \dot{x}, \ddot{x}$ 为振动系统在水平方向的加速度、速度及位移; $y, \dot{y}, \ddot{y}$ 为振动系统在垂直方向的加速度、速度及位移; $M = m + m_1 + m_2$ 为振动系统总参振质量(kg); $J_{O1}, J_{O2}, J_{O3}$ 分别为振动系统、偏心块的转动惯量( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ); $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ 为振动系统稳定同步时两偏心块的相位差角(rad)。

## 2 双驱动振动系统的稳定同步建模

双轴椭圆振动系统能否实现同步运行,取决于作用在振动系统两激振电机上调节力矩的调节能力,两电机性能参数越接近,同步条件越容易满足。

研究表明,对于等质径积( $m_1 r_1 = m_2 r_2$ )双机振动系统,在满足同步条件下,两电机不同供电频率也可实现同步<sup>[9-11]</sup>。在此结论基础上提出假设:不等质径积( $m_1 r_1 \neq m_2 r_2$ )双机振动系统在满足同步条件下,两电机在不同供电频率下也同样能够实现同步。

研究双机驱动振动系统自同步现象的实质是研究在机电耦合效应下两台激振电机转速趋于相等的过程。假设振动系统实现稳定同步,振动系统稳态运行时两偏心转子平均相位为 $\varphi$ ,角速度为 $\omega(t)$ ,则

$$\varphi = \varphi_0 + \int_{t_0}^t \omega(t) dt \quad (2)$$

其中: $\varphi_0$ 为振动机进入稳定运行瞬间 $t = t_0$ 时刻两偏心转子的平均相位。

若设偏心转子1超前于偏心转子2的相位为 $\Delta\varphi$ ,则偏心转子1和2的相位分别为

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi/2 \\ \varphi_2 = \varphi - \Delta\varphi/2 \end{cases} \quad (3)$$

对式(3)两边求导并带入式(2),得到两偏心转子的速度为

$$\begin{cases} \omega_1 = \dot{\varphi} + \Delta\dot{\varphi}/2 = \omega(t) + \Delta\dot{\varphi}/2 \\ \omega_2 = \dot{\varphi} - \Delta\dot{\varphi}/2 = \omega(t) - \Delta\dot{\varphi}/2 \end{cases} \quad (4)$$

双机驱动振动系统在满足同步条件时激振电机转速会逐渐趋于一致,且整个系统作周期性运动,因此两电机所受的外负载也是周期性变化的。当两电机所受外负载周期性变化时,转速受到外负载的影响同样以相同的周期波动,则可以认为转速的同步过程是转速在负载周期性波动的影响下趋于一致。设电机转子平均角频率与波动系数 $\epsilon$ 分别为

$$\omega_m = \frac{1}{t} \int_0^t \omega(t) dt \quad (5)$$

$$\epsilon = \frac{\omega_\epsilon}{\omega_m} = A \left( \omega_m - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) \sin(\omega_m + \delta) \quad (6)$$

在两电机转速趋于相同的过程中,振动系统阻碍转速稍快的偏心块使转子转速下降,驱动转速稍慢的偏心块使转子转速上升,并且这一调节力矩大小与 $\sin\Delta\varphi$ 成正比。可见,不等质径积振动系统是通过调节两偏心转子的相位差 $\Delta\varphi$ ,从而调节加在两激振电机负载转矩来实现转速同步的。因此,定义不等质径积振动系统调节力矩 $\Delta T$

$$\Delta T = m_1 m_2 r^2 \omega_m^2 W \sin\Delta\varphi \quad (7)$$

$$\Delta\varphi = \arcsin \frac{\Delta M_g - \Delta M_f}{T_c} = \arcsin \frac{\Delta M_g - \Delta M_f}{m_1 m_2 r^2 \omega_m^2 W} \quad (8)$$

其中: $\Delta M_g, \Delta M_f$ 分别为两电机的驱动力矩差、摩擦力矩差; $W$ 为振动系统稳定性指数。

由理论分析可知:在满足双机驱动振动系统同步条件的前提下,改变激振电机的转动角频率,从而

导致系统稳定同步时的同步转速发生变化,使原有的同步状态被破坏。进一步分析可知:经转速调节后,若双激振电机输出转速仍满足同步条件,则可迅速建立新的稳定同步运动状态,且系统振动方向角发生改变。

### 3 振动方向角动态调节仿真

为验证激振电机输出转速的变化对系统同步状

态以及振动方向角的影响,对所建振动系统进行数值仿真。使用 Matlab /Simulink 软件对同步子系统和动力学子系统进行了封装,继而对筛机振动系统组态建模。稳定同步子系统及动力学子系统模型如图 2,3 所示。用所建模型研究了稳定同步状态时两偏心转子的相位差以及同步转速的变化,并将稳定同步时相位差及同步转速代入动力学模型进行仿真计算,最终得到振动系统的运动轨迹。仿真模型振动参数如表 1 所示。

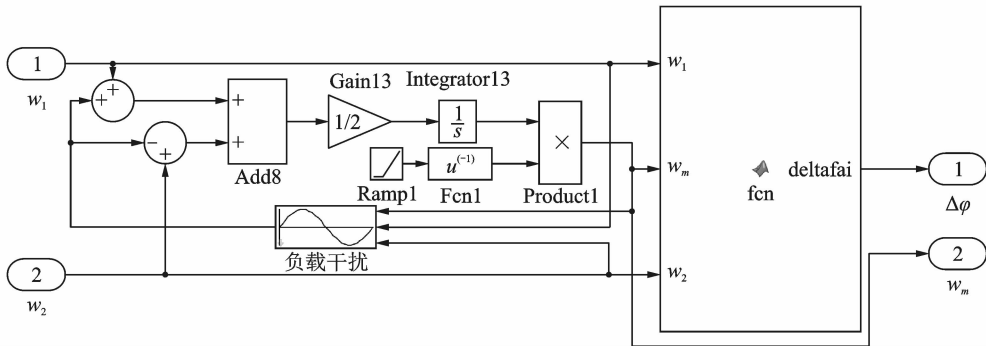


图 2 稳定同步子系统

Fig. 2 Subsystem of stable synchronization

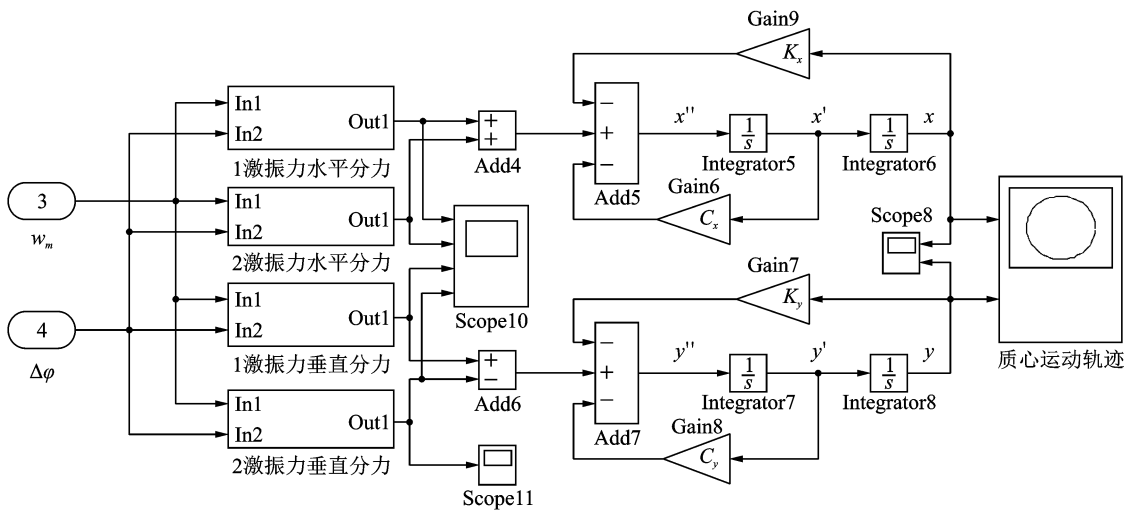


图 3 动力学模型子系统

Fig. 3 Subsystem of dynamic model

表 1 振动系统仿真参数

Tab. 1 Simulation parameters of the vibration system

振动参数	数值
振动系统参振质量 $M/\text{kg}$	49
$x$ 方向弹簧刚度 $K_x/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	8 013
$y$ 方向弹簧刚度 $K_y/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	24 040
$x$ 方向阻尼系数 $C_x/(\text{N} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^{-1})$	150
$y$ 方向阻尼系数 $C_y/(\text{N} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^{-1})$	450
1号激振电机偏心质量 $m_1/\text{kg}$	3
2号激振电机偏心质量 $m_2/\text{kg}$	6

首先,保证两激振电机性能参数相同且供电频率均为 33.33 Hz,得到振动筛稳定同步时的轨迹如图 4 所示。可以看出,当两台电机  $45^\circ$  布置时,得到的稳定同步时振动方向角为  $45^\circ$ ,并将此角度作为后续其他工况的参考值进行对比分析。

如图 5 所示,维持小激振电机(1号激振电机)供电频率不变而调节大激振电机(2号激振电机)供电频率分别为 33.50,33.70,34.00 和 34.16 Hz 时

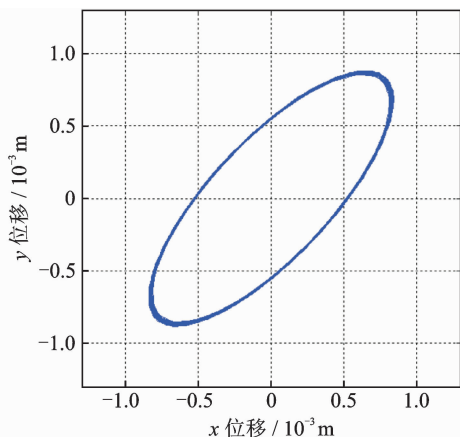


图4 两激振电机供电频率均为 33.33 Hz

Fig. 4 Power supply frequencies of two exciting motor with 33.33 Hz

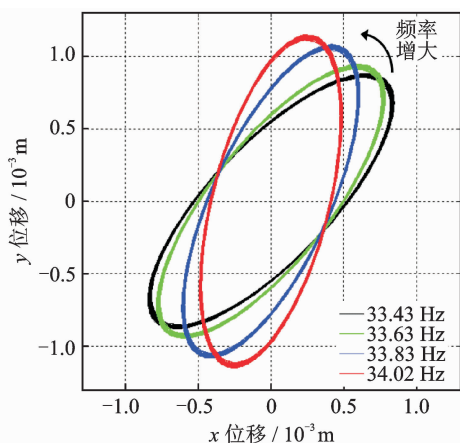


图6 改变1号激振电机供电频率时质心运动轨迹

Fig. 6 Trajectory of center mass when changing No. 1 power supply frequency

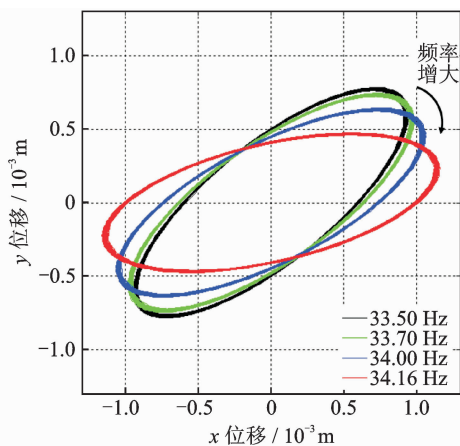


图5 改变2号激振电机供电频率时质心运动轨迹

Fig. 5 Trajectory of center mass when changing the No. 2 power supply frequency

椭圆轨迹的变化。可以看出,即使激振电机供电频率不相等,振动系统仍然能够实现稳定同步运动且振动系统椭圆轨迹的方向角的逐渐减小,随着两激振电机供电频率差距越来越大,振动方向角变化也愈来愈快。

维持大激振电机供电频率不变而调整小激振电机供电频率分别为33.43、33.63、34.83和34.02 Hz时椭圆轨迹的变化如图6所示。即使激振电机供电频率不相等,振动系统仍然能够实现稳定同步运动且随着两激振电机供电频率差距越来越大,振动方向角的变化也愈来愈快。值得注意的是,调节不同电机供电频率,其振动方向角的变化趋势正好相反。

由图5、6对比得出,双轴椭圆振动机在改变两激振电机供电频率时,椭圆长短轴大小基本不发生变化,而椭圆方向角会产生较大变化。具体地,当小激振电机供电频率不变时,振动方向角随着大激振

电机供电频率增大而减小;当大激振电机供电频率不变时,振动方向角随着小激振电机供电频率增大而增大,即单独调节大、小激振电机供电频率对振动方向角的影响规律相反。这表明调节激振电机供电频率能够有效改变椭圆振动机振动方向角,从而使得椭圆振动机振动方向角调整更加灵活。

## 4 振动方向角调节的实验分析

为研究双激振电机激振频率对振动方向角的影响,专门搭建了原理样机实验台。实验系统包括380 V电源、变频器、两台4极激振电机、振动机实验台、加速度传感器和东方所INV3060s振动测试分析系统。实验在保证两振动电机等速反向旋转的前提下,通过改变两激振电机的供电频率大小,研究不同激振频率对振动机振动方向角的影响。

### 4.1 双机同速标定实验

由于双机振动系统的自同步过程实质上是两激振电机转速趋于同步转速的过程,因此首先设置实验工况为两激振电机输出转速均为1 000 r/min作为参考工况。

图7为实验台装置示意图。两台激振电机分别由1#、2#两个同型号的变频器分别控制,两台电机沿筛体长度方向关于筛体中心对称布置,且两激振电机轴线连线与水平方向夹角为 $45^\circ$ 。大小激振电机偏心块质量比 $m_1:m_2=1:2$ 。

初始时,小激振电机作图示方向逆时针旋转,大激振电机作顺时针旋转,两激振电机等速反向,初始

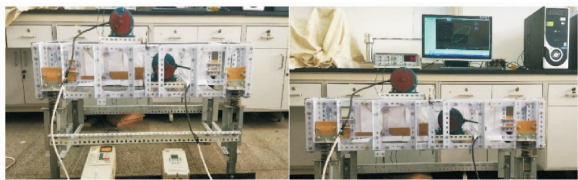


图7 双机振动系统实验台示意图

Fig. 7 Test bed of double driving vibration system

转速均为 1 000 r/min,此时两变频器输出频率均为 33.33 Hz。系统稳定运行后,两台激振电机实现同步运转,振动机实验台质心的振动轨迹如图 8 所示。

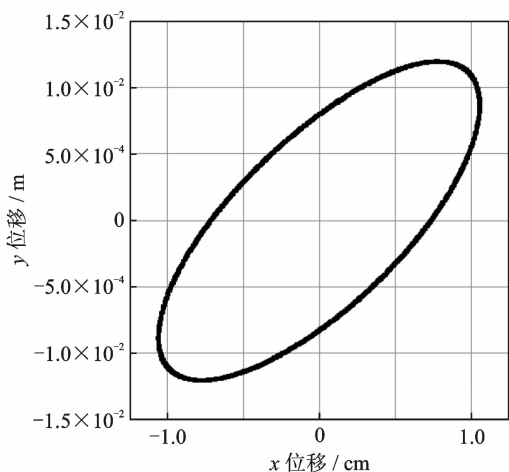


图8 初始稳定时实验台振动轨迹

Fig. 8 Trajectory at initial stability status on test bed

可以看出,当两台电机沿振动机长度方向关于机体中心对称且两激振电机轴心连线与水平方向夹角为  $45^\circ$  布置时,得到的稳定同步运动轨迹振动方向角为  $45^\circ$ 。

#### 4.2 大激振电机调速对振动方向角的影响

为了研究大激振电机调速对振动方向角的影响,采用如下实验方案:系统稳定同步运转后,小激振电机维持转速 1 000 r/min(1#变频器输出频率为 33.33 Hz),增大 2#变频器的输出频率  $f_2$ ,对应 2#变频器输出转速  $n_2$  ( $n_2 = 60f_2/2$ ),即大激振电机理论转速随之增加。

当 2#变频器输出频率  $f_2$  由 33.33 Hz 增大至 34.16 Hz 时,系统依然能够保持自同步稳定运行,振动机实验台质心处轨迹为椭圆,但不同变频器输出频率下,振动方向角发生较大改变。当 2#变频器输出频率  $f_2$  超过 34.16 Hz 后,同步失稳,振动轨迹不再是稳定的椭圆轨迹。

图 9 为 2#变频器输出频率  $f_2$  分别为 33.33,

33.90 和 34.16 Hz 3 个不同频率下振动机实验台质心处的运动轨迹。

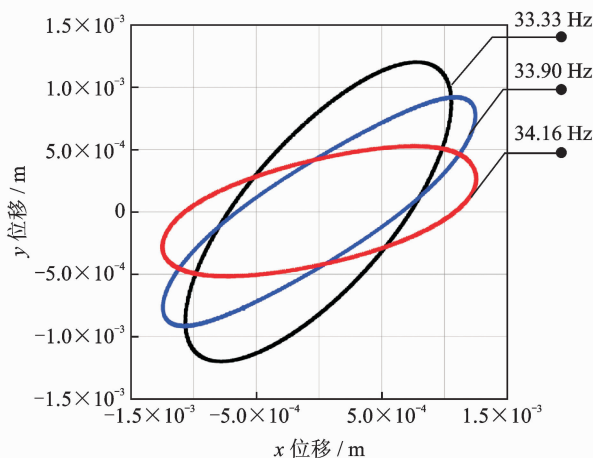
图9 2#变频器输出频率  $f_2$  对应振动轨迹

Fig. 9 Trajectory when controlling the No. 2 motor frequency

由实验可知,当控制大激振电机转速的 2#变频器输出频率  $f_2$  在有限区间内增大时,振动筛实验台振动方向角减小。为验证假设的正确性,设计了多组试验,工况如表 2 所示。

表2 大激振电机变频调节

Tab. 2 Frequency control of highly motivated motor

变频器 输出频率/ Hz	变频器 输出转速/ ( $r \cdot \min^{-1}$ )	大激振 电机 实测转速/ ( $r \cdot \min^{-1}$ )	小激振 电机 实测转速/ ( $r \cdot \min^{-1}$ )	振动 方向角/ ( $^\circ$ )
33.33	1 000.0	998.6	998.6	45
33.40	1 002.0	999.5	999.5	43
33.50	1 005.0	1 000.0	1 000.0	40
33.60	1 008.0	1 001.0	1 001.0	39
33.70	1 011.0	1 003.0	1 003.0	37
33.80	1 014.0	1 003.0	1 003.0	36
33.90	1 017.0	1 002.0	1 002.0	32
34.00	1 020.0	1 004.0	1 004.0	27
34.10	1 023.0	1 004.0	1 004.0	22
34.16	1 024.8	1 005.0	1 005.0	13

通过对比 2#变频器输出转速  $n_2$  和大激振电机实测转速  $n_3$  可知,大激振电机的实际转速  $n_3$  与该电机理论转速(2#变频器输出转速  $n_2$ )并不相等。当 2#变频器输出频率  $f_2$  从 33.33 Hz 增大至 34.16 Hz 时,大激振电机转速  $n_3$  随 2#变频器输出频率  $f_2$  增大而增大,且即使小激振电机没有进行变频调速,小激振电机转速仍然随大激振电机转速增大而增大并保持反向等速旋转。

为了验证振动系统振动方向角随激振电机转速的变化规律,根据表 2 中各离散点拟合了振动方向角变化曲线。图 10 为对大激振电机进行变频调速实验测得振动筛实验台质心处振动方向角随 2#变频器输出频率  $f_2$  的变化关系。可以看出,2#变频器输出频率  $f_2$  由 33.33 Hz 增大至 34.16 Hz,振动方向角由  $45^\circ$ 减小至  $13^\circ$ ,且振动方向角的变化率随两电机输出频率差值增大而增大。

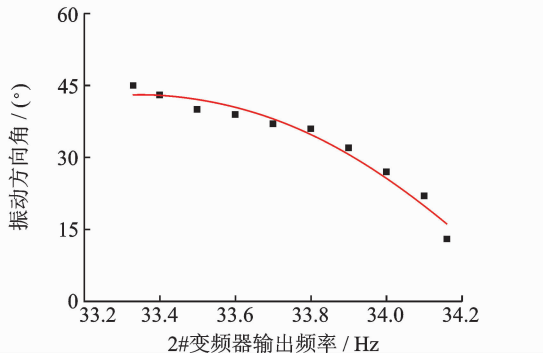


图 10 振动方向角随 2#变频器输出频率  $f_2$  变化图  
Fig. 10 Vibration angle changes with adjusting frequency in No. 2 motor

### 4.3 小激振电机调速对振动方向角的影响

为了研究小激振电机调速对振动方向角的影响,采用如下实验方案:系统稳定同步运转后,大激振电机维持转速 1 000 r/min(2#变频器输出频率 33.33 Hz),增大 1#变频器的输出频率  $f_1$ ,对应 1#变频器输出转速  $n_1$  ( $n_1 = 60f_1/2$ ),即大激振电机理论转速随之增加。

当 1#变频器输出频率  $f_1$  由 33.33 Hz 增大至 34.02 Hz 时,系统依然能够保持稳定同步,振动筛实验台质心处轨迹为椭圆,但不同变频器输出频率下,振动方向角发生较大改变。当 1#变频器输出频率  $f_1$  超过 34.02 Hz 后,同步失稳,振动轨迹不再是稳定的椭圆轨迹。由实验可知,当控制小激振电机转速的 1#变频器输出频率  $f_1$  在有限区间内增大时,振动机实验台振动方向角增大。为了验证推测的正确性,进行了如表 3 所示的多组实验。

图 11 为对小激振电机进行变频调速实验测得振动筛实验台质心处振动方向角随 1#变频器输出频率  $f_1$  的变化关系。可以看出,1#变频器输出频率  $f_1$  由 33.33 Hz 增大至 34.02 Hz,振动方向角由  $45^\circ$ 增大至  $78^\circ$ ,振动方向角的变化率也随两电机输出频率差值增大而增大。

表 3 小激振电机变频调节

Tab. 3 Frequency control of slightly motivated motor

变频器输出频率 / Hz	变频器输出转速 / ( $r \cdot \min^{-1}$ )	大激振电机实测转速 / ( $r \cdot \min^{-1}$ )	小激振电机实测转速 / ( $r \cdot \min^{-1}$ )	振动方向角 / ( $^\circ$ )
33.33	999.9	998.8	998.8	45
33.43	1 002.9	999.5	999.5	47
33.53	1 005.9	1 000.0	1 000.0	48
33.63	1 008.9	1 001.0	1 001.0	52
33.73	1 011.9	1 003.0	1 003.0	56
33.83	1 014.9	1 002.0	1 002.0	67
33.88	1 016.4	1 002.0	1 002.0	69
33.93	1 017.9	1 002.0	1 002.0	71
33.98	1 019.4	1 002.0	1 002.0	74
34.02	1 020.6	1 003.0	1 003.0	78

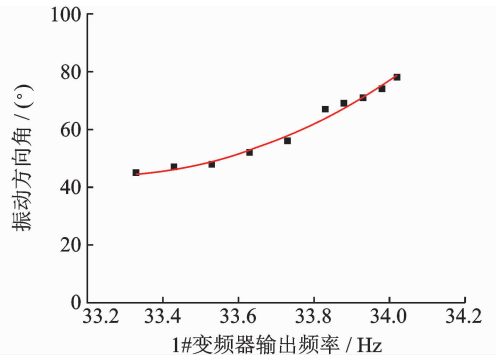


图 11 振动方向角随 1#变频器输出频率  $f_1$  变化图  
Fig. 11 Vibration angle changes with adjusting frequency in No. 1 motor

通过上述分析可知:在振动系统保持同步运转下改变其中任一电机的供电频率,原有的同步状态将会被破坏,新的同步状态将被建立。随着两电机之间差异性变大,振动系统越来越不稳定,并且导致系统振动方向角变化率逐渐增大。

在上述实验中,选取各振动参数与仿真模型参数一致,所得实验及仿真结果对比如表 4 所示,可以看出,虽然振动方向角的实验结果与仿真结果存在  $\pm 3^\circ$  的误差,但系统振动方向角随电机供电频率的变化规律仍然能够充分证明仿真结果的正确性。经分析可知,造成误差的主要原因是实验台质心位置无法精确测量,且两激振电机性能参数不可能完全相同,导致了实验得到的椭圆轨迹和理想轨迹存在一定差异。

通过搭建实验台以及对大、小激振电机的变频调速,得到振动机相应椭圆运动轨迹。分析可知:对

**表4 振动方向角仿真与实验结果对比**  
**Tab.4 Vibration angle comparison between simulation and experiment**

$f_1$ / Hz	$f_2$ / Hz	实验 结果/ (°)	仿真 结果/ (°)	$f_1$ / Hz	$f_2$ / Hz	实验 结果/ (°)	仿真 结果/ (°)
33.33	33.50	40	37	33.43	33.33	47	45
33.33	33.70	37	34	33.63	33.33	52	50
33.33	34.00	27	25	33.83	33.33	67	66
33.33	34.16	13	12	34.02	33.33	78	75

于不等质径积双机振动系统,在两电机存在一定供电频率差时也可保持同步,并且振动方向角较相同供电频率情况下发生改变。

## 5 结 论

1) 对于不等质径积双机反向回转振动系统,两激振电机存在一定供电频率差时,系统依然可以保持同步稳定运行。

2) 两激振电机在相同供电频率下实现同步稳定运转后,在系统保持同步运转下改变任意一台电机的供电频率,振动系统原有的同步状态被破坏,新的稳定同步状态建立并且振动方向角实现大幅度(0~90°)有效调节。

3) 两激振电机供电频率变化对振动方向角的调节规律相反,其中振动方向角随大激振电机转速增加而减小,随小激振电机转速增加而增大。

4) 等质径积双机反向回转振动系统性质相同。

## 参 考 文 献

- [1] Blekhman I I. Synchronization of dynamical systems [J]. Journal of Applied Mathematics & Mechanics, 1964, 28(2):239-265.
- [2] Makinde O A, Ramatsetse B I, Mporfu K. Review of vibrating screen development trends: linking the past and the future in mining machinery industries [J]. International Journal of Mineral Processing, 2015, 145: 17-22.
- [3] Baragetti S. Innovative structural solution for heavy loaded vibrating screens [J]. Minerals Engineering, 2015, 84:15-26.
- [4] 闻邦椿,赵春雨,苏东海,等.机械系统的振动同步与控制同步[M].北京:科学出版社,2005:98-105.

- [5] Kandah M, Meunier J. Theoretical and experimental study on synchronization of the two homodromy exciters in a non-resonant vibrating system [J]. Shock and Vibration, 2015, 20(2):327-340.
- [6] Li Ye, Li He, Wei Xiaopeng, et al. Self-synchronization theory of a nonlinear vibration system driven by two exciters [J]. Journal of Vibroengineering, 2014, 16(2):1140-1150.
- [7] 王得刚,姚红良,冯霖,等.自同步振动系统的动力学耦合特性及实验[J].振动、测试与诊断,2012,32(S):53-58.
- Wang Degang, Yao Hongliang, Feng Fei, et al. Dynamic coupling feature and experimental study of self-synchronous vibrating system [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(S):53-58. (in Chinese)
- [8] 李洁.双电机驱动振动系统自同步与相位控制理论的研究[D].沈阳:东北大学 2007.
- [9] Zhang Xueliang, Zhao Chunyu, Wen Bangchun. Theoretical and experimental study on synchronization of the two homodromy exciters in a non-resonant vibrating system [J]. Shock and Vibration, 2013, 20(2): 327-340.
- [10] 李叶,耿志远,李鹤,等.非线性振动系统非共振振动自同步特性[J].振动、测试与诊断,2016,36(2):295-300.
- Li Ye, Geng Zhiyuan, Li He, et al. Non-resonant vibration self-synchronization characteristics of nonlinear vibration systems [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(2):295-300. (in Chinese)
- [11] 侯勇俊,余乐,方潘,等.双质体三机驱动振动系统同步特性数值模拟[J].系统仿真学报,2016,28(12):3066-3072.

Hou Yongjun, Yu Le, Fang Pan. et al. Numerical simulation on self-synchronization of double mass vibration system with tri-exciters [J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(12): 3066-3072. (in Chinese)



**第一作者简介:**陈兵,男,1976年4月生,博士、副教授。主要研究方向为机械动力学、振动利用工程。曾发表《两端固定输流管道的参数共振实验》(《振动、测试与诊断》2014年第34卷第3期)等论文。

E-mail: bingchen9803@ustb.edu.cn