

# 螺栓结合部切向动力学行为辨识方法\*

郑华林<sup>1</sup>, 徐林<sup>1</sup>, 胡腾<sup>1</sup>, 王辉<sup>2</sup>

(1. 西南石油大学机电工程学院 成都, 610500) (2. 四川普什宁江机床有限公司 都江堰, 611830)

**摘要** 首先,以螺栓结合部切向动力学特性为研究对象,基于频响函数的子结构综合法为理论主线,建立结合部切向动力学行为辨识基本方程,推导其切向动刚度  $Z_0$  的理论表达式;其次,联合奇异值分解与最小二乘法,优化辨识结合部切向等效刚度  $k_0$  与阻尼  $c_0$ ,由此建立螺栓结合部切向动力学数值模型;最后,利用该模型计算结构测点频响函数,进而将其与实测值进行对比。结果表明,二者吻合程度较高,且特征峰对应频率误差分别为 1.38%, 1.51% 和 0.84%,验证了所提方法能有效辨识螺栓结合部切向动力学行为,所得等效动力学参数精度较高,可为机械系统整机精准建模提供理论参考与数据支撑。

**关键词** 螺栓结合部;切向;动力学行为;子结构综合法  
**中图分类号** TH113; TH123

## 引言

机械系统通常由多个部件通过不同的联结方式组合而成,部件之间相互联结的部位称为“结合部”。研究表明<sup>[1]</sup>,结合部动力学表现为柔度与阻尼特性,对机械系统整机服役性能有着重要影响。其中,结合部柔度约占机械系统总柔度的 60%~80%,其阻尼约占机械系统总阻尼的 90%以上。螺栓联结作为固定结合部的典型代表,在机械系统中分布最广,数目最多,对其动力学特性进行研究有利于进行机械系统整机动力学精准建模,可为系统装配工艺优化提供关键理论依据,具有重要的科学意义与工程价值。

针对结合部动力学建模方法,Iranzad 等<sup>[2]</sup>将结合部视作虚拟薄层弹塑性材料,基于虚拟材料模型在不同的负载水平下进行了响应计算与测试,对比验证了所提建模策略能准确表征机械结合部非线性力学行为。文献[3-4]利用一系列弹簧-阻尼单元对机械结合部进行了等效,重点研究了结合部的柔性本质。田洪亮等<sup>[5]</sup>在利用虚拟材料模型研究结合部动力学特性的同时,提出了材料各向同性的假设,并通过增加一个元件可将含结合部的复杂部件等效为不含结合部的简单零件。李奇志等<sup>[6]</sup>提出了有效接

触面积刚性连接建模方法,解决了现有方法存在虚拟材料本构关系复杂辨识问题。

在结合部动力学特性参数辨识技术方面,Motterhead 等<sup>[7]</sup>提出通过频响函数(frequency respond function,简称 FRF)对螺栓结合部动力学特性参数进行辨识的方法。在此基础上,Tsai 等<sup>[8]</sup>利用计算和测量所得频响函数,通过子结构综合法对结合部动力学参数进行了辨识,但仅使用了与结合部有关的频响函数,导致辨识结果产生了误差。Ćelić等<sup>[9]</sup>通过改进参数辨识公式,将算法拓展到高维节点,使得结合部特性参数辨识技术趋于简单化及实用化。Tal 等<sup>[10]</sup>提出了一种更新频响函数解耦联合值的优化算法,以达到消除与矩阵求逆相关的数值误差的目的。孙伟等<sup>[11]</sup>基于力状态映射法辨识了螺栓组合梁结合部动力学特性参数,并通过实例验证了所提方法的准确性。朱坚民等<sup>[12]</sup>针对遗传算法的自适应问题进行了研究,进而将其应用于螺栓结合部动态特性参数辨识,实现了参数高精度辨识。李玲等<sup>[13]</sup>为保证数值计算的稳定性,对数据进行加权处理,进一步提高了结合部动力学参数辨识的精度。

目前,结合部动力学行为辨识已成为机械系统整机动力学精准建模过程中亟待解决的关键问题。为此,笔者以螺栓结合部切向动力学特性为研究对

\* 国家科技支撑资助项目(2015BAF02B02);四川省高校重点实验室开放基金资助项目(SZJJ2016-090)  
收稿日期:2018-01-30;修回日期:2018-03-26

象,以理论与实验相结合为研究手段,基于子结构综合法<sup>[14]</sup>推导螺栓结合部切向动力学行为辨识基本方程。在此基础上,求解结合部切向动刚度,并联合奇异值分解<sup>[15]</sup>及最小二乘法对结合部切向等效动力学参数进行优化辨识。通过物理实验对所得参数进行验证,最终形成较完备的螺栓结合部切向动力学行为辨识方法体系。

## 1 螺栓结合部切向动力学特性

### 1.1 螺栓结合部切向等效动力学模型

螺栓结合部属于“柔性联结”,在外载荷作用下,其接触面会产生多自由度阻尼微幅振动,使得结合部表现出既能储存能量又能消耗能量的特性。因此,在忽略结合部质量的情况下,可将螺栓结合部视作一系列与子结构刚性连接的弹簧-阻尼单元,进而可建立如图 1 所示的螺栓结合部切向等效动力学模型。其中: $i, n$  和  $c, j$  分别表示子结构 1 和 2 的非结合部和结合部区域。

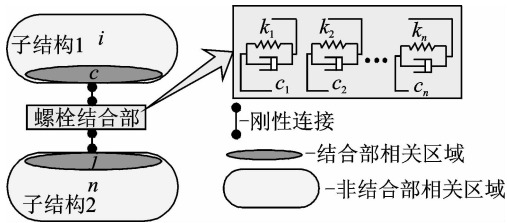


图 1 螺栓结合部切向等效动力学模型

Fig.1 Equivalent tangential dynamic model of bolt joint

### 1.2 基于频响函数的子结构综合法

定义子结构 1 和 2 为时不变定常线性系统,故在未装配状态下其输入(激励) $f$ 与输出(响应) $x$ 之间的关系为

$$\begin{bmatrix} x_i^{(1)} \\ x_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ii}^{(1)} & H_{ic}^{(1)} \\ H_{ci}^{(1)} & H_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i^{(1)} \\ f_c^{(1)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_j^{(2)} \\ x_n^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{jj}^{(2)} & H_{jn}^{(2)} \\ H_{nj}^{(2)} & H_{nn}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_j^{(2)} \\ f_n^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中: $H$ 为子结构频响函数矩阵;上角标(1)和(2)分别对应子结构 1 和 2。

考虑到结合部与子结构间为刚性连接,故其力平衡条件为

$$f_c^{(1)} = -f_j^{(2)} \quad (3)$$

依据动力学基本方程可得

$$x_c^{(1)} - x_j^{(2)} = H_a f_c^{(1)} = Z_a^{-1} f_c^{(1)} \quad (4a)$$

$$H_a^{-1} = Z_a = \begin{bmatrix} k_1 + j\omega c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 + j\omega c_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_m + j\omega c_m \end{bmatrix} \quad (4b)$$

其中: $H_a$ 与 $Z_a$ 分别为结合部频响函数与动刚度,亦即螺栓结合部动力学行为频域表征; $\omega$ 为角频率; $j$ 为虚数单位; $m$ 为结合部弹簧-阻尼单元组数。

将式(1)、式(2)式带入式(4a)中可得

$$Z_a^{-1} f_c^{(1)} = H_{jj}^{(2)} f_c^{(2)} + H_{jn}^{(2)} f_n^{(2)} - H_{ci}^{(1)} f_i^{(1)} - H_{cc}^{(1)} f_c^{(1)} \quad (5)$$

将式(3)式带入式(5)可得

$$f_c^{(1)} = H_e^{-1} (H_{jn}^{(2)} f_n^{(2)} - H_{ci}^{(1)} f_i^{(1)}) \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} H_e = Z_a^{-1} + H_{jj}^{(2)} + H_{cc}^{(1)} \\ \Delta H = H_{jj}^{(2)} + H_{cc}^{(1)} \end{cases} \quad (7)$$

同理可得

$$f_j^{(2)} = H_e^{-1} (H_{ci}^{(1)} f_i^{(1)} - H_{jn}^{(2)} f_n^{(2)}) \quad (8)$$

联立式(1),(2),(6),(8)可得

$$x_i^{(1)} = (H_{ii}^{(1)} - H_{ic}^{(1)} H_e^{-1} H_{ci}^{(1)}) f_i^{(1)} + H_{ic}^{(1)} H_e^{-1} H_{jn}^{(2)} f_n^{(2)} \quad (9)$$

$$x_n^{(2)} = H_{nj}^{(2)} H_e^{-1} H_{ci}^{(1)} f_i^{(1)} + (H_{nn}^{(2)} - H_{nj}^{(2)} H_e^{-1} H_{jn}^{(2)}) f_n^{(2)} \quad (10)$$

面向子结构 1,2 及结合部三者的装配体,其动力学基本方程为

$$x^{(3)} = H^{(3)} f^{(3)} \quad (11)$$

其中:上角标(3)表示装配体。

设子结构结合部与非结合部区域的响应与激励在装配前后保持不变,即

$$x^{(3)} = \begin{bmatrix} x_i^{(1)} \\ x_n^{(2)} \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} f_i^{(1)} \\ f_n^{(2)} \end{bmatrix}$$

则式(11)可以改写为

$$\begin{bmatrix} x_i^{(1)} \\ x_n^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ii}^{(3)} & H_{in}^{(3)} \\ H_{ni}^{(3)} & H_{nn}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i^{(1)} \\ f_n^{(2)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(9)、式(10)和式(12)可得

$$\begin{bmatrix} H_{ii}^{(3)} - H_{ii}^{(1)} & H_{in}^{(3)} \\ H_{ni}^{(3)} & H_{nn}^{(3)} - H_{nn}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{ic}^{(1)} H_e^{-1} H_{ci}^{(1)} & H_{ic}^{(1)} H_e^{-1} H_{jn}^{(2)} \\ H_{nj}^{(2)} H_e^{-1} H_{ci}^{(1)} & -H_{nj}^{(2)} H_e^{-1} H_{jn}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式(13)即为螺栓结合部切向动力学行为辨识基本方程组。其中:子结构 1 和 2 的频响函数  $H_{ii}^{(1)}$ ,  $H_{ic}^{(1)}$ ,  $H_{ci}^{(1)}$ ,  $H_{jn}^{(2)}$ ,  $H_{nj}^{(2)}$  和  $H_{nn}^{(2)}$  可利用理论模型计算获得;装配体频响函数  $H_{ii}^{(3)}$ ,  $H_{in}^{(3)}$  和  $H_{nn}^{(3)}$  可通过模态锤

击实验获取。求解得到  $H_e$  后,进一步联立式(7)可最终求得结合部动刚度  $Z_a$ 。

## 2 螺栓结合部等效动力学参数辨识

将式(13)写作如下统一形式

$$H_a = H_\beta H_e^{-1} H_\lambda \quad (14)$$

其中: $H_a$  为装配体与子结构频响函数之间的关系; $H_\beta$  及  $H_\lambda$  为子结构的频响函数; $H_e$  为动刚度特性与子结构之间的关系。

令

$$L = H_e^{-1} H_\lambda \quad (15)$$

式(14)可以表示为

$$H_a = H_\beta L \quad (16)$$

有

$$L = H_\beta^{-1} H_a \quad (17)$$

式(15)可改写为

$$L = (H_e = Z_a + H_{jj}^{(2)} + H_{cc}^{(1)})^{-1} H_\lambda \quad (18)$$

借助奇异值分解法变换得

$$L = Z_a (H_\lambda - (H_{jj}^{(2)} + H_{cc}^{(1)})L) \quad (19)$$

基于式(19)将等式的实、虚部分离开,令

$$H_\lambda - (H_{jj}^{(2)} + H_{cc}^{(1)})L = A + jB \quad (20a)$$

$$L = H_\beta^{-1} H_a = Q = C + jD \quad (20b)$$

则式(19)的通式为

$$(k + j\omega c)(A + jB) = Q \quad (21)$$

按实、虚部相等的原则,式(21)可等价于

$$\begin{bmatrix} A & -\omega B \\ B & \omega A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k \\ c \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (22)$$

由于频响函数有多个频率点,故对应多个  $k$  和  $c$ 。假设频率分析点数为  $n$ ,则式(22)可写改写为

$$\begin{bmatrix} A_1 & -\omega_1 B_1 \\ B_1 & \omega_1 A_1 \\ \vdots & \vdots \\ A_n & -\omega_n B_n \\ B_n & \omega_n A_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_1 \\ D_1 \\ \vdots \\ C_n \\ D_n \end{Bmatrix} \quad (23)$$

其最小二乘解为

$$\begin{Bmatrix} k \\ c \end{Bmatrix} = (W^T W)^{-1} W^T M \quad (24)$$

其中:  $W = \begin{bmatrix} A_1 & -\omega_1 B_1 \\ B_1 & \omega_1 A_1 \\ \vdots & \vdots \\ A_n & -\omega_n B_n \\ B_n & \omega_n A_n \end{bmatrix}$ ;  $M = \begin{Bmatrix} C_1 \\ D_1 \\ \vdots \\ C_n \\ D_n \end{Bmatrix}$ ;  $k =$

$\{k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n\}^T$  与  $c = \{c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n\}^T$  为优化辨识所得结合部切向等效刚度与阻尼向量。

利用上述辨识结果构建螺栓结合部切向动力学数值模型,计算测点频响函数,并将其与实验结果进行对比,以验证所提方法的准确性。因此,螺栓结合部切向动力学行为辨识过程可最终表达为如图 2 所示的技术路线。

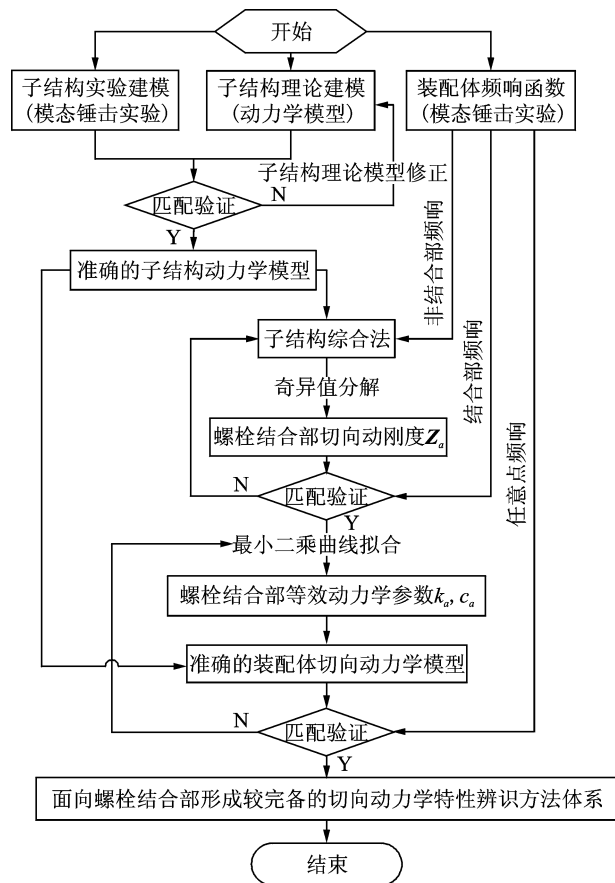


图 2 螺栓结合部切向动力学行为辨识技术路线  
Fig. 2 Technique flowchart for bolt joint tangential dynamic behaviors identification

## 3 计算实例与实验验证

按照图 2 所示技术路线,以某螺栓结合部为研究对象,对其切向动力学行为进行辨识。

### 3.1 子结构频响函数计算与验证

子结构基本尺寸及材料属性如表 1 所示。基于 Timoshenko 梁理论<sup>[16]</sup> 及 Hamilton 方程<sup>[17]</sup>,同时借助有限单元法<sup>[18]</sup> (finite element method, 简称 FEM) 构建子结构动力学模型,并针对其正确性予以实验验证。以子结构 B 为例,所建动力学模型如图 3 所示。分别计算点 3,4 位置的频响函数,进而利用模态锤击实验对计算结果进行验证。

图 4 所示为子结构 B 跨点频响  $H_{34}$  计算值与实验值对比,可见两曲线吻合程度很高,在特征峰 1 和

2 处,对应频率误差分别为 0.49%和 0.99%,对应幅值误差分别为 1.35%和 3.27%。此外,子结构 B 点 3 和 4 位置原点频响函数  $H_{33}$  和  $H_{44}$  计算值与实验值误差亦很小,说明所提子结构动力学模型构建方法及频响计算结果具有较高准确度。

类似地,利用上述方法对子结构 A 进行动力学建模,计算测点 1 和 2 位置(如图 5(a)所示)频响函数并予以了实验验证。

表 1 子结构基本尺寸及材料属性

Tab. 1 Basic dimensions and material properties of substructures

参数	子结构 A	子结构 B
材料	合金钢	铸铁
长度/mm	450	450
宽度/mm	64	64
厚度/mm	30	30
材料密度/( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	7 850	7 300
弹性模量/GPa	206	130
泊松比	0.3	0.25

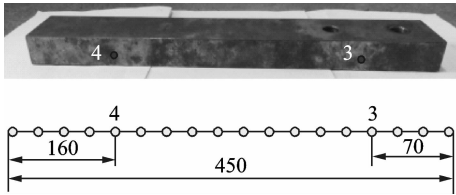


图 3 子结构 B 及其有限单元模型(单位:mm)

Fig. 3 Substructure B and its FE model (unit: mm)

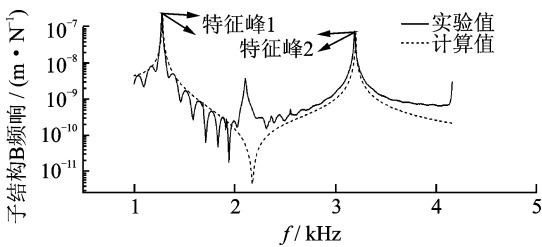


图 4 子结构 B 频响  $H_{34}$

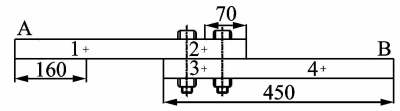
Fig. 4 Substructure B FRF  $H_{34}$

### 3.2 装配体频响函数测试

利用 M16 高强度螺栓对子结构 A 和 B 进行联结,预紧力矩为  $50 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,基于 DEWESoft 振动测试系统对该装配体进行模态锤击实验,测点位置与子结构动力学建模过程中保持一致,如图 5(a)所示。

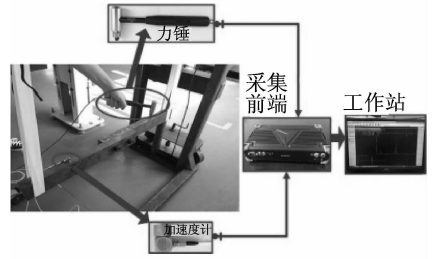
实验平台搭建如图 5(b)所示,测试频率范围为  $0 \sim 5 \text{ kHz}$ ,采样频率取  $12.8 \text{ kHz}$ 。

考虑到实验现场环境噪声的干扰,对装配体同



(a) 测点分布(单位:mm)

(a) Measure points distribute (unit:mm)



(b) 平台搭建

(b) Established platform

图 5 锤击模态实验

Fig. 5 Impact modal test

一激振点锤击 4 次,并取 4 次信号平均值以提高信噪比。通过数据采集前端激励与响应信号,获得装配体切向 1,4 位置原点及跨点频响函数  $H_{11}$ ,  $H_{14}$  和  $H_{44}$ 。测试过程相干总体较好,局部存在突变。如图 6 所示为  $H_{11}$  测试结果及其相干函数(相干函数无量纲,取值范围为  $0 \sim 1$ ),虽在  $3700 \text{ Hz}$  左右相干发生突变,但对应着结构响应反共振特征,故总体而言仍显示出频响实测数据具备高可信度。

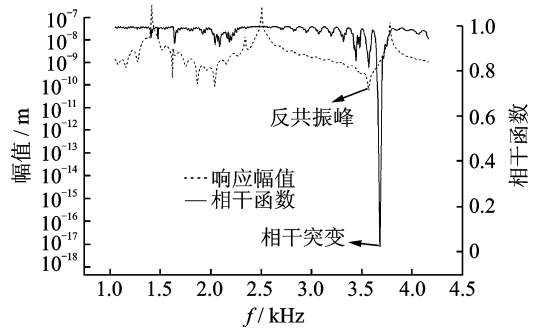


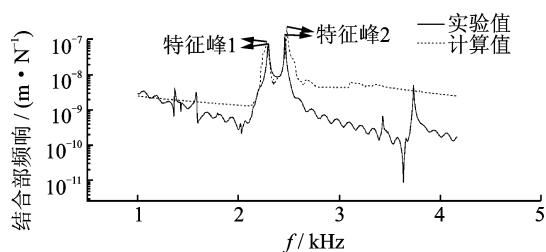
图 6 装配体频响  $H_{11}$  及其相干

Fig. 6 Assembly structure FRF  $H_{11}$  and its coherence

### 3.3 螺栓结合部切向动力学行为辨识与验证

#### 3.3.1 螺栓结合部频响特性辨识及验证

将 3.1 和 3.2 节所得数据带入式(19)即可得螺栓结合部动刚度特性。由于结合部动刚度与其位移频响函数互逆,故通过结合部频响曲线亦可直观反映结合部动刚度特性。借助图 5(b)中的实验平台提取测点 2,3 位置切向频响函数  $H_{32}$ ,并与计算值进行对比,如图 7 所示。特征峰 1,2 对应频率误差分别为 0.87%, 1.32%;对应幅值误差分别为 3.42%, 9.08%。表明所提基于频响函数的子结构

图7 结合部频响  $H_{32}$ Fig. 7 Joint FRF  $H_{32}$ 

综合法可有效,能准确地辨识螺栓结合部切向动力学特性。

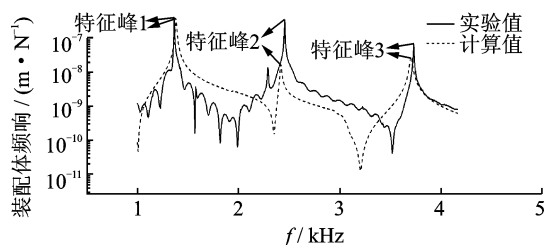
### 3.3.2 螺栓结合部等效动力学参数辨识与验证

通过式(24)对螺栓结合部切向等效动力学参数进行最小二乘优化辨识,结果如表2所示。利用所得参数建立螺栓结合部切向动力学数值模型,并在此基础上计算装配体频响函数  $H_{11}$ ,  $H_{11}$  计算值与实验值对比如图8所示。

表2 等效参数辨识结果

Tab. 2 Equivalent parameters identification results

等效参数	切向刚度/( $N \cdot m^{-1}$ )	切向阻尼/( $N \cdot s \cdot m^{-1}$ )
辨识结果	$2.9 \times 10^8$	$8.85 \times 10^3$

图8 装配体频响  $H_{11}$ Fig. 8 Assembly structure FRF  $H_{11}$ 

可以看出,装配体频响  $H_{11}$  计算值与实验值吻合程度较高,特征峰1,2和3对应频率误差分别为1.38%,1.51%和0.84%。然而,图8亦显示出装配体频响  $H_{11}$  计算值与实验值在幅值方面存在较显著误差,表明螺栓结合部等效动力学参数辨识精度存在一定差异。由于频响函数特征峰的频率与幅值分别取决于结构刚度与阻尼,说明螺栓结合部切向等效刚度的辨识较精确,而等效阻尼的辨识精度仍有较大提升空间。究其原因,主要在于现阶段对机械系统阻尼特性研究还不完善。尽管如此,图8中特征峰1对应幅值误差仅为1.69%,说明等效阻尼辨识结果对于讨论装配体第1阶主模态附近的动力响应已具备足够精度。因此,所提螺栓结合部切

向动力学行为辨识方法切实可行,结合部切向等效动力学参数辨识结果可直接用于精准建立机械系统装配体动力学数值模型,且在频率及低阶响应层面具有足够的计算准确度。

## 4 结束语

面向螺栓结合部切向动力学行为提出了一套较完善的研究方法体系。以理论与实验相结合为研究手段,基于子结构综合法对螺栓结合部切向动力学特性进行了理论推导,沿用优化设计的思想,借助最小二乘法辨识了螺栓结合部切向等效刚度与阻尼。利用所得参数构建了螺栓结合部切向动力学数值模型,据此计算了相关测点频响函数并与实验测试值进行了对比。结果表明,频响函数特征峰对应频率误差分别为1.38%,1.51%和0.84%,特征峰1对应幅值误差为1.69%。验证了所提方法体系能有效辨识螺栓结合部切向动力学行为,优化所得切向等效刚度具有较高精度,等效阻尼辨识精度有待提高,但对于分析结构低阶动力响应已具备足够精确性。

## 参 考 文 献

- [1] 安伟伟,郭垒,龚卓蓉. 基于模态实验的螺栓结合部刚度识别方法[J]. 机械设计与制造, 2015, 1(2): 1-3.  
An Weiwei, Guo Lei, Gong Zhuorong. Identification method of the normal dynamic stiffness of fixed joints based on the modal test[J]. Machinery Design & Manufacture, 2015, 1(2): 1-3. (in Chinese)
- [2] Iranzad M, Ahmadian H. Identification of nonlinear bolted lap joint models[J]. Computers and Structures, 2012, 96/97: 1-8.
- [3] Prawin J, Rao A, Lakshmi K. Nonlinear identification of structures using ambient vibration data[J]. Computers and Structures, 2015, 154: 116-134.
- [4] Mehrpouya M, Graham E, Park S. FRF based joint dynamics modeling and identification[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 39(1/2): 265-279.
- [5] 田红亮,刘芙蓉,方子帆,等. 引入各向同性虚拟材料的固定结合部模型[J]. 振动工程学报, 2013, 26(4): 561-573.  
Tian Hongliang, Liu Furong, Fang Zifan, et al. Im-

- movable joint surface's model using isotropic virtual material[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, 26(4): 561-573. (in Chinese)
- [6] 李奇志,陈国平,陈文华,等. 有效接触面积刚性连接的结合部建模方法研究[J]. *振动工程学报*, 2017, 30(3): 397-402.
- Li Qizhi, Chen Guoping, Chen Wenhua, et al. Study on modeling of structural joints based on effective contact area of rigid connection[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, 30(3): 397-402. (in Chinese)
- [7] Mottershead J E, Stanway R. Identification of structural vibration parameters by using a frequency domain filter[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 109(3): 495-506.
- [8] Tsai J S, Chou Y F. The identification of dynamic characteristics of a single bolt joint [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, 125(3): 487-502.
- [9] Ćelić D, Boltežar M. Identification of the dynamic properties of joints using frequency-response functions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 317(1/2): 158-174.
- [10] Tal Ş, Özgüven H N. Dynamic characterization of bolted joints using FRF decoupling and optimization[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, 54/55: 124-138.
- [11] 孙伟,李星占,韩清凯. 螺栓联接梁结构结合部非线性特性参数辨识[J]. *振动工程学报*, 2013, 26(2): 185-191.
- Sun Wei, Li Xingzhan, Han Qingkai. Nonlinear joint parameter identification for bolted beam structure[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, 26(2): 185-191. (in Chinese)
- [12] 朱坚民,张统超,李孝茹,等. 基于改进自适应遗传算法的固定结合面动态特性参数优化识别[J]. *中国机械工程*, 2014, 25(3): 357-365.
- Zhu Jianmin, Zhang Tongchao, Li Xiaoru, et al. Optimization identification for dynamic characteristics parameters of fixed joints based on improved adaptive genetic algorithm [J]. *China Mechanical Engineering*, 2014, 25(3): 357-365. (in Chinese)
- [13] 李玲,蔡力钢,郭铁能,等. 子结构综合法辨识结合部的特征参数[J]. *振动、测试与诊断*, 2011 31(4): 439-444.
- Li Ling, Cai Ligang, Guo Tieneng, et al. Sub-structure synthesis method to identify the characteristic parameters of the joint[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2011, 31(4): 439-444. (in Chinese)
- [14] Ran Y, Beards C F. Identification of joint properties of a structure using FRF data[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 186(4): 567-587.
- [15] 李玲,蔡安江,蔡力钢,等. 栓接结合部动态特性辨识方法[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(7): 168-175.
- Li Ling, Cai Anjiang, Cai Ligang, et al. Identification method for dynamic properties of bolted joints [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(7): 168-175. (in Chinese)
- [16] Azam S E, Mofid M, Khoraskani R A. Dynamic response of Timoshenko beam under moving mass[J]. *Scientia Iranica*, 2013, 20(1): 50-56.
- [17] Arnold V I. *Mathematical methods of classical mechanics* [M]. 2nd ed. [S. l.]: Springer-Verlag, 1989: 65-67.
- [18] Chaskalovic J. *Finite-element method* [M] // *Mathematical and Numerical Methods for Partial Differential Equations*. Cham: Springer, 2014: 63-109.



**第一作者简介:**郑华林,男,1965年3月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为数字化设计与制造。曾发表《Formation quality optimization and corrosion performance of inconel 625 weld overlay using hot wire pulsed TIG》(《Rare Metal Materials and Engineering》2016, Vol. 45, No. 9)等论文。  
E-mail: zhl@swpu.edu.cn