

模态辨识中随机减量技术的实用改进^{*}

陈太聪^{1,2}, 沈文杰²

(1. 华南理工大学亚热带建筑科学国家重点实验室 广州, 510641)

(2. 华南理工大学土木与交通学院 广州, 510641)

摘要 针对模态辨识实践中的随机减量加速度特征信号奇异值问题和结构实模态提取问题, 提出相应的特征信号截断方法和最小距离法, 改善结构模态辨识效果。首先, 分析随机减量加速度特征信号的奇异值产生原因, 提出特征信号截断方法, 用于后续 Ibrahim 时域处理; 其次, 通过优化模型建立最小距离法的计算公式, 便于从辨识所得复模态中提取结构实模态; 最后, 通过数值算例和结构模型实验, 验证所提方法的可行性。结果表明: 随机减量加速度特征信号的有效截断比例可取为 1/200~1/50; 最小距离法适用于各种类型响应下的结构实模态提取, 抗噪能力强。

关键词 模态识别; 随机减量; 复模态; 实模态; Ibrahim 时域方法

中图分类号 O327; TU317; TH17

引言

在工程结构的健康监测实践中, 结构模态参数识别是关键工作之一。针对环境激励下的结构工作模态辨识问题, 人们已发展了多种分析方法。其中, Cole^[1]提出了从系统平稳随机响应中提取自由振动衰减历程的随机减量技术(random decrement technique, 简称 RDT)。由于 RDT 计算量小, 处理速度快, 应用成本低, 易于在线实现, 因此在工程实践中得到了广泛应用^[2-3]。

传统 RDT 主要通过位移或速度响应数据来获取结构自由振动衰减响应曲线^[4], 继而可采用基于自由振动响应的 Ibrahim 时域方法^[5] (Ibrahim time domain method, 简称 ITD) 进行模态辨识。工程实践中针对加速度响应的测量较为常见, 此时 RDT 所得的加速度特征信号存在奇异值^[6], 与自由振动衰减响应曲线不符, 若直接用于 ITD 将会导致结构模态参数的有偏估计和结果异常^[7], 影响 RDT 的实用性。近年来有学者针对基于加速度响应的随机减量技术开展研究, 如: Huang^[8]结合自回归模型(auto regression, 简称 AR)时域算法; Ku 等^[9]结合

频响函数(frequency response function, 简称 FRF)频域算法; Areemit 等^[10]结合特征系统实现(eigen-system realization algorithm, 简称 ERA)时域算法, 都可以较好地求解模态参数, 但结合 ITD 的时域算法研究仍较为少见。此外, 在多自由度系统的模态辨识实践中, 无论采用何种响应数据, 由于识别算法和测量噪声的影响, 常常得到复模态结果。此时对于经典阻尼结构, 需要从识别所得复模态中提取结构实模态, 而传统的模数方法^[11]和最大关联度法^[12]仍不具有广泛的适用性。

针对传统 RDT+ITD 方法在工程结构工作模态分析实践中存在的问题, 笔者开展相关研究, 以实现基于不同响应数据的 RDT+ITD 用于一般多自由度系统的模态辨识, 改善辨识效果。首先, 针对随机减量加速度特征信号存在的奇异值问题, 提出加速度特征信号截断方法, 探讨有效的截断比例取值, 截断后可直接应用于 ITD 进行模态辨识; 其次, 针对多自由度结构模态辨识中的复模态结果, 提出最小距离法用于经典阻尼结构的实模态提取, 并在响应数据适应性和抗噪性两方面, 与传统的模数方法和最大关联度法进行对比; 最后, 通过 3 自由度结构算例和桁架模型实验, 对所提方法进行验证。

* 广西科学研究与技术开发计划资助项目(1298011-1); 国家重点实验室资助项目(2017KB13)

收稿日期: 2017-09-04; 修回日期: 2018-01-09

1 RDT+ITD 模态辨识基本原理

1.1 随机减量特征信号的构造

RDT 处理是将随机响应过程转化为随机减量特征信号的过程。对于平稳随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$, 随机减量特征信号定义为在一定条件 T 下随机过程的一个均值。该信号的数学表达可描述为

$$\delta_{YX}(\tau) = E[Y(t+\tau) | T_{X(t)}] \quad (1)$$

其中: $\delta_{YX}(\tau)$ 的第 1 个下标 Y 表示均值来源的随机过程; 第 2 个下标 X 表示条件 T 来源的随机过程。

在 RDT 的实际应用中, 测试所得的结构动态响应时程只是随机过程的一个样本实现过程, 因此, 在假设随机过程是平稳且遍历的前提下, 随机减量特征信号可表达为该样本过程的条件均值

$$\hat{\delta}_{YX}(\tau) = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N y(t_i + \tau) | T_{x(t_i)} \quad (2)$$

式(2)中的触发条件 T 可以有多种形式, 包括水平穿越触发、零穿越触发、极值点触发和随机采样触发等。以常用的水平穿越触发条件为例, 随机减量特征信号由下式计算

$$\hat{\delta}_{YX}(\tau) = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N y(t_i + \tau) | \{x(t_i) = x_0\} \quad (3)$$

对于多自由度系统, RDT 处理^[13]如下: 选取 1 个测点的响应通道作为参考通道, 对该响应通道做单自由度系统下的 RDT 处理, 即截取若干个子信号段进行总体平均; 同时记录下每个子信号段截取的时刻, 根据这些时刻对其他测点的响应通道作相同的总体平均处理, 从而得到每个测点的随机减量特征信号。

1.2 基于自由振动衰减信号的模态辨识

ITD 方法的基本计算原理可概括如下。

在等时距测量情况下, 第 t 时刻的结构自由振动观测响应 $\mathbf{X}(t)$ 可由观测模态 $\boldsymbol{\psi}_r$ 叠加表达为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(k\Delta t) = \sum_r \boldsymbol{\psi}_r e^{\omega_r k \Delta t} = \sum_r \boldsymbol{\psi}_r \mu_r^k \quad (4)$$

其中: ω_r 为结构固有频率; $\mu_r = \exp(\omega_r \Delta t)$ 。

若构造两组观测矩阵

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(0) & \mathbf{X}(\Delta t) & \cdots \\ \mathbf{X}(\Delta t) & \mathbf{X}(2\Delta t) & \cdots \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(2\Delta t) & \mathbf{X}(3\Delta t) & \cdots \\ \mathbf{X}(3\Delta t) & \mathbf{X}(4\Delta t) & \cdots \end{bmatrix} \quad (6)$$

则结合式(4)可得

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A} \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{A} \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 & \cdots \\ \mu_1 \psi_1 & \mu_2 \psi_2 & \cdots \end{bmatrix} \\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mu_1^0 & \mu_1^1 & \cdots \\ \mu_2^0 & \mu_2^1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Omega} = \text{Diag}(\mu_r^2) \end{cases} \quad (9)$$

由式(7)及式(8)消去 \mathbf{A} 后, 可得

$$\boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{D} = \boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Phi}^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \quad (10)$$

令

$$\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{D}^T (\mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \quad (11)$$

则由式(10)可知

$$\mathbf{A} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Phi}^{-1} \quad (12)$$

显然, 矩阵 \mathbf{A} 的特征值和特征向量矩阵分别对应 μ_r 和 $\boldsymbol{\Phi}$ 。为了提高计算精度, Ibrahim 建议采用如下双最小二乘形式的矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 代替原矩阵 \mathbf{A} 进行特征值分解

$$\tilde{\mathbf{A}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) / 2 \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}^T (\tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \quad (14)$$

在求得 μ_r 和 $\boldsymbol{\Phi}$ 后, 结构系统的第 r 阶固有频率 ω_r 和阻尼比 ζ_r 可分别确定为

$$\omega_r = |\ln \mu_r| / \Delta t \quad (15)$$

$$\zeta_r = 1 / \sqrt{1 + [\text{Im}(\ln \mu_r) / \text{Re}(\ln \mu_r)]^2} \quad (16)$$

其中: $|\cdot|$ 表示取模计算; $\text{Im}(\cdot)$ 为复数的虚部; $\text{Re}(\cdot)$ 为实部; 结构模态矩阵 $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 \quad \boldsymbol{\psi}_2 \quad \cdots]$ 为特征向量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 的上半部分。

2 实用改进技术

2.1 随机减量加速度特征信号截断

若外激励是零均值的平稳高斯白噪声, 则由水平穿越触发条件构造得到的随机减量特征信号, 与随机响应相关函数 $R_{YX}(\tau)$ 之间有如下对应关系^[6]

$$\delta_{YX}(\tau) = R_{YX}(\tau) x_0 / R_{YX}(0) \quad (17)$$

以单自由系统为考察对象, 将平稳随机振动理论的随机响应相关函数表达式^[14]代入式(17)中, 可以解得具体的位移、速度和加速度响应对应的随机减量特征信号表达式分别为

$$\delta_{XX}(\tau) = e^{-\zeta \omega_n \tau} x_0 [\cos(\omega_d \tau) + \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2} \sin(\omega_d \tau)] \quad (18)$$

$$\delta_{\dot{X}X}(\tau) = e^{-\zeta \omega_n \tau} \dot{x}_0 [\cos(\omega_d \tau) - \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2} \sin(\omega_d \tau)] \quad (19)$$

$$\delta_{xx}(\tau) = \frac{e^{-\zeta\omega_n\tau} \ddot{x}_0 \left\{ \omega_n \left[\frac{(1-4\zeta^2)}{4\zeta} \cos(\omega_d\tau) + \frac{(4\zeta^2-3)}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d\tau) \right] + \delta(\tau) \right\}}{\omega_n(1-4\zeta^2)/4\zeta + \delta(0)} \quad (20)$$

其中: ω_n 和 ω_d 分别为系统无阻尼和有阻尼自振频率; ζ 为系统阻尼比; $\delta(\tau)$ 为狄拉克函数。

通过与以下自由振动衰减响应的对比

$$y(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ y_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\zeta\omega_n y_0 + \dot{y}_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right\} \quad (21)$$

$$\dot{y}(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ \dot{y}_0 \cos(\omega_d t) + \frac{-\omega_n^2 y_0 - \zeta\omega_n \dot{y}_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right\} \quad (22)$$

$$\ddot{y}(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ -2\zeta\omega_n \dot{y}_0 - \omega_n^2 y_0 \cos(\omega_d t) + \left[\frac{y_0 \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} - \frac{\dot{y}_0 (2\zeta^2 - 1)}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right] \sin(\omega_d t) \right\} \quad (23)$$

可以发现,对于位移和速度响应,随机减量特征信号等价于具有特定初始条件的自由振动响应;但对于加速度响应,随机减量特征信号与自由振动响应有所区别,其在 $\tau=0$ 处存在一个奇异值。

在多自由度结构的随机减量应用中,文献[6]已证明,随机减量加速度特征信号同样存在 $\tau=0$ 处的奇异值,其大小取决于随机激励的相关函数和结构的质量阵,因此该奇异值被应用于多维随机激励间的时延相关性检查以及结构集中质量阵的判定。

在结构模态辨识中,Ku等^[7]的研究表明,随机减量加速度特征信号的奇异值会产生不利的影响,可能导致有偏估计和结果异常。为了降低该奇异值的影响,有研究在后续采用结合AR模型^[8]、FRF^[9]及ERA^[10]等无需严格要求信号的自由振动性质的识别算法,意即对于随机减量加速度特征信号的初始奇异值不敏感,均可以获得良好的模态辨识效果。

常用的ITD识别算法则需要自由振动信号的基础上开展,其对于随机减量加速度特征信号的初始奇异值更为敏感。由式(5)、式(11)和式(14)可见,该初始值参与了特征矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的构造,若初始值的奇异性越大,则模态辨识的效果就越差。因此,理论上需要把随机减量加速度特征信号在 $\tau=0$ 处的奇异值去掉,才有可能将随机减量加速度特征信号曲线与自由振动衰减曲线对应起来,并用于后续的ITD模态辨识。但在实际操作中,有必要考虑相关误差的影响,需要将包含 $\tau=0$ 在内的一段加速度特征信号时程均去除掉。同时也应注意,过多的数据截断容易导致自由衰减信号中自振信息的损失,不利于后续的ITD模态辨识。尤其是在结构阻尼较

大的情况下,结构自由振动的初期信号相比后期信号包含更为清晰的自振信息。

笔者通过多个数值算例和模型实验的结果分析,综合考虑误差影响和数据完整性,使用 $1/200 \sim 1/50$ 作为加速度特征信号的截断比例,即重设随机减量加速度特征信号总时程的 $1/200 \sim 1/50$ 处时刻为起始时刻,可有效保证模态识别精度。

2.2 经典阻尼结构实模态提取

对于多自由度经典阻尼结构系统,识别算法和测量噪声往往导致识别得到的结构自振模态为复模态形式,而非实模态。ITD方法中的扩大模型法^[15]可用于从识别复模态中提取实模态,但该方法的处理过程较为复杂,不易应用。出于实际应用的目的,多名学者提出了不同方法,其中以传统模态法和最大关联度法较为常用。

传统模态法取识别复模态 $\boldsymbol{\varphi}_c$ 的模作为实模态 $\boldsymbol{\varphi}_R$ 的大小,其符号由 $\{\varphi_c\}$ 的实部所决定^[11]

$$\boldsymbol{\varphi}_R = \text{sgn}[\text{Re}(\boldsymbol{\varphi}_c)] \odot |\boldsymbol{\varphi}_c| \quad (24)$$

其中: $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

该方法较适用于小阻尼结构,此时的复模态相位角偏离 0° 或 180° ,约在 10° 以内^[16]。

最大关联度法由Ahmadian等^[12]给出了一般形式,应用也较为广泛^[3,17]。实模态 $\boldsymbol{\varphi}_R$ 由复模态 $\boldsymbol{\varphi}_c$ 旋转得到

$$\boldsymbol{\varphi}_R = \boldsymbol{\varphi}_c^R \cos\theta + \boldsymbol{\varphi}_c^I \sin\theta \quad (25)$$

其中: $\boldsymbol{\varphi}_c^R = \text{Re}(\boldsymbol{\varphi}_c)$; $\boldsymbol{\varphi}_c^I = \text{Im}(\boldsymbol{\varphi}_c)$ 。

式(25)中的转角 θ 通过最大化复模态 $\boldsymbol{\varphi}_c$ 与实模态 $\boldsymbol{\varphi}_R$ 之间的关联度获得,即由

$$\max \frac{|\boldsymbol{\varphi}_R^\top \boldsymbol{\varphi}_c|}{\|\boldsymbol{\varphi}_R\|^2 \|\boldsymbol{\varphi}_c\|^2} \quad (26)$$

可解得转角 θ 满足条件

$$\tan 2\theta = \frac{2(\boldsymbol{\varphi}_c^R)^\top \boldsymbol{\varphi}_c^I}{(\boldsymbol{\varphi}_c^R)^\top \boldsymbol{\varphi}_c^R - (\boldsymbol{\varphi}_c^I)^\top \boldsymbol{\varphi}_c^I} \quad (27)$$

虽然上述两种方法的思路清晰,操作简单,但实际计算表明,两者仍不具有广泛的适用性。基于最小距离的思想,笔者提出一种新的转换方法,在复平面中使原复模态与转换实模态之间的距离最短,即寻找实模态 $\boldsymbol{\varphi}_R$ 和转角 θ 以使达到以下指标

$$\min |(\boldsymbol{\varphi}_c^R - \boldsymbol{\varphi}_R \cos\theta) + i(\boldsymbol{\varphi}_c^I - \boldsymbol{\varphi}_R \sin\theta)| \quad (28)$$

令式(28)中的性能函数对 $\boldsymbol{\varphi}_R$ 和 θ 的1阶导数分别等于零,最终可解得

$$\tan\theta = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^I}{(\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^I} \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_R = \boldsymbol{\varphi}_C^R \cos\theta + \boldsymbol{\varphi}_C^I \sin\theta \quad (30)$$

对比式(30)和式(25)可见,最小距离法与最大关联度法有一定程度的相似性,但由式(29)可推导出,在应用最小距离法时

$$\tan 2\theta = \frac{2(\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^I}{(\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^R - \frac{(\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^I}{(\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^R} (\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T \boldsymbol{\varphi}_C^I} \quad (31)$$

显然,仅当 $\boldsymbol{\varphi}_C^I (\boldsymbol{\varphi}_C^R)^T$ 为对称阵时,式(31)才会与式(27)等价,而这种情况在实际结构中并不常见。因此,本研究最小距离法与最大关联度法的转角不相等,转换实模态结果也会有所不同。

3 数值算例

为了验证本研究方法用于模态参数辨识的效果,取 1 个 3 自由度结构模型用于算例分析。结构运动方程为

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4 & -0.2 & 0 \\ -0.2 & 0.4 & -0.2 \\ 0 & -0.2 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 \\ -200 & 400 & -200 \\ 0 & -200 & 200 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{Bmatrix}$$

考虑基底白噪声激励,在每一个自由度上均设置测点,整个结构共 3 个测点。基于等时间步长 0.02s,采用 Newmark- β 数值积分法计算得到各测点的位移、速度和加速度响应,取进入稳态阶段后的 90 000 个时间步用于分析,即总时长为 1 800s,并在位移、速度和加速度响应的模拟输出上均叠加 3 种不同水平(0%,10%,20%)的噪声作为观测响应。

分别对位移、速度和加速度观测响应进行相应

RDT 处理,获得对应的自由振动衰减信号。其中,选择第 3 自由度响应作为参考通道,选择 1.5 倍的响应数据标准差作为水平穿越触发条件,叠加长度为 1 500 单位步长,并选择 1/200 作为随机减量加速度特征信号的截断比例。后续采用 ITD 方法和 3 种实模态提取方法辨识结构的模态参数。

不同响应数据和不同噪声水平下结构所有 3 阶模态参数的识别结果如表 1~表 3 所示,包括模态频率、频率识别误差、模态阻尼比、各阶识别模态与理论模态的置信度(modal assurance criterion,简称 MAC)等。由表可得出以下结果。

1) 在无测试噪声的情况下,无论基于何种响应,均能够较好地识别出 3 个阶次的频率和模态,但阻尼比的识别精度相对较低。随着测试噪声不断增大,识别能力逐渐减弱。其中:采用速度响应对各阶次模态参数的识别效果较好;采用位移响应则是有利于低阶模态参数的识别;采用加速度响应有利于高阶模态参数的识别。该特点与白噪声激励下的位移、速度、加速度响应的频谱图分布规律相符。

2) 结构实模态识别中,在 3 种响应下,最小距离法和最大关联度法均显示出了比传统模态法更良好的辨识效果,但在高噪声的部分情况下,最大关联度法会失效,此时最小距离法仍能得到高精度的辨识结果,抗噪性能好。

为了验证本研究所提随机减量加速度特征信号截断方法的有效性,以及所提截断比例的可行性,取不同的截断比例(0,1/500~1/2),对比分析相应的模态辨识结果。图 1 所示为未进行截断的随机减量加速度特征信号(此处仅列出第 3 自由度响应的结果,其他自由度的情况类似)。根据不同截断比例处理后的结构模态辨识结果如表 4 所示,其中采用最小距离法提取实模态。

表 1 RDT+ITD 识别结果(噪声水平为 0%)

Tab. 1 Identification results with RDT+ITD (noise level is 0%)

响应类型	模态阶次	理论频率/Hz	识别频率/Hz	识别频率误差/%	理论模态阻尼比	识别模态阻尼比	MAC(传统模态法)	MAC(最大关联度法)	MAC(最小距离法)
位移响应	1	0.947	0.946	-0.1	0.003	0.004	1.000	1.000	1.000
	2	2.251	2.233	-0.8	0.007	0.006	1.000	1.000	1.000
	3	3.782	3.713	-1.8	0.012	0.010	1.000	1.000	1.000
速度响应	1	0.947	0.945	-0.3	0.003	0.003	1.000	1.000	1.000
	2	2.251	2.230	-0.9	0.007	0.010	1.000	1.000	1.000
	3	3.782	3.706	-2.0	0.012	0.015	1.000	1.000	1.000
加速度响应	1	0.947	0.914	-3.5	0.003	0.581	0.987	0.985	0.985
	2	2.251	2.109	-6.3	0.007	0.054	0.944	0.967	0.963
	3	3.782	3.695	-2.3	0.012	0.004	1.000	0.999	0.999

表 2 RDT+ITD 识别结果(噪声水平为 10%)

Tab. 2 Identification results with RDT+ITD (noise level is 10%)

响应类型	模态阶次	理论频率/Hz	识别频率/Hz	识别频率误差/%	理论模态阻尼比	识别模态阻尼比	MAC(传统模数法)	MAC(最大关联度法)	MAC(最小距离法)
位移响应	1	0.947	0.937	-1.1	0.003	0.004	1.000	1.000	1.000
	2	2.251	2.135	-5.1	0.007	0.032	0.092	0.995	0.995
	3	3.782	—	—	0.012	—	—	—	—
速度响应	1	0.947	0.934	-1.4	0.003	0.025	1.000	1.000	1.000
	2	2.251	2.195	-2.5	0.007	0.051	0.979	0.997	0.997
	3	3.782	3.677	-2.8	0.012	0.043	0.998	0.995	0.995
加速度响应	1	0.947	0.879	-7.2	0.003	0.979	0.965	0.965	0.965
	2	2.251	2.096	-6.9	0.007	0.043	0.943	0.954	0.953
	3	3.782	3.692	-2.4	0.012	0.005	0.999	0.999	0.999

表 3 RDT+ITD 识别结果(噪声水平为 20%)

Tab. 3 Identification results with RDT+ITD (noise level is 20%)

响应类型	模态阶次	理论频率/Hz	识别频率/Hz	识别频率误差/%	理论模态阻尼比	识别模态阻尼比	MAC(传统模数法)	MAC(最大关联度法)	MAC(最小距离法)
位移响应	1	0.947	0.927	-2.1	0.003	0.008	1.000	1.000	1.000
	2	2.251	—	—	0.007	—	—	—	—
	3	3.782	—	—	0.012	—	—	—	—
速度响应	1	0.947	0.930	-1.8	0.003	0.085	1.000	1.000	1.000
	2	2.251	2.240	-0.5	0.007	0.269	0.878	0.958	0.966
	3	3.782	3.808	0.7	0.012	0.187	0.076	0.106	0.952
加速度响应	1	0.947	—	—	0.003	—	—	—	—
	2	2.251	2.079	-7.6	0.007	0.104	0.953	0.962	0.962
	3	3.782	3.685	-2.6	0.012	0.002	0.999	0.999	0.999

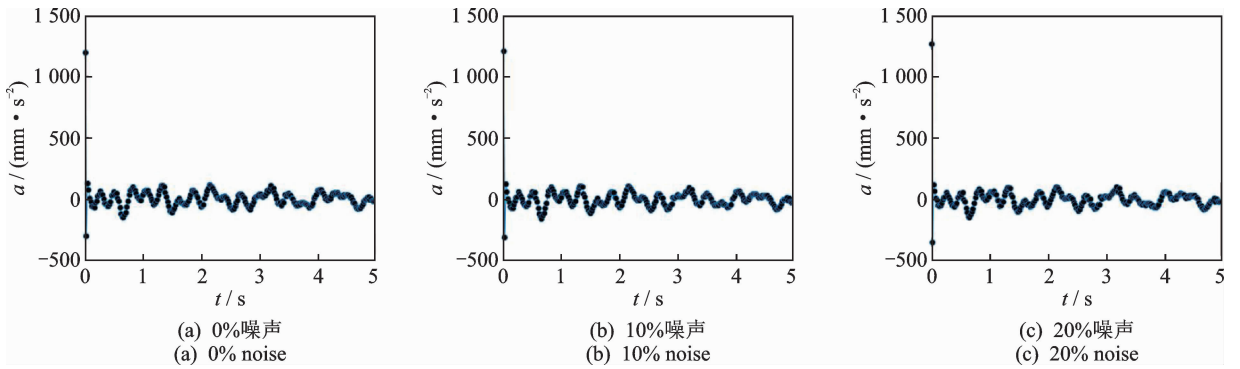


图 1 不同噪声水平下第 3 加速度响应通道的随机减量特征信号

Fig. 1 RD signature of the 3rd-channel acceleration response under different noise levels

表 4 不同截取比例下基于加速度响应的模态识别结果

Tab. 4 Modal identification results based on acceleration responses with different truncation ratio

截断比例	噪声水平为 0%						噪声水平为 10%						噪声水平为 20%					
	识别频率误差/%			MAC			识别频率误差/%			MAC			识别频率误差/%			MAC		
	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶
0	—	—	-3.1	—	—	0.995	—	—	-3.1	—	—	0.995	—	—	-3.6	—	—	0.991
1/500	-5.1	-6.8	-2.1	0.976	0.960	1.000	-9.2	-6.4	-2.3	0.952	0.962	1.000	—	-7.4	-2.9	—	0.962	0.998
1/200	-3.2	-6.4	-2.3	0.985	0.962	0.999	-6.9	-7.0	-2.5	0.964	0.953	0.999	—	-7.9	-2.7	—	0.961	0.998
1/100	-3.5	-6.3	-2.3	0.985	0.963	0.999	-7.2	-6.9	-2.4	0.965	0.953	0.999	—	-7.6	-2.6	—	0.962	0.999
1/50	-3.6	-6.4	-2.2	0.986	0.964	1.000	-7.7	-7.2	-2.4	0.965	0.951	0.999	—	-8.1	-2.7	—	0.963	0.999
1/10	—	2.8	-4.0	—	0.954	0.991	—	—	-4.5	—	—	0.984	—	—	-6.4	—	—	0.955
1/5	—	—	-6.6	—	—	0.947	—	—	-7.4	—	—	0.932	—	—	0.9	—	—	—
1/2	—	—	-5.3	—	—	0.977	—	—	-6.4	—	—	0.963	—	—	—	—	—	—

由图 1 和表 4 所示结果可得:

1) $\tau=0$ 附近的数据与后续数据差异较大,若不进行截断,则仅能识别得到第 3 阶模态,对第 1 阶和第 2 阶的有偏估计导致模态遗漏;

2) 过小的截断比例($<1/200$)会导致模态参数的识别精度降低,过大的截断比例($>1/50$)不仅使识别精度降低,还会导致模态遗漏;

3) 选择 $1/200 \sim 1/50$ 的截断比例较能保证辨识结果的可靠性。

4 模型实验

为验证本研究方法用于实际结构模态辨识的效果,进行了桁架结构模型实验,模型如图 2 所示,测点编号如图 3 所示。在底层 9 号节点处施加竖向白噪声激励,进行 7 批次振动实验,每次测试 4 个测点的竖向加速度响应。其中:4 号测点为多次观测的参考点;第 1 批测点为 1~4;第 2 批测点为 4~7;第 3 批测点为 4,8,10 和 11;第 4 批测点为 4,12~14;第 5 批测点为 4,15~17;第 6 批测点为 4,18~20;第 7 批测点为 4,20~22。

分别对采集到的 7 批次 4 通道加速度响应数据进行模态辨识处理,依次将每一通道作为参考通道进行 RDT 处理,选择 $1/200$ 作为随机减量加速度特征信号的截断比例,采用最小距离法进行结构实

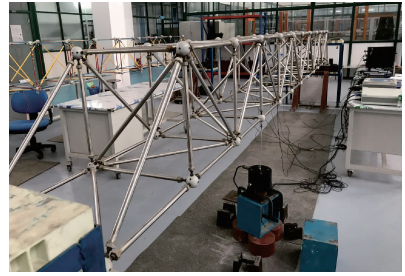


图 2 桁架结构模型

Fig. 2 Truss model

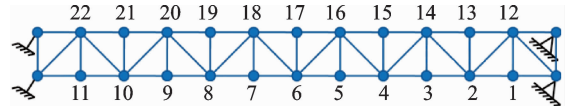


图 3 底层平面上加速度传感器的布置

Fig. 3 Deployment of accelerometers on the bottom layer

模态提取,最终可以得到 28 组模态信息。在此基础上,通过与有限元模型分析得到频率及振型对比,可确定 6 阶有效模态,见表 5。所得结果进一步验证了针对加速度响应数据的随机减量特征信号截断方法以及针对实模态提取的最小距离法的有效性。

为了验证所提的加速度特征信号截断比例的有效性,以第 1 批测试为例,取第 3 通道为参考通道进行 RDT 处理,对这组数据进行不同截断比例下的模态辨识,结果见表 6。所得结果再次验证了选择 $1/200 \sim 1/50$ 的截断比例用于模态辨识的可靠性。

表 5 桁架结构模型的模态识别结果

Tab. 5 Modal identification results of truss model

模态阶次	模态性质	理论频率/Hz	识别频率/Hz	识别频率误差/%	识别模态阻尼比	MAC(传统模数法)	MAC(最大关联度法)	MAC(最小距离法)
1	1 阶竖弯	15.534	16.621	7.0	0.105	0.988	0.987	0.989
2	1 阶横弯	19.738	—	—	—	—	—	—
3	1 阶竖弯+1 阶横弯	35.348	37.330	5.6	0.778	0.992	0.990	0.993
4	2 阶竖弯	47.305	48.012	1.5	0.267	0.994	1.000	0.998
5	2 阶横弯	49.901	—	—	—	—	—	—
6	2 阶竖弯+1 阶轴向	63.949	62.865	-1.7	0.163	0.989	0.986	0.986
7	2 阶竖弯+2 阶横弯	80.633	80.772	0.2	0.148	0.971	0.025	0.974
8	3 阶横弯	83.758	—	—	—	—	—	—
9	3 阶竖弯	100.406	96.402	-4.0	0.020	0.988	0.989	0.989

表 6 不同截断比例下桁架结构的模态识别结果

Tab. 6 Modal identification results of truss model with different truncation ratio

截断比例	频率误差/%			MAC		
	第 4 阶	第 7 阶	第 9 阶	第 4 阶	第 7 阶	第 9 阶
0	—	—	—	—	—	—
1/500	2.4	0.1	-8.6	0.998	0.964	0.996
1/200	1.9	0.2	-8.7	1.000	0.974	0.998
1/100	1.8	0.1	-8.7	1.000	0.972	0.997
1/50	1.6	-0.1	-8.6	1.000	0.968	0.995
1/10	2.8	0.3	-8.7	0.997	0.964	0.997
1/5	—	0.3	-8.6	—	0.975	0.994
1/2	—	1.9	—	—	0.973	—

5 结束语

针对传统 RDT+ITD 方法在工程结构工作模态分析中的应用问题,提出了随机减量加速度特征信号的截断方法,以及由识别复模态提取经典阻尼结构实模态的最小距离法,改进了基于不同响应数据的 RDT+ITD 用于一般多自由度系统的模态辨识效果。在对随机减量加速度特征信号进行截断时,推荐截断比例取值 $1/200 \sim 1/50$ 。在提取实模

态时,相对于传统模数法和最大关联度法,最小距离法对响应数据类型的适应性更强,抗噪能力更优。本研究改进方法原理简单,易于实现,可方便应用于工程振动测试实践。

参 考 文 献

- [1] Cole H A. On-line failure detection and damping measurement of aerospace structure by random decrement signature [R]// NASA CR-2205. USA: NASA, 1972.
- [2] 邹良浩, 梁枢果, 王述良. 基于气弹模型风洞试验的输电塔气动阻尼研究[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(2): 268-275.
Zhou Lianghao, Liang Shuguo, Wang Shuliang. Analysis of aero-dynamic damping of transmission tower based on aero-elastic model wind tunnel [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(2): 268-275. (in Chinese)
- [3] 万灵, 谢雄耀. 短时脉冲激励下隧道振动响应与模态参数识别[J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(5): 990-997.
Wang Ling, Xie Xiongyao. Dynamic response analysis and modal parameters identification of tunnel structure under the short-time impulse force excitation [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(5): 990-997. (in Chinese)
- [4] Cismaşiu C, Narciso A C, Amarante F P. Experimental dynamic characterization and finite-element updating of a footbridge structure [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, ASCE, 2015, 29(4): 04014116.
- [5] Ibrahim S R, Mikulcik E C. A time domain modal vibration test technique [J]. Shock and Vibration Bulletin, 1973, 43(4): 21-37.
- [6] Huang C S, Yeh C H. Some properties of randomdec signatures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999, 13(3): 491-507.
- [7] Ku C J, Cemark J E, Chou L S. Biased modal estimates from random decrement signatures of forced acceleration responses [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2007, 13(8): 1180-1185.
- [8] Huang C S. Structural identification from ambient vibration measurement using the multivariate AR model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 241(3): 337-359.
- [9] Ku C J, Tamur A Y. Rational fraction polynomial method and random decrement technique for force-excited acceleration responses [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2009, 135(9): 1134-1138.
- [10] Areemit N, Montgomery M, Christopoulos C, et al. Identification of the dynamic properties of a reinforced concrete coupled shear wall residential high-rise building [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2012, 39: 631-642.
- [11] Fuellekrug U. Computation of real normal modes from complex eigenvectors [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(1): 57-65.
- [12] Ahmadian H, Gladwell G M L, Ismail F. Extracting real modes from complex measured modes [C]// Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference. Nashville, Tennessee, USA: The International Society for Optical Engineering, 1995: 507-510.
- [13] Zhang Y, Song H W. Non-overlapped random decrement technique for parameter identification in operational modal analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 366: 528-543.
- [14] Soong T T. Random vibration of mechanical and structural systems [M]. Englewood Cliffs; PTR Prentice Hall, 1993: 172-193.
- [15] 傅志方, 华宏星. 模态分析理论与应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000: 186-188.
- [16] Rainieri C, Fabbrocino G. Operational modal analysis of civil engineering structures [M]. New York: Springer, 2014: 179-185.
- [17] Garridoa H, Curadelli O, Ambrosini D. A heuristic approach to output-only system identification under transient excitation [J]. Expert Systems with Applications, 2017, 68: 11-20.



第一作者简介:陈太聪,男,1977年1月生,博士、副教授。主要研究方向为健康监测、随机振动和计算力学。曾发表《环境激励下结构模态辨识的识别概率直方图方法研究》(《振动工程学报》2016年第29卷第4期)等论文。
E-mail: cvchente@scut.edu.cn

