

# 不确定性陶瓷热防护系统的双随机动态理论<sup>\*</sup>

黄杰<sup>1</sup>, 姚卫星<sup>2</sup>, 陈炎<sup>1,3</sup>, 孔斌<sup>1,3</sup>

(1. 南京航空航天大学飞行器先进设计技术国防重点学科实验室 南京, 210016)

(2. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

(3. 中国航空工业集团公司成都飞机设计研究所 成都, 610091)

**摘要** 为了研究不确定性陶瓷热防护系统(thermal protection system, 简称 TPS)的动态响应概率分布,提出了外部随机激励作用下的不确定性 TPS 双随机动态理论模型,将其隔热瓦简化为质量点,将应变隔离垫(strain isolation pad, 简称 SIP)简化为线性弹簧和阻尼单元,且以上质量点、弹簧刚度和阻尼均服从正态分布。采用摄动法研究了隔热瓦加速度以及 SIP 动态应力的概率分布,其关键是进行响应均值对 TPS 随机参数的灵敏度分析。利用本研究理论方法和 Monte Carlo 数值方法进行了响应概率分布的计算,结果表明,理论方法与 Monte Carlo 数值方法计算获得的响应均值及标准差吻合得很好,验证了该动态理论模型的正确性和分析精度,为隔热瓦不确定性加速度响应、SIP 不确定性动强度和 TPS 不确定性动态完整性分析提供了理论基础。

**关键词** 不确定性;热防护系统;动态理论模型;隔热瓦;应变隔离垫

**中图分类号** O324; TH128

## 引言

高超声速飞行器如 X-37B 空天飞机在再入大气层阶段会受到巨大的气动加热作用<sup>[1-3]</sup>,为保证飞行器的安全性,需要在飞行器表面设计 TPS<sup>[4-6]</sup>,其中陶瓷隔热瓦是再入飞行器应用最广泛的防热结构,其通过 SIP 黏接于飞行器蒙皮。TPS 除了在再入大气层阶段抵御外部气动加热外,还会受到各种动态机械载荷的作用,最典型的为隔热瓦外表面的声压激励和来自蒙皮振动的机体基础激励<sup>[7]</sup>。隔热瓦和 SIP 在机械载荷的作用下将产生动态应力,动态应力过大会导致 SIP 发生破坏,隔热瓦将与飞行器蒙皮分离,高超声速飞行器将发生灾难性的事故。因此,研究隔热瓦和 SIP 的动态响应具有重要的学术和工程价值。

在以往的研究中,TPS 的动态响应主要是通过试验方法进行研究。文献[8-9]研究了正弦激励和随机激励作用下隔热瓦和 SIP 的动态响应。文献[10-11]研究了 SIP 非线性刚度特性和黏性效应对隔热瓦和 SIP 动态响应的影响。除了以上试验研究

方法以外,一些学者通过理论方法研究了隔热瓦/SIP 的动态特性。George 等<sup>[12]</sup>提出了 TPS 在声压激励和机体加速度激励作用下的单自由度动态特性理论模型,将隔热瓦视为刚性体的一个质量点,将 SIP 视为线性刚度的弹簧和阻尼单元,并且假设声压激励和机体加速度激励功率谱密度(power spectral density, 简称 PSD)函数均为限带白噪声,最后通过理论解预测了 TPS 随机动态响应。以上试验及理论的方法对 TPS 动态响应进行了研究,但未考虑 TPS 参数的随机性对 TPS 动态特性的影响,即未进行 TPS 动态特性的不确定性分析;而隔热瓦和 SIP 的刚度、质量及阻尼特性常常表现出明显的不确定性,不考虑其不确定性影响必然会造成 TPS 动态特性分析结果的不准确。

为了研究 TPS 不确定性动态特性以及 SIP 不确定性动强度问题,笔者将隔热瓦视为刚性体的质量点,将 SIP 简化为线性刚度的弹簧和阻尼单元,并且将隔热瓦的质量及 SIP 的刚度和阻尼特性均考虑为随机参数,且服从正态分布,提出了在声压和机体加速度基础激励作用下的不确定 TPS 双随机动态理论模型,推导了隔热瓦的加速度响应以及 SIP 动

<sup>\*</sup> 博士后创新人才支持计划资助项目;江苏高校优势学科建设工程资助项目;国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目(613274)

收稿日期:2017-09-04;修回日期:2018-01-09

态应力响应的概率分布,研究了响应均值对随机参数的灵敏度,最后对比了所提出的理论模型的解与 Monte Carlo 数值解,验证了本研究不确定理论模型的正确性与分析精度。

## 1 热防护系统振动环境

笔者研究 TPS 的动态响应,根据文献[7]可知 TPS 承受的外部动态激励包括隔热瓦外表面声压激励和来自蒙皮振动的机体基础激励,且这两种激励均为随机载荷,如图 1 所示。隔热瓦外表面的声压激励来自于湍流边界层,其 PSD 函数通常为限带白噪声<sup>[13]</sup>。机体基础激励来自于发动机传递的荷载及非定常气动力引起的机体结构振动,且在试验中通常测量蒙皮的加速度信号。机体加速度基础激励的 PSD 函数通常为阶梯谱,图 2 给出了典型的谱型。在外部激励已知后,TPS 的动态响应分析实际上为随机振动分析。

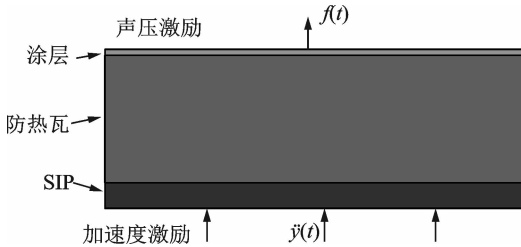


图 1 TPS 动态载荷来源

Fig. 1 TPS dynamic load sources

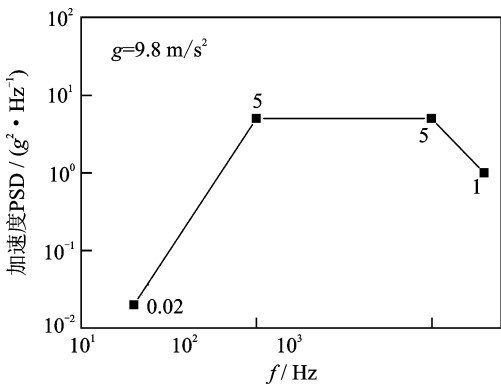


图 2 典型基础加速度 PSD 函数

Fig. 2 Typical base acceleration PSD function

## 2 热防护系统动态理论模型

由于 SIP 刚度远小于隔热瓦刚度<sup>[8-11]</sup>,故在建立 TPS 动力学理论模型时将隔热瓦简化为刚性体,

而将 SIP 简化为弹性体,构成了单自由度系统。SIP 在不同环境下具有线性与非线性弹性本构,笔者仅考虑 SIP 的线弹性本构。由于 TPS 尺寸较小,宽度大概在 50~200mm 之间,可近似认为隔热瓦外表面的声压激励均匀分布,机体对 TPS 底部的加速度激励也是均匀的。在建立 TPS 非线性动力学理论模型时作如下假设:

- 1) 系统进行平稳随机振动,且激励服从 Gauss 随机过程;
- 2) 将隔热瓦简化为质量点以描述隔热瓦的惯性力;
- 3) 将 SIP 简化为质量点、线性弹簧和阻尼器,分别描述 SIP 的惯性力、弹性力和阻尼力;
- 4) 声压激励和加速度基础激励均匀地作用于隔热瓦外表面和 TPS 底部。

在上述假设条件下,建立了在声压激励和机体加速度基础激励作用下的 TPS 单自由度随机动态理论模型,如图 3 所示。其中: $S_f(\omega)$ 和 $S_y(\omega)$ 分别为声压激励和机体加速度基础激励的 PSD 函数; $m$ 为隔热瓦和 SIP 的总质量; $k$ 为 SIP 的线性刚度系数; $c$ 为 SIP 的黏性阻尼系数; $x$ 为隔热瓦的位移。声压激励作用于隔热瓦外表面时,机体结构固定,机体加速度基础激励作用于 TPS 底部。

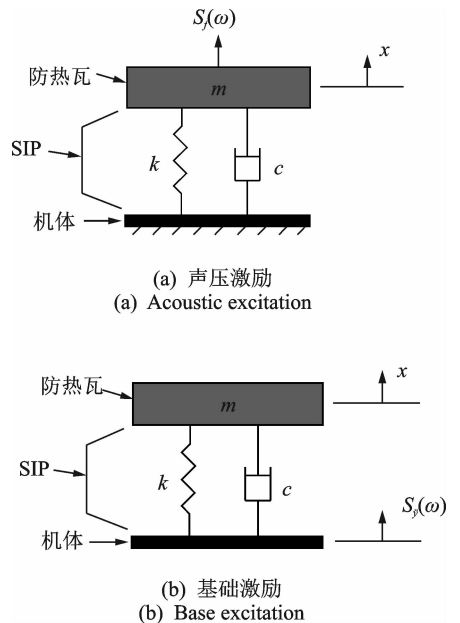


图 3 TPS 动态理论模型

Fig. 3 Dynamic theoretical model for TPS

由以上假设可得到在声压激励和加速度基础激励作用下的 TPS 单自由度系统运动方程分别为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{y}(t) \quad (2)$$

其中:  $f$  为声压激励作用力;  $\ddot{y}$  为加速度基础激励;  $x$  为隔热瓦位移;  $u$  为隔热瓦与机体的相对位移,  $u = x - y$ ;  $k$  为 SIP 的线性刚度系数。

### 3 热防护系统不确定性动态分析

由于隔热瓦及 SIP 参数的分散性较大, 必须采用不确定性研究方法分析随机参数下的 TPS 动态响应, 此外声压激励和机体加速度基础激励也具有随机性, 故 TPS 的不确定性动态问题属于双随机动态问题。笔者假设隔热瓦的质量及 SIP 的刚度和阻尼均服从不随时间变化的简单正态分布, 且以上随机参数相互独立, 其均值为  $\bar{m}$ ,  $\bar{k}$  和  $\bar{c}$ ; 变异系数为  $m'$ ,  $k'$  和  $c'$ 。系统响应包括隔热瓦的加速度均方根值以及 SIP 动态应力均方根值, TPS 参数和载荷的随机性导致了响应的随机性, 由线性系统可知响应也服从正态分布, 且响应的均值为  $\bar{\varphi}_x$  和  $\bar{\varphi}_s$ , 变异系数为  $\varphi'_x$  和  $\varphi'_s$ 。根据以上讨论可得到不确定系统的随机参数向量  $\boldsymbol{\eta}$  和响应向量  $\boldsymbol{u}$

$$\boldsymbol{\eta} = \{m \quad k \quad c\}^T \quad (3)$$

$$\boldsymbol{u} = \{\varphi_x \quad \varphi_s\}^T \quad (4)$$

第  $k$  个随机参数  $\eta_k$  和响应  $u_k$  可分解为均值与零均值随机分量

$$\eta_k = \bar{\eta}_k + \tilde{\eta}_k \quad (5)$$

$$u_k = \bar{u}_k + \tilde{u}_k \quad (6)$$

其中:  $\tilde{\eta}_k$  和  $\tilde{u}_k$  为第  $k$  个随机参数和响应的零均值随机分量。

随机分量认为是小量, 且满足  $\tilde{\eta}_k \ll \bar{\eta}_k$  和  $\tilde{u}_k \ll \bar{u}_k$ 。若只考虑 1 阶摄动, 忽略 2 阶及以上的小量, 可将  $\tilde{\boldsymbol{u}}$  展开为  $\eta_k$  的级数

$$\tilde{\boldsymbol{u}} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \eta_k} \tilde{\eta}_k = \sum_{k=1}^m \boldsymbol{u}_{\eta,k} \tilde{\eta}_k \quad (7)$$

其中:  $m=3$ , 为 TPS 随机参数的个数。

由于  $\boldsymbol{u}_{\eta,k} = \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{\eta,k}$ , 且  $\tilde{\boldsymbol{u}} \ll \bar{\boldsymbol{u}}$ ,  $\boldsymbol{u}_{\eta,k}$  可由  $\bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k}$  近似代替

$$\tilde{\boldsymbol{u}} = \sum_{k=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} \tilde{\eta}_k \quad (8)$$

响应的协方差函数可以表示为

$$\text{Cov}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) = E[(\boldsymbol{u} - \bar{\boldsymbol{u}})(\boldsymbol{u} - \bar{\boldsymbol{u}})^T] = E[\tilde{\boldsymbol{u}}\tilde{\boldsymbol{u}}^T] \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)可得

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) &= E\left[\left(\sum_{k=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} \tilde{\eta}_k\right)\left(\sum_{q=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,q} \tilde{\eta}_q\right)^T\right] = \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{q=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,q}^T E[\tilde{\eta}_k \tilde{\eta}_q] \end{aligned} \quad (10)$$

考虑式(5), 则式(10)可改写为

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) &= \sum_{k=1}^m \sum_{q=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,q}^T E[(\eta_k - \bar{\eta}_k)(\eta_q - \bar{\eta}_q)] = \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{q=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,q}^T \text{Cov}(\eta_k, \eta_q) \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可知, 响应的协方差函数可由 TPS 随机参数的协方差函数  $\text{Cov}(\eta_k, \eta_q)$  来表达

$$\text{Cov}(\eta_k, \eta_q) = \rho_{kq} \sigma_{\eta_k} \sigma_{\eta_q} \quad (12)$$

其中:  $\rho_{kq}$  为随机参数  $\eta_k$  和  $\eta_q$  之间的相关系数;  $\sigma_{\eta_k}$  和  $\sigma_{\eta_q}$  为随机参数的标准差。

利用式(12), 将式(11)写成矩阵的形式, 得

$$\text{Cov}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) = \bar{\boldsymbol{u}} \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\sigma} \bar{\boldsymbol{u}}^T \quad (13)$$

$$\bar{\boldsymbol{u}} = [\boldsymbol{u}_{\eta,1} \quad \boldsymbol{u}_{\eta,2} \quad \boldsymbol{u}_{\eta,3}]^T \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{\eta_1} & & \\ & \sigma_{\eta_2} & \\ & & \sigma_{\eta_3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

假设 TPS 随机参数相互独立

$$\rho_{kq} = \begin{cases} 1 & (k=q) \\ 0 & (k \neq q) \end{cases} \quad (16)$$

由式(13)和式(16)可得随机参数相互独立时的响应协方差函数为

$$\text{Cov}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) = \sum_{k=1}^m \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k} \bar{\boldsymbol{u}}_{\eta,k}^T \sigma_{\eta_k}^2 \quad (17)$$

针对某一响应  $v$ , 式(17)可以简化为

$$\text{Cov}(v, v) = \sum_{k=1}^m \bar{v}_{\eta,k}^2 \sigma_{\eta_k}^2 \quad (18)$$

针对第  $k$  个随机参数单独作用的情况, 式(18)可以简化为

$$\text{Cov}(v, v) = \bar{v}_{\eta,k}^2 \sigma_{\eta_k}^2 \quad (19)$$

响应的变异系数可通过其均值和协方差求得

$$v' = \sqrt{\text{Cov}(v, v)} / \bar{v} \quad (20)$$

由式(17)~(19)可知, 采用摄动法求解本研究的双随机动态问题的关键是进行响应的均值  $\bar{v}$  对随机参数  $\eta_k$  的灵敏度分析

$$\bar{v}_{\eta,k} = \partial \bar{v} / \partial \eta_k \quad (21)$$

### 4 热防护系统动态响应均值

由式(21)可知, 进行响应的均值  $\bar{v}$  对随机参数  $\eta_k$  的灵敏度分析首先要求解响应的均值, 为了方便分析, 式(1)和式(2)中的单自由度系统运动方程统一为

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = F(t) \quad (22)$$

令外载荷  $F(t) = e^{i\omega t}$  和位移响应  $z(t) = H(\omega)e^{i\omega t}$ , 并将其代入式(22)即可得系统的位移频

率响应函数  $H(\omega)$

$$H(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + i\bar{c}\omega + \bar{k}} \quad (23)$$

根据随机振动理论可得隔热瓦的位移、速度及加速度 PSD 响应函数为

$$\bar{S}_z(\omega) = H_0(\omega) S_F(\omega) H(\omega) \quad (24)$$

$$\bar{S}_{\dot{z}}(\omega) = \omega^2 H_0(\omega) S_F(\omega) H(\omega) \quad (25)$$

$$\bar{S}_{\ddot{z}}(\omega) = \omega^4 H_0(\omega) S_F(\omega) H(\omega) \quad (26)$$

其中:  $H_0(\omega)$  为系统位移频响函数  $H(\omega)$  的共轭复数;  $\bar{S}_z(\omega)$ ,  $\bar{S}_{\dot{z}}(\omega)$  和  $\bar{S}_{\ddot{z}}(\omega)$  分别为隔热瓦位移、速度及加速度的 PSD 函数;  $S_F(\omega)$  为外载荷 PSD 函数。

将式(24)~(26)中的  $z$  替换为  $x$  和  $u$ , 以及  $F$  替换为  $f$  和  $-m\ddot{y}$ , 即可获得在声压激励和加速度基础激励作用下隔热瓦的动态响应。

将以上响应的 PSD 函数在频域下积分, 即可得隔热瓦的位移、速度和加速度均方值

$$\bar{\varphi}_x^2 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_x(\omega) d\omega \quad (27)$$

$$\bar{\varphi}_{\dot{x}}^2 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{\dot{x}}(\omega) d\omega \quad (28)$$

$$\bar{\varphi}_{\ddot{x}}^2 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{\ddot{x}}(\omega) d\omega \quad (29)$$

其中:  $\bar{\varphi}_x$ ,  $\bar{\varphi}_{\dot{x}}$  和  $\bar{\varphi}_{\ddot{x}}$  分别为隔热瓦的位移、速度及加速度均方根值 (root mean square, 简称 RMS)。

由于 SIP 自身具有弹性力和阻尼力, 利用牛顿第二定理, 在声压激励和加速度基础激励作用下 SIP 的动态应力均方根值  $\bar{\varphi}_{s1}$  和  $\bar{\varphi}_{s2}$  分别为

$$\bar{\varphi}_{s1} = (\bar{k}\bar{\varphi}_x + \bar{c}\bar{\varphi}_{\dot{x}})/S \quad (30)$$

$$\bar{\varphi}_{s2} = m\bar{\varphi}_{\ddot{x}}/S \quad (31)$$

其中:  $S$  为 SIP 面积。

## 5 算例参数

笔者进行了不确定性陶瓷热防护系统的双随机动态响应算例分析, 其中隔热瓦和 SIP 的宽度  $W$ 、厚度  $h$ 、密度  $\rho$  及结构阻尼系数  $g$  如表 1 所示。SIP 的弹性模量为 1.46MPa, 根据 SIP 的厚度和面积计算得到弹簧刚度系数  $k$  为 6.317 3kN/mm, 根据隔热瓦和 SIP 的密度和体积计算得到 TPS 的总质量  $m$  为 0.578 8kg。此外声压激励的 PSD 函数  $S_f(\omega)$  为限带白噪声, 其在频域范围 20~2 000Hz 内保持 400N<sup>2</sup>/Hz 不变, 本研究采用图 2 中机体加速度基础激励的 PSD 函数。

表 1 TPS 参数

Tab. 1 Parameters of TPS

部件	W/mm	h/mm	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$g/\%$
隔热瓦	150	54.8	420	4
SIP	150	5.2	521	4

由于图 3 中的阻尼特性是由黏性阻尼系数  $c$  表征的, 故需将结构阻尼系数  $g$  转换为黏性阻尼系数  $c$ , 其表达式为

$$c = gm\omega_n \quad (32)$$

其中:  $\omega_n$  为单自由度系统的固有频率。

根据式(32)计算得到 SIP 的黏性阻尼系数  $c$  为 76.487 3(N·s)/m。

## 6 响应均值的灵敏度分析

进行不确定性 TPS 动态分析之前需要进行式(21)中的响应均值对随机参数的灵敏度分析。系统质量、刚度系数和阻尼系数的均值及变异系数如表 2 所示, 其中所有随机参数的变异系数均为 0.03。

表 2 随机参数的均值和变异系数

Tab. 2 The mean values and variation coefficients of random parameters

$\eta_k$	$m/\text{kg}$	$k/(\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1})$	$c/((\text{N} \cdot \text{s}) \cdot \text{m}^{-1})$
$\bar{\eta}_k$	0.578 8	6.317 3	76.487 3
$\eta'_k$	0.030 0	0.030 0	0.030 0

笔者采用差分法进行灵敏度分析, 差分格式为

$$\bar{v}_{\eta_k} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta_k} = \frac{\bar{v}(\bar{\eta}_k + \Delta\eta_k) - \bar{v}(\bar{\eta}_k - \Delta\eta_k)}{2\Delta\eta_k} \quad (33)$$

其中:  $\Delta\eta_k$  为差分步长。

式(33)采用具有 2 阶精度的中心差分格式代替原有的偏导数, 需要确定合适的差分步长  $\Delta\eta_k$  以保证差分精度。

本研究的差分步长表示为随机参数标准差的倍数关系, 如式(34)所示, 其中系数  $\lambda$  取 0.1, 1 和 10, 进行了 3 种不同差分步长下响应均值对随机参数的灵敏度分析

$$\Delta\eta_k = \lambda\sigma_{\eta_k} = \lambda\bar{\eta}_k\eta'_k \quad (34)$$

表 3 和表 4 分别为声压激励和加速度基础激励作用下隔热瓦加速度均方根值的均值  $\bar{\varphi}_{\ddot{x}}$ , 以及 SIP 应力均方根值的均值  $\bar{\varphi}_s$  对随机参数  $\eta_k$  的灵敏度分析结果。从表 4 和表 5 中的灵敏度结果可知, 所有

表 3 声压激励下的灵敏度分析结果

Tab. 3 The sensitive analysis results under acoustic excitation

$\bar{u}_k$	$\eta_k$	$\Delta\eta_k$		
		$0.1\sigma_{\eta_k}$	$\sigma_{\eta_k}$	$10\sigma_{\eta_k}$
$\bar{\varphi}_x$	$m$	$-8.85 \times 10^3$	$-8.86 \times 10^3$	$-9.72 \times 10^3$
	$k$	$3.72 \times 10^{-4}$	$3.73 \times 10^{-4}$	$3.76 \times 10^{-4}$
	$c$	$-31.26$	$-31.28$	$-33.21$
$\bar{\varphi}_s$	$m$	$-4.33 \times 10^3$	$-4.33 \times 10^3$	$-4.58 \times 10^3$
	$k$	$1.01 \times 10^{-2}$	$1.01 \times 10^{-2}$	$1.02 \times 10^{-2}$
	$c$	$-8.02 \times 10^2$	$-8.03 \times 10^2$	$-8.53 \times 10^2$

表 4 基础激励下的灵敏度分析结果

Tab. 4 The sensitive analysis results under base excitation

$\bar{u}_k$	$\eta_k$	$\Delta\eta_k$		
		$0.1\sigma_{\eta_k}$	$\sigma_{\eta_k}$	$10\sigma_{\eta_k}$
$\bar{\varphi}_x$	$m$	$-1.30$	$-1.30$	$-0.85$
	$k$	$2.49 \times 10^{-4}$	$2.49 \times 10^{-4}$	$2.52 \times 10^{-4}$
	$c$	$-20.57$	$-20.58$	$-21.82$
$\bar{\varphi}_s$	$m$	$-1.40 \times 10^5$	$-1.40 \times 10^5$	$-1.40 \times 10^5$
	$k$	$6.40 \times 10^{-3}$	$6.40 \times 10^{-3}$	$6.50 \times 10^{-3}$
	$c$	$-5.29 \times 10^2$	$-5.29 \times 10^2$	$-5.61 \times 10^2$

响应均值对质量的灵敏度最高,对阻尼系数的灵敏度次之,而对刚度系数的灵敏度最低。此外通过对比  $\lambda$  取 0.1, 1 和 10 时的灵敏度值,可知  $\lambda$  取 1 时,即当差分步长  $\Delta\eta_k = \sigma_{\eta_k}$  时能获得满意的灵敏度分析结果。

### 7 响应概率分布及 Monte Carlo 数值验证

利用表 3 和表 4 中差分步长  $\Delta\eta_k = \sigma_{\eta_k}$  对应的灵敏度分析结果即可进行防热瓦/SIP 系统的响应概率分布分析。此外,为了验证本研究的理论分析结果的合理性,进行了 Monte Carlo 数值计算,其分析流程如图 4 所示,具体步骤为:

- 1) 筛选随机变量(随机参数),并指定随机变量的概率分布;
- 2) 设置模拟的最大仿真次数  $N$ (本研究设置为  $10^4$  次);
- 3) 生成均匀分布的随机数序列,并将其转化为相应的随机变量值;
- 4) 调用计算程序对当前随机参数值的响应进行计算;
- 5) 重复步骤 3~5,直至模拟最大次数  $N$  或均值和标准差收敛,结束循环;
- 6) 对响应值进行统计分析(均值、标准差、范围

和分布形状)。

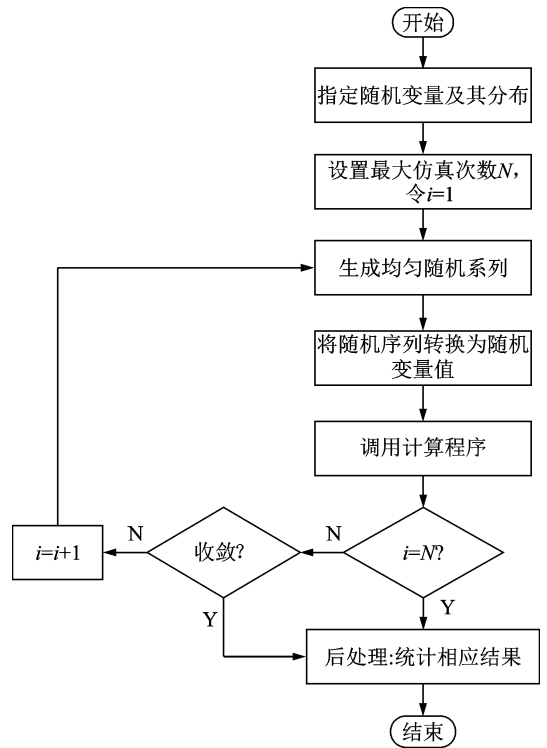


图 4 Monte Carlo 数值分析流程

Fig. 4 Numerical analysis process for Monte Carlo method

利用以上灵敏度分析结果和式(19),进行了单个随机参数情况下的防热瓦/SIP 系统的响应概率分布分析。表 5 和表 6 分别列出了声压激励和加速度基础激励作用下防热瓦加速度和 SIP 应力的均值和标准差分析结果,其中 A 代表理论分析结果,B 代表 Monte Carlo 数值计算结果。可以发现响应的均值和标准差的理论分析结果与 Monte Carlo 数值计算结果吻合得很好,相对误差控制在 1.5% 以内。

表 5 声压激励情况下单随机参数的概率分析结果

Tab. 5 The probability analysis results under acoustic excitation

概率分布	响应	方法	$m$	$k$	$c$	
$\bar{u}_k$	$\bar{\varphi}_x / (10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$	A	5.16	5.16	5.16	
		B	5.17	5.16	5.17	
	$\bar{\varphi}_s / 10^5 \text{ Pa}$	A	1.33	1.33	1.33	
		B	1.33	1.33	1.33	
	$u'_k$	$\sigma_x / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	A	154	70.59	71.78
			B	154	71.34	71.76
$\sigma_s / \text{Pa}$		A	75.17	1 910	1 840	
		B	75.30	1 940	1 840	

表 6 基础激励情况下单随机参数的概率分析结果

Tab. 6 The probability analysis results under base excitation for single random parameter

概率分布	响应	方法	$m$	$k$	$c$
$\bar{u}_k$	$\bar{\varphi}_{x_1} / (10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$	A	3.15	3.15	3.15
		B	3.15	3.14	3.15
$\bar{u}_k$	$\bar{\varphi}_s / 10^4 \text{ Pa}$	A	8.09	8.09	8.09
		B	8.09	8.10	8.09
$u'_k$	$\sigma_{\bar{x}} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	A	0.022 5	47.23	47.23
		B	0.022 5	47.18	47.53
$u'_k$	$\sigma_s / 10^3 \text{ Pa}$	A	2.43	1.21	1.21
		B	2.43	1.21	1.22

图 5 和图 6 分别为 Monte Carlo 数值方法计算得到的在声压激励和加速度基础激励作用下隔热瓦的加速度以及 SIP 应力的概率分布图。从图中可观察到,所有响应的概率分析均趋近于正态分布,这是由于本研究的随机参数和载荷均服从正态分布,且隔热瓦/SIP 为线性系统,响应理论上必定服从正态分布。

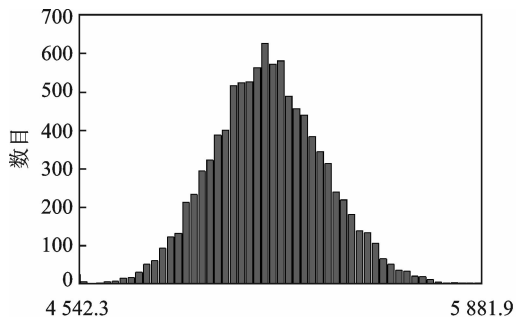
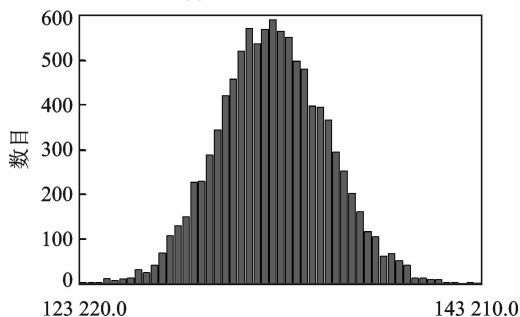
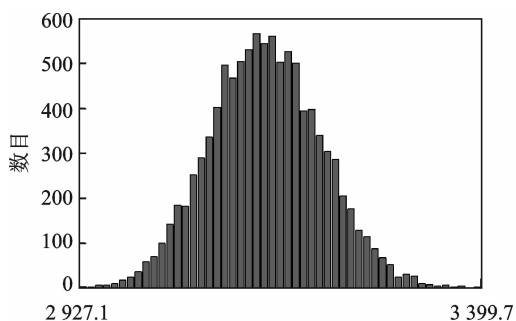
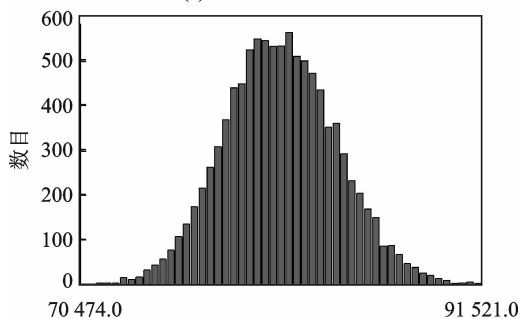
(a) 防热瓦加速度  
(a) Acceleration of tile(b) SIP应力  
(b) Stress of SIP

图 5 声压激励下 Monte Carlo 数值模拟响应概率分布

Fig. 5 Probability distributions of responses for Monte Carlo numerical simulation under acoustic excitation

根据式(18)和式(19),考虑所有随机参数的情况下,响应的方差为单个随机参数情况下求得的方差之和。表 7 列出了考虑所有随机参数时在声压激

防热瓦加速度RMS值 / ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ )(a) 防热瓦加速度  
(a) Acceleration of tile

SIP应力RMS值 / Pa

(b) SIP应力  
(b) Stress of SIP

图 6 基础激励下 Monte Carlo 数值模拟响应概率分布

Fig. 6 Probability distributions of responses for Monte Carlo numerical simulation under base excitation

励和加速度基础激励作用下响应的均值和标准差分析结果,其中 A 代表理论分析结果,B 代表 Monte Carlo 数值计算结果。可以发现隔热瓦的加速度响应以及 SIP 应力响应的均值和标准差的理论分析结果与 Monte Carlo 数值计算结果吻合得很好,相对误差控制在 1.5% 以内。

表 7 所有随机参数情况下的概率分析结果

Tab. 7 The probability analysis results for all random parameters

概率分布	响应	声压/基础	数值
$\bar{u}_k$	$\bar{\varphi}_{x_1} / (10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$	A	5.16/3.15
		B	5.17/3.15
$\bar{u}_k$	$\bar{\varphi}_s / 10^4 \text{ Pa}$	A	13.3/8.09
		B	13.3/8.10
$u'_k$	$\varphi_{x_1} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	A	184/66.79
		B	185/65.82
$u'_k$	$\sigma_s / 10^3 \text{ Pa}$	A	2.66/2.97
		B	2.65/2.93

## 8 结 论

1) 将隔热瓦假设为刚性体,简化为质量点,将

SIP 假设为弹性体,简化为线性弹簧和阻尼单元,假设以上质量点、刚度和阻尼服从正态分布,提出了在外界随机激励作用下的不确定性 TPS 双随机动态理论模型。

2) 采用摄动法研究了防热瓦加速度响应以及 SIP 应力响应的概率分布,得出其关键问题是进行响应均值对 TPS 随机参数的灵敏度分析。

3) 进行了算例分析,本研究理论方法获得的响应概率分布和 Monte Carlo 数值计算结果吻合得很好,从而验证了所提出的不确定性 TPS 双随机动态理论模型的正确和分析精度。

4) 本研究工作为防热瓦不确定性加速度特性、SIP 不确定性动强度和 TPS 不确定性动态完整性分析提供了理论依据。

### 参 考 文 献

- [1] Knight D, Chazot O, Austin J, et al. Assessment of predictive capabilities for aerodynamic heating in hypersonic flow [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2017, 90:39-53.
- [2] Li Jingping, Chen Hong, Zhang Shizhong, et al. On the response of coaxial surface thermocouples for transient aerodynamic heating measurements [J]. *Experimental Thermal & Fluid Science*, 2017, 86:141-148.
- [3] Vasil'evskii S A, Gordeev A N, Kolesnikov A F. Local modeling of the aerodynamic heating of the blunt body surface in subsonic high-enthalpy air flow, theory and experiment on a high-frequency plasmatron [J]. *Fluid Dynamics*, 2017, 52(1):158-164.
- [4] Kumar S, Mahulikar S P. Design of thermal protection system for reusable hypersonic vehicle using inverse approach [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, 54(2):1-11.
- [5] Buffenoir F, Zeppa C, Pichon T, et al. Development and flight qualification of the C-SiC thermal protection systems for the IXV [J]. *Acta Astronautica*, 2016, 124:85-89.
- [6] Oscar A M, Anurag S, Bhavani V S, et al. Thermal force and moment determination of an integrated thermal protection system [J]. *AIAA Journal*, 2010, 48(1):119-128.
- [7] Muraca R J, Coe C F, Tulinius J R. Shuttle tile environments and loads [R]//A82-30077. Hampton, Virginia: NASA Langley Research Center, 1982.
- [8] Miserentino R, Pinsonand L D, Leadbetter S A. Some space shuttle tile/strain-isolator-pad sinusoidal vibration tests [R]//NASA TM-81853. Hampton, Virginia: NASA Langley Research Center, 1980.
- [9] Cooper P A, Miserentino R, Sawyer J W, et al. Effect of simulated mission loads on orbiter thermal protection system undensified tiles [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1984, 21(5):441-447.
- [10] Housner J M, Edighoffer H H, Park K C. Nonlinear dynamic phenomena in the space shuttle thermal protection system [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1982, 19(3):269-277.
- [11] Edighoffer H. Parametric analytical studies for the nonlinear dynamic response of the tile/pad space shuttle thermal protection system [R]//NAS1-16121. Hampton, Virginia: NASA Langley Research Center, 1981.
- [12] George R, Doyle J. Vibroacoustic modeling for space shuttle orbiter thermal protection system [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1982, 19(3):263-268.
- [13] 黄杰,姚卫星,单先阳. 热防护系统单自由度动态特性理论模型[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(2):98-104. Huang Jie, Yao Weixing, Shan Xianyang. Single degree of freedom dynamic theoretical model for thermal protection system [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(2):98-104. (in Chinese)



**第一作者简介:**黄杰,男,1989年4月生,博士生。主要研究方向为高超声速飞行器热结构与热防护系统。曾发表《An experimental and numerical study on structural dynamic stress of a landing gear》(《Journal of Vibroengineering》2013, Vol. 15, No. 2)等论文。  
E-mail:jjehuangxyz@163.com