

Wigner-Ville 分布复小波相似性评价及应用^{*}

尹爱军^{1,2}, 李海珠^{1,2}, 李江^{1,2}, 戴宗贤³

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆, 400044)

(2. 重庆大学机械工程学院 重庆, 400044) (3. 重庆市计量质量检测研究院 重庆, 401123)

摘要 针对常规特征量对轴承早期故障不敏感问题, 基于不同状态下振动信号时频分布的结构差异, 融合 Wigner-Ville 时频分析和复小波变换的优点, 提出了基于复小波变换的 Wigner-Ville 时频分布相似性评价指数(Wigner-Ville distribution-complex wavelet structural similarity, 简称 WVD-CWSS), 实现时频分布相似性的定量评价, 并用于轴承早期状态评估。首先, 对振动信号进行 Wigner-Ville 时频分布; 其次, 进行复小波变换, 获取不同状态下的二维时频分布结构相似性复小波指数; 最后, 对滚动轴承全寿命试验数据进行了对比试验。结果表明, 所提取的 WVD-CWSS 特征对滚动轴承的早期损伤更敏感。

关键词 Wigner-Ville 变换; 复小波变换; 特征提取; 状态评估

中图分类号 TH133.33

引言

轴承广泛应用于现代机械、航空及交通等领域, 其正常服役是保障设备可靠运行的关键^[1]。研究提取反映轴承运行状态的敏感特征, 建立合适的性能退化指标, 是对轴承健康状态评估的基础和关键^[2]。

目前, 已经有多种信号处理技术和方法应用于轴承状态评估, 状态评估中常用的轴承退化特征量有时域特征量、频域特征量以及基于机器学习的方法等。黄海凤等^[3]将盲源信号分离后振动信号的峭度值用于轴承信号的退化研究。Wen 等^[4]将基于卷积神经网络的数据驱动方法用于滚动轴承的故障诊断。Lybeck 等^[5]运用试验数据分析了一些时域、频域统计参数(包括有效值、峭度、裕度、峰值、六阶矩等, 以及对原始振动信号进行预处理, 如包络、高通滤波、低通滤波后的统计参数)对滚动轴承损伤的敏感性。潘阳等^[6]针对智能诊断中参数难以设定问题, 提出遗传算法优化神经网络的滚动轴承智能诊断方法。以上轴承状态评估方法表明, 常规特征量或对轴承早期故障不敏感, 或稳定性差, 而智能评估模型中复杂的参数设定以及学习的好坏直接影响评估结果。因此, 寻找一种稳定有效的特征指标对于轴承状态评估具有重要意义。

复小波变换(complex wavelet transform, 简称

CWT)将实小波变换(discrete wavelet transform, 简称 DWT)扩展到复数域, 其复小波系数包含了信号的幅值信息和相位信息^[7]。复小波在信号降噪, 特征提取, 边缘检测, 图像分割、增强、分类和纹理分析等方面应用广泛。Sampat 等^[8]将复小波用于图像结构相似度测量, 提出一种对几何失真图像的相似度评价的算法。笔者在文献^[9]中将复小波用于离面振动测量。

时频分析是非平稳信号分析的有效方法, 包括短时傅里叶变换、小波变换和 Wigner-Ville 变换等。Wigner-Ville 分布(Wigner-Ville distribution, 简称 WVD)具有良好的时频聚集性。CWT 具有较高的时移敏感性和多方向选择性, 并增加了信号的相位信息, 相对于小波变换减少了转换的冗余。基于此, 笔者提出了基于复小波变换的 Wigner-Ville 时频分布结构相似性评价指数。首先, 对振动信号进行 Wigner-Ville 时频分析; 其次, 对二维时频分布进行复小波变换; 最后, 通过结构相似性算法获取二维时频分布结构的复小波系数相似性指数。

1 Wigner-Ville 时频分布复小波相似性评价

不同状态下轴承振动信号的时频分布具有不同

^{*} 国防预研基金资助项目(9140A17050115JW20001); 重庆市人工智能技术创新重大主题专项重点资助项目(cstc2017rgzn-zdyfx0007)

收稿日期: 2018-01-21; 修回日期: 2018-06-28

的结构。基于时频分析方法的轴承状态评估常常依赖于专家经验判断,且在很多应用中仅对时频分布做定性分析,并没有对其二维时频分布进行定量评价^[10]。笔者基本不同状态下时频分布的结构差异,提出基于时频分布复小波相似性指数的定量评价方法。

1.1 Wigner-Ville 分布

Wigner-Ville 变换具有良好的时频聚集性,但易出现频率混叠现象。由于本研究比较时频分布的相似性,要求良好的时频分辨率,而交叉项并无影响,因此笔者选用 Wigner-Ville 时频分析方法。

Wigner-Ville 变换可看成信号的瞬时对称相关函数的傅里叶变换,反映的是信号能量的时频分布。给定振动信号 $x(t)$,其 Wigner-Ville 分布为

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

其中: t 为时间; τ 为时间延迟; x^* 为 x 的共轭; $x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2})$ 为 Wigner-Ville 自相关函数。

1.2 复小波变换

复小波变换是实小波变换在复数域的推广,克服了实小波振荡、失真、缺乏平移不变性等缺点。复小波变换的构造方法有很多, Burcin 等^[11]通过一个复算子将离散小波投影到一个复函数空间并推导了相应的复小波变换, Kingsbury^[12]运用一组正交的 DWT 实数小波变换,提出二元双树复小波变换,构造出双树复小波滤波器。

设 $\psi_h(u), \psi_g(u)$ 为一对希尔伯特变换对, h, g 分别为 $\psi_h(u), \psi_g(u)$ 对应的滤波器,则一维复小波变换的复小波基为

$$\phi(u) = \psi_h(u) + j\psi_g(u) \quad (2)$$

设 $x(u)$ 为一维信号,则一维复小波变换系数可表示为

$$C = \langle x(u), \phi(u) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u) \phi^*(u) du = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \Psi_h(\omega) d\omega - \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \Psi_g(\omega) d\omega = C^h - jC^g \quad (3)$$

其中: $\phi^*(u)$ 为 $\phi(u)$ 的复共轭; $X(\omega), \Psi_h(\omega)$ 和 $\Psi_g(\omega)$ 为 $x(u), \psi_h(u)$ 和 $\psi_g(u)$ 的傅里叶变换; C^h 为通过滤波器 h 得到的系数; C^g 为通过滤波器 g 得到的系数。

二维复小波变换相当于对二维信号分别进行复小波行变换和列变换,则二维复小波基可表示为

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= \psi(x) \psi(y) = (\psi_h(x) + j\psi_g(x)) (\psi_h(y) + j\psi_g(y)) \\ &= (\psi_h(x) \psi_h(y) - \psi_g(x) \psi_g(y)) + j(\psi_h(x) \psi_g(y) + \psi_g(x) \psi_h(y)) \end{aligned} \quad (4)$$

复小波变换后的系数可表示为

$$\begin{aligned} C &= \langle \omega(t, f), \phi(x, y) \rangle = (\langle \omega(t, f), \psi_h(x) \psi_h(y) \rangle - \langle \omega(t, f), \psi_g(x) \psi_g(y) \rangle) + j(\langle \omega(t, f), \psi_h(x) \psi_g(y) \rangle + \langle \omega(t, f), \psi_g(x) \psi_h(y) \rangle) = \\ &= C^{hh} - C^{gg} + j(C^{hg} + C^{gh}) \end{aligned} \quad (5)$$

其中: C^{hh} 为行变换和列变化都使用滤波器 h 得到的系数; C^{gg} 为行变换和列变化都使用滤波器 g 得到的系数; C^{hg} 为行变换使用滤波器 h 、列变换使用滤波器 g 得到的系数; C^{gh} 为行变换使用滤波器 g 、列变换使用滤波器 h 得到的系数。

1.3 基于复小波指数的时频分布相似性评价

设 Wigner-Ville 分布 $W(t, f)$ 变换后的复小波系数对 $B_{i \times s}^j$ 进行重排为 $C_{1 \times N}^i$, 其中 $N = rs$ 。定义 m, n 时刻 Wigner-Ville 分布的复小波相似性指数为

$$S(C_m, C_n) = \frac{2 \sum_{i=1}^N |C_{m,i}| |C_{n,i}|}{\sum_{i=1}^N |C_{m,i}|^2 + \sum_{i=1}^N |C_{n,i}|^2} \times \frac{\left| \sum_{i=1}^N C_{m,i} C_{n,i}^* \right|}{\sum_{i=1}^N |C_{m,i} C_{n,i}^*|} \quad (6)$$

其中: $C_{m,i}, C_{n,i}$ 为在 m, n 时刻下 i 点的复小波系数; C^* 为 C 的复共轭。

复小波指数 S 能够同时反映二维时频结构的幅值信息与相位信息^[8]。

$$S_1(C_m, C_n) = \frac{2 \sum_{i=1}^N |C_{m,i}| |C_{n,i}|}{\sum_{i=1}^N |C_{m,i}|^2 + \sum_{i=1}^N |C_{n,i}|^2} \quad (7)$$

为指数幅值部分,仅与复小波系数的模有关,即对任意 i 而言,当 $C_{m,i}$ 与 $C_{n,i}$ 的模相等时其值为 1。

$$S_2(C_m, C_n) = \frac{\left| \sum_{i=1}^N C_{m,i} C_{n,i}^* \right|}{\sum_{i=1}^N |C_{m,i} C_{n,i}^*|} \quad (8)$$

为指数相位部分,仅与复小波分解系数的相位差有关,即对任意 i 而言,当 $C_{m,i}$ 与 $C_{n,i}$ 的相位差恒定时其值为 1。

复小波指数与时频分布的结构相似程度直接相关,时频分布越接近复小波指数会越大,当完全相同时,复小波指数为 1。因此,可以利用与正常状态下振动时频分布的复小波系数相似性指数评价轴承运行状态。

2 WVD-CWSS 特征评估流程

不同状态下轴承振动信号的时频分布具有不同

的结构。通过当前运行状态的二维时频分布结构与正常运行的二维时频分布结构的相似性评价指数可以评估当前轴承的运行状态。设当前振动信号为 $x_j(t)$, 初始正常运行振动信号为 $x_0(t)$ 。图 1 为基于 WVD-CWSS 轴承状态评估流程, 步骤如下:

- 1) 输入原始振动信号 $x_j(t), x_0(t)$;
- 2) 采用 Wigner-Ville 变换分别求取 $x_j(t), x_0(t)$ 的二维时频分布 $W_{r \times s}^j(t, f), W_{r \times s}^0(t, f)$;
- 3) 构造二维复小波基 $\psi(x, y)$, 对二维时频分布 $W_{r \times s}^j(t, f), W_{r \times s}^0(t, f)$ 进行复小波变换得到 $B_{r \times s}^j(x, y), B_{r \times s}^0(x, y)$;
- 4) 对二维时频矩阵 $B_{r \times s}^j(x, y), B_{r \times s}^0(x, y)$ 进行重构, 得到 $C_{1 \times N}^j, C_{1 \times N}^0$;
- 5) 对重排序列 $C_{1 \times N}^j, C_{1 \times N}^0$ 运用式(7)进行复小波指数计算, 得到当前时刻状态的特征值;
- 6) 输出 WVD-CWSS 评估结果。

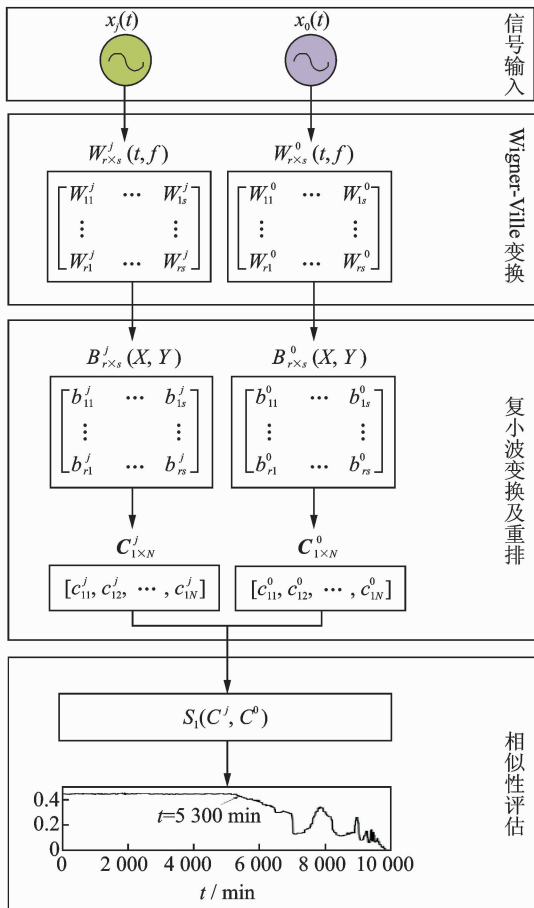


图 1 WVCW-SSIM 评估流程

Fig. 1 Evaluation process of WVD-SSIM

3 试验分析

为验证 WVCW-CWSS 评估效果, 笔者采用 Cincinnati 大学共享的滚动轴承加速退化试验数据进行

验证^[13]。测试台如图 2 所示, 共安装 4 个 ZA-2115 双列滚子轴承, 由交流电机通过摩擦带轮驱动, 以 2 kr/min 恒定转速旋转, 在试验台横梁施加 26 671 N 的径向载荷。该试验共有 4 个数据采集通道, 对应采集试验中 4 个轴承的振动信号。其中, 采样频率为 20 kHz, 采样间隔为 10 min, 每次采样点数为 20 480, 试验持续 164 h, 数据保存在 984 个文件中, 测试结果为一号通道对应的轴承发生故障。均方根值、无量纲指标裕度及频域方差常用于轴承的状态监测, 对故障的综合敏感度较高^[14-15]。图 3~5 为故障轴承振动信号的均方根值、裕度及频域方差的评估结果。图 3~5 总体反映了轴承状态从正常到故障的全过程。其中: 均方根值和频域方差在 5 310 min 开始发生轻微变化, 但不明显; 在频域方差的放大图中可以看到在 5 320 min 和 6 400 min 出现了上升, 在突变处可认为轴承发生了故障, 但其变化比较微弱, 在实际工程应用中很难发现轴承的早期损伤; 裕度值直到 7 020 min 才出现突变, 对早期故障不敏感。

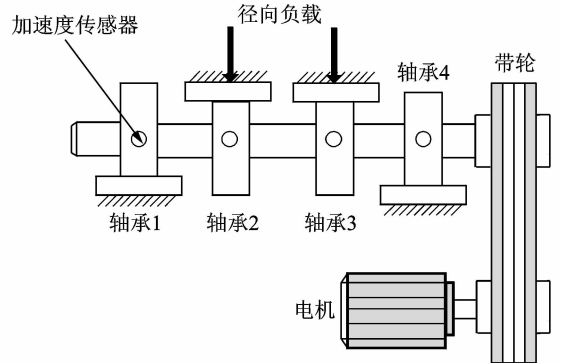


图 2 滚动轴承加速度退化试验系统

Fig. 2 Experimental system of accelerated degradation of rolling bearing

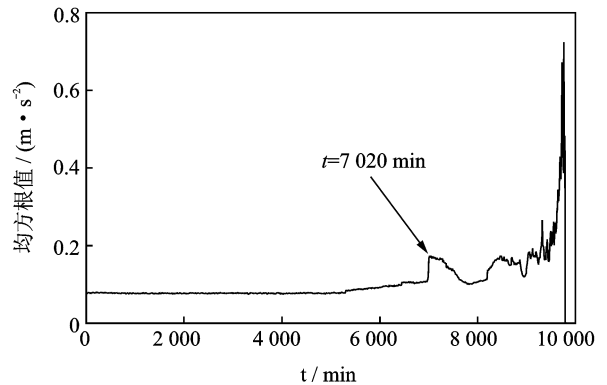


图 3 均方根值评估结果

Fig. 3 Evaluation result of root mean square

图 6 为原始信号 Wigner-Ville 时频分布。可以看出, 二维时频分布有明显不同, 可定性评价出轴承出现了故障, 但无法定量描述损伤程度。为了定量评

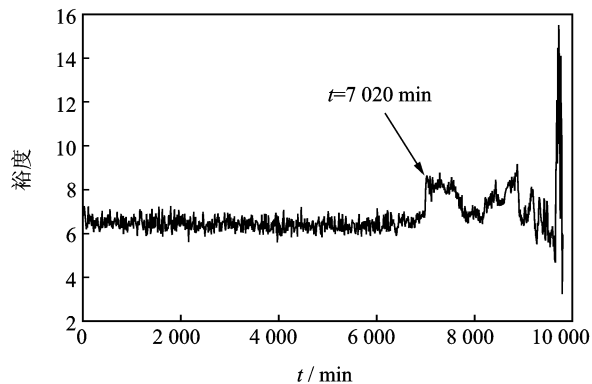


图4 裕度值评估结果

Fig. 4 Evaluation result of margin

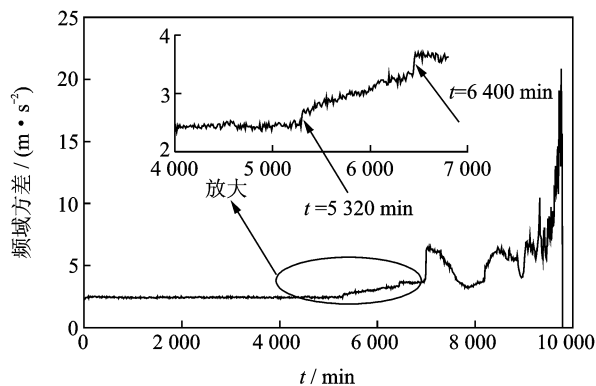
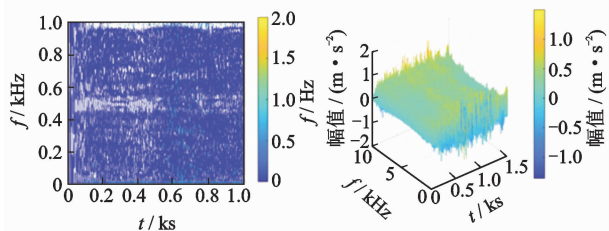


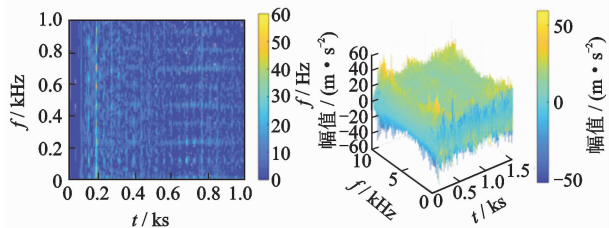
图5 频域方差评估结果

Fig. 5 Evaluation result of frequency domain variance



(a) 0 min时刻(正常)Wigner-Ville时频分布

(a) The Wigner-Ville time-frequency distribution of 0 minute



(b) 9 780 min时刻(故障)Wigner-Ville时频分布

(b) The Wigner-Ville time-frequency distribution of 9 780 minute

图6 原始信号 Wigner-Ville 时频分布

Fig. 6 The Wigner-Ville time-frequency distribution of the original signal

价轴承的故障程度,提取 WVD-CWSS 特征值。图 7 为 WVD-CWSS 评估结果。图 8 为各特征归一化后

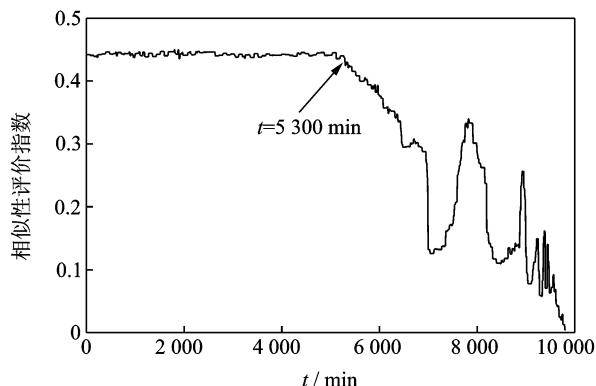


图7 WVD-CWSS 评估结果

Fig. 7 Evaluation result of WVD-CWSS

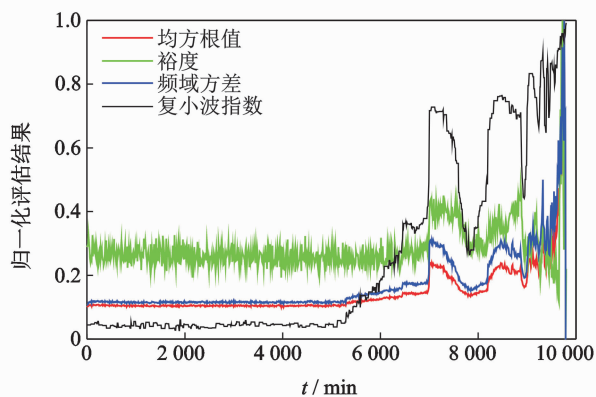


图8 归一化评估结果对比

Fig. 8 The comparison of the results after normalization

无量纲的评估结果对比。为便于比较,图 8 中复小波指数曲线为式(1)减去式(7)得到的结果。

从图 7~8 看出,WVD-CWSS 在 5 300 min 出现变化,而且相对有效值和频域方差,其变化非常明显,在实际工程应用中将有利于发现轴承的早期损伤。

为了定量分析特征量对早期故障的敏感性,取图 8 中归一化评估结果分析均方根值、裕度、频域方差、复小波指数各特征量在 5 300~6 400 min 的变化速率,如表 1 所示。可以看出,裕度在该时间段几乎无变化,有效值与频域方差较为接近,复小波指数在该时间的变化速度最大,变化速度是有效值与频域方差的 7 倍。可见,WVD-CWSS 对早期故障更为敏感。

表 1 状态敏感性对比

Tab. 1 Comparison of state sensitivity

特征	5 300~6 400 min 变化速率/min
均方根值	2.55×10^{-5}
裕度	4.55×10^{-6}
频域方差	2.9×10^{-5}
复小波指数	2.05×10^{-4}

4 结束语

轴承健康状态的定量评估在于如何准确有效地提取敏感特征。鉴于不同状态下轴承振动信号的时频分布具有不同的结构,笔者融合 Wigner-Ville 时频分析与复小波变化的优点,提出了基于复小波变换的 Wigner-Ville 时频分布相似性指数评价 WVD-CWSS,可以定量评价时频分布的差异,并对早期故障更为敏感。通过与时域、频域等常用特征量对比试验,表明了所提方法的有效性。

复小波系数同时包含了二维时频结构的幅值信息与相位信息,笔者提出的复小波指数仅涉及复小波系数的幅值信息,后续研究将同时考虑相位信息。

参 考 文 献

- [1] 郭亮,高宏力,张一文,等. 基于深度学习理论的轴承状态识别研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(12): 166-170, 195.
GUO Liang, GAO Hongli, ZHANG Yiwen, et al. Research on bearing condition monitoring based on deep learning[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(12): 166-170, 195. (in Chinese)
- [2] 王奉涛,陈旭涛,柳晨曦,等. 基于 KPCA 和 WPHM 的滚动轴承可靠性评估与寿命预测[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(3): 476-483.
WANG Fengtao, CHEN Xutao, LIU Chenxi, et al. Rolling bearing reliability assessment and life prediction based on KPCA and WPHM[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(3): 476-483. (in Chinese)
- [3] 黄海凤,高宏力,李丹,等. 滚动轴承早期性能退化评估技术研究[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(11): 1771-1777.
HUANG Haifeng, GAO Hongli, LI Dan, et al. Study on evaluation of incipient performance degradation of rolling bearings[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(11): 1771-1777. (in Chinese)
- [4] WEN L, LI X, GAO L, et al. A new convolutional neural network based data-driven fault diagnosis method[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(7): 5990-5998.
- [5] LYBECK N, MARBLE S, MORTON B. Validating prognostic algorithms: a case study using comprehensive bearing fault data[C]// Aerospace Conference. [S. l.]: IEEE, 2007: 1-9.
- [6] 潘阳,陈安华,何宽芳,等. 基于 PF 能量特征和优化神经网络的轴承诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(S1): 120-124.
PAN Yang, CHEN Anhua, HE Kuanfang, et al. Rolling bearing diagnosis based on the PF energy char-

- acteristics and optimization of neural network[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(S1): 120-124. (in Chinese)
- [7] KIM D O, PARK R H. Evaluation of image quality using dual-tree complex wavelet transform and compressive sensing[J]. Electronics Letters, 2010, 46(7): 494-495.
- [8] SAMPAT M P, WANG Z, GUPTA S, et al. Complex wavelet structural similarity: a new image similarity index[J]. IEEE Transactions on Image Processing A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2009, 18(11): 2385-401.
- [9] 尹爱军,李江,张泉. 复小波离面振动检测的研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(8): 60-64.
YIN Aijun, LI Jing, ZHANG Quan. Research on out-of-plane vibration detection based on CWT [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(8): 60-64. (in Chinese)
- [10] LI B, ZHANG P, LIU D, et al. Classification of time-frequency representations based on two-direction 2DLDA for gear fault diagnosis [J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(8): 5299-5305.
- [11] BURCIN O, HUSEYIN O. Complex linear-phase biorthogonal filterbanks with approximately analytic wavelets [J]. Signal Processing, 2009, 89(21): 599-604.
- [12] KINGSBURY N. Image processing with complex wavelets[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1999, 357(1760): 2543-2560.
- [13] LEE J, QIU H, YU G, et al. Rexnord technical services: bearing data set [R]. [S. l.]: University of Cincinnati, 2007.
- [14] 林桐,陈果,张全德,等. 航空滚动轴承振动特征的故障灵敏度分析与融合技术[J]. 航空动力学报, 2017, 32(9): 2205-2218.
LIN Tong, CHEN Guo, ZHANG Quande, et al. Fault sensitivity analysis and fusion technology for vibration features of aero-engine rolling bearing [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(9): 2205-2218. (in Chinese)
- [15] ZHU X, ZHANG Y, ZHU Y. Bearing performance degradation assessment based on the rough support vector data description [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2013, 34(1): 203-217.



第一作者简介:尹爱军,男,1978年5月生,教授、博士生导师。主要研究方向为智能测试与仪器、无损检测技术、大数据分析的人工智能、装备状态评估与寿命预测、智能装备与机器人、机器视觉等。曾发表《Thermography spatial-transient-stage mathematical tensor construction and material property variation track》(《International Journal of Thermal Science》2014, Vol. 85)等论文。
E-mail: aijun.yin@cqu.edu.cn

