

打印层厚度对 FDM 薄板固有特性的影响^{*}

姜世杰, 史银芳, Siyajeu Yannick, 赵春雨

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 针对不同打印层厚度对熔融沉积成型(fused deposition modeling, 简称 FDM)薄板固有特性的影响规律及相应的机理进行了研究。首先,以悬臂边界条件下的 FDM 薄板为研究对象,创建了固有特性理论模型;其次,完成了薄板样件的制备,同时搭建了样件的动力学测试系统,实验研究了样件的固有特性参数;最后,对比分析理论与实验结果,以验证理论模型的正确性。研究表明,所建模型可以准确预测 FDM 薄板结构的固有特征参数;打印层越厚,样件的固有频率越高,但其模态振型不会随着打印层厚度的变化而变化。该研究为提高 FDM 产品动力学性能提供了理论基础和技术支持。

关键词 熔融沉积成型;打印层厚度;固有特性;理论模型;实验研究

中图分类号 TH113.1

1 问题的引出

3D 打印技术因其数字制造、设计空间无限和直接成型等优势正在快速改变传统的生产方式和生活方式^[1]。作为目前应用最为广泛的 3D 打印技术,熔融沉积成型更是具有成本低廉、操作便捷、原材料范围广泛及环境污染小等优点,广泛应用于工业设计、医疗及模具制造等领域。FDM 的工作原理是利用送丝机构将丝状原材料送入热熔喷头中加热熔化,然后喷头沿设计结构的截面轮廓和填充轨迹进行运动,同时将熔融状态的材料挤出到指定位置,并与前一层已经成型的材料粘结凝固,逐层累加最终堆积形成实体的产品^[2],图 1 为 FDM 示意图。

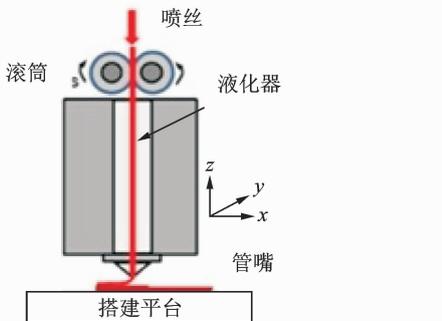


图 1 FDM 示意图

Fig. 1 The schematic of FDM process

近年来,FDM 领域的研究重点主要集中在产品的表面粗糙度、机械性能、尺寸精度及打印质量等材料力学特性方面^[3-11]。随着 3D 打印产品在机械加工、交通运输等复杂工况中的广泛应用,上述特性分析已难以准确判定零件的可靠性,因此亟需对 FDM 产品进行更为有效的振动特性分析,然而目前此方面的研究非常少见。Arivazhagan 等^[2]利用 DMA 2980 设备对 FDM 样件进行了 0~100Hz 频率范围内的动力学特性参数的扫频实验,并分析了温度对储能模量和黏度值的影响规律。Mohamed 等^[12-13]采用相似的方法研究了不同过程参数对 FDM 样件的动态弹性模量的影响规律,结果表明,动态弹性模量随着光栅角、打印间隙、路径宽度及打印方向的增加而减小;优化过程参数可最终确定最大动态模量和玻璃过渡温度的数值。上述研究都是基于实验测试开展的,缺乏理论依据。实验是在循环振动载荷条件下进行,只考虑了弹性模量及储能模量等材料力学特性参数的变化情况,忽略了对固有频率、振型及响应等动力学特性参数的分析,仍属于材料力学特性的研究范畴。本研究针对不同打印层厚度的 FDM 薄板的固有振动特性进行了理论建模和实验测试。通过对比分析理论与实验结果,验证了理论模型的正确性,并确定了打印层厚度对样件固有特性参数的影响规律。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51705068);中央高校基本科研业务费资助项目(N180703009,N170302001)
收稿日期:2018-07-13;修回日期:2019-03-15

2 FDM 薄板固有特性解析分析

笔者所述 FDM 薄板由 6 层具有正交各向异性特点的单层聚乳酸纤维材料组合而成,有如下假设:
a. 薄板由多层单层板叠合而成,其整体仍符合薄板假设条件;
b. 薄层之间黏结良好且黏结层很薄,其厚度可忽略不计;
c. 黏结层本身不发生变形,即各单层板之间变形及应力应变连续;
d. 各单层板之间黏结牢固,层间无滑移,无需考虑层间耦合效应,可作为整体结构板进行分析。图 2 为矩形薄板模型示意图。薄板变形前的中面为 xOy 平面,长度、宽度和厚度方向分别为 x, y 和 z ,薄板样件尺寸为 $a = 130 \text{ mm}, b = 50 \text{ mm}, h = 2.4 \text{ mm}$ 。

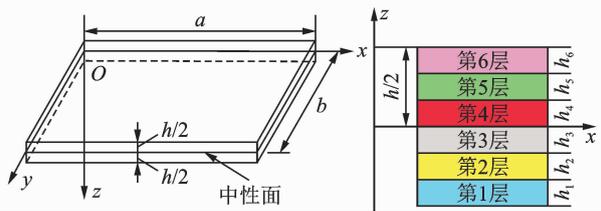


图 2 FDM 薄板三维模型

Fig. 2 The diagram of FDM plate

根据 Kirchhoff 假设,采用小挠度薄板理论进行薄板样件的分析。针对任意边界条件下的矩形薄板进行振动特性分析(即自由、简支、固定以及任意组合等情况),采用双向梁函数组合级数形式来逼近薄板结构的真实振型^[14],因此可将样件的振型设为

$$W_p(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} X_{i(x)} Y_{j(y)} \quad (1)$$

其中: $X_{i(x)}$ 为满足 x 方向边界条件的第 i 阶振型函数; $Y_{j(y)}$ 为满足 y 方向边界条件的第 j 阶振型函数; a_{ij} 为待定系数,其作用是调整不同阶次梁函数的组合,从而使振型函数更加逼近矩形板的真实振型。

悬臂边界条件下的薄板样件沿 x 轴方向为自由边界,因此可得 x 轴方向(自由-自由梁)振型函数表达式为

$$\begin{cases} X_1 = 1 \\ X_2 = \sqrt{3(1 - 2x/a)} \\ X_i = \text{ch} \frac{k_i x}{a} + \cos \frac{k_i x}{a} - \alpha_i \left(\text{sh} \frac{k_i x}{a} + \sin \frac{k_i x}{a} \right) \end{cases} \quad (2)$$

其中: k_i 为与梁频率有关的系数, $k_i^4 = \omega^2 (\rho A / EJ)$; α_i 为梁频率系数,如表 1 所示, $\alpha_i =$

$(\text{ch} k_i a - \cos k_i a) / (\text{sh} k_i a - \sin k_i a)$; $i = 3, 4, \dots$; 第 1 阶 (X_1) 表示刚体的移动; 第 2 阶 (X_2) 表示刚体的扭转; 第 3 阶以后 (X_i) 则为由梁变形引起的振型。

悬臂样件沿 y 轴方向可以看成是固定-自由边界条件下的梁,其振型函数可表达为

$$Y_i = \text{ch} \frac{k_j y}{b} - \cos \frac{k_j y}{b} - \alpha_j \left(\text{sh} \frac{k_j y}{b} - \sin \frac{k_j y}{b} \right) \quad (3)$$

其中: $\alpha_j = (\text{ch} k_j b - \cos k_j b) / (\text{sh} k_j b - \sin k_j b)$; $j = 3, 4, \dots$; k_j 与 k_i 的表达式相同。

梁频率系数如表 1 所示^[14]。

表 1 梁频率系数

Tab. 1 The coefficient of beam frequency

边界条件		α_k		
$x=0$	$x=a$	$k=1$	$k=2$	$k=3$
自由	自由	0	0	4.73
固定	自由	1.875	4.694	7.855

将式(2)和式(3)代入式(1),得到 FDM 悬臂板的振型函数为

$$\begin{aligned} W_p = & X_1 Y_1 a_{11} + X_1 Y_2 a_{12} + X_1 Y_3 a_{13} \\ & + X_2 Y_1 a_{21} + X_2 Y_2 a_{22} + X_2 Y_3 a_{23} + \dots \\ & + X_3 Y_1 a_{31} + X_3 Y_2 a_{32} + X_3 Y_3 a_{33} + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

笔者采用 Ritz 法对薄板样件进行固有频率和模态的近似求解。在振动过程中,薄板将产生变形,进而引起应力应变,因此板内将产生随时间变化的变形能。

板内任一点的位移可表达为

$$w(x, y, t) = w(x, y) \sin(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

其中: ω 为样件圆频率; t 为时间; φ 为初始相位。

样件的势能和动能分别为

$$U = \frac{D}{2} \iint_A \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \times \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (6)$$

$$T = \frac{\rho h}{2} \iint_A \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)^2 dx dy \quad (7)$$

其中: D 为弯曲强度; ν 为泊松比; ρ 为样件密度。

将振型函数代入式(6)和式(7)中,并使 $U_{\max} - T_{\max}$ 对待定系数 a_{ij} 的偏导数为 0,即

$$\frac{dU_{\max}}{da_{ij}} - \frac{dT_{\max}}{da_{ij}} = 0 \quad (8)$$

可得到关于 a_{ij} 的线性代数方程式。令方程组的系

数行列式为 0,可求出圆频率 ω 。根据圆频率与固有频率换算公式 $f = \frac{\omega}{2\pi}$,得到固有频率 f 。将圆频率代入式(4),得到薄板样件的模态振型。

3 实验研究

3.1 样件制备

如图 3 所示,为确定 FDM 薄板的材料属性参数,依据 ISO 527-2-2012 标准,利用 D-FORCE V2 型 FDM 3D 打印机制备了 3 种类型的样件,如图 3(a)所示。样件的打印层厚度分别为 0.2,0.15 和 0.1 mm,代表符号分别为 TL0.2_i,TL0.15_i 和 TL0.1_i, $i=1\sim 5$ 。为验证理论模型,制备了 3 种类型的矩形薄板样件,如图 3(b)所示。其打印层厚度分别为 0.2,0.15 和 0.1 mm,代表符号为 L0.2_i,L0.15_i 和 L0.1_i, $i=1\sim 5$ 。本样件的材料为聚乳酸,该材料具有良好的可加工性和成型稳定性,易保证样件材料属性的一致性,且 PLA 是一种普通材

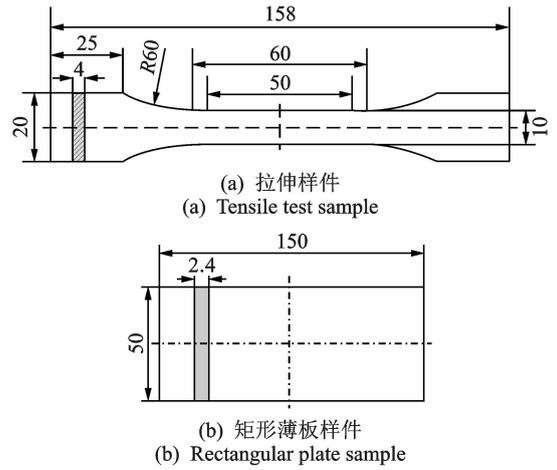


图 3 样件示意图(单位:mm)

Fig. 3 The schematic of the samples (unit: mm)

料,文中所述的建模和测试方法也可以推广应用于其他材料。需要注意的是,样件除了打印层厚度不同之外,其他过程参数的设置都是相同的,例如路径宽度、打印速度、轮廓线数量和打印方向等。样件的具体参数设置如表 2 所示。

表 2 样件的具体参数

Tab. 2 The detail of the samples

试件 ($i=1\sim 5$)	TL0.2 _i	L0.2 _i	TL0.15 _i	L0.15 _i	TL0.1 _i	L0.1 _i
打印层厚度 L_n /mm	0.2		0.15		0.1	
层厚示意图						
横截面示意图						
打印方向	x 方向 (0°)					
路径宽度/mm	0.4					
打印速度/($\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$)	60					
轮廓线数量	3					
挤出温度/ $^\circ\text{C}$	200					

3.2 拉伸实验

根据 ISO 527-2-2012 标准,利用拉伸试验机(型号 SHIMADZU EHF-EV200K2-040,如图 4 所示)完成样件的静力拉伸实验。实验过程中,加载速度设定为 5 mm/min。由于聚乳酸材料的机械强度远低于金属材料,为避免造成样件夹持端的破损或断裂,夹紧力仅设置为 5 MPa,从而保证测量的精度。



图 4 拉伸实验设备(液压伺服)和样件

Fig. 4 Tensile test machine (servo-hydraulic) and the sample

3.3 动力学实验

为确定 FDM 样件的固有特性参数,搭建了如图 5 所示的实验测试系统。测试系统主要包括轻质加速度传感器(B&K4517)、数据采集卡(NI USB 4431)及模态力锤(PCB 086C01)等设备。由于选用的加速度传感器质量仅为 0.6g,因此可以忽略其对薄板样件振动特性的影响。在实验准备过程中,首先利用夹具固定保持薄板样件为悬臂状态,夹持区高度为 20 mm;然后,将加速度传感器固定在薄板振动响应较大的测点处(即样件顶部或中部位置,避开节点),以获取准确的测试结果。

实验中,利用力锤对不同打印层厚度的样件(打印层厚度分别为 0.2, 0.15 和 0.1 mm)施加激励,激振点距离夹具约 10 mm;同时利用加速度传感器拾取由激励所引起的样件的振动响应,通过采集控制器完成激励和响应信号的实时采集。为获取样件的模态振型,采用单点拾振法完成该参数的识别,即将加速度传感器固定在振幅较大的测点处,分别对其余测点进行激励。针对每个样件,完成 10 组实验,以进一步确保测试结果的准确性。

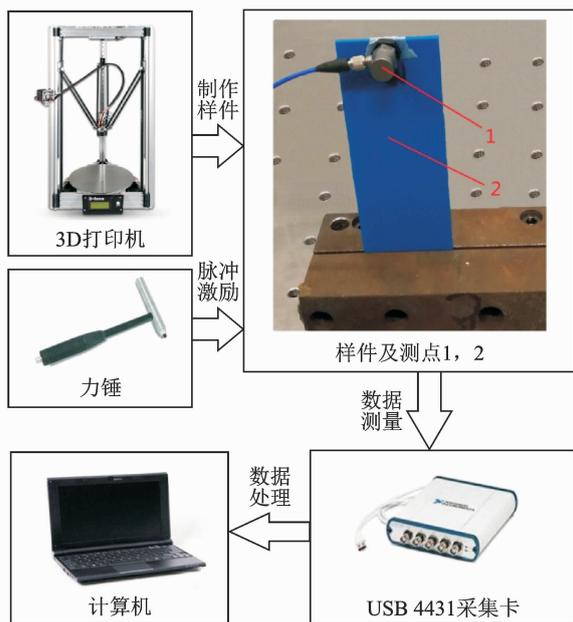


图 5 薄板样件固有特性测试系统示意图

Fig. 5 The testing system for determining the vibration characteristics of FDM plates

4 结果分析

由胡克定律可确定各样件的弹性模量,并根据公式 $G = E/2(1 + \nu)$ 进一步确定 FDM 样件的剪切模量,同时取泊松比 $\nu = 0.36$ 。此外,利用精确度为

万分之一的电子分析天平对薄板样件进行称重,获得每个样件的密度。FDM 薄板样件的材料属性参数如表 3 所示。可以看出,打印层越厚,相应样件的材料属性参数越大。这是因为当打印层厚度增大时,制造样件所需的层数就会减少,进而减少黏结层数量和热力循环次数,从而降低材料丝的扭曲变形(归因于不均匀的温度梯度)、孔洞及间隙等缺陷发生的几率,最终提高样件的成型质量。

表 3 FDM 薄板样件材料属性

Tab. 3 The material properties of FDM samples

序号	样本	弹性模量/ MPa	剪切模量/ MPa	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	泊松比
1	L0.2	19.3	7.42	920	0.36
2	L0.15	18.8	7.23	920	0.36
3	L0.1	18.1	6.96	910	0.36

图 6 为不同打印层厚度的 FDM 薄板的频率响应曲线,共振响应的测试结果如表 4 所示。可以看出,相同载荷条件下,样件 L0.2 的共振响应值最低,即与其他两种类型样件相比,L0.2 的抗振能力最强。如上所述,增加打印层厚度会提高样件的加工质量。因此,打印层越厚,样件的动力学性能(即抗振能力)越好。此外,通过分析辨识该曲线的峰值横坐标数据可初步辨识样件的固有频率。

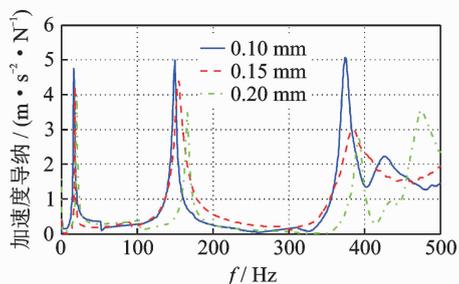


图 6 FDM 薄板的频率响应曲线

Fig. 6 The frequency response of FDM plates

表 4 FDM 薄板共振响应的测试结果

Tab. 4 The measured resonant response of FDM plates

样件	共振响应 ($\text{m}/\text{s}^2 \text{N}$)		
	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
L0.2	4.020	3.465	2.730
L0.15	4.261	4.398	2.990
L0.1	4.768	5.001	5.066

为验证笔者所创建的悬臂边界条件下 FDM 薄板固有特性理论模型的正确性,理论分析与实验测试的对比结果如表 5 所示。

表 5 FDM 薄板前 3 阶固有特性参数的理论和实验结果
Tab.5 The predicted and measured results of the first three order parameters of the inherent characteristics of FDM plates

项目	样件层厚/ mm	模态阶次		
		第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
测试 频率/Hz	0.2	20.1	167.1	392.3
	0.15	18.0	154.9	384.8
	0.1	16.6	148.9	375.1
计算 频率/Hz	0.2	21.3	189.3	434.3
	0.15	19.3	170.1	429.4
	0.1	18.2	162.2	425.7
误差/ %	0.2	6.0	13.3	10.7
	0.15	7.2	9.8	11.6
	0.1	9.6	8.9	13.5

测试振形			
计算振形			

通过对比分析理论与实验结果可知,基于梁函数组合法的 FDM 薄板固有频率结果的误差在 6%~13.5% 之间,处于误差允许的范围,且预测的模态振型与测试结果相同,验证了理论模型的正确性。因此,基于双向梁函数组合法的理论模型能

够准确分析 FDM 薄板的固有特性。此外,不同的打印层厚度主要引起样件弹性模量的变化,由式(6)可知,此变化将会影响薄板样件的结构刚度,进而影响固有频率。例如,打印层厚度为 0.2 mm 的样件具有最大的弹性模量(19.3 MPa),其相应的固有频率也最大,测得的前 3 阶固有频率分别为 20.1, 167.1 和 392.3 Hz。由于打印层厚度的变化并不会引起样件结构特征(即薄板结构)的变化,因此相应的模态振型不会发生改变。

当打印层厚度减小时,制造样件所需的层数就会增加,致使黏结层增加、热力循环次数增多,进一步导致材料丝的扭曲变形(归因于不均匀的温度梯度)现象增多;层间材料丝的黏结质量将有所下降,黏结强度降低,样件表面粗糙度增大,且材料丝之间出现孔洞和间隙等缺陷的几率增大。因此,当打印层厚度降低时,样件的加工质量下降,其动力学性能也将有所降低。

图 7 为不同打印层厚度样件的表面扫描电镜图像。图 7(a)~(c)分别为打印层厚度是 0.2, 0.15 和 0.1 mm 样件的表面扫描电镜图像。通过对比可以发现,当打印层厚度从 0.2 mm 减小到 0.1 mm 时,材料丝的扭曲变形现象增多,层间材料丝的黏结质量变差,样件表面粗糙度增大。因此,样件的材料力学和动力学性能将会随着打印层厚度的减小而降低。

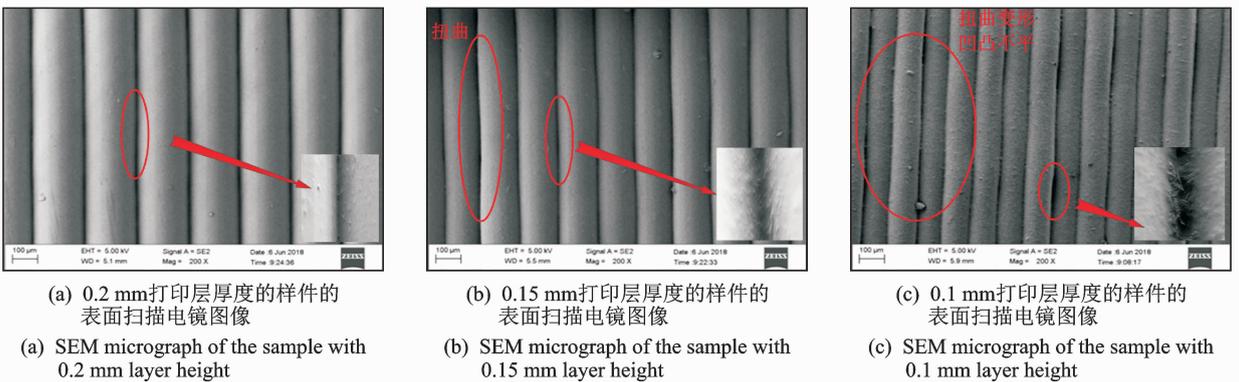


图 7 不同打印层厚度样件的表面扫描电镜图像

Fig. 7 SEM micrograph of samples processed with different layer height

5 结 论

1) 不同的打印层厚度会导致 FDM 薄板样件材料属性参数的差异,尤其是弹性模量的变化。材料

属性参数随着打印层厚度的增加而增大。

2) 打印层越厚,样件的动力学性能(即抗振性能)越好,相应的固有频率则越高;由于结构特征没有改变,模态振型不会随着打印层厚度的变化而发生变化。

3) 基于双向梁函数组合方法建立的理论模型能够准确地预测 FDM 薄板结构的固有特性参数,且误差在允许范围内。

4) 从微观角度分析,当打印层厚度从 0.2 mm 降低到 0.1 mm 时,FDM 薄板的加工质量有所下降,进而降低样件的机械性能,进一步验证了上述结论。

5) 本研究有助于提高 FDM 产品的动力学性能,为今后的研究提供参考和技术支持。

参 考 文 献

- [1] PANDA S K, PADHEE S, SOOD A K, et al. Optimization of fused deposition modelling (FDM) process parameters using bacterial foraging technique[J]. *Intelligent Information Management*, 2009, 1(2):89-97.
- [2] ARIVAZHAGAN A, MASOOD S H. Dynamic mechanical properties of ABS material processed by fused deposition modelling[J]. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 2014, 2(3): 2009-2014.
- [3] BRENSONS I, POLUKOSHO S, SILINS A, et al. FDM prototype experimental research of processing parameter optimization to achieve higher tensile stress [J]. *Solid State Phenomena*, 2015, 220/221:767-773.
- [4] MOHAMED O A, MASOOD S H, BHOWMIK J L. Experimental investigations of process parameters influence on rheological behavior and dynamic mechanical properties of FDM manufactured parts [J]. *Advanced Manufacturing Processes*, 2016, 31(15): 1983-1994.
- [5] TORRES J, COTELO J, KARL J, et al. Mechanical property optimization of FDM PLA in shear with multiple objectives[J]. *JOM*, 2015, 67(5):1183-1193.
- [6] RAYEGANI F, ONWUBOLU G C. Fused deposition modelling (FDM) process parameter prediction and optimization using group method for data handling (GMDH) and differential evolution (DE) [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 73(1/4):509-519.
- [7] ERTAN R, DURGUN I. Experimental investigation of FDM process for improvement of mechanical properties and production cost[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2014, 20(3):228-235.
- [8] LUŽANIN O, MOVRIN D, PLANČAK M. Effect of layer thickness, deposition angle, and infill on maximum flexural force in fdm-built specimens [J]. *Journal for Technology of Plasticity*, 2014, 39(1):49-58.
- [9] MASOOD S H, MAU K, SONG W Q. Tensile properties of processed FDM polycarbonate material [J]. *Materials Science Forum*, 2010, 654/656:2556-2559.
- [10] PANDA B N, BAHUBALENDRUNI M V A R, BISWAL B B. A general regression neural network approach for the evaluation of compressive strength of FDM prototypes [J]. *Neural Computing & Applications*, 2015, 26(5):1129-1136.
- [11] SOOD A K, OHDAR R K, MAHAPATRA S S. Experimental investigation and empirical modelling of FDM process for compressive strength improvement [J]. *Journal of Advanced Research*, 2012, 3(1):81-90.
- [12] MOHAMED O A, MASOOD S H, BHOWMIK J L, et al. Effect of process parameters on dynamic mechanical performance of FDM PC/ABS printed parts through design of experiment [J]. *Journal of Materials Engineering & Performance*, 2016, 25(7):2922-2935.
- [13] MOHAMED O A, MASOOD S H, BHOWMIK J L. Investigation of dynamic elastic deformation of parts processed by fused deposition modeling additive manufacturing [J]. *Advances in Production Engineering & Management*, 2016, 13(3):227-238.
- [14] 曹志远. 板壳振动理论[M]. 北京:中国铁道出版社, 1989:47-107.



第一作者简介:姜世杰,男,1985年1月生,博士、讲师。主要研究方向为机械系统振动噪声的测试、分析与控制以及振动利用等。

E-mail:jiangsj@me.neu.edu.cn