DOI:10.16450/j. cnki. issn. 1004-6801. 2020. 01. 020

# 基于小波脊提取的扭转振动测试方法研究

孙鑫晖, 董翔文, 郝木明

(中国石油大学(华东)新能源学院 青岛,266580)

摘要 针对工程中转子的扭转振动提取对硬件要求严格的情况,提出了一种基于小波脊提取的扭转振动测试方法。首先,通过小波变换获得齿信号的时频信息;其次,对时频信息进行脊提取得到齿信号的瞬时频率,获得转子的瞬时转速;然后,对瞬时转速进行参数估计获得最终的扭转振动参数;最后,通过仿真与试验分别对所提出的方法进行了验证。结果表明,与传统的扭转振动测试方法相比,所提出的方法不但具有较高的精度,且对硬件的要求相对较低,所需采样频率和储存空间远远小于传统的测齿法。

**关键词** 转子; 瞬时频率; 瞬时转速; 扭转振动提取; 小波脊提取中图分类号 TH133; U464.133<sup>+</sup>.3

# 引言

扭转振动常产生于旋转机械中,是旋转机械引 发故障或者失效的重要原因,目前旋转机械的扭转 振动研究主要有3种方法。

- 1) 软件模拟:将旋转机械简化为数学模型,通过 ANSYS 等软件进行求解分析。例如:廖鹏飞等[1]通过多质点模型计算了轴系的瞬态扭转振动;吴帅等[2] 对柴油机稳定运行时瞬态扭转振动问题进行研究。软件模拟方法采用转子简化模型对转子扭转振动进行分析,其分析结果往往不符合转子实际情况。
- 2) 测等分结构法:在转子上加装等分结构,通过实测等分结构脉冲信号分析转子扭转振动<sup>[3-8]</sup>。 这类方法测量结果更符合转子运行信息,但需要较高的采样频率和存储空间。
- 3) 实测信号识别:通过对实测的转子振动信号进行识别,识别出其中包含的扭转振动信息<sup>[9]</sup>,然后采用一个本征函数对扭转振动进行估计。此方法虽然可以估计出转子扭转振动信号,但其估计精度不高。

综上所述,采用齿信号对转子扭转振动测试的 方法可行,但是需要较高的硬件设备支持。笔者给 出了一种采用小波变换及脊提取获得扭转振动参数 的方法,此方法对硬件要求不高,更加便于实现。

# 1 基于齿信号扭转振动估计机理分析

瞬时频率最早是由 Carson 等<sup>[10]</sup>提出,之后 Gabor<sup>[11]</sup>为了定义信号频率的中心矩,提出一种从实际信号中生成唯一复数信号的方法。Ville<sup>[12]</sup>统一了 Carson 和 Gabor 提出的瞬时频率理论,并对瞬时频率进行数学定义,其数学表达式为

$$IF(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

当转子发生扭转振动时,其主要体现为转子瞬时转速发生波动,即此时的瞬时转速为转子正常转速与扭转振动速度的叠加。当转子不发生扭转振动时,转子上的齿轮会输出一组相位相等的正弦波。

转子不发生扭转振动时,转子齿信号可表示为

$$s(t) = \sin[2\pi N\omega t] \tag{2}$$

转子发生扭转振动时,转子齿信号可表示为

 $s(t) = \sin[2\pi N\omega t + A_m \sin(2\pi m_m \omega t)]$  (3) 其中: N 为齿轮齿数; $\omega$  为转子的转频;  $A_m \sin(2\pi m_m \omega t)$ 为扭转振动信号。

通过式(3),可以先从齿信号中提取瞬时频率, 然后估计转子扭转振动信息。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51975585);国家重点研发计划资助项目(2018YFB2000800);东营市科技计划资助项目(2017DX37);东营市重点研发计划资助项目(2016YF01) 收稿日期:2019-02-18;修回日期:2019-05-15

### 2 瞬时转速估计算法

### 2.1 小波变换

扭转振动信息体现在齿信号的相位中,对齿信号进行间隔划分后,对每段进行傅里叶变换可以达到齿信号相位解调的目的。笔者采用 Morlet 小波函数作为母小波对齿信号进行分析,信号 s(t) 小波变换的定义式为

$$W_s(a,b) = \left| a \right|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \psi(\frac{\tau - b}{a}) d\tau \qquad (4)$$

其中: b 为平移参数; a 为伸缩参数;  $\phi(\frac{\tau-b}{a})$  为母小波  $\phi(t)$  通过平移和伸缩得到的一系列小波函数的数学统一表达式。

通过对定义式解读发现,小波变换相当于给信号 s(t) 加了一个窗口大小可调节的窗函数,小波变换时频网格如图 1 所示。从图 1 可以看出,自适应窗口可以满足非线性信号的分析要求,而转子瞬时转速信号正是一种非线性信号。

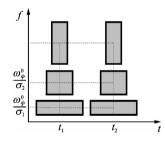


图 1 小波变换时频网格示意图

Fig. 1 Illustration of time-frequency cell of wavelet transform

#### 2.2 基于相位信息的小波脊提取算法

转子齿信号中蕴含大量运行信息,笔者采用小波脊提取方法提取齿信号中的瞬时转频数据。

设信号 s(t) 解析信号为

$$s(t) = A(t) \exp[j\varphi(t)]$$
 (5)

其小波时频变换可以表示为

$$W_{s}(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t) A_{\varphi}^{*} \left(\frac{t-b}{a}\right) \times \exp\{j\left[\varphi(t) - \varphi_{\varphi}\left(\frac{t-b}{a}\right)\right]\} dt$$
 (6)

其中: A(t) 为幅值;  $\varphi(t) - \varphi_{\varphi}(\frac{t-b}{a})$  为相位。

通过驻点法计算积分值,则 W<sub>s</sub>(a,b) 可近似为

$$W_s(a,b) \approx \sum_{n=1}^{N} W_s(t_{sn})$$
 (7)

假设研究区域  $\Omega \subset H$ ,且每一点仅与唯一的一个驻点对应,则有

$$W_{s}(a,b) \approx \sqrt{2\pi} \frac{\exp\{j\frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}[\varphi_{(a,b)}^{"}(t_{s})]\}}{\sqrt{|\varphi_{(a,b)}^{"}(t_{s})|}} \times s(t_{s}) |a|^{-1/2} \varphi^{*}(\frac{t_{s}-b}{a})$$
(8)

定义在点集  $(a,b)\in\Omega$  中,满足  $t_s(a,b)=b$  的点集为时频脊 [13]。

令  $W_s(a,b)$  的相位为

$$\psi(a,b) = \arg[W_s(a,b)] \tag{9}$$

由时频脊定义可知

$$\frac{\partial \psi(a,b)}{\partial a} = -\frac{t_s - b}{|a|^{3/2}} \varphi'_{a,b} (\frac{t_s - b}{a}) \tag{10}$$

由式(8)可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \psi(a,b)}{\partial b} \end{bmatrix}_{t_{s}(a,b)=b_{0}} = \frac{1}{|a|^{1/2}} \varphi'_{\varphi} \left( \frac{t_{s}-b}{a} \right) + \\
\begin{bmatrix} \frac{\partial a}{\partial b} \end{bmatrix} \frac{t_{s}-b}{|a|^{3/2}} \varphi'_{\varphi} \left( \frac{t_{s}-b}{a} \right) \tag{11}$$

当  $t_s = b$  时为时频脊线点,由式(11)可得

$$\left[\frac{\partial \psi(a,b)}{\partial b}\right]_{t_s(a,b)=b_0} = \frac{\varphi_{\varphi}(0)}{a} \tag{12}$$

对于 Morlet 小波  $\varphi'_{\varphi}(0) = \omega_{\varphi}$  ,  $\omega_{\varphi}$  为小波函数的中心频率,故式(12)可表示为

$$\left[\frac{\partial \psi(a,b)}{\partial b}\right]_{t_{s}(a,b)=b_{0}} = \frac{\omega_{\varphi}}{a}$$
 (13)

通过式(13)发现,当信号  $\omega_c$  未知时,可通过迭代算法确定小波脊。设初始尺度因子  $a_0$ ,可得

$$\omega_1 = \frac{\partial \psi(a_0, b)}{\partial b} \tag{14}$$

$$a_1 = \frac{\omega_{\varphi}}{\omega_{\varphi}} \tag{15}$$

比较  $a_0$  和  $a_1$ ,若相差较大则进入迭代,步骤如下。

1) 任意选取尺度因子 a<sub>0</sub>,迭代公式为

$$a_{i+1}(t_k) = \frac{\omega_{\varphi}}{\frac{\partial \psi(a_i(t_k), t_k)}{\partial t_i}}$$
(16)

2) 设定迭代终止阈值 ε 和迭代最大次数

$$\frac{\left|a_{i+1}(t_k) - a_i(t_k)\right|}{a_{i+1}(t_k)} < \varepsilon \tag{17}$$

3) 此时完成了  $t_k$  时间点的数据提取,对下一时间点  $t_{k+1}$  数据继续重复步骤 1 和步骤 2,直到提取完所有采样点的脊线,此时得到的脊线图就是信号 s(t) 的瞬时频率曲线图。

已知信号 s(t) 瞬时频率 f,则瞬时转速 v 可表示为

$$v = 60 f \tag{18}$$

转子扭转振动信号 v, 可表示为

$$v_v = v - \bar{v} \tag{19}$$

其中: ¯ 为转子稳定运行时转速。

转子扭转振动瞬时扭角可表示为

$$\theta = 6 v_n t_k \tag{20}$$

### 2.3 基于小波降噪的小波脊提取方法

通过以上分析可知: a. 小波脊提取数据由迭代 计算得出,必然会产生数据波动; b. 基于相位信息 的小波脊提取算法并不包含降噪过程,这将会影响 脊提取算法的准确性。本节给出一种基于小波降噪 的小波脊提取方法,该方法将小波降噪与小波脊提 取相结合,其流程图如图 2 所示。

在得到瞬时频率 f 后进行降噪迭代,若降噪数据满足  $|\overline{f} - \overline{f}_s| < 0.01$ ,则跳出降噪迭代,其中:  $\overline{f}$  为平均瞬时频率;  $\overline{f}_s$  为降噪后平均瞬时频率。降噪处理后,脊提取信号更接近转子实际瞬时频率特征。

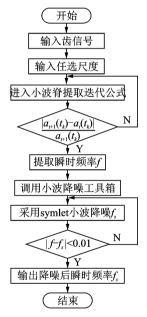


图 2 小波降噪流程图

Fig. 2 Wavelet denoising flow chart

# 3 仿真分析

为了验证小波脊提取方法的可行性,构造仿真信号,其中齿轮齿数为60,转子转频为5 Hz,即转子转速为300 r/min,扭转振动频率为5,15,30 和45 Hz,采样频率为2.4 kHz,仿真信号数学表达式为

$$s(t) = \sin[300 \times 2\pi t + 1.5\sin(5 \times 2\pi t) + 1.5\sin(15 \times 2\pi t) + 1.5\sin(30 \times 2\pi t) + 1.5\cos(30 \times 2\pi t) + 1.5\cos(30$$

1. 
$$5\sin(45 \times 2\pi t)$$
  $(t \in [0,1])$  (21)

在仿真信号中加入 5%的白噪声,采用两种方法对仿真信号中瞬时频率进行提取。图 3 为小波脊提取,结果表明,降噪后的时频曲线更符合转子瞬时频率特征。仿真信号转子转频为 5 Hz,在 0.5 s内瞬时转速扭转振动周期个数为 7.5,故信号中肯定存在频率为 15Hz 的扭转振动分量与仿真数据相符。此结果表明基于小波降噪的小波脊提取方法可用于提取转子扭转振动信息。

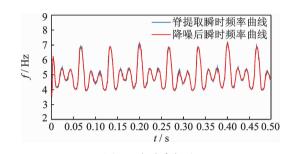


图 3 小波脊提取 Wandat midga autmatia

Fig. 3 Wavelet ridge extraction

为了进一步验证方法的可行性,先通过式(18) 得到转子瞬时转速波形,如图 4 所示。从图 4 可知, 转子瞬时转速围绕平均转速 300 r/min 上下波动, 由式(19)可得到仿真信号扭转振动波形图。对扭转 振动数据采用频域分析进行参数提取,其扭转振动 频谱如图 5 所示。提取频率数据的理论值与识别结 果对比如表 1 所示。

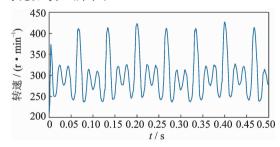


图 4 转子瞬时转速

Fig. 4 Instantaneous speed of rotor

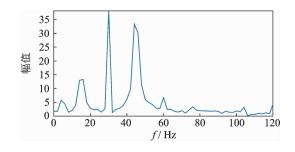


图 5 扭转振动频谱 Fig. 5 Torsional vibration spectrum

表 1 理论值与识别结果对比

振

Tab. 1 Comparisons between theory and identification results

项目	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
仿真频率/Hz	5	15	30	45
提取频率/Hz	4.78	15.68	30.04	45.30
误差/%	4.3	4.5	0.1	0.6

结果表明:通过小波脊提取获得瞬时转速,然后估计转子扭转振动参数是可行的,转子的 4 个频率特征提取误差都控制在 5% 以内,其中 30 Hz 处误差最小,误差为 0.1%。

### 4 试验分析

扭转振动信号采集试验台如图 6 所示,采用在轴端加装齿轮,通过电涡流传感器测量齿信号,转子转速为 310 r/min,齿信号采集时传统测齿法采样频率 为 100 kHz,小波脊提取算法采样频率为 1 kHz。转子齿信号波形如图 7 所示,可以看出,实测齿信号中除了齿轮的波动之外,还存在弯振与齿偏心的影响。



图 6 扭转振动信号采集试验台

Fig. 6 Torsional vibration signal platform

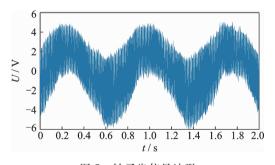


图 7 转子齿信号波形

Fig. 7 Rotor tooth signal waveform

采用传统的测齿法提取转子瞬时转速时,需要剔除齿信号中的大波动。小波脊提取方法获得瞬时转速时并不需要剔除大波动。分别采用两种方法对齿信号进行分析,提取转子瞬时转速,如图 8 所示。

由图 8 可知,转子平均转速为 312 r/min,故转 子稳定运行转频约为 5.2 Hz,此结果与试验转频

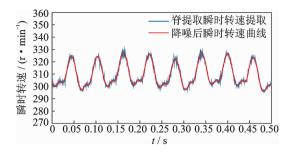


图 8 齿信号提取结果

Fig. 8 Extraction results of tooth signals

5.16 Hz相近。图中小波脊提取瞬时频率曲线不光滑有明显的毛刺状波动,说明小波脊提取方法对实际测量信号中的噪声信息敏感,而降噪后提取的瞬时转速更符合转子实际特征。

图 9 为两种方法转子瞬时转速波形。图 9 中脊提取方法与传统测齿法得到的瞬时转速存在一定的相位平移,原因是小波脊提取方法中窗函数的窗宽在某种程度上并不能达到瞬时的效果,所以测量误差会大于测齿法。脊提取方法所需的采样频率远远低于测齿法,脊提取算法对测量硬件要求相对较低,数据存储量小。

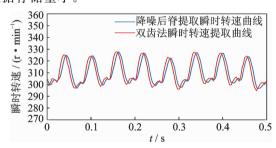


图 9 两种方法转子瞬时转速波形

Fig. 9 Instantaneous speed of rotors by two methods

对传统测齿与本方法获得的瞬时转速信号进行 频域分析,如图 10 所示。可以看出,两种方法得到 的扭转振动频率除了第 1 阶频率相差比较大之外, 其余各阶频率相差不大,小波脊提取算法估计误差 为 7.7%,传统测齿法估计误差为 6.6%。可见,传

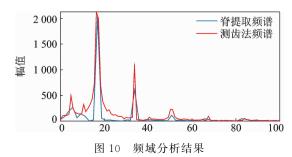


Fig. 10 Analysis results in frequency domain

统测齿法对转频估计略优于小波脊提取方法,但综合考虑硬件设备和计算速度等优势,小波脊提取算法更优于传统测齿法。

### 5 结 论

- 1)通过对测齿法与小波脊提取方法进行对比, 验证了小波脊提取方法可以用于转子扭转振动信号 的识别。
- 2) 小波脊提取方法中毛刺状突变较多,采用小 波降噪可以获得光滑的脊提取曲线,且结果并不失 真,符合实际特征。
- 3) 虽然小波脊提取方法对转子瞬时转速估计相对误差略高于测齿法,但是小波脊提取方法对硬件要求低,所需数据点少,便于工程应用。

### 参 考 文 献

- [1] 廖鹏飞,周瑞平,李江.冰区船舶电力推进轴系瞬态扭转振动计算研究[J].推进技术,2018,39(8):1889-1896
  - LIAO Pengfei, ZHOU Ruiping, LI Jiang. Research on calculation of transient torsional vibration of electric propulsion shafting in ice area[J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39 (8): 1889-1896. (in Chinese)
- [2] 吴帅,吴文伟,熊晨熙. 冰载荷下柴油机推进轴系扭转振动的数值方法研究[J]. 舰船科学技术,2018,40 (15):85-91.
  - WU Shuai, WU Wenwei, XIONG Chenxi. Research on numerical method for the torsional vibration of the diesel propulsion shafting under ice impact[J]. Ship Science and Technology, 2018,40(15):85-91. (in Chinese)
- [3] 廖明夫,段曙光,李颖峰.转子扭转振动测量的新方法 [J]. 航空学报,2006,27(3):525-530.
  - LIAO Mingfu, DUAN Shuguang, LI Yingfeng. New method to measure the torsional vibration of rotor[J]. Acta Aeronautica at Astronautica Sinica, 2006, 27 (3): 525-530. (in Chinese)
- [4] 郭文新,李志深,李富才,静波,李鸿光.基于高频采样 法的基准转子扭振测试新方法[J].振动、测试与诊断, 2017,37(6):1082-1088.
  - GUO Wenxin, LI Zhishen, LI Fucai, et al. A new method of shaft torsional vibration testing based on the high frequency sampling [J]. Journal of Vibration,

- Measurement & Diagnosis, 2017, 37(6):1082-1088. (in Chinese)
- [5] VANCE J. Rotordynamics of turbomachinery [M]. [S. l.]: A Wiley-Interscience Publication, 1988: 363.
- [6] 蒋云帆,廖明夫,王四季. 航空发动机转子扭转振动测量新方法[J]. 振动、测试与诊断,2013,33(3):410-415.
  - JIANG Yunfan, LIAO Mingfu, WANG Siji. New measuring method for torsional vibration of aeroengine rotor[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(3): 410-415. (in Chinese)
- [7] 张晓玲, 唐锡宽. 转轴扭角及扭转振动测试技术研究 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997(8): 83-86. ZHANG Xiaoling, TANG Xikuan. Research on measuring technique for torsional angle and torsional vibration of rotating shaft[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 1997(8): 83-86. (in Chinese)
- [8] 王轩,王细洋. 面向故障诊断的行星齿轮扭转振动信号测量与分析[J]. 中国机械工程,2018,29(1):49-56
  - WANG Xuan, WANG Xiyang. Measurement and analysis of torsional vibration signals for diagnosing planetary gearbox faults[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(1): 49-56. (in Chinese)
- [9] 任达千,吴昭同,杨世锡. 基于 HHT 的转子扭转振动估计方法研究[J]. 汽轮机技术,2005(6): 430-432. REN Daqian, WU Zhaotong, YANG Shixi. Research on an estimate method of torsional vibration for rotating machinery based on HHT analysis[J]. Turbine Technology, 2005(6): 430-432. (in Chinese)
- [10] CARSON J, FRY T. Variable frequency electric circuit theory with application to the theory of frequency modulation[J]. Bell System Technical Journal, 2013, 16(4): 513-540.
- [11] GABOR D. Theory of communication [J]. Iee Proc London, 1946, 93(73): 58.
- [12] VILLE J. Theorie et application de la notion de signal analytic[J]. Cables et Transmessions, 1948, 93; 61-74.
- [13] 高勇. 时频分析与盲信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社,2017;30-36.



第一作者简介:孙鑫晖,男,1979年3月生,博士、讲师。主要研究方向为结构动力学建模与仿真、动态测试和参数识别。曾发表《FDPR模态参数识别方法中统计特性的计算》(《振动、测试与诊断》2013年第6期)等论文。

E-mail: sunxinhui@ upc. edu. cn