

压电柔性梁振动变步长 Fx-LMS 控制 算法分析与验证^{*}

朱晓锦, 方昱斌, 胡佳明, 高志远, 苗中华

(上海大学机电工程与自动化学院 上海, 200072)

摘要 滤波 x 最小均方差(filtered-x least mean square, 简称 Fx-LMS)算法作为振动控制领域常用的自适应控制算法,其固定步长因子不能同时满足收敛速度和稳态误差的双重要求。为了改善 Fx-LMS 算法实施效果,提出一种基于反余切函数的滤波 x 变步长最小均方差(filtered x variable step size least mean square, 简称 Fx-VSSLMS)算法。首先,归纳了 7 种常规 VSSLMS 算法的步长更新公式,并按照其迭代特点予以性能分析与分类对比;其次,以压电柔性悬臂梁振动主动控制为算法验证目标,采用多体动力学软件 Adams 和 Simulink 进行联合仿真,表明所提的 Fx-VSSLMS 算法在振动控制中的有效性;最后,通过分析对比多种 Fx-VSSLMS 算法在不同噪声环境下的抑振效果,验证了所提出控制算法对噪声干扰的良好鲁棒性。

关键词 滤波 x 最小均方差;变步长最小均方差;变步长;振动主动控制;压电柔性梁

中图分类号 TB535;TH113

引 言

在机械工程和航空航天领域,轻质材料的大量引入以及对系统稳定性和控制精度要求的不断增加,越来越多的柔性结构应用于其中^[1]。柔性结构组成的柔性机械臂末端运动是整个机械臂系统的刚体运动和柔性弹性振动相互耦合、相互作用的结果^[2]。考虑到柔性机械臂在外界干扰和不同负载情况下的模型不确定性,对于实现柔性机械臂运动控制的同时,有效抑制柔性机械臂系统的弹性振动,是当前一个重点研究方向^[3]。研究表明,基于压电智能材料的柔性机械臂振动主动控制具有可行性和先进性^[4-7],自适应控制因为对系统参数具有较好的适应性而被广泛采用^[8]。其中, Fx-LMS 因其易于实现、控制收敛速率高等特点在结构振动控制中获得积极关注^[9]。Fx-LMS 算法的步长直接关系到算法的性能,大的步长可以提高算法的收敛速度,同时也会引入较大的稳态误差;而小的步长在减小稳态误差的同时也降低了收敛速度。因此,学者们提出了多种变步长(variable step size, 简称 VSS)LMS 改进算法,算法的步长因子可以依据收敛过程中参考

信号或者误差信号实时调整,以达到同时提升收敛速度和稳态误差的目的^[10]。在结构振动主动控制中,系统可能受到外界瞬时强烈的干扰而使得算法产生较大步长,输出过大的控制信号,反而会使稳态附近产生大幅振动,引起系统不稳定甚至造成破坏。因此, Fx-VSSLMS 算法在结构振动主动控制中对于噪声干扰的鲁棒性需要重点考虑。

笔者在归纳分析了 7 种常规 VSSLMS 算法的基础上,针对结构振动主动控制的特点和要求,提出一种基于反余切函数的 Fx-VSSLMS 控制算法,以提升其对于噪声干扰的鲁棒性。通过在 Adams 与 Simulink 搭建的柔性悬臂梁振动主动控制联合仿真平台,对比验证了所提出改进算法在前馈滤波自适应振动控制中的有效性、收敛速度及计算量,并进行了振动主动控制实验验证。采用压电片为作动器,构建了基于 xPC 实时系统的压电柔性悬臂梁振动主动控制实验平台;基于前馈滤波自适应控制,采用所列出的 7 种常规 VSSLMS 算法以及笔者提出的改进算法,对压电柔性悬臂梁的结构振动进行了不同噪声水平干扰下的振动主动控制实验研究。结果表明,所提出的改进算法能够有效抑制高噪声干扰下的压电柔性悬臂梁振动,鲁棒性得到提升。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51575328, 61503232)
收稿日期:2018-12-13;修回日期:2019-03-27

1 VSSLMS 算法

F_x-LMS 算法应用于结构振动主动控制的算法框架如图 1 所示,参考信号采样序列 $x(n)$ 作为自适应滤波器 $W(z)$ 的输入,一般通过传感器测量得到。

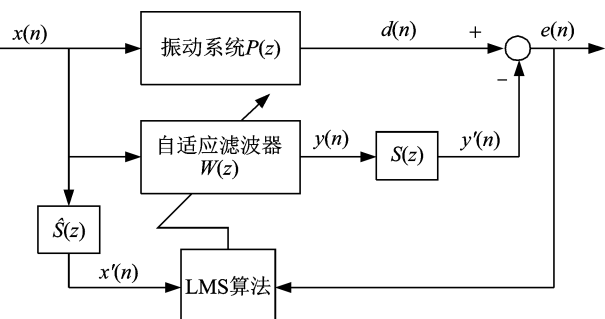


图 1 F_x-LMS 算法在结构振动主动控制中的结构框图

Fig. 1 The structure of F_x-LMS algorithm in active vibration control

自适应滤波器 $W(z)$ 有 FIR 滤波器,其形式为

$$W(n) = [\omega_0(n) \quad \omega_1(n) \quad \cdots \quad \omega_{L-1}(n)]^T \quad (1)$$

其中: n 为采样时刻; L 为滤波器的长度。

控制器的输出 $y(n)$ 是由参考信号序列 $x(n)$ 与自适应滤波器 $W(z)$ 做卷积和运算得到。残余误差 $e(n)$ 为

$$e(n) = d(n) - s(n) * [W^T(n)x(n)] \quad (2)$$

其中: $s(n)$ 为次级通道 $S(z)$ 的脉冲响应(次级通道为控制器输出到误差传感器采集之间的通路,包括 D/A 转换器、功放、作动器、作动器到误差传感器之间的结构振动通路、误差传感器、信号调理器、A/D 转换器等); $d(n)$ 为扰动源引起的结构振动响应。

$\hat{S}(z)$ 是次级通道 $S(z)$ 的数学估计。通常,自适应滤波器 $W(z)$ 的权系数通过 LMS 算法递推更新达到最优值,其权系数更新公式为

$$W(n+1) = W(n) + \mu x'(n)e(n) \quad (3)$$

其中: μ 为算法的收敛步长因子; $x'(n)$ 为通过 $\hat{S}(z)$ 滤波后的参考信号序列。

式(3)中,收敛步长因子 μ 是固定的,如果将其变成时变量 $\mu(n)$,则 LMS 算法就成为了 VSSLMS 算法,应用在前馈滤波结构中也成为 F_x-VSSLMS 算法。在本节中,总结归纳了 7 种典型 VSSLMS 算法的步长更新公式。为了方便理解和表示,将所列出的 7 种 VSSLMS 算法按照算法结构特点划分为 A, B, C, D 等 4 类,并逐一给予归纳描述,表 1 为本节所用到的参数符号说明。

表 1 符号说明

Tab. 1 The explanation of symbols

| 参数描述 | 参数描述 |
|------------------|----------------------------|
| e 误差信号 | ρ 参考信号和误差信号关联度的估计 |
| x 参考信号 | ϵ 远小于参考信号幅值的常量 |
| α 缩放因子 | T 自适应滤波器的部分长度 |
| η 较小常量 | ξ 取值区间为[0,1]且接近于 1 的常量 |
| μ 步长 | μ_{\max} 步长上界限 |
| $\bar{\mu}$ 均值步长 | μ_{\min} 步长下界限 |
| ν 阻尼因子 | τ 阻尼跳变阈值参数 |
| λ 遗忘因子 | L 自适应滤波器的长度 |
| k 自由控制参数 | |

1.1 VSSLMS-A1 算法

归一化最小均方(normalized least mean square, 简称 NLMS)算法是现在最常用的 VSSLMS 算法之一^[11-12],其步长更新公式为

$$\mu(n) = \frac{\bar{\mu}}{\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)} = \frac{\bar{\mu}}{\sum_{i=0}^{L-1} x^2(n-i)} \quad (4)$$

其中: $\bar{\mu}$ 的取值需大于 0,在一些情况下可以取值为 2,但在通常的应用中都取一个较小的值。

NLMS 对于参考信号 $x(n)$ 的能量变化是鲁棒的。在实际使用中,为了避免由于参考信号幅值趋于零的时候步长会突然间调节至很大,影响算法稳定性甚至导致发散,常在分母上加一个远小于参考信号幅值的正常数 ϵ 来保证算法稳定性

$$\mu(n) = \frac{\bar{\mu}}{\epsilon + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)} = \frac{\bar{\mu}}{\epsilon + \sum_{i=0}^{L-1} x^2(n-i)} \quad (5)$$

1.2 VSSLMS-A2 算法

Shan 等^[13]提出一种 VSSLMS 算法并给出了其简化版本,如式(6)~(7)所示。与 VSSLMS-A1 相比,该算法将分子上的 $\bar{\mu}$ 改为输入信号和误差的关联度估计 $\rho(n)$,并增加了缩放因子 α

$$\mu(n) = \frac{\alpha |\rho(n-1)|}{\mathbf{x}^T(n-1)\mathbf{x}(n-1)} \quad (6)$$

$$\rho(n) = \lambda \rho(n-1) + (1-\lambda) \mathbf{x}(n-1)e(n-1) \quad (7)$$

$\rho(n)$ 可按照式(7)计算得到,其中,遗忘因子 λ 的取值范围为[0.9, 1],缩放因子 α 的取值需要通过实验来确定最优值。

1.3 VSSLMS-A3 算法

Ramadan 等^[14]提出一种 VSSLMS 算法,步长更新公式如式(8)~(9)所示

$$\mu(n) = \frac{\bar{\mu} \|e_T(n)\|^2}{\varepsilon + \lambda \|e(n)\|^2 + (1-\lambda) \|x(n)\|^2} \quad (8)$$

$$\|e_T(n)\|^2 = \sum_{i=0}^{T-1} |e(n-i)|^2 \quad (9)$$

其中: $\|e(n)\|^2$ 为误差序列 $e(n)$ 的平方范数; $\|e_T(n)\|^2$ 为最近 T 长度的误差序列 $e_T(n)$ 的平方范数。

1.4 VSSLMS-B1 算法

Karin 等^[15] 提出一种 VSSLMS 算法,其步长更新公式如式(10)~(11)所示

$$\mu(n) = \mu_{\max} (1 - \exp(-\nu \|x(n)e(n)\|^2)) \quad (10)$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max} & (\text{if } \mu(n) > \mu_{\max}) \\ \mu_{\min} & (\text{if } \mu(n) \leq 0) \\ \mu(n) & (\text{其他}) \end{cases} \quad (11)$$

该算法性能优劣很大程度上与阻尼因子 ν 的取值相关。阻尼因子 ν 的取值决定算法以较大步长运行的时间: ν 越大,算法以较大步长运行的时间越长;当 ν 趋于无穷大时,该算法就退化成了固定步长的 LMS 算法。

1.5 VSSLMS-B2 算法

Li 等^[16] 提出一种 VSSLMS 算法,迭代步长与误差信号 $e(n)$ 相关。相比于文献[15]的算法,该算法将 μ_{\max} 和参数 ν 的取值与误差信号 $e(n)$ 相关联,步长更新公式如式(12)~(14)所示

$$\mu(n) = \frac{\mu'(n)}{(1 + \exp(-\nu(n) |e(n)|))} \quad (12)$$

$$\mu'(n) = \lambda \mu'(n-1) + (1-\lambda) |e(n-1)e(n)| \quad (13)$$

$$\nu(n) = \sqrt{|e(n)/e(n-1)|} \quad (14)$$

跳变阻尼因子 $\nu(n)$ 在初始化时赋值为 ν_1 ,当比值 $\nu(n)/\nu(n-1)$ 大于一个设定阈值 τ 时, $\nu(n)$ 跳变到取值 ν_2 ,用以加快收敛速度。

1.6 VSSLMS-C1 算法

Kwong 等^[17] 提出一种 VSSLMS 算法,步长更新公式如式(15)~(16)所示

$$\mu(n) = \xi \mu(n-1) + \eta p^2(n-1) \quad (15)$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max} & (\text{if } \mu(n) > \mu_{\max}) \\ \mu_{\min} & (\text{if } \mu(n) < \mu_{\min}) \\ \mu(n) & (\text{其他}) \end{cases} \quad (16)$$

该算法的步长初始值通常选为 μ_{\max} ,参数 ξ 的取值范围为 $[0,1]$,笔者在文中的经验值取为 0.97; η 同时影响收敛速度和稳态误差,一般取一个较小的值,经验值为 0.000 048。

1.7 VSSLMS-C2 算法

文献[17]的算法在误差信号瞬时突变的情况下有可能会引起算法不稳定,Aboulnasr 等^[18] 对 Kwong 的算法进行了改进,即用 $e(n)$ 和 $e(n-1)$ 的自相关估计来替代文献[17]算法中的 $e^2(n)$,具体更新公式如式(17)~(19)所示

$$\mu(n) = \xi \mu(n-1) + \eta p^2(n-1) \quad (17)$$

$$p(n) = \lambda p(n-1) + (1-\lambda) e(n)e(n-1) \quad (18)$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max} & (\text{if } \mu(n) > \mu_{\max}) \\ \mu_{\min} & (\text{if } \mu(n) < \mu_{\min}) \\ \mu(n) & (\text{其他}) \end{cases} \quad (19)$$

该算法中参数 λ 的取值范围为 $[0,1]$ 并且接近于 1,参数 ξ 和 η 的取值可以和文献[17]算法相同,步长的上下界限也可以取为相同。

2 基于反余切函数的 VSSLMS 算法

通过对上述 7 种 VSSLMS 算法的归纳分析,笔者针对结构振动控制应用提出一种基于反余切函数的 VSSLMS 算法。该算法利用反余切函数的特性,设置时变步长抑制因子 $\eta(n)$,增强算法对于噪声干扰的鲁棒性。

改进 VSSLMS 算法的步长更新公式如式(20)~(22)所示,抑制因子 $\eta(n)$ 与误差信号绝对值的反余切函数值相关。为方便表示,下面以 VSSLMS-New 命名该 VSSLMS 算法。

$$\mu(n+1) = \xi \mu(n) + \eta(n) e^2(n) \quad (20)$$

$$\eta(n) = \alpha \operatorname{arccot} \left(\sum_{i=0}^{L-1} |e(n-i)| \right) \quad (21)$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max} & (\text{if } \mu(n) > \mu_{\max}) \\ \mu_{\min} & (\text{if } \mu(n) < \mu_{\min}) \\ \mu(n) & (\text{其他}) \end{cases} \quad (22)$$

改进算法通过设置时变步长抑制因子 $\eta(n)$,利用反余切函数的特性,当误差信号受到突变噪声影响时,使得算法步长能够保持一个合理的取值,不会随之突然变大而引起作动器的大幅输出,从而降低振动主动控制中噪声干扰对于抑振性能的影响,保持较好的稳态性能。算法中参数 ξ 的取值范围为 $[0,1]$,一般取一个接近于 1 的值,如 0.97;参数 α 是一个缩放因子,根据实际系统中误差信号的数量级来取值;参数 L 的取值一般与 FIR 自适应滤波器阶数一致。

3 计算复杂度对比

算法的计算复杂度对于其实际应用具有决定性的作用,体现了一个算法的实用性。本节将上述 7 种 VSSLMS 算法及笔者提出的改进 VSSLMS 算法的计算复杂度做对比,对比指标包括算法运行前需要调节的参数个数、更新步长每一次迭代时所需要计算量。

实际中,很多 VSSLMS 算法都需要步长上下界限来保证算法的稳定运行。其中,步长上界 μ_{\max} 的取值对于算法的性能影响比较大,需要选定一个既能够保证算法收敛并且不会限制收敛速度的值。相比于步长上界 μ_{\max} ,步长下界 μ_{\min} 的取值可以相对宽松,直接取一个比较小的值即可。文献[7]中提出一种步长上界 μ_{\max} 的简化取值方法,并通过实验验证了其可行性,如式(23)所示

$$\mu_{\max}(n) = \epsilon \frac{2}{\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)} \quad (23)$$

其中:比例因子 ϵ 满足 $0 < \epsilon < 1$ 。

因此,笔者暂将步长上界 μ_{\max} 和步长下界 μ_{\min} 不计入算法运行前所需调节的参数。另外,对于算法 VSSLMS-A1 和 VSSLMS-A3,算法中远小于参考信号幅值的参数 ϵ 也可以直接取一个很小的常量,因此也不计作参数个数。

对比结果如表 2 所示,从所需调节的参数个数方面来看,VSSLMS-A1 和 VSSLMS-B1 只需要 1 个参数调节即可运行;VSSLMS-A3,VSSLMS-B2 和 VSSLMS-C2 需要调节 3 个或更多的参数调节。所需调节参数个数较少的算法,参数之间耦合作用小,相对会更好调节一些。相反,需调节的参数个数多于 3 个的算法,很难应用于实际的控制系统中,更多是应用在特定系统或是在算法仿真实验中。

表 2 VSSLMS 算法计算复杂度对比

Tab. 2 The computational complexity comparison of the VSSLMS algorithms

| VSSLMS 算法 | 参数个数 | 加法 | 乘法 | 除法 |
|------------|----------------------------------|-------|--------|----|
| VSSLMS-A1 | $1(\bar{\mu})$ | $L-1$ | L | 1 |
| VSSLMS-A2 | $2(\alpha, \lambda)$ | $L+1$ | $L+4$ | 1 |
| VSSLMS-A3 | $3(\bar{\mu}, \lambda, T)$ | $3T$ | $3T$ | 1 |
| VSSLMS-B1 | $1(\nu)$ | L | $2L+2$ | 0 |
| VSSLMS-B2 | $4(\nu_1, \nu_2, \lambda, \tau)$ | 3 | 5 | 1 |
| VSSLMS-C1 | $2(\xi, \eta)$ | 1 | 3 | 0 |
| VSSLMS-C2 | $3(\xi, \eta, \lambda)$ | 3 | 6 | 0 |
| VSSLMS-New | $2(\eta, \alpha)$ | L | 4 | 0 |

从计算量方面看,在每一步的步长迭代计算中,VSSLMS-C1 有着最小的计算量,其仅需 1 个加法

运算和 3 个乘法运算;VSSLMS-A3 和 VSSLMS-B2 的计算量相比于其他算法是较多的,在实际控制系统尤其是多输入多输出控制系统中使用时需有实时性方面的考虑。

笔者所提出的改进 VSSLMS 算法,共有 2 个参数需要调节,相比其他算法较少;每次步长迭代需有 L 次加法运算和 4 次乘法运算,也具有一定的优势。

4 收敛性仿真分析

为了验证 VSSLMS-New 算法的收敛性,本节以 Adams 中建立的柔性悬臂梁为控制对象,结合 Adams 软件在运动学和动力学分析中的优势与 Simulink 高效可视化的仿真特点,对 VSSLMS 算法在前馈滤波自适应振动主动控制中的应用进行研究。在 Adams 软件中建立的柔性悬臂梁振动主动控制实验模型如图 2 所示,悬臂梁尺寸及部分属性数值如表 3 所示。

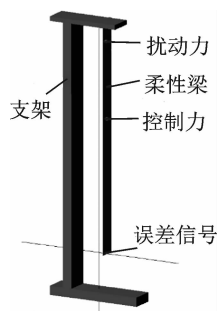


图 2 柔性悬臂梁 Adams 模型

Fig. 2 The structure of flexible beam in Adams

表 3 悬臂梁材料属性

Tab. 3 Parameters of the cantilever beam

| 参数 | 数值 | 参数 | 数值 |
|----------|-----|--|------|
| 长度/mm | 500 | 泊松比 | 0.29 |
| 宽度/mm | 35 | 密度/($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$) | 8 |
| 厚度/mm | 1 | 质量/g | 140 |
| 弹性模量/GPa | 190 | | |

如图 3 所示,将 VSSLMS-New 应用在柔性悬臂梁的前馈滤波 x 自适应振动控制中,即 F_x -VSSLMS-New 算法,能够取得较好的抑振性能,验证了该算法在柔性悬臂梁振动主动控制应用中的有效性。

为了进一步对比 F_x -VSSLMS-New 在结构振动主动控制中的抑振效果,从稳态误差和收敛速度两个方面与其余 F_x -VSSLMS 算法的抑振效果进行对比。选取仿真结束前的 10s 为稳态阶段,选取稳态误差平方和作为一个指标来评价算法的稳态性

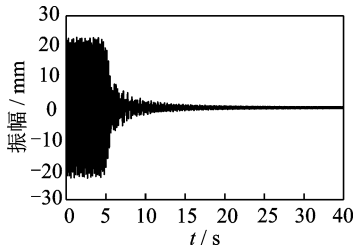


图 3 Fx-VSSLMS-New 抑振效果图

Fig. 3 The performance of Fx-VSSLMS-New algorithm

能。另外,选取总体振动水平下降 90%所需的控制时间作为另一个指标来评价算法的收敛速度,暂命名为收敛时间。在仿真分析实验中,上述算法的稳态误差平方和及收敛时间如表 4 所示。可见,从收敛时间和稳态误差两方面综合对比分析,Fx-VSSLMS-New 算法在柔性悬臂梁振动主动控制仿真实验中的稳态性能优于其他 Fx-VSSLMS 算法,收敛速度明显快于其余算法。

表 4 VSSLMS 算法的稳态均方差及收敛时间

Tab. 4 The MSE and convergence time of the VSSLMS algorithms

| VSSLMS 算法 | 稳态误差平方和($\times 10^3$) | 收敛时间/s |
|------------|--------------------------|--------|
| VSSLMS-A1 | 2 403 | 13. 25 |
| VSSLMS-A2 | 3 239 | 17. 43 |
| VSSLMS-A3 | 2 178 | 16. 17 |
| VSSLMS-B1 | 13 246 | 13. 88 |
| VSSLMS-B2 | 3 660 | 15. 20 |
| VSSLMS-C1 | 2 308 | 14. 14 |
| VSSLMS-C2 | 2 353 | 12. 86 |
| VSSLMS-New | 2 163 | 8. 55 |

5 振动主动控制实验

5.1 实验平台搭建及方案设计

为了进一步分析和验证 Fx-VSSLMS-New 算法在振动主动控制实际应用中的抑振效果,以及其对于噪声扰动的鲁棒性能,笔者以压电柔性悬臂梁的振动响应为控制目标,采用压电片作为激振器和作动器,以压电片作为传感器,搭建压电柔性悬臂梁振动主动控制实验系统,具体系统模型结构如图 4 所示。为了增强实验效果,扰动压电片和抑振压电片都是成对粘贴以增大出力。

振动控制实验系统如图 5 所示,基于 SIMULINK 的 Real-time 实时工具箱,通过网线将 2 台工控机连接在一起,分别作为 xPC 实时系统的宿主机和目标机。在宿主机中编写好 SIMULINK 控制程

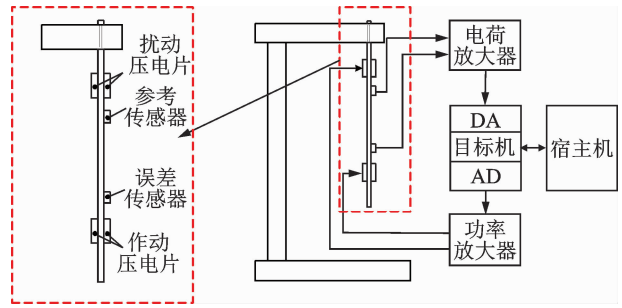


图 4 压电柔性悬臂梁振动主动控制实验系统结构图

Fig. 4 Block diagram of flexible piezoelectric cantilever beam experimental system

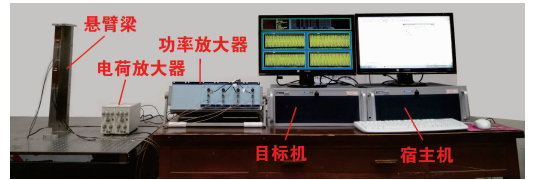


图 5 压电柔性悬臂梁振动主动控制实验系统照片

Fig. 5 Picture of AVC experimental system with flexible piezoelectric cantilever beam

序,通过网线下下载至目标机 xPC 实时系统中,目标机就可以作为一个实时的控制器完成控制任务。根据实验系统所需要的 AD/DA 端口数及转换精度,选用 1 张采集板卡即可满足系统需求,功率放大器具有 4 路独立输出。扰动压电片及作动压电片都通过功率放大器将采集板卡输出的电压信号从 0~10V 放大至 0~300V 来驱动。参考传感器与误差传感器所采集的应变信号,通过电荷放大器调理放大之后传输至板卡再至目标机。

控制系统采样频率为 1kHz,自适应滤波器阶数设为 24 阶,初始值取 0。需要对 VSSLMS 算法的参数逐步调节使得各个算法能够公平对比,在调试时,笔者推荐的参数组合可以作为参考。

5.2 噪声干扰实验及结果分析

实际的结构振动环境比较复杂,最为常见的就是外扰的复杂性。宽频白噪声能够验证一个振动主动控制算法对于外扰的鲁棒性能,因此,采用悬臂梁模态频率的正弦信号叠加不同水平宽频白噪声作为振动激励信号。选取实验过程中所有均方差之和作为评价指标,取名总均方差和(total mean square error,简称 TMSE),它可以综合反映控制算法在整个抑振过程中的收敛速度及稳态性能,实验结果如表 5 所示。为了更清晰地对比显示各个 Fx-VSSLMS 算法的表现,图 6~8 给出上述 Fx-VSSLMS 算法以及传统 Fx-LMS 算法,分别在全噪声、低噪

声和高噪声干扰下的控制误差的均方差 (mean square error, 简称 MSE) 曲线, 计算公式为

$$\text{MSE}(m) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e^2(i) \right) \quad (24)$$

表 5 VSSLMS 算法在前馈滤波 x 振动自适应控制实验中的抑振效果

Tab. 5 The Performance of the VSSLMS algorithms with feedforward filtered x adaptive vibration control

| 算法 | 无噪声 | 低噪声 (SNR \approx 30 dB) | 高噪声 (SNR \approx 20 dB) |
|------------|-------|------------------------------|------------------------------|
| LMS | 1 151 | 1 156 | 1 165 |
| VSSLMS-A1 | 987 | 1 006 | 1 028 |
| VSSLMS-A2 | 644 | 656 | 667 |
| VSSLMS-A3 | 671 | 672 | 680 |
| VSSLMS-B1 | 998 | 903 | 959 |
| VSSLMS-B2 | 667 | 669 | 679 |
| VSSLMS-C1 | 578 | 580 | 587 |
| VSSLMS-C2 | 679 | 682 | 686 |
| VSSLMS-New | 462 | 471 | 489 |

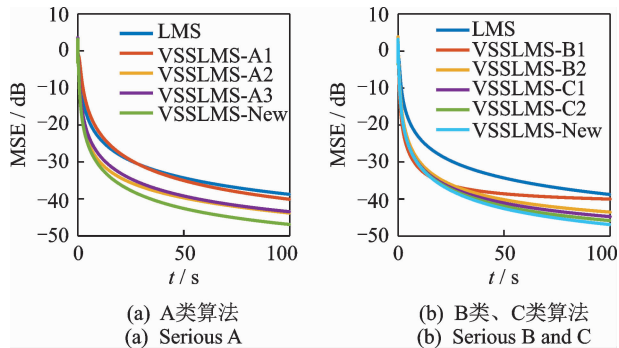


图 6 无噪声水平下 LMS 及各 VSSLMS 算法在振动控制中的 MSE 曲线

Fig. 6 MSE of VSSLMS algorithms in active vibration control without noise disturbance

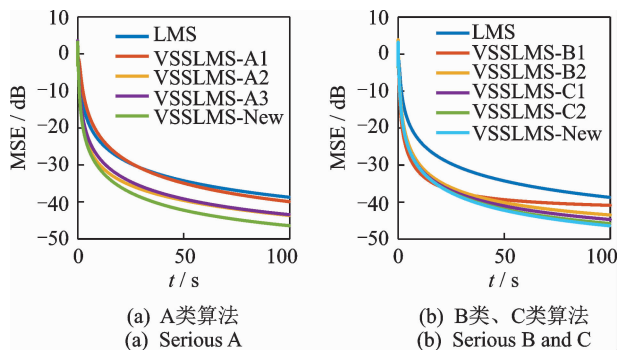


图 7 低噪声水平下 LMS 及各 VSSLMS 算法在振动控制中的 MSE 曲线

Fig. 7 MSE of VSSLMS algorithms in active vibration control with lower noise disturbance

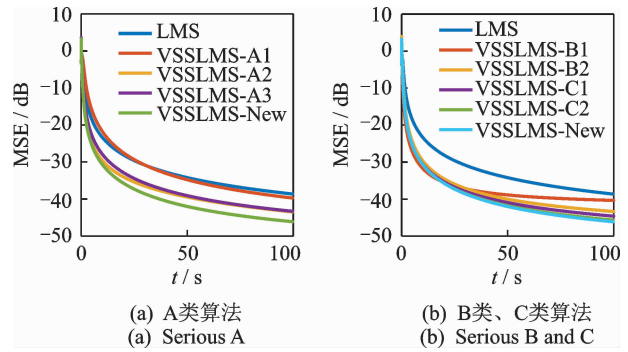


图 8 高噪声水平下 LMS 及各 VSSLMS 算法在振动控制中的 MSE 曲线

Fig. 8 MSE of VSSLMS algorithms in active vibration control with higher noise disturbance

由图 6~8 可以得出, 在各个水平白噪声的激励下, 上述 F_x -VSSLMS 算法的表现都明显好于 F_x -LMS 算法, 稳态误差更小, 抑振效果更为明显。

如图 6 和表 5 所示, 在仅有单频正弦信号激励时, 算法 F_x -VSSLMS-A2, F_x -VSSLMS-A3, F_x -VSSLMS-B2, F_x -VSSLMS-C1, F_x -VSSLMS-C2 和 F_x -VSSLMS-New 整体收敛性能接近。 F_x -VSSLMS-A1 和 F_x -VSSLMS-B1 的稳态误差相对较大, 但也优于 F_x -LMS 算法。

在低噪声环境中, 如图 7 和表 5 所示, 所有算法的 TMSE 都有所上升。算法 F_x -VSSLMS-A2 和 F_x -VSSLMS-A3, F_x -VSSLMS-C1, F_x -VSSLMS-C2 及 F_x -VSSLMS-New 的稳态性能接近, TMSE 也相差无几。在高噪声环境中, 如图 8 和表 5 所示, 除了 F_x -VSSLMS-A2 和 F_x -VSSLMS-A3 的效果仍然比较接近, 其余算法的抑振效果差异增大。 F_x -VSSLMS-New 在无噪声、低噪声和高噪声环境中的 TMSE 都低于于其他 F_x -VSSLMS 算法, 整体表现要明显优于其余算法, 体现出改进算法在噪声环境中的鲁棒性。

6 结束语

笔者针对结构振动主动控制应用提出一种基于反余切函数的 F_x -VSSLMS 控制算法, 以提升算法在结构主动振动控制应用中对于噪声干扰的鲁棒性。基于 Adams 与 Simulink 建立柔性悬臂梁振动主动控制联合仿真平台, 通过仿真验证了所提算法在振动主动控制中的有效性。基于压电柔性悬臂梁振动主动控制实验平台, 通过实验分析与对比, 验证了不同噪声水平干扰下 7 种典型 VSSLMS 算法以

及本研究算法在前馈滤波 x 自适应振动控制中的抑振效果。结果表明,笔者所提出的控制算法对于结构振动主动控制中的噪声干扰具有良好的鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] FLORES-ABAD A, MA O, PHAM K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, 68: 1-26.
- [2] 黄全振, 吕宽洲, 李恒宇, 等. 基于 IIR 结构的自适应滤波振动主动控制方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2014, 34(3): 439-446.
HUANG Quanzhen, LÜ Kuangzhou, LI Hengyu, et al. Adaptive filtered active vibration control method based on IIR structure [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2014, 34(3): 439-446. (in Chinese)
- [3] 邱志成, 吴传健. 行星减速器驱动旋转双柔性梁 T-S 模糊振动控制[J]. *振动、测试与诊断*, 2016, 36(4): 764-770.
QIU Zhicheng, WU Chuanjian. T-S fuzzy vibration control of rotating double flexible beams driven by planetary reducer[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36(4): 764-770. (in Chinese)
- [4] HALIM D, LUO X, TRIVAILO P M. Decentralized vibration control of a multi-link flexible robotic manipulator using smart piezoelectric transducers[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 104(1): 186-196.
- [5] PAPPALARDO C, GUIDA D. Use of the adjoint method for controlling the mechanical vibrations of nonlinear systems[J]. *Machines*, 2018, 6(2): 1-21.
- [6] KERBOUA M, MEGNOUNIF A, BENGUEDIAB M, et al. Vibration control beam using piezoelectric-based smart materials [J]. *Composite Structures*, 2015, 123(5): 430-442.
- [7] JUAN P, AURELIO D, RAMIN S, et al. Vibration control on smart civil structures; a review [J]. *Mechanics of Advanced Materials & Structures*, 2014, 21(1): 23-38.
- [8] 朱晓锦, 高志远, 黄全振, 等. FXLMS 算法用于压电柔性结构多通道振动控制[J]. *振动、测试与诊断*, 2011, 31(2): 150-155.
ZHU Xiaojin, GAO Zhiyuan, HUANG Quanzhen, et al. Active vibration control for piezoelectric flexible structure using multi-channel FXLMS algorithm [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2011, 31(2): 150-155. (in Chinese)
- [9] 浦玉学, 张方, 姜金辉, 等. 基于次级通道在线辨识新算法的振动主动控制[J]. *振动、测试与诊断*, 2016, 36(1): 28-35.
PU Yuxue, ZHANG Fang, JIANG Jinhui, et al. Active vibration control with a new online secondary path modeling method [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36(1): 28-35. (in Chinese)
- [10] BISMOR D, CZYZ K, OGONOWSKI Z. Review and comparison of variable step-size LMS algorithms [J]. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 2016, 21(1): 24-39.
- [11] ALBERT A, GARDNER L. Stochastic approximation and nonlinear regression [J]. *Technometrics*, 1967, 41(11): 203-203.
- [12] NAGUMO J, NODA A. A learning method for system identification [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1967, 12(3): 282-287.
- [13] SHAN T J, KAILATH T. Adaptive algorithms with an automatic gain control feature [J]. *IEEE Transactions on Circuits & Systems*, 1988, 35(1): 122-127.
- [14] RAMADAN Z, POULARIKAS A. A robust variable step-size LMS algorithm using error-data normalization [C] // *Proceedings of the IEEE Southeast Con 2005*. Lauderdale, USA: IEEE, 2005: 219-224.
- [15] KARNI S, ZENG G. A new convergence factor for adaptive filters [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1989, 36(7): 1011-1012.
- [16] LI X B, FAN Y Y, KE P. A variable step-size LMS adaptive filtering algorithm [C] // *5th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*. Beijing, China: IEEE, 2009: 1-4.
- [17] KWONG R H, JOHNSTON E W. A variable step size LMS algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(7): 1633-1642.
- [18] ABOULNASR T, MAYYAS K. A robust variable step-size LMS-type algorithm; analysis and simulations [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 45(3): 631-639.



第一作者简介:朱晓锦,男,1965年12月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为先进测控与信息处理、精密测试方法与技术、智能结构主动监控等。上海市2004年度“曙光学者”,上海市仪器仪表学会理事,上海市学位委员会学科评议组成员,《振动、测试与诊断》编委。先后主持完成国家自然科学基金项目4项、省部级科研项目10余项,以及工程开发应用类项目多项,获上海市科学技术奖励。在《中国科学》、《Journal of Intelligent Material Systems and Structures》及《Aerospace Science and Technology》等国内外期刊及学术会议发表论文100余篇。
E-mail: mgzhuj@shu.edu.cn

低信噪比下松动部件的检测方法^{*}

孟剑林¹, 陈若宇¹, 黄港婷¹, 张祥林², 王明明², 谢石林¹

(1. 西安交通大学航天航空学院 西安, 710049) (2. 陕西卫峰核电子有限公司 西安, 710065)

摘要 针对低信噪比环境下核电站松动件的检测, 以降低误报率、漏报率为目标, 提出了一种基于盲解卷积算法的松动部件冲击响应提取方法, 并进一步结合支持向量机分类辨识算法, 给出了一种低信噪比环境下核电站松动部件检测方法。利用叠加实堆背景噪声的平板钢球跌落实验数据开展了报警研究, 并对盲解卷积算法进行了参数优化设计。结果表明: 优化后的盲解卷积算法能够很好地恢复出信噪比低至-20dB的冲击响应信号, 并使噪声能量降低了75%, 有效抑制了噪声; 给出的松动部件检测方法在信噪比低至-14dB时, 仍具有极低的漏报率, 并且噪声误报率和脉冲干扰误报率为零, 因而具有良好的抗误报、抗漏报能力。

关键词 信噪比; 振动; 松动部件; 盲解卷积; 支持向量机

中图分类号 TH113.1

引言

松动部件监测系统 (loose parts monitoring system, 简称 LPMS) 是核电站故障探测的主要诊断工具之一, 应用于核电站一回路冷却剂系统中松动部件的监测。其目的是探测和定位可能存在于一回路系统中的松动件或脱落件, 对其进行定位和质量估计, 为后续操作提供参考, 从而保证核电站运行的安全性和可靠性^[1-4]。松动部件监测系统核心算法主要由松动件报警、定位和质量估计三个方面组成^[5]。其中, 能够快速准确地监测和识别到零件跌落信号的报警算法是松动部件监测系统的重要研究内容之一。

文献^[2]提出当信号的短时均方根值超过设定的固定阈值和动态阈值时进行报警, 该方法在信噪比较强的情况下效果显著。方力先等^[6]提出先将信号进行小波去噪, 然后以相对噪声较小的尺度作为报警基准, 采用均方根阈值 (root mean square, 简称 RMS) 和 RMS 时间宽度阈值的双阈值小波报警算法, 并指出较大的环境噪声将降低该方法的报警准确率。Szappanos 等^[7]提出先将信号进行白化处理, 再通过序贯概率比检验的报警算法, 实验发现在存在脉冲干扰的情况下, 白化效果不明显。Cao

等^[8]结合自回归 (auto regression, 简称 AR) 模型白化处理和支撑向量机进行报警, 提高了算法抗脉冲干扰能力。对于松动部件响应信号去噪算法的研究, Kim 等^[9]提出根据信号之间的差异选用移动平均滤波算法进行去噪, 该方法在处理高频噪声时效果明显。Figedy 等^[10]提出将奇异谱分析和离散小波变换应用于信号去噪, 该方法在奇异谱分析时, 重构特征量会随着信噪比降低明显增加。杨波等^[11]提出将小波包应用于信号去噪, 该方法在信噪比低至冲击信号被噪声完全淹没时则完全失效。

由于压水堆中松动件碰撞发生在一回路系统的冷却剂中, 与在空气中相比, 碰撞波的传播特性有明显不同。文献^[12]通过应用噪声分析技术, 研究了水对碰撞波产生和传播的影响, 实验显示, 碰撞发生在水中时, 响应加速度的最大幅值约为空气中的 1/9, 衰减时间约为空气中的 1/4。另一方面, 对于质量较小的松脱部件, 当其与管壁发生侧碰撞时, 引起的跌落响应幅值会大大降低。此外, 距离传感器较远的跌落事件, 由于阻尼作用和波的衰减, 导致接收到的响应信号幅值明显降低。这样, 对于实际的核电站一回路系统, 需要研究适用于低信噪比环境下松动部件碰撞信号的有效检测方法。

对于目前的 LPMS 系统, 误报警的产生主要有以下原因: ①松动部件的响应信号淹没于背景噪声

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (11872290); 国家自然科学基金联合基金资助项目 (U1430129)

收稿日期: 2018-07-09; 修回日期: 2018-09-13

中;②控制棒的运动和电动阀门的振动;③电气设备产生的电磁脉冲干扰^[13]。可见,为了减小 LPMS 系统的误报率,报警算法既要能准确检测低信噪比下的松动部件跌落信号,又要同时能有效排除其他非跌落事件的干扰。盲解卷积处理技术是一种信号分离提取的有力工具,可以在几乎没有先验知识的情况下,从混合信号中恢复源信号,主要应用于声信号诊断、图像复原和机械设备状态监测方面^[14-16]。其核心思想是仅根据响应信号进行解卷积求解,以期得到源信号。支持向量机则是基于统计学习理论发展起来的一种有效的新型模式识别方法,主要应用于人脸识别、文本分类、语音识别以及一些智能系统的学习,在识别分类方面具有良好的学习能力和泛化能力^[17]。

根据上述两种方法的优点,笔者提出了一种基于盲解卷积的低信噪比环境下核电站跌落部件冲击响应信号提取方法,并进一步结合支持向量机算法,给出了一种松动件的检测方法,最后基于平板钢球跌落实验,对所提检测方法开展了验证研究。

1 基于盲解卷积的冲击响应提取方法

1.1 盲解卷积的基本原理与目标函数算法

盲解卷积的基本模型^[18]如图 1 所示。

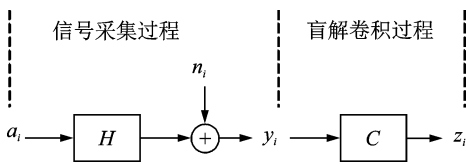


图 1 盲解卷积模型

Fig. 1 Blind deconvolution model

将核电站结构简化为非最小相位、线性时不变系统 H 。当冲击事件发生时,原始跌落冲击响应信号 a_i 在核电站系统 H 的作用下,得到传感器采集信号 y_i ,即观测信号。在系统 H 和系统输入信号均未知的情况下,求源输入信号的过程即为盲解卷积。其基本思想是构造系统 H 的反系统 C ,使得经系统 C 处理后的信号 z_i 接近于原始跌落信号 a_i 。

对于有限冲击响应模型,系统输入输出关系可以表示为

$$z_i = \sum_{l=1}^L c_l y_{i-l} = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_L] \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ y_{i-2} \\ \vdots \\ y_{i-L} \end{bmatrix} = \mathbf{c}^T \mathbf{Y}_i \quad (1)$$

这里采用一种基于 k 阶统计量的目标函数算法

(objective function method, 简称 OFM)^[18]用于盲解卷积求解,其目标函数可以表示为

$$O_k(c(l)) = \sum_{j=1}^N z^k(j) / \left[\sum_{j=1}^N z^2(j) \right]^{k/2} \quad (2)$$

其中: k 为系统 C 输出统计量阶数; N 为数据长度。

通过选择不同的 k 值可以得到不同阶数的目标函数,令 $\partial O_k(c(l)) / \partial c(l) = 0$,联立公式,得到

$$\left[\sum_{j=1}^N z^2(j) / \sum_{j=1}^N z^k(j) \right] \sum_{j=1}^N z^{k-1}(j) y(j-l) = \sum_{p=1}^L c(p) \sum_{j=1}^N y(j-l) y(j-p) \quad (3)$$

可以写成矩阵形式为

$$\mathbf{b}_k^{yz} = \mathbf{R}_{yy} \mathbf{c} \quad (4)$$

其中: \mathbf{b}_k^{yz} 为与观测信号 $y(i)$ 和恢复信号 $z(i)$ 有关的高阶统计量; \mathbf{R}_{yy} 为观测信号的自相关矩阵; \mathbf{c} 为系统 C 的参数向量。

在矩阵等式(4)中,由于 \mathbf{c} 和 $z(i)$ 均未知,直接求解难度大,因此选择迭代计算的方法进行求解。

OFM 迭代求解步骤如下:

- 1) 按一定信噪比生成原始信号;
- 2) 生成初始系数向量 $\mathbf{c}^{(0)}$, 设置初始迭代次数 $d=1$;
- 3) 根据系数向量 $\mathbf{c}^{(d-1)}$ 和输入信号 y_i , 计算输出信号 z_i 和矩阵 $(\mathbf{R}_{yy})^d$;
- 4) 根据输入信号 y_i 和输出信号 z_i , 计算 $(\mathbf{b}_k^{yz})^d, \mathbf{c}^d = ((\mathbf{R}_{yy})^d)^{-1} (\mathbf{b}_k^{yz})^d$;
- 5) 计算误差值 $\mathbf{e} = \frac{\mathbf{c}^d - \mathbf{c}^{d-1}}{\mathbf{c}^{d-1}}$, 若 $|E(\mathbf{e})| \leq e_t$, 迭代完成,输出结果;若 $|E(\mathbf{e})| > e_t, d=d+1$, 返回步骤 3。

1.2 基于目标函数算法的平板钢球跌落信号提取

下面基于平板钢球跌落实验,检验 OFM 算法的信号恢复效果。平板钢球跌落实验示意如图 2 所示,平板采用 Q235 碳素结构钢,其尺寸为 $850 \text{ mm} \times 850 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$,两端固支。传感器位置布置见图 2,共采用 9 组加速度传感器通道,通过不同质量的钢球撞击平板结构来模拟核电站松动部件跌落,提取出各传感器通道采集到的加速度信号作为模拟松动部件跌落响应信号。将该信号与实际核电站工作环境下的背景噪声叠加,可以得到分析需要的噪声混叠信号。表 1 给出了实验中采用的跌落小球质量和跌落高度。

实际松动部件的脱落、移动以及碰撞过程均发生在水中,与发生在空气中相比,幅值会有较大降

表1 实验中采用的跌落质量和跌落高度

Tab. 1 Drop mass and drop height used in the experiment

| 质量/g | 高度/cm | 质量/g | 高度/cm |
|------|----------|-------|----------|
| 110 | 20,30,50 | 509 | 20,30,50 |
| 227 | 20,30,50 | 877 | 20,30 |
| 373 | 20,30,50 | 1 400 | 20,30 |

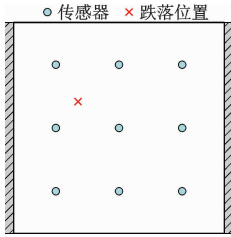


图2 平板钢球跌落实验图

Fig. 2 Ball drop experiment diagram

低^[12]。此外当质量较小的松脱件发生侧碰时或是跌落处距离传感器较远时也会显著减低信号响应峰值,这些都会导致实际工程中松脱件的跌落响应信号具有较低的信噪比。这里信号的信噪比定义为

$$\text{SNR} = 10\lg(P_r/P_n) \quad (5)$$

其中: P_r 为冲击响应的功率大小; P_n 为噪声信号的功率大小。

如图3所示,为了模拟低信噪比的冲击响应信号,选取某典型冲击响应信号与某噪声信号,保持噪声水平不变,等幅压缩冲击响应信号的幅值,按照信噪比 $\text{SNR} = -15 \text{ dB}$ 叠加生成仿真信号。此时冲击响应信号与噪声信号幅值相当,冲击响应大部分淹没在噪声信号当中,难以直接辨识。

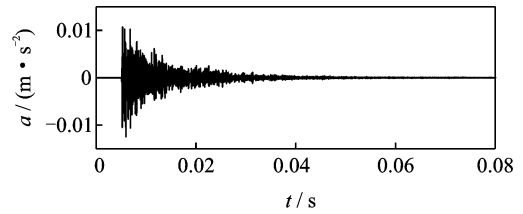
将叠加生成的冲击响应信号($\text{SNR} = -15 \text{ dB}$)按照前述的迭代过程经 OFM 算法求解,对信号进行恢复。图4对比了经 OFM 算法处理前后的冲击响应信号,为了说明信号恢复提取的效果,图4也给出了信号的短时均方根图。原始冲击响应信号在强背景噪声的干扰之下,冲击峰值几乎难以辨识;而在经过 OFM 迭代处理之后,噪声水平得到了有效抑制,冲击峰值开始显现。以背景噪声为主要成分的能量幅值衰减至处理前能量的 25%,并趋于平坦。

图5给出迭代过程中短时均方根的变化图。随着迭代次数的增加,冲击峰位置的能量基本得到保留,噪声信号的能量得到衰减,幅值变化趋于平坦。

为了定量地表征算法的信号恢复效果,这里引入恢复信号与原始冲击响应信号间的相关系数作为特征量,依据标准协方差计算方法^[19],其可定义为

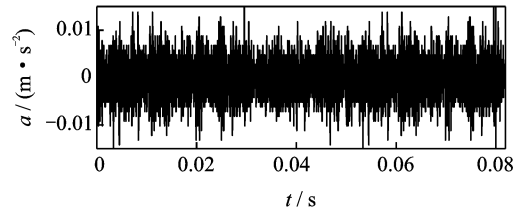
$$\rho_{xy} = \text{cov}(X, Y) / \sigma_x \sigma_y \quad (6)$$

相关系数的变化范围为 $[-1, 1]$,相关系数绝对



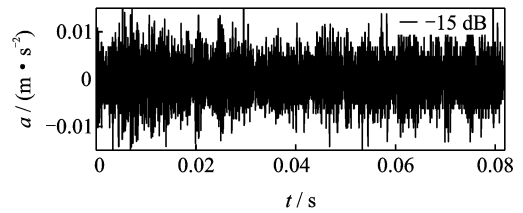
(a) 冲击响应信号时域波形

(a) Time-domain waveform of impulse response signal



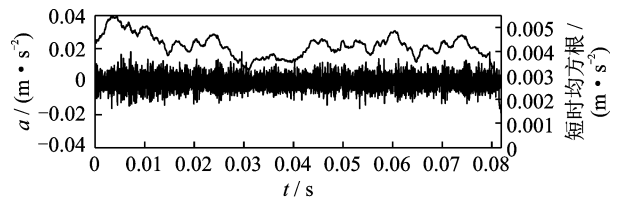
(b) 噪声信号时域波形

(b) Time-domain waveform of noise signal



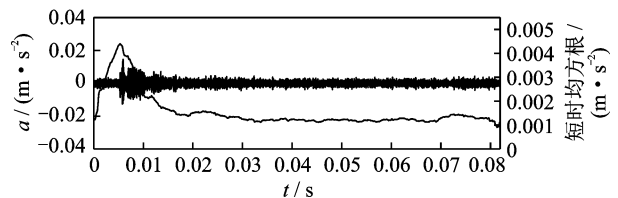
(c) 冲击响应信号时域波形(SNR=-15 dB)

(c) Time-domain waveform of impulse response signal (SNR=-15 dB)

图3 冲击响应信号和背景噪声信号时域波形(SNR=-15 dB)
Fig. 3 Time waveform of impulse response signal and background noise signal (SNR=-15 dB)

(a) OFM处理前原始信号波形及其短时均方根图

(a) Time-domain waveform and RMS of original signal before OFM processing



(b) OFM处理后信号波形及其短时均方根图

(b) Time-domain waveform and RMS of original signal after OFM processing

图4 冲击响应信号经 OFM 处理前后时域波形及短时均方根图(SNR=-15 dB)
Fig. 4 Time waveform and short-term root mean square of impulse response signal before and after OFM processing (SNR=-15 dB)

图4 Time waveform and short-term root mean square of impulse response signal before and after OFM processing (SNR=-15 dB)

值越大代表2个信号之间的线性相关程度越强,说明恢复程度越高。表2中列出了不同迭代次数下,

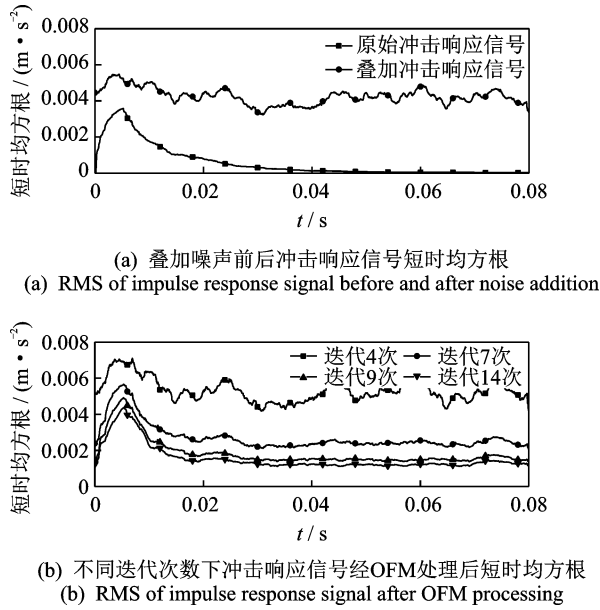


图 5 冲击响应信号经 OFM 处理后短时均方根图 (SNR = -15 dB)
Fig. 5 Short-term root mean square of impulse response signal after OFM processing (SNR = -15 dB)

恢复信号与原始冲击响应信号之间短时均方根间的相关系数。随着迭代次数的增加,相关系数呈增大趋势,并高于初始相关系数。经历 9 次迭代后,相关系数基本维持在 0.96,说明迭代已基本稳定。由上所述,短时均方根的相关系数大小与信号恢复程度具有很好的正相关性,可以用来定量表征信号的恢复程度。

表 2 恢复信号与原始冲击响应信号之间的短时均方根相关系数随迭代次数的变化

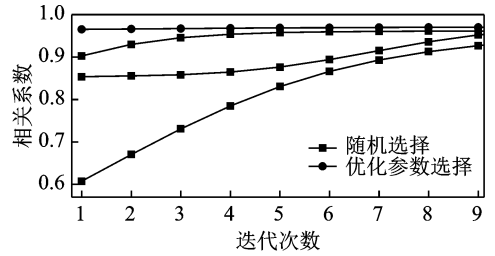
Tab. 2 Short-term root-mean-square correlation coefficient between the recovered signal and the standard impulse response signal varies with the number of iterations

| 迭代次数 | 0 | 4 | 7 | 9 | 14 |
|------|------|------|------|------|------|
| 相关系数 | 0.63 | 0.57 | 0.88 | 0.96 | 0.96 |

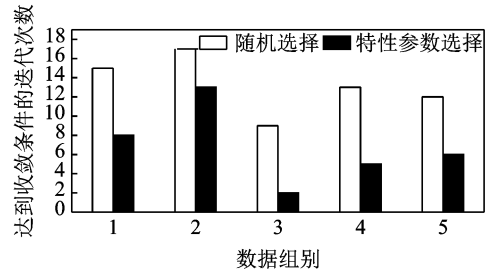
1.3 目标函数算法的参数优化设计

在盲解卷积迭代求解过程中,达到收敛条件时的迭代次数随着初始 c 参数选择的不同,会有较大的波动。对于有限冲击响应系统,可以认为其系统参数在一定时间段内保持不变,因此利用首次盲解卷积求解出系统的特性参数 c ,将其作为后续信号开始迭代的初始参数。图 6(a)分别给出了 3 组随机参数向量和 1 组优化后参数向量所得到的迭代历程曲线,可以看出经过优化处理以后,信号迅速达到很好的恢复效果,并保持稳定。图 6(b)进一步比较

了多组信号在优化前后达到收敛条件时的迭代次数,可以看出优化处理以后的迭代次数明显降低,增加了求解速度。



(a) 改变 c 的初始参数选择方式对迭代历程的影响
(a) The effect of initial parameter selection on iteration process of c



(b) 改变 c 的初始参数选择方式对达到收敛条件时的迭代次数的影响
(b) The effect of the initial parameter selection mode of c on the number of iterations when convergence conditions are reached

图 6 改变 c 的初始参数选择方式对恢复效果的影响

Fig. 6 Effect of changing initial parameters of c on the recovery effect

另一方面, c 的长度直接影响矩阵求逆运算的维度,进而影响求解稳定性和恢复效果。因此,需要寻找到最适合的系统长度。选取 4 组不同实验冲击响应信号与噪声信号进行叠加,以考察当系统长度改变时算法对信号的恢复效果,如图 7 所示。其横坐标表示信噪比的变化,纵坐标表示恢复信号与源信号的相关程度,用来表征恢复效果。可以看出:随着信噪比的降低, $L=5, 10, 15$ 时的恢复效果曲线均下降较快; $L=30$ 时的恢复效果下降速度不稳定; $L=20, 25$ 时,算法的恢复效果均达到较高水平。基于算法求解速度的考虑,最终选择 $L=20$ 作为目标函数算法的系统长度。

2 基于支持向量机的松动部件检测方法

2.1 检测方法基本原理

在实际的核电站 LPMS 系统监测采集信号中,除了噪声信号和松动件跌落冲击响应信号,还可能

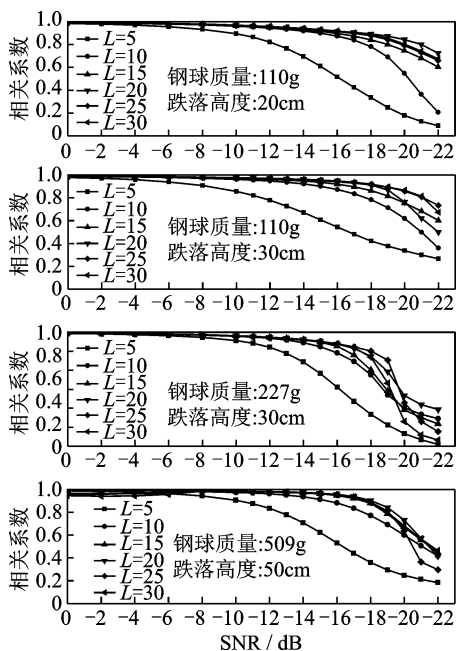


图7 不同长度的 c 值下恢复效果与信噪比关系曲线(选取4组实验冲击响应数据)

Fig. 7 Relationship between the recovery effect and signal-to-noise ratio with four groups of different c length

时屏蔽报警系统以免误报;后者的电磁脉冲干扰具有短时能量集中的特性,表现在时域波形上为一孤立的奇异点,仅通过时域幅值及短时均方根幅值进行判断容易发生误报。由于电磁脉冲干扰与噪声信号的性态差异明显以及其对后续质量估计的不利影响,算法考虑了电磁脉冲信号的辨识。

报警系统的基本作用是能够准确监测到冲击事件,发出报警指令。评价松动部件监测报警系统性能的两个主要指标是漏报率(false negative rate, 简称 FNR)和误报率(false positive rate, 简称 FPR),其计算公式为

$$FNR = \frac{FN}{SN} \times 100\% \quad (7a)$$

$$FPR = \frac{FP}{SP} \times 100\% \quad (7b)$$

其中:SN组为非冲击事件响应信号;FN为错误识别为非冲击响应样本数;SP组为真实冲击事件响应信号;FP为错误识别为冲击响应信号样本数。

为了同时降低系统的误报率和漏报率,这里提出了 OFM 算法和支持向量机相结合的松动部件检测方法。OFM 算法用以提取被噪声淹没的冲击响应信号,并提高信号的信噪比;支持向量机可以通过对有限样本数据进行学习,使支持向量机模型具有了识别信号的能力,从而实现对松动件跌落冲击响应信号、脉冲干扰信号以及噪声信号的有效辨识。

支持向量机(supporter vector machine, 简称 SVM)是基于统计学习理论发展起来的一种新型模式识别方法,起初是用于解决两类数据的分类问题,其核心思想是建立一个最优超平面作为决策曲面,使得两类数据之间的隔离边缘最大化^[17,20]。

支持向量机辨识过程由数据库建立、支持向量机模型生成及信号辨识等部分组成,如图8所示。根据辨识要求,数据库中应包含3种类别信号:冲击响应信号、噪声信号和脉冲干扰信号,其中冲击响应信号采用平板钢球跌落实验数据,噪声信号与脉冲干扰信号均采用核电站实堆背景信号的噪声信号与脉冲干扰信号。表3给出了3种信号的训练标签(x_i, x_{label})。

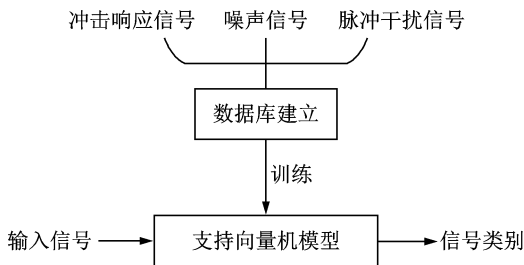


图8 支持向量机辨识过程

Fig. 8 Support vector machine identification process

表3 支持向量机训练数据及对应训练标签

Tab. 3 Training data and training labels of the support vector machine

| 训练数据 x_i | 训练标签 x_{label} |
|------------|------------------|
| 冲击响应信号 | 0 |
| 噪声信号 | 1 |
| 脉冲干扰信号 | 2 |

图9给出了低信噪比环境下松动件检测方法的2种方案具体流程,方案1直接将原始采集信号的短时均方根(取5ms数据宽度)数据输入至支持向

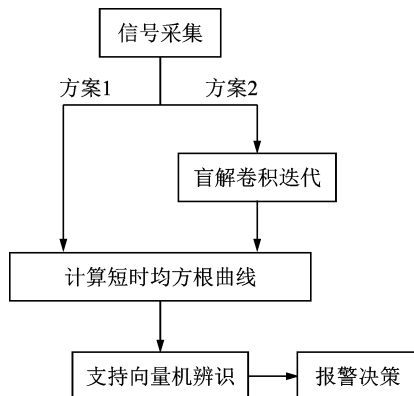


图9 松动部件检测方法流程

Fig. 9 Loose parts detection process

量机中辨识,根据辨识结果进行报警决策;方案 2 则将原始采集信号经过 OFM 盲解卷积迭代处理,然后计算其短时均方根,并输入至已训练好的支持向量机模型,根据辨识结果进行报警决策。

2.2 基于相同质量松动件相同高度跌落响应数据检测

实验过程中,首先利用质量为 110g、跌落高度为 20cm、不同跌落位置获得的多组钢球跌落实验数据,与核电站实堆背景噪声进行叠加,生成一定信噪比的冲击响应信号,然后利用支持向量机对不同信噪比冲击响应信号、噪声信号与脉冲干扰信号进行辨识,辨识结果如表 4 和表 5 所示。

表 4 支持向量机识别结果(方案 1)

Tab. 4 Recognition results of the support vector machine without OFM processing (scheme 1) %

| SNR/dB | 漏报率 | 噪声误报率 | 脉冲干扰误报率 |
|--------|-----|-------|---------|
| 0 | 0 | 4 | 18 |
| -5 | 0 | 4 | 18 |
| -10 | 0 | 4 | 18 |
| -12 | 16 | 4 | 18 |
| -13 | 28 | 4 | 18 |
| -14 | 40 | 4 | 18 |
| -15 | 56 | 4 | 18 |

仿真数据的钢球质量为 110g,跌落高度为 20,30,50 cm

表 5 支持向量机识别结果(方案 2)

Tab. 5 Recognition results of the support vector machine with OFM processing (scheme 2) %

| SNR/dB | 漏报率 | 噪声误报率 | 脉冲干扰误报率 |
|--------|-----|-------|---------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| -5 | 0 | 0 | 0 |
| -10 | 0 | 0 | 0 |
| -12 | 0 | 0 | 0 |
| -13 | 0 | 0 | 0 |
| -14 | 0 | 0 | 0 |
| -15 | 8 | 0 | 0 |

仿真数据的钢球质量为 110 g,跌落高度为 20,30,50 cm

从表 4 的数据可以看出,在未经 OFM 算法处理(方案 1)下,当信噪比降至 -12 dB 时,已存在明显漏报率,随着信噪比降低,识别能力逐渐减弱;同时噪声误报率和脉冲干扰误报率也处于较高水平,识别效果较差。结合表 4 和表 5 的数据可以看出,经过 OFM 算法处理(方案 2)之后的漏报率显著降

低,当信噪比大于 -14 dB 时,漏报率极低,基本不会发生漏报,同时也降低了噪声误报率和脉冲干扰误报率。

2.3 基于不同质量松动件不同高度跌落响应数据检测

考虑不同质量、不同高度对跌落响应识别能力的影响。实验中通过改变钢球质量和跌落高度(每种工况下的钢球质量及跌落高度见表 1),可采集到多组跌落冲击响应信号。将实验数据与噪声信号叠加(-12 dB),经 OFM 算法处理,如图 10 所示。可以看出,不同钢球质量和跌落高度情况下,冲击响应信号恢复后的短时均方根与源信号之间的相关系数均高于 0.91,达到了较好的恢复效果。利用支持向量机对不同钢球质量的各组信号分别进行辨识,以观察钢球质量对支持向量机辨识能力的影响,辨识结果如表 6 所示。可以看出,随着质量的增加,检测方法仍具有较好的识别能力,没有明显的下降。

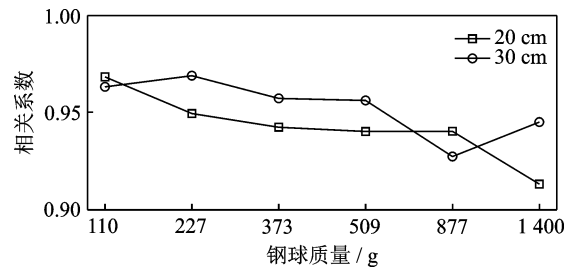


图 10 质量和跌落高度对信号恢复程度的影响

Fig. 10 The effect of mass and drop height on signal recovery degree

表 6 不同钢球质量下支持向量机识别结果

Tab. 6 Recognition results of the support vector machine with different ball quality g

| SNR/dB | 漏报率/% | | | | |
|--------|-------|-----|-----|-----|-------|
| | 100 | 227 | 373 | 877 | 1 400 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -13 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| -14 | 0 | 10 | 2 | 0 | 8 |
| -15 | 8 | 18 | 16 | 6 | 20 |

噪声误报率和脉冲干扰误报率为 0

每组仿真数据的跌落高度为 20,30,50 cm

将不同质量、不同跌落高度的实验数据等比例混合,进行支持向量机训练和识别,结果如表 7 所

示。可以发现,相较于单一质量跌落高度的识别结果,多质量、不同跌落高度下算法的漏报率有略微增加,但仍具有很好的抗噪声、抗脉冲干扰的能力。

表7 支持向量机识别结果

Tab. 7 Recognition results of the support vector machine %

| SNR/dB | 漏报率 | 噪声误报率 | 脉冲干扰误报率 |
|--------|-----|-------|---------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| -5 | 0 | 0 | 0 |
| -10 | 0 | 0 | 0 |
| -12 | 0 | 0 | 0 |
| -13 | 2 | 0 | 0 |
| -14 | 8 | 0 | 0 |
| -15 | 12 | 0 | 0 |

2.4 对含有2次碰撞时松动件跌落响应的检测

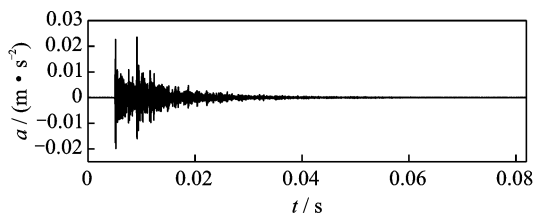
当松动部件跌落后,可能与核电站结构内部产生多次碰撞。以2次碰撞为例,研究多次碰撞对检测算法识别能力的影响。2次碰撞信号由存在时间延迟的2组原始冲击响应信号叠加生成,时间延迟使第1次碰撞的衰减阶段与第2次碰撞的开始阶段重叠,仿真波形及OFM处理结果如图11所示,可以看出OFM算法可以成功恢复信噪比为-12 dB的2次碰撞信号。

仿真生成100组2次碰撞响应信号,将其短时均方根输入至已训练完成的支持向量机中。其中99组数据正确识别为冲击响应信号,1组数据误识别为噪声数据,漏报率为1%。可以看出当松动件跌落冲击含有2次碰撞时,检测方法仍能恢复并正确辨识出冲击响应信号。

3 结论

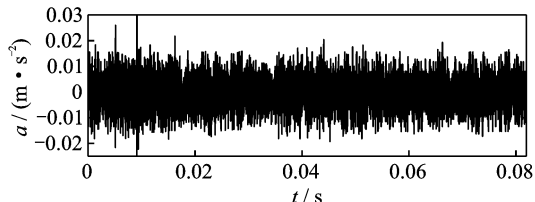
1) 将一种基于高阶统计量的盲解卷积算法应用于强噪声背景下松动部件的冲击响应提取,并对盲解卷积算法进行了参数优化设计,显著提高了求解速度和信号提取能力。利用平板钢球跌落实验数据和实堆背景噪声数据开展了方法验证研究,结果表明,盲解卷积算法能够很好地提取出淹没于噪声信号中的冲击响应信号,并使非冲击时刻的噪声能量降低了75%,有效地抑制了噪声,显著提高了信号的信噪比。

2) 结合盲解卷积算法和支持向量机的辨识分类算法,提出了一种低信噪比环境下核电站松动部件检测方法。平板钢球跌落实验的检测结果表明,



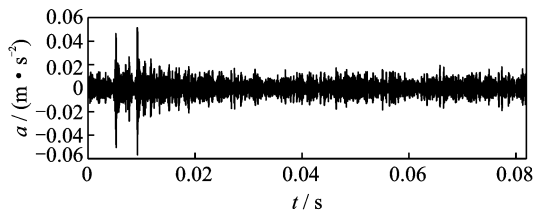
(a) 2次碰撞原始信号时域波形

(a) Time-domain waveform of the two collision original signal



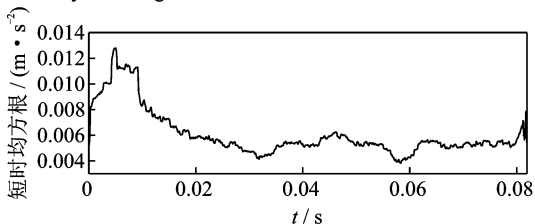
(b) 叠加冲击响应信号时域波形(SNR=-12 dB)

(b) Time domain waveform of superimposed impulse response (SNR=-12 dB)



(c) 经OFM算法处理后冲击响应信号时域波形

(c) Time domain waveform of impulse response signal processed by OFM algorithm



(d) 经OFM算法处理后冲击响应信号短时均方根

(d) RMS of impulse response signal processed by OFM algorithm

图11 OFM算法识别2次碰撞信号(SNR=-12 dB)

Fig. 11 OFM algorithm to identify secondary collision signal (SNR=-12 dB)

在信噪比降低至-14 dB时,仍具有极低的漏报率,并且噪声误报率及脉冲干扰误报率为零。在考虑多质量、多跌落高度、多次碰撞等实际工况下,该方法仍具有良好的抗误报和抗漏报能力。

参 考 文 献

- [1] SZAPPANOS G, FEHER A, LÖRINCZ J, et al. A new digital expert loose part detection system[J]. Annals of Nuclear Energy, 1997, 24(14): 1097-1103.
- [2] BECHTOLD B, KUNZE U. KUES'95-the modern diagnostic system for loose parts monitoring [J]. Progress in Nuclear Energy, 1999, 34(3): 221-230.
- [3] MAYO C W. Loose-part mass and energy estimation

- [J]. *Progress in Nuclear Energy*, 1999, 34(3): 263-282.
- [4] FANG L X, JI T T, ZENG F, et al. A study on the method of impact mass estimation of loose parts[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2014, 70: 242-248.
- [5] MA J, JIANG J. Applications of fault detection and diagnosis methods in nuclear power plants; a review [J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2011, 53(3): 255-266.
- [6] 方力先, 倪益华. 用小波非线性阈值滤波法检测反应堆松动件冲击信号[J]. *原子能科学技术*, 2004, 38(2): 159-161.
FANG Lixian, NI Yihua. Detection of impact signal from the reactor loose parts by wavelet nonlinear threshold value filtering method[J]. *Atomic Energy Science and Technology*, 2004, 38(2): 159-161. (in Chinese)
- [7] SZAPPANOS G, POR G. Basics ideas and realization of completely digitized loose part detectin system HELPS[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 1999, 34(3): 195-201.
- [8] CAO Y, HE Y, ZHENG H, et al. An alarm method for a loose parts monitoring system[J]. *Shock and Vibration*, 2012, 19(4): 753-761.
- [9] KIM J S, HWANG I K, KIM T W, et al. An automatic diagnosis method for loose parts monitoring system[C]//2001 IEEE International Symposium on Industrial Electronics Proceedings. [S. l.]: IEEE International Symposium on, 2001: 1971-1977.
- [10] FIGEDY S, OKSA G. Modern methods of signal processing in the loose part monitoring system[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2005, 46(3/4): 253-267.
- [11] 杨波, 夏虹, 张晓玉. 基于自适应阈值的小波包在松动部件信噪分离中的研究[J]. *原子能科学技术*, 2014, 48(11): 2045-2050.
YANG Bo, XIA Hong, ZHANG Xiaoyu. Research on signal-noise separation in loose parts impact signal based on autonomous adaptive threshold wavelet packets [J]. *Atomic Energy Science and Technology*, 2014, 48(11): 2045-2050. (in Chinese)
- [12] 周文娟, 陈廷相. 压水堆松动件故障监测中水对碰撞波影响的研究[J]. *核动力工程*, 1998, 19(6): 509-513.
ZHOU Wenjuan, CHEN Tingxiang. Study on impact of medium water on collision wave in loose parts monitoring systemt of PWR[J]. *Nuclear Power Engineering*, 1998, 19(6): 509-513. (in Chinese)
- [13] POR G, KISS J, SOROSANSZKY I, et al. Development of a false alarm free, advanced loose parts monitoring system (ALPS)[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2003, 43(1/4): 243-251.
- [14] AYERS G, DAINTY J C. Iterative blind deconvolution method and its applications[J]. *Optics Letters*, 1988, 13(7): 547-549.
- [15] CHAN T F, WONG C K. Total variation blind deconvolution[J]. *IEEE transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 370-375.
- [16] LEE J Y, NANDI A. Blind deconvolution of impacting signals using higher-order statistics[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998, 12(2): 357-371.
- [17] AKATA Z. Good practice in large-scale learning for image classification[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 36(3): 507-520.
- [18] NANDI A K, MAMPEL D, ROSCHER B. Blind deconvolution of ultrasonic signals in nondestructive testing applications [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(5): 1382-1390.
- [19] LEE R J, NICEWANDER W A. Thirteen ways to look at the correlation coefficient[J]. *The American Statistician*, 1988, 42(1): 59-66.
- [20] 丁世飞, 齐丙娟, 谭红艳. 支持向量机理论与算法研究综述[J]. *电子科技大学学报*, 2011, 40(1): 2-10.
DING Shifei, QI Bingjuan, TAN Hongyan. An overview on theory and algorithm of support vector machines[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2011, 40(1): 2-10. (in Chinese)



第一作者简介:孟剑林,男,1996年11月生,硕士生。主要研究方向为系统参数辨识和载荷识别等。

E-mail: mengjianlin@stu.xjtu.edu.cn

通信作者简介:谢石林,男,1971年10月生,教授。主要研究方向为振动与噪声控制、智能材料、损伤检测和载荷识别等。

E-mail: slxie@mail.xjtu.edu.cn

辅助线法预测 Preisach 类一阶回转曲线*

孙浩添^{1,2,3}, 杜福嘉^{1,2}, 张志永^{1,2}

(1. 中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所 南京, 210042)

(2. 中国科学院天文光学技术重点实验室 南京, 210042) (3. 中国科学院大学 北京, 100049)

摘要 为了实现磁致伸缩和压电材料迟滞特性的描述,建立高精度前馈补偿系统,对 Preisach 模型一阶回转曲线的预测方法进行了研究。首先,介绍了一阶回转曲线及经典插值法预测一阶回转曲线的基本原理,着重指出线性经典插值法对 Preisach 模型一阶回转曲线的预测存在不足;其次,在此基础上,利用非线性变换的思想,提出了辅助线法预测一阶回转曲线;最后,实验比较了超磁致伸缩材料(giant magnetostrictive material,简称 GMM)与压电陶瓷(piezoelectric ceramic transducer,简称 PZT)两种迟滞情况下,辅助线法和经典插值法对迟滞一阶回转曲线的预测结果。实验结果表明:在 GMM 迟滞下,对任意一阶回转曲线的预测数据,辅助线法的均方根误差(root mean square error,简称 RMSE)最大减少为经典插值法的 14.22%;对所有预测数据,辅助线法的 RMSE 减少为经典插值法的 29.42%;在 PZT 迟滞下,对任意一阶回转曲线的预测数据,辅助线法的 RMSE 最大减少为经典插值法的 18.18%;对所有预测数据,辅助线法的 RMSE 减少为经典插值法的 41.07%。辅助线法对一阶回转曲线的预测精度整体高于经典插值法,且迟滞效应的非线性误差越高,预测精度较经典插值法越优异。

关键词 Preisach 模型;迟滞效应;一阶回转曲线;辅助线法

中图分类号 TM27

引言

以 GMM^[1-2] 和 PZT^[3-4] 等为核心单元的作动器^[5]广泛应用于精密控制系统,这些作动器在响应外界激励时都具不同程度的迟滞非线性效应,迟滞非线性效应会影响系统的控制精度^[6]。为了消除迟滞非线性对控制系统的影响,通常可建立迟滞非线性效应的模型,借助非线性逆模^[7-8],采用基于开环补偿的前馈控制^[9]或基于补偿的闭环控制^[10]来消除迟滞。迟滞模型可分为机理模型和数学模型两大类,数学模型包括 Preisach^[11]模型、神经网络模型^[12]等,机理模型包括 J-A 模型^[13]、自由能模型^[14]等。由于 Preisach 模型是一种与迟滞机理无关的实验数据模型,具有简单、通用等优点,因此被广泛应用于迟滞非线性建模^[15]。Hasiak 等^[16]采用通过采样一阶回转曲线的数值方法建立 Preisach 模型。

目前对于 Preisach 模型一阶回转曲线的未采样点,基本都采用最初的经典插值法进行预测。经典插值法是一种线性插值方法^[17],其对迟滞非线性

效应描述效果的优劣,受到模型线性度^[18]的显著影响^[7]。线性度为器件实际输出与理想直线的最大偏差与满量程输出的百分比,该值越小表明线性特性越好。迟滞效应具有明显的非线性特征,因此,如果能采用非线性变换降低迟滞非线性效应对模型的影响,将有利于预测未采样的一阶回转曲线。笔者提出一种新的辅助线法来对迟滞一阶回转曲线进行预测,并通过实验分别对 GMM 迟滞、PZT 迟滞比较了经典插值法与辅助线法的预测精度。结果表明,辅助线法的预测精度高于经典插值法,迟滞模型非线性误差越大,辅助线法的预测精度就越优异于经典插值法。

1 一阶回转曲线及经典插值法

1.1 一阶回转曲线

要得到 Preisach 模型,就要先测量一阶回转曲线。一阶回转曲线如图 1 所示,施加正方向激励时,

* 国家自然科学基金资助项目(11373049, 11190013)
收稿日期:2018-06-14;修回日期:2018-09-04

横轴为 α 轴,无量纲;施加反方向激励时,横轴为 β 轴,无量纲;纵轴 $f(\alpha, \beta)$ 表示一次正反激励下系统的输出,无量纲。负向饱和点 (α_0, β_0) 为系统的初始点,由初始点正向激励至某 (α_n, β_n) ,然后由 (α_n, β_n) 反向激励系统至 (α_n, β_0) ,其中反向激励形成的曲线就是一阶回转曲线, (α_n, β_n) 称为回转点,回转点处 $\alpha_n = \beta_n$ 。

Preisach 模型是通过实测数据建立的,采样一阶回转曲线是建立模型的第 1 步。其过程如下:由回转点 (α_n, β_n) 反向激励至 (α_n, β_0) ,记录所有输出 $f(\alpha_n, \beta_{n-k}) (k=0, 1, \dots, n)$ 。由于迟滞效应的影响, $f(\alpha_n, \beta_0) \neq f(\alpha_0, \beta_0)$,所有的 $f(\alpha_n, \beta_{n-k})$ 就表示回转点 (α_n, β_n) 下的一阶回转曲线。

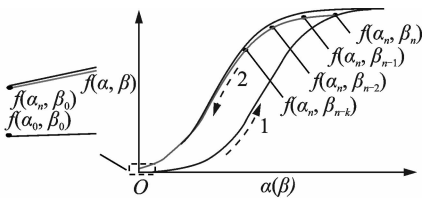


图 1 由负向饱和开始的一阶回转曲线

Fig. 1 First order reversal curve starting from negative saturation

不同的回转点 (α_n, β_n) 决定了不同的一阶回转曲线。将所有的一阶回转曲线采样点,按照各自的 α_n 和 β_n 绘制在 α - β 平面中就得到了 Preisach 限制三角形,如图 2 所示。由图 2 可以看出,在一阶回转曲线上存在大量的未采样点,称为未知点。其中落在矩形网格内部的未知点为 $f(\alpha_R, \beta_R)$,落在三角形网格内部的未知点为 $f(\alpha_T, \beta_T)$ 。为了从已知采样点预测未知点的值,通常可采用经典插值法。

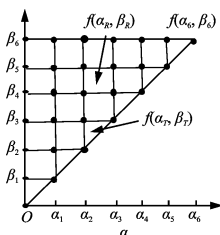


图 2 Preisach 限制三角形

Fig. 2 Preisach restricted triangle

1.2 经典插值法

尽管可以通过细分采样步长、密集化网格划分来减小模型误差,但这会造成实验数据成平方的增加^[19],且受到检测设备的分辨率、激励源的步长精度等影响而难以实现。因此,常通过经典插值法来

提高模型精度^[20]。经典插值法的基本原理是将未知点与未知点所处区域的各项点连线,根据连线分割后的各子区域面积确定未知点的值,如图 3 所示。未知点可分为以下两种情况。

1) 由 4 个已知顶点确定矩形网格内部的未知点 $f(\alpha_R, \beta_R)$,如图 3(a)所示

$$f(\alpha_R, \beta_R) = \frac{S_4 f(\alpha_{i+1}, \beta_j) + S_3 f(\alpha_{i+1}, \beta_{j+1}) + S_2 f(\alpha_i, \beta_i) + S_1 f(\alpha_i, \beta_{j+1})}{S_4 + S_3 + S_2 + S_1} \quad (1)$$

其中: S_1, S_2, S_3 和 S_4 分别为 4 个小矩形面积。

2) 由 3 个已知顶点确定三角形网格内部的未知点 $f(\alpha_T, \beta_T)$,如图 3(b)所示

$$f(\alpha_T, \beta_T) = \frac{S_3 f(\alpha_{i+1}, \beta_j) + S_2 f(\alpha_{i+1}, \alpha_{i+1}) + S_1 f(\alpha_i, \alpha_i)}{S_3 + S_2 + S_1} \quad (2)$$

其中: S_1, S_2 和 S_3 分别为 3 个小三角形面积。

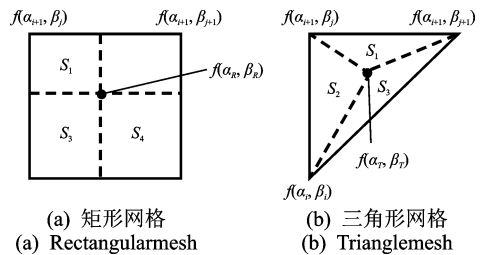


图 3 经典插值法

Fig. 3 Classical interpolation method

由式(1)、式(2)可知,经典插值法是一种线性插值法,在模型非线性误差较大时,必须用大量的采样点将图 2 的网格划分的非常致密,才能降低非线性误差,从而保证经典插值法的准确性;而网格划分比较稀疏时,必须采取其他措施保证模型的精度。

2 辅助线法

2.1 非线性变换

从数学现象学角度展开分析^[21],因为回转点 (α_n, β_n) 的不同导致一阶回转曲线不同,所以如果能消除回转点对一阶回转曲线的影响,就能综合分析全部一阶回转曲线在反向激励下的变化规律。

如图 4 所示, A, B 和 C 是具有相同横坐标的采样点, β_{max} 为最大激励。

A 位于主迟滞下降曲线 f_d 上,坐标为 $f_d: [\beta, f_d(\beta)]$, $\beta \in [0, \beta_{max}]$; B 位于一阶回转曲线 f 上,坐标为 $f: [\beta, f(\beta)]$, $\beta \in [0, \beta_n]$; C 位于主迟

滞上升曲线 f_u 上,坐标为 $f_u: [\beta, f_u(\beta)]$, $\beta \in [0, \beta_{\max}]$ 。

$$AB = f_d(\beta) - f(\beta) \quad (3)$$

$$AC = f_d(\beta) - f_u(\beta) \quad (4)$$

A, B, C 重合时对预测一阶回转曲线无实际意义,因此 $\beta_n < \beta_{\max}$ 。定义非线性变换

$$G = \frac{AB}{AC} = \frac{f_d(\beta) - f(\beta)}{f_d(\beta) - f_u(\beta)} \quad (\beta \in [0, \beta_n]) \quad (5)$$

其中: G 为非线性变换的结果,无量纲。

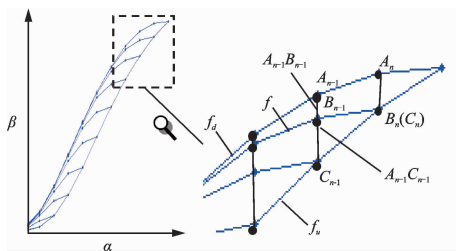


图4 非线性变换

Fig. 4 Nonlinear transformation

2.2 非线性变换的性质

式(5)的非线性变换具有以下两条重要性质。

性质1: $\forall (\alpha_n, \beta_n), G \in [G_{\min}, 1]$ 。证明如下。

1) 回转点处 B 和 C 重合, $AB = AC$, $G = 1$ 。

2) 负向饱和处 B 和 C 再次重合, $AB = AC$, $G = 1$ 。根据迟滞效应的现象学数学模型^[23],一阶回转曲线将先于主迟滞下降曲线达到反向饱和,此时 B 和 C 重合于主迟滞上升曲线上。

3) 其他情况 $AB < AC$, $G_{\min} \leq G < 1$ 。 A 和 B 竖直距离最近时 $G = G_{\min}$ 。

性质2: 在 $\beta-G$ 平面内, $\beta \in [0, \beta_n]$, 若 $\beta_n \rightarrow 0$, 则 $\forall (\beta, G) \rightarrow (0, 1)$ 。证明如下。

1) $\beta = \beta_n$, 由性质1第1条, $G = 1$ 得以证明。

2) $\beta = 0$, 分两种情况讨论: ①系统未经历任何回转过程 $\beta_n = 0$, 初值 $f_d(0) \neq 0, f_u(0) = 0$, 剩余迟滞 $f_{\text{res}} = 0$, 所以 $f(0) = 0$, 代入式(5), $G = 1$ 得以证明; ②系统经历过回转过程 $\beta_n \neq 0$, 初值 $f_d(0) \neq 0, f_u(0) = 0$, 剩余迟滞 $f_{\text{res}} \neq 0$, 所以 $f(0) = f_{\text{res}}$, 代入式(5), 根据迟滞现象的基本原理, 若 $\beta_n \rightarrow 0$, 则 $f_{\text{res}} \rightarrow 0$, 则 $G \rightarrow 1$ 得以证明。

3) $\beta \in (0, \beta_n)$, 若 $\beta_n \rightarrow 0$, 则 $\beta \in (0, \beta_n)$ 中左右极限皆为 0, 根据夹逼定理 $\beta = 0$ 。结合上一步的结论, 若 $\beta_n \rightarrow 0$, 则 $G \rightarrow 1$ 得以证明。

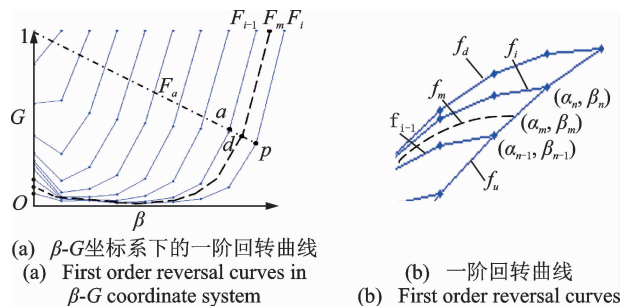
根据性质1, 式(5)消除了回转点不同对回转曲线的影响, 任何回转曲线都有 $G \in [G_{\min}, 1]$ 。

根据性质2, $\forall (\beta, G) \rightarrow (0, 1)$ 有许多种可选

轨迹, 其中直线轨迹是最简单的一种。因此, 可以用 $\forall (\beta, G)$ 与 $(0, 1)$ 的直线近似表示该点在 $\beta-G$ 平面的运动轨迹, 这条直线就是本研究中的辅助线。

2.3 辅助线法实施过程

已知待预测曲线 f_m 落在 f_i 和 f_{i-1} 之间, 如图5(b)所示, f_m 的回转点为 (α_m, β_m) , f_i 和 f_{i-1} 的回转点分别为 (α_i, β_i) 和 $(\alpha_{i-1}, \beta_{i-1})$, 预测 f_m 的过程如下。



(a) $\beta-G$ 坐标系下的一阶回转曲线
(a) First order reversal curves in $\beta-G$ coordinate system

(b) 一阶回转曲线
(b) First order reversal curves

图5 辅助线法

Fig. 5 Auxiliary line method

1) 非线性变换。取相邻一阶回转曲线 f_i, f_{i-1} 的采样点以及 f_d, f_u 的采样点, 拟合 f_i, f_{i-1}, f_d 和 f_u 方程 $f_i(\beta), f_{i-1}(\beta), f_d(\beta)$ 和 $f_u(\beta)$, 并代入式(5), 得到 f_i, f_{i-1} 的变换式方程 $F_i(\beta, G), F_{i-1}(\beta, G)$ 。

2) 辅助线法求解。过 $(0, 1)$ 的辅助线方程为 $F_a(\beta, G, k)$, 参数 k 表示直线斜率, 由于 k 最终将被消去, 因此不必对斜率无穷大的情况单独讨论。分别联立方程 $F_i(\beta, G), F_{i-1}(\beta, G)$ 与 $F_a(\beta, G, k)$, 计算交点 a 和 p 关于 k 的表达式, 记为 $a: [\beta(k), G(k)], p: [\beta(k), G(k)]$ 。采用式(6)、式(7)计算 $\beta-G$ 平面内的待预测曲线方程上的点 $d: [\beta(k), G(k)]$

$$d = \left(\frac{\beta_n - \beta_m}{\beta_n - \beta_{n-1}} \right) a + \left(\frac{\beta_m - \beta_{n-1}}{\beta_n - \beta_{n-1}} \right) p \quad (6)$$

消去 $d: [\beta(k), G(k)]$ 中的参数 k , 得到 $\beta-G$ 平面内的待预测曲线方程 $F_m(\beta, G)$ 。

3) 非线性逆变换。将方程 $f_d(\beta), f_u(\beta)$ 和 $F_m(\beta, G)$ 代入式(5), 得待预测一阶回转曲线方程 $f_m(\beta)$ 。

算法流程如图6所示。

2.4 辅助线法与经典插值法的比较

1) 对已知信息的利用率。在求解1个预测点时, 经典插值法只用了相邻2条一阶回转曲线的4个采样点信息。辅助线法用了 f_u, f_d 和相邻2条一

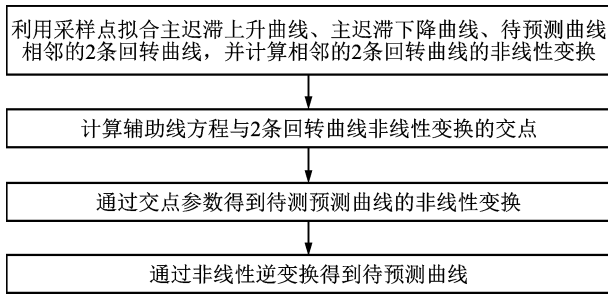


图 6 辅助线法流程图

Fig. 6 Auxiliary line method flow chart

阶回转曲线的全部采样点信息。显然,在对已知信息的利用率上,辅助线法优于经典插值法。

2) 模型近似。经典插值法将相邻采样点间近似为直线,这种近似在非线形误差较低的情况下是可以接受的。辅助线法采用非线性变换,在 βG 平面内拟合最优曲线。因此,辅助线法受非线性误差影响低。非线性误差越高,非线性变换就越优于线性变换。

3 测量实验与结果

为了验证辅助线法的有效性,分别比较了 GMM 迟滞与 PZT 迟滞两种情况下辅助线法与经典插值法对一阶回转曲线的预测效果,其中 GMM 迟滞数据来源于文献[23],PZT 迟滞数据来源于实际测量。PZT 迟滞测试平台如图 7 所示,信号源采用苏州博实机器人技术有限公司的 PPC 系列集成式精密定位控制器,输出电压静态纹波 $<30\text{mV}$,输出电压稳定性 $<0.1\% \text{FS}/8\text{h}$,输出电压分辨率为 16bit。检测装置采用美国 MTI 公司的 Accumeasure9000 电容位移传感器,测量范围为 $0\sim 125\mu\text{m}$,分辨率($\% \text{满量程}$)为 0.00167% ,精度($\% \text{满量程}$)为 $\pm 0.02\%$ 。

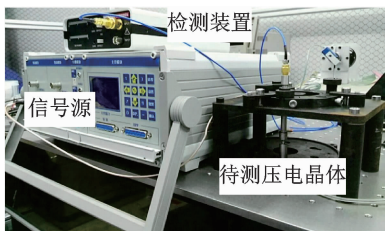


图 7 PZT 迟滞数据实测平台

Fig. 7 PZT hysteresis data measurement platform

3.1 实验设计

将归一化的原始数据的奇数行与奇数列作为已

知数据,偶数行与偶数列作为真实数据。分别采用经典插值法与辅助线法预测真实数据。根据预测数据与真实数据的均方根误差的大小,评估预测方法的精度。

3.2 GMM 迟滞实验结果

将两种方法下的预测数据与真实数据绘制于图 8 中。其中:蓝色实线为真实数据;红色点划线为经典插值法预测数据;黑色虚线为辅助线法预测数据,可以直观地看出辅助线法优于经典插值法。如表 1 所示,结果保留两位小数。

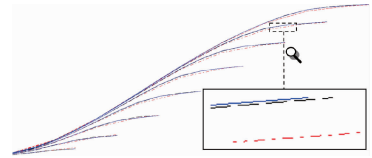


图 8 GMM 迟滞下两种方法的预测数据与真实数据

Fig. 8 Prediction data of tow methods and real data under GMM hysteresis

表 1 GMM 迟滞下每条曲线的预测数据与真实数据的 RMSE
Tab. 1 The RMSE between data predicted of GMM hysteresis and real data

| 预测数据 点数/真实 数据的非线 性误差/ $\%$ | 辅助线法预 测数据与真 实数据的 RMSE(10^{-3}) | 经典插值法 预测数据与 真实数据的 RMSE(10^{-3}) | 辅助线法 与经典插 值法误差 对比/ $\%$ |
|-------------------------------------|---|--|----------------------------------|
| 18/13.67 | 0.69 | 4.85 | 14.22 |
| 16/12.89 | 0.91 | 5.64 | 16.13 |
| 14/12.10 | 1.14 | 6.28 | 18.15 |
| 12/11.24 | 1.29 | 6.44 | 20.03 |
| 10/10.29 | 1.80 | 5.90 | 30.50 |
| 8/8.93 | 2.59 | 4.75 | 54.52 |
| 6/7.95 | 2.65 | 3.59 | 73.82 |
| 4/5.08 | 0.78 | 2.82 | 27.56 |

由表 1 可以看出,在相同的预测数据点数下,辅助线法的 RMSE 都不同程度地小于经典插值法的 RMSE。如预测数据点数为 18,辅助线法误差是经典插值法的 $0.69/4.85 \times 100\% = 14.22\%$ 。通过误差对比,辅助线法对任意回转曲线的预测精度都高于经典插值法。对所有预测数据来说,辅助线法的 RMSE 为 1.48×10^{-3} ,经典插值法的 RMSE 为 5.03×10^{-3} ,误差减少到原来的 29.42%。辅助线法的整体预测精度高。

随着真实数据非线性误差的升高,辅助线法与经典插值法误差对比整体呈降低趋势。非线性误差

越高,辅助线法的非线性变换就越优于经典插值法的线性变换。

3.3 PZT 迟滞实验结果

图9中曲线表示方法、表2中数据记录方法及有效数字位数皆与GMM迟滞实验结果相仿。

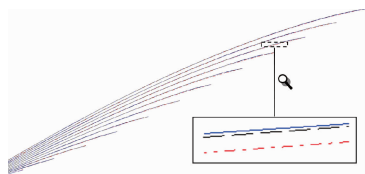


图9 PZT迟滞下两种方法预测数据与真实数据

Fig.9 Prediction data of two methods and real data under PZT hysteresis

表2 PZT迟滞下每条曲线预测数据与真实数据的RMSE
Tab.2 The RMSE between data predicted of PZT hysteresis and real data

| 预测数据 点数/真实 数据的非 线性误差/% | 辅助线法预 测数据与真 实数据的 RMSE(10^{-3}) | 经典插值法 预测数据与 真实数据的 RMSE(10^{-3}) | 辅助线法和 经典插值法 误差对比/% |
|---------------------------------|---|--|--------------------------|
| 24/7.58 | 0.64 | 0.97 | 65.98 |
| 22/7.04 | 0.41 | 1.07 | 38.32 |
| 20/6.64 | 0.30 | 1.36 | 22.06 |
| 18/6.11 | 0.30 | 1.32 | 22.73 |
| 16/5.67 | 0.37 | 1.43 | 25.87 |
| 14/4.90 | 0.20 | 1.10 | 18.18 |
| 12/4.31 | 0.50 | 1.00 | 50.00 |
| 10/3.73 | 0.64 | 0.70 | 91.42 |
| 8/2.97 | 0.41 | 1.13 | 36.28 |
| 6/2.21 | 0.37 | 1.07 | 34.58 |
| 4/1.43 | 0.94 | 1.12 | 83.93 |

由表2可以看出,在相同的预测数据点数下,辅助线法的RMSE都不同程度地小于经典插值法的RMSE。如预测数据点数为24,辅助线法误差是经典插值法的 $0.64/0.97 \times 100\% = 65.98\%$ 。通过误差对比,辅助线法对任意回转曲线的预测精度都高于经典插值法。对所有预测数据来说,辅助线法的RMSE为 0.46×10^{-3} ,经典插值法的RMSE为 1.12×10^{-3} ,误差减少到原来的41.07%。辅助线法的整体预测精度高。

4 结论

1) 笔者利用非线性变换的思想,提出了一种用

辅助线预测一阶回转曲线的方法,详细介绍了辅助线法的基本原理与实施过程,并实验验证了方法的可行性。

2) 在GMM迟滞下,对任意一阶回转曲线的预测数据来说,辅助线法的RMSE最大减少为经典插值法的14.22%;对所有预测数据来说,辅助线法的RMSE缩小为经典插值法的29.42%。在PZT迟滞下,对任意一阶回转曲线的预测数据来说,辅助线法的RMSE最大减少为经典插值法的18.18%;对所有预测数据来说,辅助线法的RMSE缩小为经典插值法的41.07%。

3) 因为GMM迟滞的非线性误差比PZT迟滞的非线性误差大,所以GMM迟滞下采用辅助线法改善RMSE的程度高于PZT迟滞下的对应程度。这说明迟滞效应的非线性误差越大,辅助线法的非线性变换就越优于经典插值法的线性变换。

参 考 文 献

- [1] 蔡万宠, 张建富, 郁鼎文, 等. 超磁致伸缩超声振动系统的机电转换效率研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(19):52-58.
CAI Wanchong, ZHANG Jianfu, YU Dingwen, et al. Research on the electromechanical conversion efficiency for giant magnetostrictive ultrasonic machining system [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(19):52-58. (in Chinese)
- [2] 薛光明, 张培林, 何忠波, 等. 喷油器用超磁致伸缩致动器多自由度模型[J]. 机械工程学报, 2015, 51(24):97-104.
XUE Guangming, ZHANG Peilin, HE Zhongbo, et al. Multiple degrees of freedom model of giant magnetostrictive actuator used on high-pressure-common-rail injector[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(24):97-104. (in Chinese)
- [3] 于志亮, 王岩, 曹开锐, 等. 压电陶瓷执行器迟滞补偿及复合控制[J]. 光学精密工程, 2017, 25(8):2113-2120.
YU Zhiliang, WANG Yan, CAO Kairui, et al. Hysteresis compensation and composite control for piezoelectric actuator [J]. Optical Precision Engineering, 2017, 25(8):2113-2120. (in Chinese)
- [4] 王亮, 舒承有, 金家楣, 等. 用于驱动履带的夹心式压电作动器的动力学特性[J]. 机械工程学报, 2017, 53(5):128-135.
WANG Liang, SHU Chengyou, JIN Jiamei, et al. Dynamical characteristics of sandwich-type piezoelectric actuator for driving track[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(5):128-135. (in Chinese)
- [5] 张春林, 贺国京, 易锦. 菱形微位移压电作动器输入输出杂交建模[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(3):

- 518-524.
- ZHANG Chunlin, HE Guojing, YI Jin. Hybrid modeling input and output for a rhombic micro-displacement amplifier[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(3):518-524. (in Chinese)
- [6] 冒鹏飞, 王传礼, 喻曹丰, 等. 磁滞伸缩驱动器磁滞特性的 Preisach 模型建模[J]. *科学技术与工程*, 2017, 17(9):149-152.
- MAO Pengfei, WANG Chuanli, YU Caofeng, et al. Establish the Preisach model of hysteresis in giant magnetostrictive material[J]. *Science Technology and Engineering*, 2017, 17(9):149-152. (in Chinese)
- [7] 龚大成, 吕福在, 潘晓弘, 等. Preisach 逆补偿的 GMA 精密轨迹跟踪与实验优化[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(8):1241-1246.
- GONG Dacheng, LÜ Fuzai, PAN Xiaohong, et al. Precision tracking and experimental optimization of GMA by Preisach inverse compensation[J]. *Optical Precision Engineering*, 2007, 15(8):1241-1246. (in Chinese)
- [8] SONG X, DUGGEN L, LASSEN B, et al. Modeling and identification of hysteresis with modified Preisach model in piezoelectric actuator[C]//2017 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Munich, Germany;IEEE,2017: 1538-1543.
- [9] 刘一帆, 章文俊. 压电驱动器建模与控制技术研究[J]. *压电与声光*, 2016, 38(3):363-366.
- LIU Yifan, ZHANG Wenjun. Study on modeling and control technology for piezoelectric actuators[J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2016, 38(3):363-366. (in Chinese)
- [10] 李捷. 压电驱动的快刀伺服器的迟滞逆模型辨识与自抗扰复合逆控制[J]. *机床与液压*, 2017, 45(10):153-157,161.
- LI Jie. An identification of hysteresis inverse model and composite control with active disturbance rejection control for piezoelectrically actuated fast tool servo[J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2017, 45(10):153-157, 161. (in Chinese)
- [11] 赵志刚, 戎静怡, 魏鹏, 等. 基于 Preisach 磁滞模型的分布函数辨识与实验验证[J]. *磁性材料及器件*, 2017, 48(4):6-9.
- ZHAO Zhigang, RONG Jingyi, WEI Peng, et al. Identification of distribution function and experiment verification of Preisach hysteresis model[J]. *Journal of Magnetic Materials and Devices*, 2017, 48(4):6-9. (in Chinese)
- [12] MAKAVEEV D, DUPRE L, WULF M D, et al. Modeling of quasi-static magnetic hysteresis with feed forward neural networks[J]. *Journal of Applied Physics*, 2001, 89(11):6737-6739.
- [13] JILES D C, HARIHARAN S. Interpretation of the magnetization mechanism in terfenol-D using barkhausen pulseheight analysis and irreversible magnetostriction[J]. *Journal of Applied Physics*, 1990, 67(9):5013-5015.
- [14] SMITH R C, DAPINO M J. A free energy model for hysteresis in magnetostrictive transducers[J]. *Journal of Applied Physics*, 2003, 93(1):458-466.
- [15] SUN Z, XI N, CHENG Y, et al. Exact inversion of discrete Preisach model for compensating complex hysteresis in AFM based nanomanipulator [C] // 2017 IEEE 17th International Conference on Nanotechnology (IEEE-NANO). Pittsburgh, PA, USA; IEEE, 2017:430-433.
- [16] HASIAK M, MIGLIERINI M. Thermomagnetic properties and first order reversal curve analysis of annealed Fe-Co-Si-B-Mo-P alloy[J]. *Acta Physica Polonica*, 2017, 131(5):1222-1225.
- [17] 龚大成, 唐志峰, 吕福在, 等. 非线性 Preisach 理论与超磁致伸缩执行器高阶迟滞建模[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(12):252-256.
- GONG Dacheng, TANG Zhifeng, LÜ Fuzai, et al. Nonlinear Preisach model and high order hysteresis modeling for giant magnetostrictive actuator[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(12):252-256. (in Chinese)
- [18] BERTRAM S K. Understanding linearity and monotonicity[J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2005(5):30-31.
- [19] EICHLER J, NOVÁK M, KOŠEK M. Implementation of the first order reversal curve method for identification of weight function in Preisach model for ferromagnetics[C]//2016 IEEE 11th International Conference ELEKTRO. Strbske Pleso, Slovakia; IEEE, 2016:602-607.
- [20] HUSSAIN S, LOWTHER D A. An efficient implementation of the classical Preisach model[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017(99):1-4.
- [21] DANILIN A N, SHALASHILIN A D. Hysteresis modeling of mechanical systems at nonstationary vibrations[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 2018(7):1-15.
- [22] SHI J, AVRAMIDIS S. Water sorption hysteresis in wood: II mathematical modeling-functions beyond data fitting[J]. *Holzforchung-International Journal of the Biology, Chemistry, Physics and Technology of Wood*, 2017, 71(4):317-326.
- [23] 程建华. 基于 Preisach 模型的超磁致伸缩驱动器迟滞建模与位移控制研究[D]. 天津:河北工业大学, 2008.



第一作者简介:孙浩添,男,1988年12月生,博士生。主要研究方向为机电系统计算机控制。

E-mail:htsun@niaot.ac.cn

低温容器新型纤维支撑系统固有频率特性研究^{*}

王国鹏^{1,2}, 李建国¹, 李学良^{1,2}, 赵雅楠¹, 洪国同^{1,2}

(1. 中国科学院理化技术研究所 北京, 100190)

(2. 中国科学院大学 北京, 100190)

摘要 为降低某航天用小型低温杜瓦的漏热,同时提升其力学性能,采用了超高强度、低热导率且密度小的凯夫拉纤维作为杜瓦的支撑材料,设计了支撑结构。通过对结构建立固有频率理论模型,采用 Rayleigh 法推导了前 6 阶固有频率的表达式,用有限元分析软件 Ansys 与理论计算结果进行了对比。对其中某工况设计了实际的实验支撑结构,对结构进行了三向扫频实验。理论计算结果与有限元仿真结果趋势符合良好,实验结果与理论模型误差在 20% 以内。结果表明,在此种支撑结构中,凯夫拉纤维的横截面积、纤维绳索布置的轴向角以及平面角对其固有频率具有较大影响,接触点距离以及纤维绳索预紧力对固有频率影响较小。

关键词 凯夫拉;支撑结构;低温系统;有限元仿真;固有频率;扫频实验

中图分类号 TH11; V414.2

引言

随着超导、红外探测、航空航天等前沿科技的发展,对低温技术的需求越来越广泛。其中作为贮存低温液体的低温容器,对此类技术的发展起着不可或缺的作用^[1]。低温容器的设计中,支撑结构的性能至关重要。由于低温液体的贮存温度极低,因此支撑结构的漏热要尽量小,从而减小低温液体的蒸发率,同时结构本身还要具有一定的抗冲击能力,以保证低温液体贮存的安全,减小其在运输过程中的晃动^[2-3]。此外,针对空间应用的低温容器需要满足最低固有频率要求,以避免在发射环境下结构发生共振而被破坏。这要求所采用的支撑材料本身具有较低的热导率和较高的强度,而由于系统的固有频率与支撑结构形式密切相关,因此结构的设计也应当着重考虑。一般液氮液氦等低温液体贮存容器采用不锈钢或玻璃钢作为支撑材料,同时设计拉杆、吊索或垫圈支撑座等结构,能够在降低漏热的同时抵御一定的外部冲击,然而结构的固有频率较低,难以适应空间应用下的复杂外部环境^[4]。近年来,一种新型的高分子材料对位芳纶纤维(凯夫拉)因其超高的模量(123 GPa)及抗拉强度(2.8 GPa)、极低的热

导率(0.03 W/K@4K)以及较轻的密度(1.45 g/cm³)而在低温系统中获得了越来越多的应用。英国的詹姆斯·克拉克·麦克斯韦望远镜(james clerk maxwell telescope,简称 JCMT)、美国 NASA 的多通道红外辐射计以及为其高分辨率机载宽带相机和亚毫米波远红外实验所设计的绝热去磁制冷机均采用凯夫拉纤维作为绝热支撑材料,并设计了特殊的支撑结构,在系统漏热明显降低的同时还能够保证结构的力学稳定性^[5-7]。Kittel^[8]对采用了柔性绳索结构以及杆系结构的低温系统用一维简化模型进行分析,得出了绳索等柔性结构相比于杆系结构具有更好的稳定性,而两者在漏热量上基本一致的结论。Bushnell^[9]对火箭低温燃料贮箱的刚性支撑杆、柔性拉带以及被动轨道断开式管型支撑(passive orbital disconnect struct,简称 PODs)3 种支撑的力学性能进行了理论上的比较分析。Hopkins 等^[10]比较了杜瓦的柔性拉带和 PODs 结构的力学性能和绝热性能,并采用简单的公式预测了 2 种支撑结构下系统的 1 阶自然频率。雒慧云等^[11]在长寿命杜瓦设计中则直接给出了 PODs 结构及柔性拉带的 2 阶固有频率。刘丁臻等^[12]在辐射制冷器的支撑系统设计中采用有限元方法分析了结构的第 1 阶模态并进行了实验验证。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51606207)

收稿日期:2018-06-04;修回日期:2018-09-02

笔者对某空间应用的小型杜瓦采用凯夫拉绳索作为支撑材料,并设计了经典的支撑结构。针对此种支撑结构建立了固有频率的数学模型,采用 Rayleigh 法推导了其 6 阶固有频率表达式,通过 Ansys workbench 平台进行了有限元仿真计算,与理论模型结果进行了对比分析。最后针对某种工况,利用实际设计的结构进行了扫频实验,对理论分析结果进行了验证。

1 固有频率数学模型

1.1 结构简化与模型构建

杜瓦内胆为圆柱壳状结构,由于凯夫拉只能承受拉力,为限制其全部自由度,采用 12 根凯夫拉绳索上下对拉的形式,上部绳索与杜瓦内胆接触位置在同一横截面内,下部绳索与杜瓦内胆接触位置在同一横截面内,绳索与杜瓦中轴线呈一定的轴向夹角和径向夹角,各绳索的长度一致。设计的系统支撑结构如图 1 所示。结构由外筒、凯夫拉绳索、内胆以及连接外筒与内胆的接头组成。

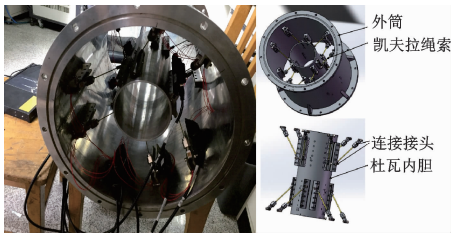


图 1 系统实际结构图

Fig. 1 Actual structure of the system

为便于分析,将实际结构进行适当简化。假设支撑结构热端铰接在真空罩上,冷端铰接在低温容器上,忽略凯夫拉支撑绳索的质量,将其视为只能承受轴向拉伸载荷的理想结构,忽略其塑性变形,不考虑蠕变因素,同时杜瓦内胆质量 M 、真空罩半径 R_1 及杜瓦内胆半径 R_2 已知,如图 2 所示。在以上假设条件下,可得出确定支撑结构所需的设计参数如下:

- 1) 杜瓦内胆支撑结构接触点上端点到杜瓦重心所在横截平面的距离 L_s ;
- 2) 支撑绳索水平角 θ ;
- 3) 支撑绳索倾斜角 γ ;
- 4) 支撑绳索的横截面积 A ;
- 5) 每个支撑上所需施加的预紧力 F 。

简化模型见图 2,确定支撑结构需要上述 L_s, θ, γ, A 和 F 共 5 个参数。根据简化后的模型,可得出

凯夫拉绳索长度 L 为平面角 θ 及轴向角 γ 的函数

$$L = \sqrt{R_1^2 - R_2^2 + R_2^2 \cos^2 \theta} / \cos \gamma \quad (1)$$

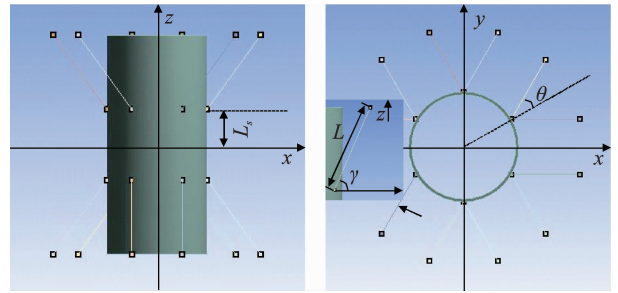


图 2 支撑结构简化模型

Fig. 2 Simplified model of support structure

1.2 固有频率模型

将模型置于图 2 所示坐标下。根据假设,系统的总动能可以表示为

$$E_k = \frac{1}{2} M \sum_{i=1}^3 \dot{u}_{ci}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 I_i \dot{\alpha}_{ci}^2 \quad (2)$$

其中:等号右边第 1 项为平动动能;第 2 项为转动动能; M 为杜瓦内胆质量; I_i 为绕坐标轴的转动惯量; \dot{u}_{ci} 为沿坐标轴的速度分量; $\dot{\alpha}_{ci}$ 为绕相应坐标轴的角速度分量。

系统应变能^[9]表示为

$$E_u = \frac{1}{2} L (EA + 3F) \sum_{i=1}^N \dot{u}_j^2 \quad (3)$$

其中: E, A, L 分别为绳索的弹性模量、横截面积和长度; F 为凯夫拉绳索上的预紧力; \dot{u}_j 为绳索应变。

根据假设,杜瓦为刚体,支撑绳索为不计质量的弹性件,忽略阻尼,刚体系统具有 6 个自由度,共有 6 阶固有频率,分别表现为杜瓦沿 3 个坐标轴的平移与绕 3 个坐标轴的旋转。由于系统的高度对称性,对此系统采用 Rayleigh 法求各阶固有频率^[13]。设系统任意阶主振动表达式为

$$x = X \sin(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

其中: X 与 ω 为主振型与固有频率。

此时系统相应动能 E_k 与势能 E_p 分别为

$$\begin{cases} E_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T M \dot{\mathbf{x}} \\ E_p = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T K \mathbf{x} \end{cases} \quad (5)$$

由式(4)、式(5)可得最大动能与势能分别为

$$\begin{cases} E_k = \frac{1}{2} \omega^2 \mathbf{X}^T M \mathbf{X} \\ E_p = \frac{1}{2} \mathbf{X}^T K \mathbf{X} \end{cases} \quad (6)$$

由于主阵型之间的正交性,系统的动能(势能)等于各阶主振动单独存在时系统的动能(势能)之和。系统机械能守恒

$$E_k = E_p \quad (7)$$

由式(7)可得出系统某阶主振动的固有频率为

$$\omega^2 = \mathbf{X}^T \mathbf{KX} / \mathbf{X}^T \mathbf{MX} \quad (8)$$

$$\omega_i^2 = L(EA + 3F) \sum_{j=1}^N u_j^2 / \dot{M} u_{\alpha}^2 \quad (i=1,2,3) \quad (9)$$

$$\omega_i^2 = L(EA + 3F) \sum_{j=1}^N u_j^2 / I \dot{\alpha}_{\alpha}^2 \quad (i=1,2,3) \quad (10)$$

$$\omega_5 = \omega_6 = \frac{\sqrt{\frac{6(EA + 3F)}{ML(3R_2^2 + 2L_1^2)} \left\{ \frac{3}{2} L_s^2 \cos^2 \gamma + 6R_2^2 \sin^2 \gamma + 6R_2 L_s \sin \gamma \cos \gamma \sin \theta \right\}}}{2\pi} \quad (14)$$

由于结构的对称性,其中 $\omega_1 = \omega_2$, 振型为杜瓦沿水平方向平移; $\omega_5 = \omega_6$, 振型为绕水平 x 轴及 y 轴旋转; ω_3 振型为沿 z 轴平移; ω_4 振型为绕 z 轴旋转。

2 固有频率特性分析

有限元方法是解决复杂结构力学问题的有效手段,其基本思想是将连续的求解区域离散为一组有限个、按一定方式相互联结在一起的单元组合体,利用每一个单元内假设的近似函数来分片地表示全求解域上待求的未知场函数^[14]。Ansys workbench 平台的模态分析模块采用有限元方法,可以对推导出的固有频率表达式进行仿真验证。通过对支撑结构进行离散,并求解无阻尼状态下的振动方程,从而得出结构的各阶固有频率^[15-17]。由上节理论模型可得出影响结构固有频率的因素共有 5 个,分别为 L_s, θ, γ, A 和 F 。利用软件与计算模型分别就 5 种因素的影响进行了比较分析。

对于影响结构固有频率的 5 种参数,每种改变 4 组参数,共进行 20 个算例的模拟,每个算例均给出了模型计算结果与有限元仿真的 6 阶模态对比,如图 3~7 所示。其中:1,2 表示沿水平面平移振型;3 表示沿 z 轴平移振型;4 表示沿 z 轴旋转振型;5,6 表示沿水平面翻转振型。从图中结果来看,模型计算结果与有限元仿真结果基本一致,二者所计算处对应参数的 6 阶固有频率差值在 30 Hz 以内。

通过改变 5 种影响因素的参数值,可以看出模型所预测的固有频率的变化趋势与有限元计算结果的变化趋势相同。在图示的(a)与(d)中,计算结果显示支撑结构振型为沿水平面平移的 2 阶固有频率相同,振型为沿水平面翻转的 2 阶固有频率相同,而

将绳索应变及杜瓦绕各轴的转动惯量表达式代入,可得 6 阶固有频率表达式为

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{6(EA + 3F) \cos \gamma}{ML}} / 2\pi \quad (11)$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{12(EA + 3F) \sin \gamma}{ML}} / 2\pi \quad (12)$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{12(EA + 3F) \sin \theta \cos \gamma}{ML}} / 2\pi \quad (13)$$

有限元仿真结果也表明二者一致,这与模型的预测吻合,从而表明计算模型与有限元之间可以相互印证。

从图 3~7 可以看出,结构的平面角 θ 、轴向角 γ 以及横截面积的改变对于结构固有频率的影响巨大。图 3 结果显示,当平面角 θ 从 30° 增加到 50° 时,图(a,b)所示振型为平移的 3 阶固有频率下降了 10 Hz 左右,而图(c)所示振型为沿 z 轴旋转的固有频率增加了约 40 Hz。从图 4 可以看出,随着轴向角 γ 从 40° 增大到 70° ,图(a)所示振型为沿水平面平移的固有频率下降了近 100 Hz,而振型为沿 z 轴平移的固有频率则在 $50^\circ \sim 60^\circ$ 之间出现峰值,随后减小。从图 5 可以看出,改变 L_s 参数值,只对支撑结构沿水平面翻转的 2 阶固有频率产生较大影响,当 L_s 从 35 mm 增大到 65 mm 时,固有频率增加了大约 10 Hz;对于其他振型,当 L_s 发生变化时,结构固有频率基本不发生改变。图 6 显示,绳索的横截面积对于结构的固有频率影响更加明显,随着绳索半径从 0.5 mm 增加到 2 mm,各阶固有频率均增加了约 5 倍左右。对于低温容器而言,增加绳索横截面积意味着增大了传导漏热,因此应当根据系统漏热量及稳定性要求而选择合适的横截面积。从图 7 可以看出,随着绳索预紧力的增加,各阶固有频率基本不发生变化,这表明预紧力的大小对于固有频率的改变基本不产生影响。从式(11)~(14)也可以看出,由于凯夫拉绳索的模量太大,因此改变预紧力对固有频率造成的影响有限。

除此之外,从图 3~7 还可以看出,在预测支撑结构振型为沿水平面翻转的固有频率上,计算结果与仿真结果的偏差值大于其他 4 阶模态,在改变 θ 及 γ 时,二者差异更大。由于在计算模型的假设中,杜瓦为质心位于中心位置的刚体,通过计算这

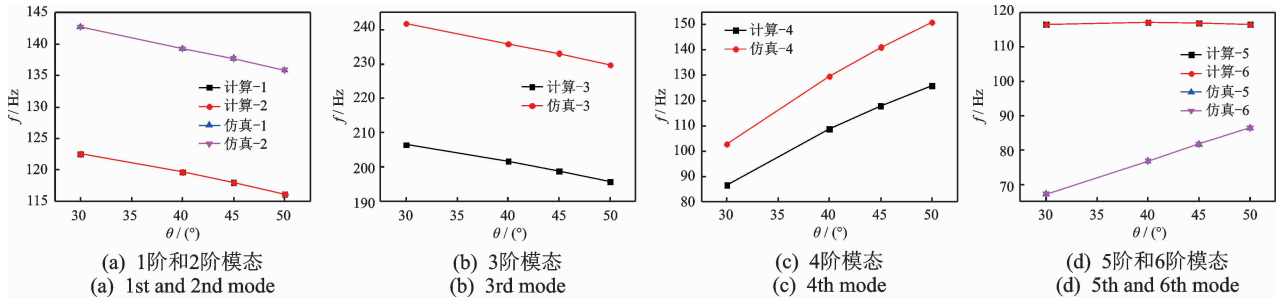


图 3 θ 对固有频率的影响规律

Fig. 3 The influence of θ to nature frequencies

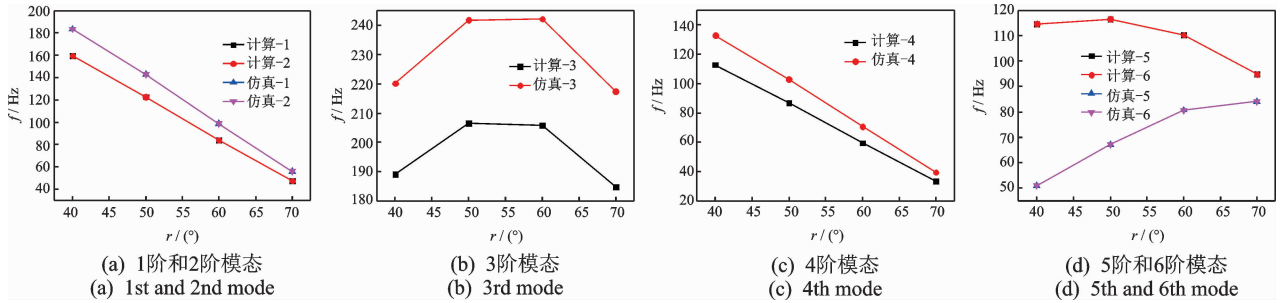


图 4 γ 对固有频率的影响规律

Fig. 4 The influence of γ to nature frequencies

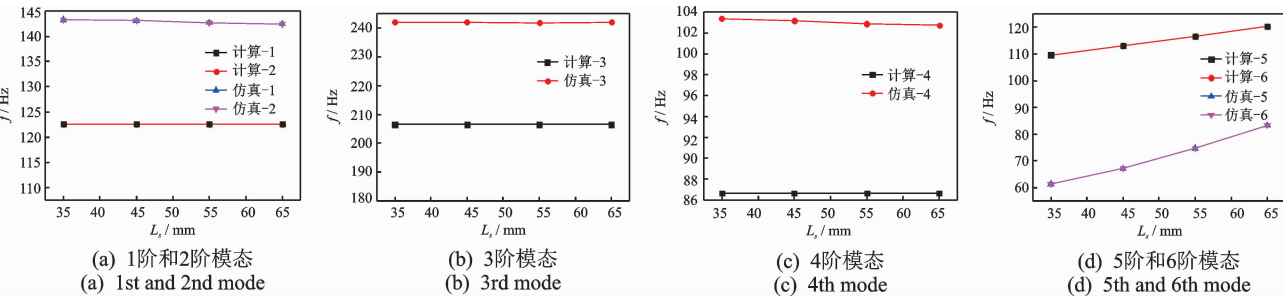


图 5 L_s 对固有频率的影响规律

Fig. 5 The influence of L_s to nature frequencies

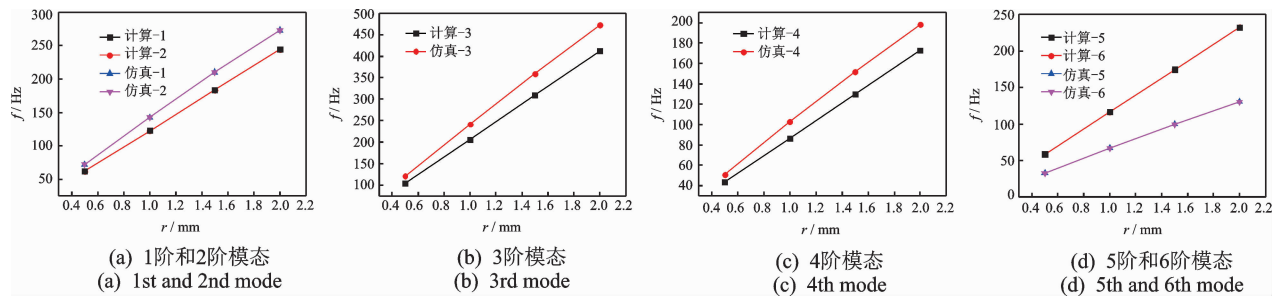
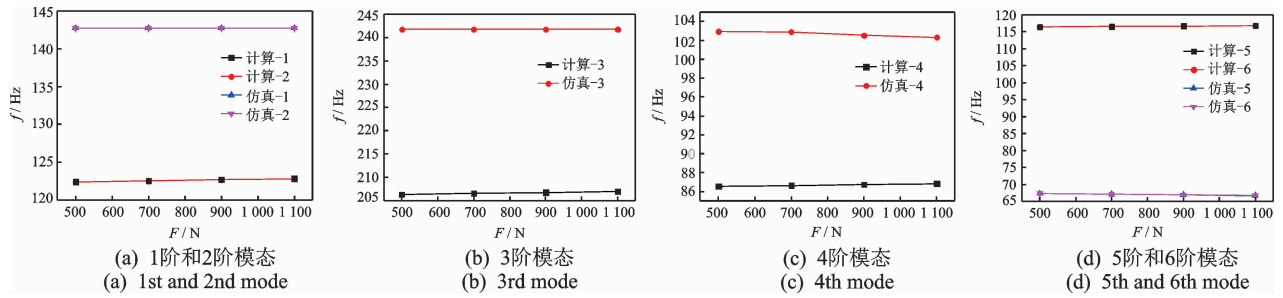


图 6 A 对固有频率的影响规律

Fig. 6 The influence of A to nature frequencies

一刚体的转动惯量进而求出对应固有频率。而实际结构以及有限元分析中,杜瓦质量连续分布,在结构振型为沿水平面及竖直方向平移以及绕竖直方向旋转的固有频率表达式中,不涉及相关转动

惯量的推导,因此杜瓦质量分布的影响较小;而在绕水平面翻转的模式中,质量分布具有较大影响,因此模型计算结果与有限元的仿真结果出现了比较明显的差别。

图7 预紧力 F 对固有频率的影响规律Fig. 7 The influence of F to nature frequencies

3 实验验证

在理论计算及仿真的基础上,针对表1所示工况,设计了实际支撑结构,通过扫频实验验证理论模型计算及仿真结果。实验结构见图1,其中:杜瓦外筒、连接件及内胆材料均为304不锈钢,支撑绳索材料为凯夫拉纤维绳索;外筒高度为540 mm,直径为365 mm,内胆高度为350 mm,直径为140 mm;绳索连接件为螺纹结构,可以通过调节螺栓和轴套的距离来为绳索加载预紧力。在扫频实验^[18-19]前,通过安装在绳索接头上的全桥电阻式应变片测量连接件应变大小,进而计算出绳索上的预紧力。测量示意图和测量系统如图8所示,其中数据采集设备为IOtech 12通道动态应变采集仪,应变数据通过电脑处理为预紧力。预紧力加载结束后,将系统固定在振动台上进行扫频实验。支撑结构中共安装5个加速度传感器,其灵敏度为30 pC/g,通过502胶水将其固定在支撑结构的测量平面上。其中:1为控制信号;2~5为监测信号。2和5安装在杜瓦内胆上,3和4安装在外壳上。扫频实验条件如表2所示。

表1 结构参数

Tab.1 Parameters of the structure

| 参数 | L_s /mm | F /N | θ /rad | γ /rad | A /mm ² |
|----|-----------|--------|---------------|---------------|----------------------|
| 数值 | 55 | 700 | 0.52 | 0.87 | 3.14 |

表2 正弦扫频实验条件

Tab.2 Condition of swept sine test

| 频率范围/Hz | 振动幅值/g | 扫描率/($\text{ct} \cdot \text{min}^{-1}$) | 扫描时间/min |
|----------|--------|---|----------|
| 10~2 000 | 0.1 | 40 | 2 |

分别进行了水平和垂直方向的扫频实验,3种结果对比见图9。可以看出,结构在两个方向上的最低响应频率实验值分别为76.3和125.84 Hz,有限元仿真结果为67.144和102.88 Hz,计算模型值

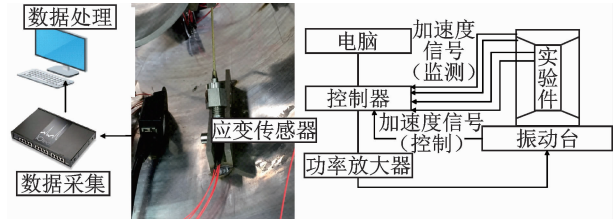


图8 预紧实验系统及扫频实验系统

Fig. 8 The preload experimental system and the sweep frequency experimental system

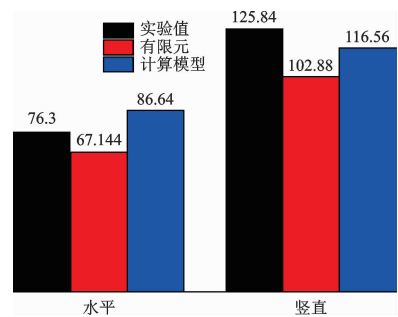


图9 实验结果对比(单位:Hz)

Fig. 9 The comparison of three results(unit:Hz)

为86.44和116.56 Hz。以实验值为基准,可得出有限元仿真结果与实验值误差为12%与18.2%,计算模型结果与实验值误差为13.2%和7.4%。实验结果表明,计算模型能够有效地预测实际结构的1阶自然频率。

4 结论

1) 接触点距离 L_s 仅影响振型为绕水平轴旋转的固有频率,绳索预紧力对于结构固有频率基本不产生影响。

2) 增大绳索横截面积能够显著增加结构的固有频率,但相应会增加系统的漏热,因此应当在考虑满足结构漏热前提下尽量增大横截面积。

3) 增大平面角将会导致支撑结构在水平方向及竖直方向上更容易发生共振,但结构的抗扭转能力将会提升。

4) 增大轴向角会降低支撑结构在水平方向上以及沿轴向旋转的固有频率,而在竖直方向上其固有频率先增大后减小,结构的抗扭转能力同样会有所提升。

5) 采用杜瓦为刚体的假设对结构振型为平移、绕竖直方向旋转的固有频率大小及趋势预测相对于结构振型为沿水平方向旋转的固有频率更准确。

参 考 文 献

- [1] 路兰卿,任宏杰,李喜. 固定式真空绝热低温容器的支撑结构[J]. 压力容器,2010, 27(1): 60-63.
LU Lanqing, REN Hongjie, LI Xi. Support structure of stationary vacuum thermal insulation cryogenic pressure vessel [J]. Pressure Vessel Technology, 2010, 27(1): 60-63. (in Chinese)
- [2] 徐烈. 低温容器设计、制造与使用[M]. 北京:机械工业出版社, 1987:1-3.
- [3] 朱建炳,潘雁频. 星载辐射制冷器支撑带系统设计[J]. 低温容器, 2000(2): 18-23.
ZHU Jianbing, PAN Yanpin. Design of support straps systems for space borne radiant coolers[J]. Cryogenics, 2000(2): 18-23. (in Chinese)
- [4] BUSHNELL D. Improved optimum design of DEWAR supports[J]. Computers & Structures, 1988, 29(1):1-56.
- [5] JENSEN S M. Fiber support technology for thermal isolation and mechanical stability[J]. The International Society for Optical Engineering, 1996, 2814:197-208.
- [6] JENSEN S M, ESPLIN R W. Optical stability testing of the fiber support technology (FIST) focal plane assembly of the SABER instrument[J]. The International Society for Optical Engineering, 1998, 3435(8): 230-241.
- [7] VOELLMER G M, JACKSON M, SHIRRON P J, et al. A cryogenic insulating suspension system for the high-resolution airborne wideband camera (HAWC) and the far-infrared experiment (SAFIRE) adiabatic demagnetization refrigerators(ADRs)[C]// IR Space Telescopes and Instruments. Waikoloa, Hawai'i, United States; International Society for Optics and Photonics, 2003: 1070-1079.
- [8] KITTEL P. Comparison of dewar supports for space applications [J]. Cryogenics, 1993, 33(4):429-434.
- [9] BUSHNELL D. Optimum design of dewar supports [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1985, 22(4): 432-441.
- [10] HOPKINS R A, PAYNE D A. Optimized support systems for spaceborne dewars[J]. Cryogenics, 1987, 27(4):209-216.
- [11] 雒慧云,吴纯之. 长寿命杜瓦支撑的设计[J]. 低温工程,1991(3): 38-41.
LUO Huiyun, WU Chunzhi. Support design for a long-life dewar[J]. Cryogenics, 1991(3): 38-41. (in Chinese)
- [12] 刘丁臻,陆燕,李忠. 辐射制冷器用纤维支撑系统的工程化研究[J]. 低温工程,2011(4):61-64.
LIU Dingzhen, LU Yan, LI Zhong. Research on project engineering of fiber support system for radiant coolers[J]. Cryogenics, 2011(4): 61-64. (in Chinese)
- [13] 倪振华. 振动力学[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1986:288-295.
- [14] 王勛成,邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1997:275-292.
- [15] 东巴宙. 高温环境下复合材料层合板与蜂窝板力学性能分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2016.
- [16] 刘百明. 航天器形状记忆合金结构振动实验设计与系统辨识[D]. 沈阳:沈阳航空航天大学,2017.
- [17] 赵宏超,张景旭,杨飞,等. 预紧式八翼梁次镜支撑结构的动力学分析[J]. 光学精密工程, 2013,21(5): 1199-1204.
ZHAO Hongchao, ZHANG Jingxu, YANG Fei, et al. Preloading eight-vane spider for supporting structure of secondary mirror[J]. Optics and Precision Engineering, 2013,21(5):1199-1204. (in Chinese)
- [18] 朱能兵. 轻量化反射镜支撑结构设计研究[D]. 北京:中国科学院大学,2017.
- [19] 邢恩振. 空间可展结构中绳索动力学的研究[D]. 北京:北京理工大学,2015.



第一作者简介:王国鹏,男,1991年12月生,博士生。主要研究方向为低温系统集成技术。

E-mail: wangguopeng@mail.ipc.ac.cn

薄壁件表面应力松弛均化的时效分析与实验*

余田¹, 廖凯¹, 李立君¹, 高自成¹, 朱家豪¹, 龚海², 钟利萍¹

(1. 中南林业科技大学机电工程学院 长沙, 410004) (2. 中南大学机电工程学院 长沙, 410083)

摘要 为了使 7075 铝合金薄壁件表面喷丸加工应力得到松弛和均化, 运用 ANSYS 建立平台式振动时效有限元模型, 通过振动模态和谐响应分析, 获得最佳激振频率和试样装夹位置。在此基础上, 将薄壁框架件置于平台上进行振动时效处理, 以验证仿真分析结果, 评价其对试样表面应力作用效果。结果表明: 在亚共振频率为 112 Hz 时, 试样在平台零振幅和最大弯曲位置处分别对称布置, 时效后表面均形成应力松弛, 松弛率分别为 29.5% 和 33.3%, 不均匀波动分别为 20.3% 和 20.7%, 而沿振动方向松弛程度不均匀, 说明激振力造成了材料表面组织屈服, 且屈服程度与应力强度有关。提出再时效-位置交叠方法, 使应力松弛不均匀度分别下降到 9.9% 和 15.9%, 应力均化得到改善, 该研究工作为薄壁类零件表面应力均匀化提供了参考。

关键词 铝合金; 薄壁构件; 振动时效; 应力均匀化; 位置交叠

中图分类号 TH113.1; V216.2⁺1; TB123

引言

振动时效(vibration stress relief, 简称 VSR)是一种通过对工件施以循环载荷, 从而调整残余应力、稳定工件尺寸精度的时效方式, 在不改变材料的组织状态下还可对工件进行多次时效处理。工程上 VSR 对铸铁件和焊接件中应力集中的部分进行应力消减与均化, 效果显著^[1]。随着 7075 高强铝合金薄壁框架件作为结构件在航空器方面广泛应用, 其加工变形调控备受关注^[2-3]。薄壁件除了受自身性质及结构特点影响以外, 还受毛坯初始残余应力和表面加工应力影响, 这些因素相互耦合作用在材料表面产生了复杂应力场^[4], 造成结构件形状不稳定。薄壁件喷丸表面应力一般为压应力, 压应力可有效提高材料疲劳强度, 延长其服役寿命^[5-7]。因此, 可以尝试 VSR 方法对构件表面特征实施影响, 达到松弛和均化应力目的。

国内外学者对 VSR 的相关技术进行了比较详细的研究工作。从微观方面看, 残余应力是材料内部大量的位错导致晶体的晶格产生扭曲和畸变, 从而在一定范围内形成自相平衡的弹性力。在内部可

以通过刺激原子振动来纠正晶格的畸形, 其积累产生的微观塑性变形使应力峰值降低一定幅度, 尺寸稳定性得以提高^[8-10]。文献[11-12]指出残余应力峰值的降低实质上是一种微观尺度的位错运动导致。崔高健等^[13]用超声波冲击来降低铝合金焊接应力, 从位错的角度解释了焊接残余应力消除的机理。从宏观方面看, VSR 下材料的残余应力和动应力之和大于屈服极限而小于疲劳极限时, 表面应力才能消减。张清东等^[14]对高强度钢板进行高频振动后发现应力消减。廖凯等^[15]对铝合金厚板进行 VSR 后对比发现, 厚板表面应力的消减带来板形的更加稳定。文献[16-19]对钢焊接件和悬臂梁结构进行了振动时效, 发现应力消减的效果比较理想。Wozney 等^[20]指出时效后应力的减少是不均匀的, 很多文章予以验证, 但未能提出解决方法。目前, 学者开始引入有限元仿真软件对 VSR 进行数值模拟和实验研究。蔡敢为等^[21]通过对内燃机曲轴进行仿真分析, 发现在激振频率范围内曲轴达到共振从而消减残余应力。Chen 等^[22]采用 ANSYS 对石英挠性加速器计的焊接过程进行热分析和热应力分析, 发现振动可以降低残余焊接应力, 而且共振频率下的效果更好。顾邦平等^[23]采用 ANSYS 有限元

* 湖南省重点研发计划资助项目(2018NK2065); 湖南省科技重大专项资助项目(2017NK1010); 国家自然科学基金资助项目(51475483); 湖南省研究生科研创新资助项目(CX2018B451)

收稿日期: 2018-12-23; 修回日期: 2019-04-17

软件,对构件进行数值模态分析,得出了应变振型和残余应力的分布规律。

笔者运用 ANSYS 有限元软件和实验方法,分析铝合金薄壁框架件这类质轻零件应用于平台式振动的时效方法和应力松弛规律,针对应力松弛特征提出均化表面应力的时效方法。

1 振动分析

1.1 建立模型

小型零件振动时效普遍采用平台式激振模式,指的是将零件固定在平台上,将平台和试样视为整体,借助平台本身强大的激振动能,在低频低幅情况下也能给予轻质零件足够的激振能。实验所用的振动平台为 HT250,尺寸为 1 800 mm×800 mm×70 mm,质量约为 1 000 kg,对称 4 支点高强度弹簧支撑,支座弹簧刚度为 6×10^6 N/mm,支撑处对称布局为 1 500 mm×500 mm。平台和弹簧分别采用 Solid185 单元和 Combin14 单元。对平台进行高精度六面体扫掠式划分,单元格尺寸为 30 mm,节点总数为 7 196,单元个数为 124 500。

1.2 模态分析

为了得到结构的固有频率和主要振型,对模型进行弹簧支撑约束下的模态分析。模态提取方法采用分块兰索斯法(block lanczos),得到平台的固有频率与振型之间的关系如表 1 所示。一般而言,低阶振动对结构的动态影响较大,决定了结构的动态特性,故八阶以后不予考虑。频率为 110 Hz 的第 7 阶振型模态为最佳选择,可认定为亚共振区。图 1 为平台的第 7 阶模态振型。

表 1 前九阶模态固有频率与振型

Tab. 1 Description of the first nine modes' natural frequencies and modes

| 振型阶次 | 固有频率/Hz | 振型描述 |
|------|------------------------|----------|
| 1 | 0 | 绕 y 轴摆动 |
| 2 | 0.224×10^{-3} | 绕 y 轴摆动 |
| 3 | 0.278×10^{-3} | 往 z 方向摆动 |
| 4 | 27.858 | 往 z 方向平移 |
| 5 | 28.879 | 绕 x 轴摆动 |
| 6 | 41.063 | 绕 y 轴摆动 |
| 7 | 110.020 | 谐波一弯振动 |
| 8 | 144.640 | 轴向扭曲振动 |
| 9 | 287.58 | 谐波二弯振动 |

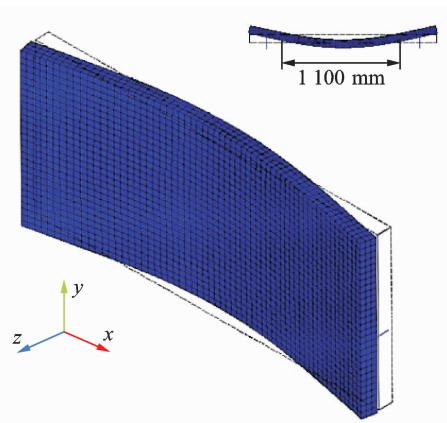


图 1 平台第 7 阶模态振型

Fig. 1 7th modal shape of platform

1.3 谐响应分析

谐响应分析可以确定平台在承受随简谐规律变化的载荷时的稳态响应,得到结构在不同频率下的响应值,预测结构的持续性动力性能。谐响应采用 FULL 法来分析,使用完整的系统矩阵计算谐响应,不考虑主自由度及阵型。由振型图可以看出,在零振幅或者最大挠度处固定试样,其激振效果可能最佳。因此,在平台零振幅和最大挠度位置分别放置 7075T651 铝合金薄壁框架件,沿长度方向对称固定,尺寸为 500 mm×108 mm×60 mm,壁厚和底厚分别为 2 mm 和 6 mm。激振力设置在两个零振幅的中间位置,在模型中选取对应区域设置为刚性区。图 2 为加入铝合金薄板后模型侧面网格图,红色区域为 100 mm×100 mm×70 mm 的刚性区,材料属性如表 2 所示。

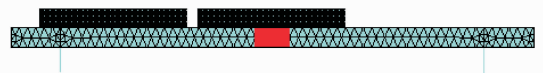


图 2 时效模型侧面图

Fig. 2 Model profile of VSR

平台和薄壁件均采用 Solid185 单元,由于两者体积差异大,为了使仿真结果精确,故薄壁件试样采用六面体扫掠式划分,平台采用四面体自由划分,两者采用体粘接方式,共 25 095 个节点、92 586 个单元,对弹簧底端施加全约束。在模态分析中,第 7 阶模态(110.02 Hz)为最佳激振频率,根据实际激振器转速,取激振频率范围为 0~167 Hz,载荷子步数设为 1。谐响应计算结果中第 33 阶频率为 110.22 Hz,振型与第 7 阶模态一样,达到共振效果,可单独提取框架件,观察表面的受力情况。图 3 为

零振幅和挠度最大位置处薄壁件底部的应力云图。

表 2 材料的力学性能

Tab. 2 Mechanical properties of materials

| 材料 | 弹性模量/ 泊松比 GPa | 密度/ ($10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | δ / % | 维氏硬度/ HV | |
|----|---------------------|--|-----------------|-------------|-----|
| 平台 | 150 | 0.3 | 7.0 | 0 | 280 |
| 薄壁 | 71.7 | 0.33 | 2.81 | 8.5 | 154 |

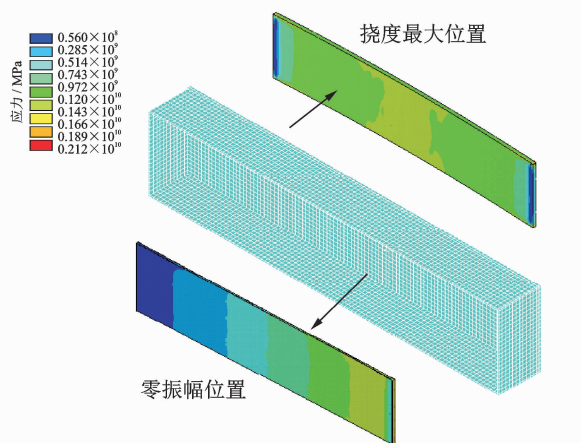


图 3 薄壁件底部应力云图

Fig. 3 Stress contour at the bottom of sample

可见,挠度最大位置的薄壁件两边应力对称,中间区域应力稍大。零振幅位置的薄壁件明显存在不同应力集中区域,沿长度方向上逐步递增。ANSYS 数值显示在 110 Hz 的激振下,挠度最大位置薄壁件从中间到两边呈现着从 86.4 MPa 到 32.1 MPa 递减的应力变化。零振幅位置薄壁件表面沿 x 方向呈现着从 14.3 MPa 到 81.6 MPa 逐步递增的应力变化。从理论上讲,上述两个位置放置的薄壁件都可能存在时效后应力松弛不均匀现象,为此设计了与仿真匹配的实验方案。

2 实验

2.1 材料与试样

实验材料选用 7075T651 高强铝合金厚板,经过四轴加工中心机床铣削后得到两块试样尺寸为 $500 \text{ mm} \times 108 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ 的一口型薄壁件,底部厚度为 6 mm,壁厚为 2 mm。铣削加工后,对试样表面进行喷丸处理,使表面应力分布均匀,目的是使振动时效后的表面应力变化更加鲜明。喷丸设备为 ST-1960,参照航空零件喷丸强化标准^[24],磨料选用粒度直径为 0.5 mm 的钢丸颗粒,喷射强度为 0.3 MPa,垂直试样喷射距离为 50 mm,喷口直径为

5 mm,表面覆盖率为 100%。

2.2 振动方式

实验按照模态分析找到对应零振幅位置和挠度最大位置,沿长度方向固定框架件,实验装置如图 4 所示。激振设备为 HK2000K1 型全自动振动时效仪,偏心转子式激振器置于平台中部。根据 JB/T 5926—2005 振动时效工艺标准^[25]和前期实验结果,选择激振时间为 20 min。激振后仪器自动扫频,寻找到平台亚共振区 112 Hz 进行激振,与仿真模态分析和谐响应分析结果吻合,如图 5 所示,实验时为防止表面遭到破坏,用软布包裹再夹持在振动平台上。

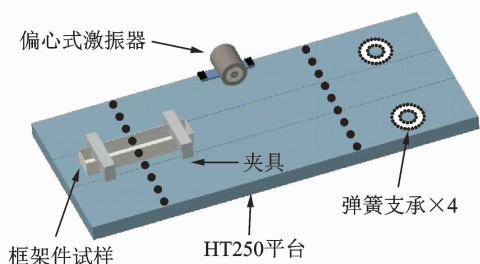
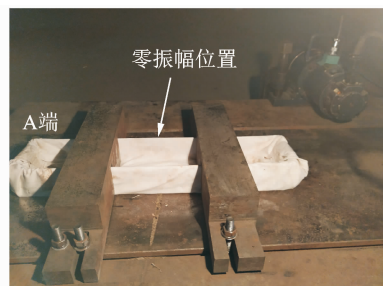


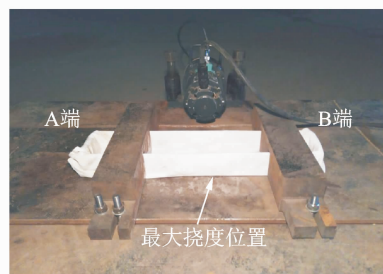
图 4 实验装置图

Fig. 4 Diagram of experimental device



(a) 零振幅位置实验

(a) Zero amplitude position experiment



(b) 挠度最大位置实验

(b) Maximum deflection position experiment

图 5 VSR 实验

Fig. 5 VSR experiment

2.3 应力测试

为了验证谐响应分析中表面应力在时效后存在的均匀,在薄壁件底部上对应区域分别确定 12 个

应力测试点,比较 VSR 前后应力分布情况。谐响应结果显示,同区域上下两侧应力基本呈对称分布,实验中测试点分布在试样一侧即可,测试点横向间隔为 40 mm,如图 6 所示。应力测试前用酒精擦拭试样表面。表面应力测试采用 PROTO iXRD 衍射应力测试仪,精度为 ± 20 MPa,采用同倾法测量,辐射线为 Cr- $k\alpha$,波长为 2.291Å, X 射线管电压为 20 kV,管电流为 4 mA,衍射晶面为 156° ,采用高斯函数法定峰,准直管尺寸为 2 mm。X 射线弹性常数为 9.28×10^{-6} , ψ 取 14° 。

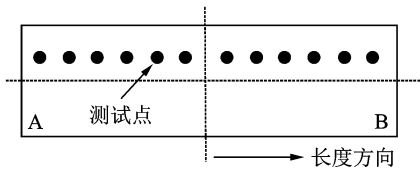


图 6 试样测试点布置

Fig. 6 Layout of test position on sample

3 结果与分析

3.1 应力松弛

VSR 前,薄壁件经过 100% 表面喷丸覆盖,以保证其表面应力分布均匀性较好。图 7 为 VSR 后应力松弛情况。VSR 后,应力测试结果显示,零振幅处框架件应力松弛释放程度在 B 端达到最大,从 -183 MPa 下降到 -129 MPa,释放率达到了 29.5%。A 处释放程度最小,从 -183 MPa 减小到 -166 MPa,释放率仅为 9.2%。可见,沿振动方向,试样表面应力松弛不均匀波动达到 20.3%,将实验测得的 12 个数据进行对称化处理,如图 7(a) 所示。

在挠度最大位置处框架件应力松弛有着相似的规律,在中间位置达到最大,从 -183 MPa 下降到 -122 MPa,释放率达到了 33.3%,下降幅度从中间往两端等梯度逐渐降低,A,B 两端释放率均为 13% 左右,松弛不均匀波动达到 20.7%,如图 7(b) 所示。仿真结果显示,VSR 中平台达到了共振并形成交变应力,使平台呈谐波变形,这一特点对实验具有参考意义。

1) 交变应力可以有效作用到试样上,满足了小试样获得大动能的需要,同时,实验结果表明应力在 VSR 下可以被部分释放。一般情况下,材料表面微观屈服极限要低于材料宏观屈服极限,由于表面应力均为压应力,可见这种松弛是激振动应力达到了材料表面的微观屈服极限所致。文献[8-10]讨论了激振对材料组织位错的触发和驱动,使表面形成一定程度的屈服。

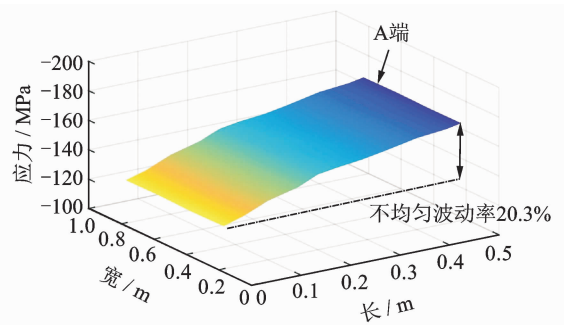
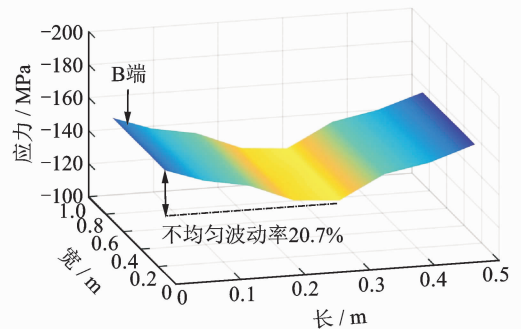
(a) 零振幅位置
(a) Zero amplitude position(b) 挠度最大位置
(b) Maximum deflection position

图 7 VSR 后应力松弛情况

Fig. 7 Stress relaxation after VSR

2) 平台谐波式振型表明了动应力分布的不均匀性,应力释放效果与时效位置、激振能分布有关。

3) 可针对谐波式振型特点采用再时效-位置交叠方法,变换激振能位置,以协调应力分布的不均匀。例如,以零振幅位置框架件为例,根据其 VSR 后应力分布特征可将试样对调,即 A,B 位置对换,使再时效后各位置叠加的激振能交叠,力图在试样表面达到激振能分布均匀。

3.2 位置交叠时效

对上述试样的 A,B 端位置互换进行 VSR 后,再进行应力测试得到表面应力分布,发现:零振幅位置处试样进行位置交叠时效后,A 端此次释放幅度最大,从 -166 MPa 再次下降到了 -138 MPa,释放率达到 24.5%;B 端在调换位置后下降到 -120 MPa,释放率为 34.4%,表面应力不均匀波动减小到 9.9%,如图 8(a) 所示。对挠度最大位置处试样再时效后发现,A,B 端的应力值分别下降到了 -139 MPa 和 -137 MPa,释放率分别为 24% 和 25.1%,不均匀波动率降为 15.9%,如图 8(b) 所示。

由实验结果可见:

1) 两个位置上试样分别进行再时效,在相同的实验参数下零振幅位置表现出的均匀化效果更为明显,主要是因为该位置处激振能分布的单调性能够

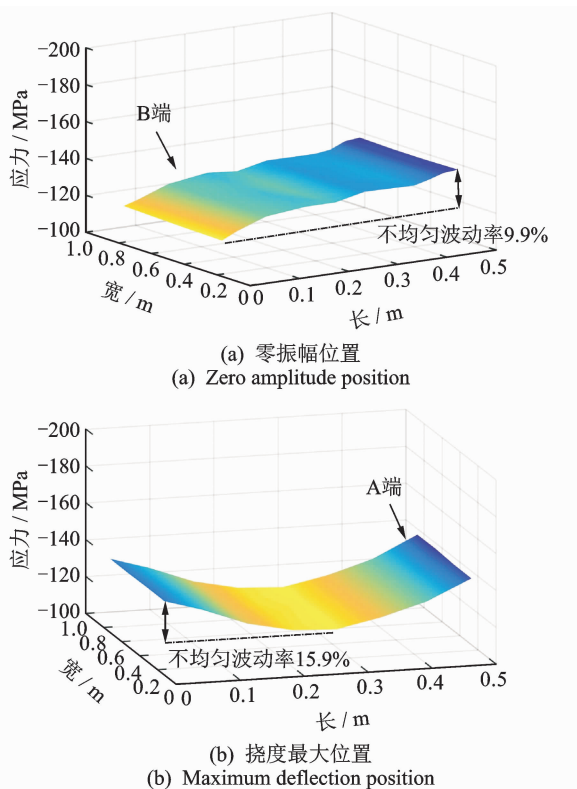


图8 位置交叠时效后应力松弛情况

Fig. 8 Stress relaxation after position overlapping VSR

较好地协调位置交叠的需要。相反在振幅最大位置处,激振能呈“中间大两头小”,由于试样位置 A/B 交叠很难与试样中间位置上的应力平衡,所以均化效果不理想。

2) 应力均化受材料表面组织和初始应力分布不均匀性的影响,要达到理想均化很难,但实验至少证明了位置交叠时效对试样整个表面应力均化具有积极作用。

3) 位置交叠时效法通过交换试样应力松弛差异较大位置,力图使其各个位置所受的激振力趋同,实现能够在降低表面应力的同时均化表面应力。同时,激振交变作为一种冷作变形方式,会导致材料表面出现硬化现象,位置交叠时效对进一步扩大应力松弛贡献不大,李继山等^[26]研究就证明了延长时效时间对进一步应力松弛的影响将显著减小。因此,再时效目的主要在均衡前一次形成的不均匀应力分布。可见,位置交叠时效能改善对表面应力释放均匀效果。

4 结论

1) 薄壁件表面喷丸应力可以在平台式振动时效处理中得到松弛释放,两处试样表面应力分别下降了 29.5% 和 33.3%,仿真与实验分析认为在亚共

振区激振,平台能为薄壁件提供足够的动应力,使材料表面形成屈服而削减应力强度。

2) 应力松弛具有不均匀性,这是平台谐波振型的特点所决定,采用位置交叠时效可以在一定程度上均化应力。实验证明试样位置交叠时效后,不均匀度最大下降到 10%,而最大应力降幅不超过 11.4%,说明再次时效对均化应力有利,而不会对应力有持续削减效果,这符合零件表面压应力需要均匀稳定和大强度的要求。

3) 薄壁件表面喷丸应力为压应力,有利于零件服役要求,VSR 主要目的在于稳定应力状态,均匀化应力分布,而非削减应力强度。因此,工程上可以采用在零振幅处激振,满足振动强度相对较小、应力松弛均较好的要求。

参 考 文 献

- [1] CHIH C H, PENG S W, JIA S W, et al. Evolution of microstructure and residual stress under various vibration modes in 304 stainless steel welds[J]. The Scientific World Journal, 2014, 8:1-9.
- [2] 李名扬,张朋朋,郑骥,等. 振动时效在大型铝合金薄壁环中的应用[J]. 金属热处理, 2015, 40(6):145-148.
- [3] LI Mingyang, ZHANG Pengpeng, ZHENG Ji, et al. Application of vibration stress relief for large thin-walled aluminum ring[J]. Heat Treatment of Metals, 2015, 40(6):145-148. (in Chinese)
- [4] ARSHPREET S, ANUPAM A. Investigation of surface residual stress distribution in deformation machining process for aluminum alloy[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2015, 225: 195-202.
- [5] 孟祥旗. 振动处理工艺对铸、焊件机械性能影响研究[D]. 济南:山东大学, 2018.
- [6] 王民,刘宇男,孙国智,等. 初始残余应力和切削残余应力对薄壁件加工变形的影响[J]. 北京工业大学学报, 2017, 43(7):55-61.
- [7] WANG Min, LIU Yunnan, SUN Guozhi, et al. Influence of initial residual stress and cutting stress on machining deformation of thin-walled parts[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2017, 43(7):55-61. (in Chinese)
- [8] 付嘉宝. 2124 铝合金薄壁结构件加工变形控制技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2015.
- [9] 陈家伟,廖凯,李立君,等. 铝合金喷丸工艺参数一表面特征值的函数关系与应用[J]. 表面技术, 2019, 48(6): 212-220.
- [10] CHEN Jiawei, LIAO Kai, LI Lijun, et al. Function relationship between shot peening parameters and surface characteristic of Al-based alloy and application[J]. Surface Technology, 2019, 48(6): 212-220. (in Chinese)

- [8] 陈立功,倪纯珍,刘毅萍,等. 不锈钢焊接构件的振动时效与热时效[J]. 金属热处理,1997(8):23-26.
CHEN Ligong, NI Chunzhen, LIU Yiping, et al. VSR and heat treatment of welded stainless steel part [J]. Heat Treatment of Metals, 1997(8):23-26. (in Chinese)
- [9] 刘峰,朱世根,沈剑,等. 振动时效的机理工艺与设备[J]. 现代制造工程,2003(1):66-67.
LIU Feng, ZHU Shigen, SHEN Jian, et al. Mechanism technics and equipment of vibratory stress relief [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2003(1):66-67. (in Chinese)
- [10] 杨君宝. 基于位错理论的振动消应力的机理研究[J]. 机械研究与应用,2007(2):62-64.
YANG Junbao. Research on mechanism of vibration time effect based on dislocation theory [J]. Mechanical Research and Application, 2007(2):62-64. (in Chinese)
- [11] DAWSON R, MOFFAT D G. Vibratory stress relief: a fundamental study of its effectiveness[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1980, 102(2): 169-176.
- [12] WALKER C A, WADDELL A J, JOHNSTON U. Vibratory stress relief-an investigation of the underlying processes[J]. Process Mechanical Engineering, 1995, 20(9):51-58.
- [13] 崔高健,刘明显,杨安,等. 基于位错理论的超声波消除焊接残余应力的研究[J]. 机械,2013,40(3):49-51,73.
CUI Gaojian, LIU Mingxian, YANG An, et al. Mechanism research of ultrasonic eliminate aluminum alloy welding residual stress based on dislocation theory[J]. Machinery, 2013, 40(3): 49-51, 73. (in Chinese)
- [14] 张清东,曾杰伟,罗晓明,等. 高强度钢板残余应力振动时效消减技术试验研究[J]. 机械工程学报,2017,53(1):86-92.
ZHANG Qingdong, ZENG Jiewei, LUO Xiaoming, et al. Experimental study on residual stress reduction for the high-strength steel based on vibration stress relief [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(1):86-92. (in Chinese)
- [15] 廖凯,吴运新,郭俊康. 振动时效在铝合金厚板应力消减中的局限与应用[J]. 振动与冲击,2012,31(14):70-73.
LIAO Kai, WU Yunxin, GUO Junkang. Application of VSR technique in stress reduction of aluminum alloy thick plate and its limitation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(14): 70-73. (in Chinese)
- [16] SAMARDŽIĆ I, VUHERER T, MARIĆ D, et al. Influence of vibrations on residual stresses distribution in welded joints[J]. Metalurgija, 2015, 54(3): 527-530.
- [17] HLAVÁČEK P, BRUMEK J, HORSÁK L. Using of abrasive water jet for measurement of residual stress in railway wheels[J]. Technical Gazette, 2012, 19(2): 387-390.
- [18] SHIGERU A, KATSUMI K, SHIGEOMI K, et al. Probabilistic evaluation of a method for reduction of residual stress in welded structure using vibration[J]. Chemical Engineering Transactions, 2013, 33: 1087-1092.
- [19] RU L P, JOHAN M, PAJAZIT A, et al. Influence of vibration and heat treatment on residual stress of a machined 12% Cr-steel [J]. Advanced Materials Research, 2014, 996: 609-614.
- [20] WOZENY G P, CRAWMER G R. An investigation of vibrational stress relief in steel [J]. Welding Journal, 1968(9): 411-419.
- [21] 蔡敢为,黄院星,李岩舟. 内燃机曲轴振动时效工艺分析与装置设计[J]. 振动、测试与诊断,2013,33(S1):97-101.
CAI Ganwei, HUANG Yuanxing, LI Yanzhou. Crankshaft vibratory stress relief process analysis and device design[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(S1): 97-101. (in Chinese)
- [22] CHEN Y, LIU B, KANG R. Study of vibratory stress relief effect of quartz flexible accelerometer with FEA method[J]. Journal of Vibroengineering, 2013, 15(2):784-793.
- [23] 顾邦平,胡雄,杨振生,等. 基于应变振型的振动时效激振频率的确定方法与实验研究[J]. 振动与冲击,2018,37(11):259-264.
GU Bangping, HU Xiong, YANG Zhensheng, et al. Determination method and tests for VSR exciting frequency based on strain modal shape[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(11):259-264. (in Chinese)
- [24] HB/Z 26—2011 航空零件喷丸强化工艺[S]. 北京:国家国防科技工业局,2011.
- [25] 中华人民共和国国家发展和改革委员会,中国国家标准化管理委员会. JB/T 5926—2005 振动时效效果评定方法[S]. 北京:中国标准出版社,2005.
- [26] 李继山,胡万华. 振动时效(VSR)消除焊缝残余应力[J]. 金属热处理,2001(2):30-31,34.
LI Jishan, HU Wanhua. Residual stress relief in welded seam using VSR[J]. Heat Treatment of Metals, 2001(2):30-31, 34. (in Chinese)



第一作者简介:余田,男,1995年12月生,硕士生。主要研究方向为机械振动分析。

E-mail:229826413@qq.com

通信作者简介:廖凯,男,1977年3月生,博士、教授。主要研究方向为机械振动分析及农业机械设计。

E-mail:liaokai102@csuft.edu.cn

支柱式起落架载荷标定数据工程处理方法^{*}

黄祎丰^{1,2}, 裘进浩¹, 刘克格^{1,3}

(1. 南京航空航天大学航空宇航学院 南京, 210016) (2. 北京市技术创新服务中心 北京, 100027)

(3. 国机集团北京飞机强度研究所 北京, 100083)

摘要 为提高飞机起落架载荷实测精度,以支柱式起落架结构为研究对象,探讨处理其载荷标定数据的工程方法。首先,对实际受载情况和单向加载工况标定数据的分析,挖掘出三向载荷、缓冲支柱压缩行程与应变码值间的数学关系,将预测的数学关系代入到多向工况的标定数据中,验证了它们的准确性;其次,根据两种标定数据回归方法,提出了对应使用的支柱式起落架载荷-应变标定方程的数学模型;最后,将两种标定方程代回到标定数据中,计算起落架三向载荷,所有反算载荷的误差均在可控范围内,表明标定方程满足精度要求。将标定方程代入实测数据中,实测曲线符合变化规律。该处理方法的应用能有力提高支柱式起落架的起飞-着陆载荷实测和载荷谱编制的准确度。

关键词 起落架; 载荷实测; 标定方程; 回归方法

中图分类号 V215.5+1; V214.1+3; TH114

引言

起落架是飞机的重要受载部件,其载荷谱的测试编制对飞机结构的疲劳定寿有着重要意义^[1]。目前起落架载荷谱实测使用最多的是电阻应变计法^[2]。电阻应变计法已广泛应用于飞机机体^[3-5]和起落架^[6-10]等结构的载荷实测中,有较高的准确性和稳定度,还有大量的成功案例。

飞机着陆起飞时,起落架载荷变化剧烈,缓冲支柱行程会有明显的变化,同时起落架支柱上布置的应变电桥码值与载荷会呈现非线性变化关系。因此,在标定方案设计和数据处理中需要采取与其他机体结构不同的方法^[7]。笔者以某运载型飞机前起落架为例,介绍支柱式起落架载荷实测和标定方法。在标定试验数据分析的基础上,重点考虑压缩行程的影响,并针对两种载荷回归方法,分别提出起落架载荷-应变关系模型,使载荷-应变关系方程更具有力学意义,并满足更高的精度要求。此方法已成功应用于多个机型的起落架载荷谱实测。

在大型机械结构载荷实测中,根据力学结构,

选择多种快速有效的数据分析方法,可获取潜在数量关系,能为建立载荷-应变关系模型提供更多的研究思路。“分析结构受载-观察标定数据-挖掘数量关系”模式的程序化,可应用于大型结构载荷标定试验的实时监测中,便于及时发现试验过程异常。

1 载荷实测和标定试验

1.1 实测载荷和测试方法

文中起落架载荷的坐标系遵循右手法则: x 轴沿逆航向为正, y 轴垂直地面向上为正, z 轴向左为正。

前起落架在地面主要承受作用于机轮轮轴的 P_x 和 P_y ,以及作用于轮胎接地处的 F_z 。在载荷谱实测中,三向载荷 P_x , P_y 和 F_z 为前起落架的重要测试载荷。根据结构受力特点,在支柱上选取测试切面 A 和 B ,布置弯矩电桥,测量 ϵ_{Mx} 和 ϵ_{My} ;在机轮外臂上选取测试切面 C 和 D ,布置剪力电桥,测量 ϵ_Q 。应变计组桥方式见文献^[2,6]。所有力的单位为N,弯矩的单位为 $N \cdot m$ 。 ϵ_M 和 ϵ_Q 分别为

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51075277,50135010)

收稿日期:2018-03-29;修回日期:2019-04-30

弯矩应变电桥和剪力应变电桥测试采集的码值,无法明确其具体的物理含义,无量纲单位。该起落架的测试切面和所受三向载荷见图 1。图中: L_x 和 L_z 为缓冲支柱全伸展状态下测试切面 A 分别到机轮轴中心和轮胎接地处的垂直距离, L_y 为机轮轴中心到支柱的水平距离,测量长度分别为 $L_x = 964 \text{ mm}$, $L_z = 1\ 189 \text{ mm}$, $L_y = 40 \text{ mm}$ 。 H 为缓冲支柱全伸展状态下的外露长度,定义其变化量为压缩行程 ΔH 。

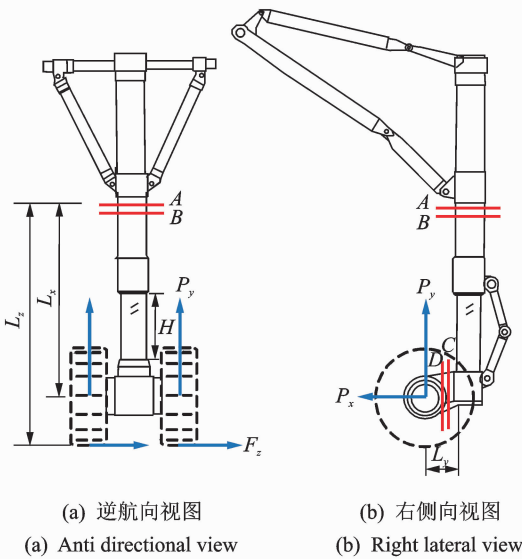


图 1 测试切面和受载示意图

Fig. 1 Diagram of measuring section and loading

1.2 标定试验和加载工况

起落架三向载荷标定试验在室内台架上进行,安装时起落架与地面垂直,起落架与台架的连接方式和实际工作状态基本相同。参照起落架机轮的实际尺寸,定制专门的假轮替代起落架原机轮承受标定载荷,模拟起落架在使用过程中的受力状态。具体的加载试验方法见文献[7]。起落架标定时,根据载荷维数、加载方向不同,设计了 13 种工况类型,见表 1。双向和三向载荷工况类型中,根据各载荷分配比例的不同,可设计多种具体工况。

设计了 4 种缓冲器的压缩行程情况,分别为 $-100, -200, -250, -300 \text{ mm}$ 。每种压缩行程下,表 1 中的所有类型的工况都要重复进行 1 次。各种载荷均按大小等分成若干级(一般分 8~10 级),逐级施加。

表 1 加载工况类型

Tab. 1 Types of loading condition

| 工况类型 | 垂向 | 航向 | 逆航向 | 右侧向 | 左侧向 |
|------|----|----|-----|-----|-----|
| 1 | ✓ | | | | |
| 2 | | ✓ | | | |
| 3 | | | ✓ | | |
| 4 | | | | ✓ | |
| 5 | | | | | ✓ |
| 6 | ✓ | ✓ | | | |
| 7 | ✓ | | ✓ | | |
| 8 | ✓ | | | ✓ | |
| 9 | ✓ | | | | ✓ |
| 10 | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| 11 | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| 12 | ✓ | | ✓ | ✓ | |
| 13 | ✓ | | ✓ | | ✓ |

2 载荷标定数据分析

2.1 单向加载工况下载荷-应变码值关系分析和预测

前起落架在只受 P_x 单向加载时,理论上 ϵ_{Mz} 值的变化只受 P_x 在切面 A 处产生的 M_z 的影响,存在

$$\epsilon_{Mz} = c_1 M_z = c_1 P_x (L_x + \Delta H) \quad (1)$$

合并 4 种压缩行程下单向航向载荷工况(工况类型 2 和 3)的标定数据,观察 P_x, M_z 对应 ϵ_{Mz} 分布情况,见图 2。当缓冲支柱变化量越大时, M_z 的力臂 $L_x + \Delta H$ 就越小, ϵ_{Mz}/P_x 的值相应减少,而 ϵ_{Mz}/M_z 的值基本不受 ΔH 变化的影响。线性拟合 $M_z - \epsilon_{Mz}$,有 $\epsilon_{Mz} = 0.400\ 70 M_z (\text{N} \cdot \text{m})$,相关系数 $R^2 = 0.999\ 87$ 。

前起落架在只受 P_y 单向加载时,切面 C 的剪力应变电桥码值 ϵ_{Qy} 随 P_y 的变化不受支柱行程变化的影响,而 ϵ_{Mz} 受 P_y 在切面 A 处产生的 M_z 的影响,存在

$$\epsilon_{Mz} = c_1 M_z = c_1 P_y [L_y + (L_x + \Delta H) \sin\theta] \quad (2)$$

其中: θ 为起落架支柱与 y 轴的夹角,约为 10° 。

合并 4 种压缩行程下工况类型 1 的标定数据,观察 P_y 及其在切面 A 处产生的 M_z 对应 ϵ_{Qy} 和 ϵ_{Mz} 分布情况,见图 3,4。 $P_y - \epsilon_{Qy}$ 和 $M_z - \epsilon_{Mz}$ 都呈现出较好的相关性。线性拟合 $P_y - \epsilon_{Qy}$,有 $\epsilon_{Qy} = 0.008\ 38 P_y (\text{N})$,相关系数 $R^2 = 0.999\ 61$;线性拟合 $M_z - \epsilon_{Mz}$,有 $\epsilon_{Mz} = 0.400\ 30 M_z (\text{N} \cdot \text{m})$,相关系数 $R^2 = 0.998\ 97$ 。