

# 高速直齿轮摩擦动力学特性分析\*

欧阳天成<sup>1,2,3</sup>, 黎朔宇<sup>1</sup>, 周峰<sup>1</sup>, 蔡敢为<sup>1,2</sup>, 陈南<sup>3</sup>

(1. 广西大学机械工程学院 南宁, 530004)

(2. 广西大学广西制造系统与先进制造技术重点实验室 南宁, 530004)

(3. 东南大学机械工程学院 南京, 211189)

**摘要** 考虑齿面接触温升的影响, 针对高速渐开线直齿轮动力学特性和润滑性能问题, 建立摩擦动力学模型剖析齿轮润滑特性与动力学行为的耦合关系以及揭示油膜润滑机理。首先, 建立含时变啮合刚度、齿侧间隙、传动误差的多自由度直齿轮弯-扭耦合动力学模型; 其次, 建立一维线接触瞬态混合热弹流润滑模型, 通过整合得到含热效应的直齿轮摩擦动力学模型, 利用龙格库塔法与多重网格法的联合迭代求解耦合系统的控制方程; 最后, 通过静态工况和动态工况数值计算结果的对比、摩擦动力学特性的分析以及温升的对比, 证明了建立摩擦动力学耦合模型的必要性, 为高速齿轮动态特性和润滑性能的改善提供分析方法。

**关键词** 直齿轮; 摩擦动力学; 热效应; 混合弹流

**中图分类号** TH132.41

## 引言

齿轮传动是机器运动和动力传递的一种主要形式, 具有传动比准确、机械效率高和可靠性好等特点。随着工业的发展, 高精度、低噪音、长寿命是现代齿轮设计与制造的发展方向<sup>[1]</sup>, 良好的动力学特性与润滑技术是齿轮系统性能与质量的重要保证和技术难点<sup>[2-4]</sup>。

针对齿轮动力学的研究, 文献[5-10]等做了大量工作, 分析了动态啮合力与传动误差的关系、齿轮啮合非线性动力学、齿侧间隙与动态特性的关系、含裂纹故障的齿轮动力学特性、齿轮拍击噪声及设计参数与动态响应的关系。Fernandez 等<sup>[11]</sup>通过建立包含时变啮合刚度和齿侧间隙的数学模型分析了齿廓偏差和装配误差对齿轮系统动力学的影响。Yang 等<sup>[12]</sup>建立了包含时变啮合刚度、齿侧间隙的行星齿轮非线性动力学模型, 研究结果证明齿侧间隙对系统非线性特性有重要影响。基于非线性动力学理论。Gao 等<sup>[13]</sup>研究了齿轮汇流传动系统的周期性、次谐波和混沌行为。在齿轮润滑方面, 文献[14-17]等研究了动载荷对齿轮弹流润滑的影响、齿面粗糙度与摩擦特性的关系、乏油状态下的齿轮润

滑性能、动载荷对压力及膜厚的影响。基于弹流润滑理论, Wei 等<sup>[18]</sup>通过理论分析与实验测试研究了不同润滑工况下齿轮微点蚀和点蚀的产生机理。Liu 等<sup>[19]</sup>采用理论分析法研究了齿轮系统在动压工况下的啮合阻尼特性。

国内外学者对齿轮的研究存在理想化处理动载荷、动态边界条件和忽略动力学-摩擦学耦合作用等问题。在高速工况下, 齿轮啮合产生的振动以及温升改变了油膜润滑特性; 相反, 油膜润滑特性的变化直接改变齿轮啮合阻尼、齿面摩擦力和摩擦力矩, 从而影响齿轮系统动力学行为。因此, 笔者提出一种摩擦动力学模型来研究渐开线直齿轮的动力学和摩擦学耦合问题。

## 1 控制方程

### 1.1 齿轮动力学模型

如图 1 所示, 采用集中参数法建立渐开线直齿轮弯-扭耦合动力学模型, 每个直齿轮有 3 个自由度, 具有 6 个自由度的直齿轮动力学模型节点位移向量为

\* 国家自然科学基金资助项目(2018NSFC51805100); 广西制造系统与先进制造技术重点实验室基金资助项目(7-259-05S001); 广西研究生教育创新计划资助项目(YCSW2018034)  
收稿日期: 2018-05-30; 修回日期: 2018-07-17

$$\mathbf{q} = [x_p, y_p, \theta_p, x_g, y_g, \theta_g]^T \quad (1)$$

其中:  $x_i$  ( $i = p, g$ ) 为主动轮及从动轮水平方向位移;  $y_i$  ( $i = p, g$ ) 为竖直方向位移;  $\theta_i$  ( $i = p, g$ ) 为直齿轮绕传动轴的转角。

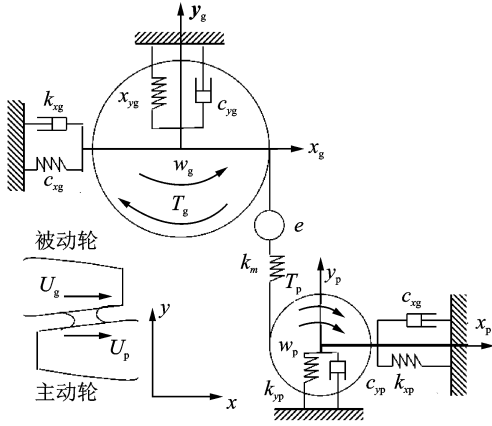


图1 直齿轮动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of a spur gear pair

根据达朗贝尔原理获得包含时变啮合刚度、齿侧间隙等非线性因素的直齿轮动力学方程,其表达式为

$$\left\{ \begin{aligned} m_p \ddot{x}_p(t) + c_{xp} \dot{x}_p(t) + k_{xp} x_p(t) &= \sum_{i=1}^n \Delta_i F_i(t) \\ m_p \ddot{y}_p(t) + c_{yp} \dot{y}_p(t) + k_{yp} y_p(t) + k_m(t) \delta(t) &= 0 \\ J_p \ddot{\theta}_p(t) + c_{\theta p} \dot{\theta}_p(t) + r_{bp} k_m(t) \delta(t) &= \\ T_p + \sum_{i=1}^n \Delta_i R_{pi}(t) F_i(t) & \quad (2) \\ m_g \ddot{x}_g(t) + c_{xg} \dot{x}_g(t) + k_{xg} x_g(t) &= - \sum_{i=1}^n \Delta_i F_i(t) \\ m_g \ddot{y}_g(t) + c_{yg} \dot{y}_g(t) + k_{yg} y_g(t) - k_m(t) \delta(t) &= 0 \\ J_g \ddot{\theta}_g(t) + c_{\theta g} \dot{\theta}_g(t) - r_{bg} k_m(t) \delta(t) &= \\ - T_g - \sum_{i=1}^n \Delta_i R_{gi}(t) F_i(t) & \end{aligned} \right.$$

其中:  $m_p, m_g$  为主动轮和从动轮的质量;  $J_p, J_g$  为转动惯量;  $r_{bp}, r_{bg}$  为基圆半径;  $k_{xp}, k_{xg}$  为水平方向的轴承等效刚度;  $k_{yp}, k_{yg}$  为竖直方向的轴承等效刚度;  $c_{xp}, c_{xg}$  为水平方向的轴承等效阻尼;  $c_{yp}, c_{yg}$  为竖直方向的轴承等效阻尼;  $k_m(t)$  为齿轮时变啮合刚度;  $\delta(t)$  为轮齿在啮合线上的相对位移;  $F(t)$  为齿面摩擦力;  $\Delta$  为符号函数;  $T_p, T_g$  为负载转矩;  $R_p(t), R_g(t)$  为接触半径; 润滑油膜内部的剪切力和粗糙峰接触产生的摩擦合成为齿面摩擦力;  $n$  为参与啮合的轮齿对数。

对称分布的齿侧间隙为  $2l$ , 在啮合线上具有齿

侧间隙的轮齿相对位移表达式为

$$\delta(t) = \begin{cases} \epsilon_d(t) - e - l & (\epsilon_d(t) - e > l) \\ 0 & (|\epsilon_d(t) - e| \leq l) \\ \epsilon_d(t) - e + l & (\epsilon_d(t) - e < -l) \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\epsilon_d(t)$  为动态传动误差 ( $\epsilon_d(t) = r_{bp} \theta_p(t) - r_{bg} \theta_g(t) + y_p - y_g$ );  $e$  为静态传动误差。

表征齿面摩擦力和摩擦力矩作用方向的符号函数为

$$\Lambda = \begin{cases} 1 & (R_{pi} \omega_p - R_{gi} \omega_g > 0) \\ -1 & (R_{pi} \omega_p - R_{gi} \omega_g < 0) \end{cases} \quad (4)$$

其中: 在啮合点处, 主动轮线速度大于从动轮线速度时, 符号函数为正值; 当主动轮线速度小于从动轮线速度时, 符号函数为负值。

为了分析混合热弹流润滑模型的载荷平衡方程, 需要推导啮合过程中的单齿负载。根据最小弹性势能准则<sup>[20]</sup>得到的单齿动态载荷为

$$W_I(t)_d = W_I(t)_s \left[ \frac{W_F(t)}{W_F(t)_s} \right] = W_I(t)_s \left[ \frac{k_m(t) \delta(t)}{T_p / r_{bp}} \right] \quad (5)$$

其中:  $W_I(t)_d$  为单齿动态载荷;  $W_I(t)_s$  为单齿静态载荷;  $W_F(t)$  为齿轮动态啮合力;  $W_F(t)_s$  为齿轮静态啮合力。

## 1.2 混合热弹流润滑模型

渐开线圆柱直齿轮沿啮合线上的运动可用 2 个时变曲率半径的圆柱体接触模拟, 直齿轮啮合过程中啮合线上随时间变化的等效曲率半径为

$$R(t) = \frac{R_p(t) R_g(t)}{R_p(t) + R_g(t)} = \frac{(r_{rp} \sin \alpha_n + \zeta)(r_{rg} \sin \alpha_n - \zeta)}{(r_{rp} + r_{rg}) \sin \alpha_n} \quad (6)$$

其中:  $r_{rp}, r_{rg}$  分别为主动轮和从动轮分度圆半径;  $\zeta$  为啮合点到节点的距离;  $\alpha_n$  为分度圆压力角。

啮合点到节点的距离为  $\zeta \in [-l_1, l_2]$ ,  $l_1$  与  $l_2$  分别为上下界限, 其表达式为

$$\left\{ \begin{aligned} l_1 &= \sqrt{[(r_{rg} + h_{ag} + m_n x_{ag})^2 - r_{rg}^2 \cos^2 \alpha_n]} - r_{rg} \sin \alpha_n \\ l_2 &= \sqrt{[(r_{rp} + h_{ap} + m_n x_{ap})^2 - r_{rp}^2 \cos^2 \alpha_n]} - r_{rp} \sin \alpha_n \end{aligned} \right. \quad (7)$$

其中:  $m_n$  为直齿轮模数;  $h_{ap}, h_{ag}$  分别为主动轮和从动轮齿顶高;  $x_{ap}, x_{ag}$  分别为主动轮和从动轮的法向变位系数。

齿轮啮合过程中的振动造成了实际油膜卷吸速度有别于理想卷吸速度, 称为弹流动态边界条件。考虑了动态因素的瞬态齿面切向速度为

$$\begin{cases} u_p(t) = u_{pa}(t) + R_p(t)\Delta\dot{\theta}_p(t) + \dot{x}_p(t) \\ u_g(t) = u_{ga}(t) + R_g(t)\Delta\dot{\theta}_g(t) + \dot{x}_g(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中: $u_p(t)$ ,  $u_g(t)$ 分别为主动轮和从动轮的瞬态齿面切向速度; $u_{pa}(t)$ ,  $u_{ga}(t)$ 分别为理想状态下主动轮和从动轮的齿面切向速度。

动态边界条件下的油膜卷吸速度为  $u_r(t) = 0.5[u_p(t) + u_g(t)]$ 。

基于牛顿流体模型获得的摩擦力数值解严重偏离实验测试结果,而非牛顿流体的计算偏差值较小,因此本次工作采用非牛顿流体 Ree-Eyring 流变模型分析直齿轮的润滑特性。基于 Ree-Eyring 流变模型的一维瞬态混合弹流润滑 Reynolds 方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho(x,t)h^3(x,t)}{12\eta^*(x,t)} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right] = \\ -u_r(t) \frac{\partial [\rho(x,t)h(x,t)]}{\partial x} + \frac{\partial [\rho(x,t)h(x,t)]}{\partial t} \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $\rho(x,t)$ ,  $\eta^*(x,t)$ ,  $h(x,t)$ ,  $p(x,t)$ 分别为润滑油的密度、等效黏度、油膜厚度和油膜压力。

式(9)中的 Reynolds 方程边界条件为

$$\begin{cases} p(x_{in}) = p(x_{out}) = 0 \\ \partial p(x_{out})/\partial x = 0 \end{cases} \quad (10)$$

其中: $x_{in}$ ,  $x_{out}$ 分别代表计算区域的入口、出口位置。

式(9)中的润滑油等效黏度表达式为

$$\frac{1}{\eta^*(x,t)} = \frac{1}{\eta(x,t)} \frac{\tau_0}{\tau_1} \sinh\left(\frac{\tau_1}{\tau_0}\right) \quad (11)$$

其中: $\eta(x,t)$ 为低剪切率下的润滑油黏度; $\tau_0$ 为 Ree-Eyring 流体特征剪切应力; $\tau_1$ 为油膜平均剪切应力。

当齿轮机构承受较大扭矩时,润滑油膜无法完全分开接触的齿面,部分粗糙峰发生固-固接触,齿轮啮合处于混合弹流润滑状态。齿面粗糙峰的直接接触导致油膜破裂,方程(9)中的压力流项消失,退化的 Reynolds 方程为

$$u_r(t) \frac{\partial [\rho(x,t)h(x,t)]}{\partial x} + \frac{\partial [\rho(x,t)h(x,t)]}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

一维线接触瞬态混合弹流润滑模型中,油膜厚度由刚体中心膜厚、几何膜厚、弹性变形和综合齿面粗糙度组成,油膜厚度的计算式为

$$h(x,t) = h_0(t) + g_0(x,t) + \delta(x,t) - R_r(x,t) \quad (13)$$

其中: $h_0(t)$ ,  $g_0(x,t)$ ,  $\delta(x,t)$ ,  $R_r(x,t)$ 分别为刚体中心膜厚、几何膜厚、齿面弹性变形和综合齿面粗糙度。

视齿面接触为弹性半空间问题,一维线接触的齿面弹性变形计算式为

$$\delta(x,t) = -\frac{2}{\pi E} \int_{s_1}^{s_2} p(s,t) \ln(x-s)^2 ds \quad (14)$$

其中: $E$ 为综合弹性模量; $s_1$ ,  $s_2$ 分别为弹性变形积分的上、下限。

文中采用 Roelands 黏度-压力关系式<sup>[21]</sup>来描述齿轮润滑油的黏压特性,其表达式为

$$\begin{aligned} \eta(x,t) = \eta_0 \exp\left\{(\ln \eta_0 + 9.67) \left[ \left(1 + \frac{p(x,t)}{p_0}\right)^{z_0} \times \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{T(x,t) - 138}{T_0 - 138}\right)^{s_0} - 1\right] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

其中: $S_0$ ,  $Z_0$ 分别为温度敏感系数和黏度-压力系数; $\eta_0$ 为润滑油环境黏度; $T_0$ 为环境温度; $p_0$ 为参考压力; $T(x,t)$ 为  $x$  位置  $t$  时刻的油膜温度。

一维线接触瞬态混合弹流润滑模型的密度-压力关系式<sup>[21]</sup>为

$$\rho(x,t) = \rho_0 \left[ 1 + \frac{0.6p(x,t)}{1 + 1.7p(x,t)} + D(T(x,t) - T_0) \right] \quad (16)$$

其中: $D$ 为密度-温度系数; $\rho_0$ 为润滑油环境密度。

齿轮啮合过程中,载荷由润滑油膜及粗糙面接触峰共同承担,载荷平衡方程为

$$W_I^*(t) = \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x,t) dx \quad (17)$$

其中: $W^* I(t)$ 为单位齿宽的单齿动态啮合力。

对于线接触问题,忽略了膜厚方向热对流及流动方向热传导的油膜能量方程为

$$\begin{aligned} \rho(x,t)c_c \left( u_r(t) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial t} \right) = k_f \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{T}{\rho(x,t)} \times \\ \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial T} \left( u_r(t) \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \right) + \tau(x,t) \frac{\partial u_r(t)}{\partial z} \end{aligned} \quad (18)$$

其中: $c_c$ 为润滑油定压比热容; $k_f$ 为润滑油热传导系数; $z$ 为膜厚方向。

包含了 Poiseuille 流和 Couette 流的油膜剪切力计算式为

$$\tau(x,t) = \frac{\eta^*(x,t)}{h(x,t)} [u_g(t) - u_p(t)] \quad (19)$$

能量方程的边界条件为

$$T = T_0 \quad (x \leq x_{in} \text{ 或 } x \geq x_{out}) \quad (20)$$

主动轮和被动轮的固体热传导方程为

$$\begin{cases} \rho_p c_p \left( u_p(t) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial t} \right) = k_p \frac{\partial^2 T}{\partial z_p^2} \\ \rho_g c_g \left( u_g(t) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial t} \right) = k_g \frac{\partial^2 T}{\partial z_g^2} \end{cases} \quad (21)$$

其中: $\rho_p$ 和  $\rho_g$ 分别为主动轮和被动轮的材料密度; $c_p$ 和  $c_g$ 分别为主动轮和被动轮的比热; $k_p$ 和  $k_g$ 分

别为主动轮和被动轮的导热系数。

在油膜与齿轮本体的交界面处,满足连续性要求的热通量条件为

$$\begin{cases} k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = k_p \frac{\partial T}{\partial z_p} \Big|_{z_p=0} \\ k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h} = k_g \frac{\partial T}{\partial z_g} \Big|_{z_g=0} \end{cases} \quad (22)$$

在混合热弹流润滑分析中,油膜剪切力和粗糙面接触峰的摩擦共同构成了齿面摩擦力,其计算式为

$$F(t) = A_j \sum_{j=1}^M \tau_j(t) + \mu_b W_I(t) L_a(t) \quad (23)$$

其中: $F(t)$ 为齿面摩擦力; $A_j$ , $M$ , $\mu_b$ 分别为网格面积、网格数目和边界摩擦因数; $L_a(t)$ 为粗糙面承载率,其定义是齿面粗糙峰承担的载荷与单齿总载荷之比。

将式(8)和式(19)代入式(23),得到

$$F(t) = c_m(t) [R_g(t) \dot{\theta}_g(t) - R_p(t) \dot{\theta}_p(t) + \dot{x}_g(t) - \dot{x}_p(t)] + F_s(t) + F_r(t) \quad (24)$$

其中:式(24)右边的第1项表征由振动引起的动态剪切力;后2项中的 $F_s(t)$ 为滑动摩擦力; $F_r(t)$ 为滚动摩擦力。

滑动摩擦力和滚动摩擦力的计算式分别为

$$F_s(t) = c_m(t) [u_{ga}(t) - u_{pa}(t)] + \mu_b W_I(t) L_a(t) \quad (25)$$

$$F_r(t) = A_j \sum_{j=1}^M \left[ \frac{h(x_j, t)}{2} \times \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right] \quad (26)$$

式(25)中的齿轮啮合黏性阻尼计算式为

$$c_m(t) = A_j \sum_{j=1}^M \frac{\eta^*(x_j, t)}{h(x_j, t)} \quad (27)$$

根据定义,瞬态混合热弹流润滑的齿面摩擦因数为

$$\mu_l(t) = \frac{F(t)}{W_I(t)} \quad (28)$$

其中:瞬态摩擦因数等于瞬态摩擦力与动态啮合力之比。

在混合热弹流润滑分析中,需要将控制方程转化为无量纲形式,目的是为了减少方程中所含的变量数目,提高控制方程的求解效率和收敛性。另一方面,需要对混合热弹流润滑模型中的无量纲微分方程和代数方程进行离散化,以求取控制方程的数值解。本次工作依据文献[22],对混合热弹流模型中的控制方程进行无量纲化,控制方程的离散化主要使用二阶中心差分法和一阶向后差分法。

### 1.3 摩擦动力学方程

本次工作分别建立了渐开线圆柱直齿轮动力学

模型与一维瞬态混合热弹流润滑模型,通过整合得到摩擦动力学模型。动力学模型为弹流润滑模型提供动态啮合力和动态边界条件,相反,弹流润滑模型为动力学模型提供时变啮合阻尼、时变摩擦力和时变摩擦力矩。具有摩擦学和动力学耦合作用的渐开线直齿轮摩擦动力学方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (29)$$

其中: $\mathbf{M}$ 为质量矩阵; $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵; $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵; $\mathbf{F}$ 为载荷列向量; $\mathbf{q}$ 为节点位移列向量。

## 2 数值求解方法

直齿轮摩擦动力学模型是由动力学模型与混合热弹流润滑模型组合而成,因此可用龙格库塔法和多重网格法对其进行联合求解。

直齿轮摩擦动力学数值求解的迭代循环流程如图2所示。进行迭代循环前,需要设置直齿轮几何参数、运动学参数以及润滑油特性;第1次迭代前( $\kappa=0, \lambda=0, \chi=0$ ),人工设置齿轮动态啮合力等于静态啮合力( $W_\kappa^F(t) = W_F(t)_s$ )以及初始温度( $T^\chi(t) = T_0(t)$ )。利用载荷分布模型将动态啮合力转化为单齿负载,基于压力和油膜温度收敛准则,齿轮热弹流模型采用多重网格法进行数值求解。若接触压力达到收敛,则进行热平衡分析,否则再次进行压力平衡迭代。将计算得到的时变啮合阻尼 $c_m(t)$ 、时变滑动摩擦力 $F_s(t)$ 和时变滚动摩擦力 $F_r(t)$ 提供给齿轮动力学模型,利用龙格库塔法对动力学模型进行数值求解,得到动态啮合力 $W_\kappa^F(t)$ 和动态齿面切向速度 $u_p(t), u_g(t)$ 。若动态啮合力收敛则跳出迭代循环并输出计算结果,否则将返回润滑模型进行循环迭代。

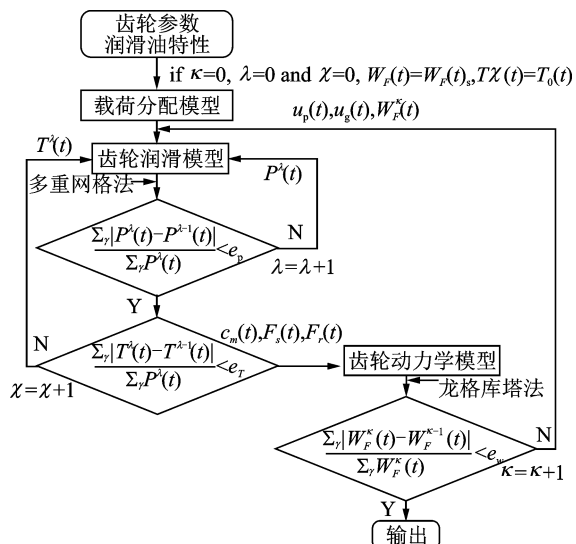


图2 迭代循环流程

Fig. 2 Flowchart of the computation program

直齿轮摩擦动力学模型的压力、温度和动态啮合力迭代循环收敛条件为

$$\begin{cases} \frac{\sum_{\gamma} |P^{\lambda}(t) - P^{\lambda-1}(t)|}{\sum_{\gamma} P^{\lambda}(t)} < e_p \\ \frac{\sum_{\gamma} |T^{\lambda}(t) - T^{\lambda-1}(t)|}{\sum_{\gamma} T^{\lambda}(t)} < e_T \\ \frac{\sum_{\gamma} |W_F^{\kappa}(t) - W_F^{\kappa-1}(t)|}{\sum_{\gamma} W_F^{\kappa}(t)} < e_w \end{cases} \quad (30)$$

其中:  $e_p$  为瞬态压力阈值;  $e_T$  为油膜温度阈值;  $e_w$  为动态啮合力阈值。

为了简化建模或降低数值求解难度,以往大部分学者将齿轮动力学和摩擦学单独研究,在低转速工况下,其分析结果与实际差别不大,可以为齿轮的设计与制造提供参考。但随着转速的提高,摩擦学与动力学的相互作用增强,以往的分析方法造成了较大的计算误差,因此笔者提出一种齿轮摩擦动力学模型,利用龙格库塔法与多重网格法的联合迭代,克服了数值计算发散问题,有效分析了高速工况下齿轮的动力学、摩擦学特性。

### 3 结果分析及讨论

表 1 给出了直齿轮主要设计参数,环境温度为  $T_0 = 313 \text{ K}$ ,表 2 给出了弹流润滑分析中的润滑油特性。对齿轮系统进行动力学分析时,忽略主动轮

表 1 直齿轮设计参数

Tab. 1 Design parameters of the example spur gear pair

参数	数值	参数	数值
模数 $m_n/\text{mm}$	2.0	表面粗糙度 $R_r/\mu\text{m}$	0.16
齿数 $z_p/z_g$	33/66	平均啮合刚度	$7.68 \times 10^8$
压力角 $\alpha_n/(\circ)$	20	$k_{ave}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	
静态传动误差		密度 $\rho_p, \rho_g/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$7.80 \times 10^3$
$e/\mu\text{m}$	1	比热	
齿侧间隙 $2l/\text{mm}$	0.12	$c_p, c_g/(\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1})$	460
		导热系数 $k_p, k_g/(\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1})$	49

表 2 润滑油特性

Tab. 2 Lubricant properties

参数	数值
Ree-Eyring 流体特征剪切应力 $\tau_0/\text{MPa}$	18.0
润滑油环境黏度 $\eta_0/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.09
润滑油密度 $\rho_0/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	880
黏度-压力指数 $Z_0$	0.65
比热 $c_r/(\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1})$	2 100
热导系数 $k_r/(\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1})$	0.14

驱动转矩和从动轮负载转矩的波动,主动轮驱动转矩  $T_p = 31.83 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,从动轮负载转矩  $T_g = 63.66 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。齿轮系统等效轴承刚度为  $k_{xp} = k_{yp} = 5.6 \times 10^8 \text{ N/m}$ ,  $k_{xg} = k_{yg} = 4.8 \times 10^8 \text{ N/m}$ ,  $c_{xp} = c_{yp} = 5.0 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_{xg} = c_{yg} = 4.1 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。

#### 3.1 静、动工况下的数值分析对比

大部分学者是基于静载荷或理想动载荷对齿轮进行润滑分析,但齿轮啮合过程却存在振动和冲击,忽略了动载荷的分析结果与实际测量存在较大偏差,因此在分析齿轮润滑特性时,尤其是高速工况下,需要考虑动态响应的影响。本次工作分低速(300 r/min)和高速(3 000 r/min)两种转速研究齿轮在静、动态工况下的润滑特性。

两种转速下,单齿负载沿啮合线的变化规律如图 3 所示。下标 s 代表静态工况, d 代表动态工况,直齿轮的重合度为 1.65,啮合周期表征单个轮齿的啮合时间跨度。美国 AGMA 标准<sup>[23]</sup>的单齿静态载荷  $W_I(t)_s$ 。在啮入点到单齿啮合最低点之间呈线性增长趋势,在双齿啮合转变为单齿啮合(0.54  $T_z$ )时载荷急剧上升,啮合线上单齿啮合区(0.54 ~ 1.11  $T_z$ )的载荷保持恒定,齿轮的卸载曲线与加载曲线成对称关系,静态载荷在单齿啮合最低点和单齿啮合最高点有较大的突变,将可能引起强烈的振动。总体而言,图 3 所示的动载荷  $W_I(t)_{d-300}$  沿啮合线的变化趋势与单齿静态载荷类似,但呈现强烈的高频波动,尤其是在啮入点、单双齿交换点处。当转速达到 3 000 r/min 时,动态载荷  $W_I(t)_{d-3000}$  的变化趋势与静态载荷区别很大,在单齿啮合区有两个相当明显的波峰,呈现出大幅度波动现象。仿真结果说明了应当考虑动载荷因素对齿轮润滑的影响,尤其在高速工况下。

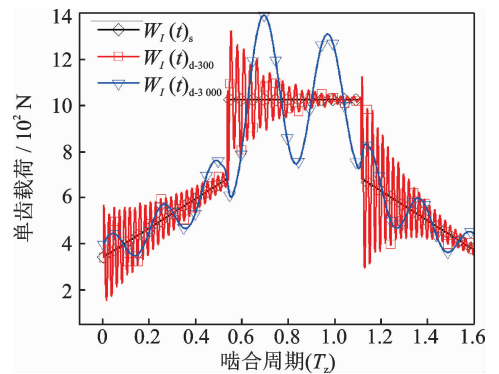


图 3 单齿负载沿啮合线的变化规律

Fig. 3 Variation of individual gear load along the LOA

如图4所示,不同转速工况下的平均油膜厚度沿啮合线方向呈增长状态。平均油膜厚度  $h(t)_{s-300}$  与  $h(t)_{s-3000}$  在啮入点最小(分别为  $0.108$  和  $0.642 \mu\text{m}$ )而在啮出点达到最大(分别为  $0.184$  和  $1.062 \mu\text{m}$ ),油膜厚度在单齿啮合最低点突然下降,原因是载荷的急剧增大;相反,油膜厚度在单齿啮合最高点突然上升,则归因于载荷的急剧减小。从两种转速对比可以知道,油膜厚度随转速的提高而增大。

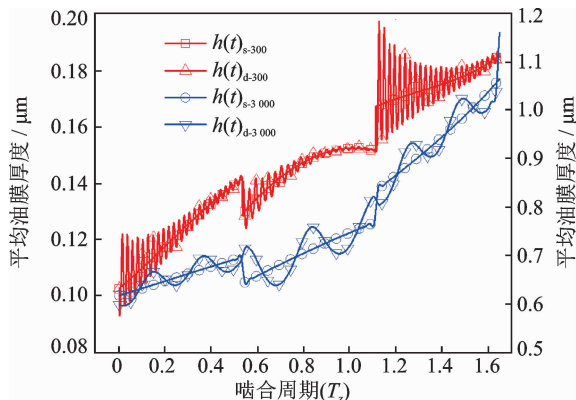


图4 平均油膜厚度沿啮合线的变化规律

Fig. 4 Variation of film thickness along the LOA

图4显示,300 r/min时动态工况下的平均油膜厚度  $h(t)_{d-300}$  在啮合线方向呈现出高频波动特性,在啮入点和单齿转双齿处波动十分强烈。当转速为3000 r/min时,油膜厚度  $h(t)_{d-3000}$  的高频波动消失而呈现两个波谷,对应图3中的两个单齿负载峰值。

承载率沿啮合线的变化规律如图5所示,300 r/min时,静态工况下啮入点的承载率  $L_a(t)_{s-300}$  约为30.6%,啮出点约为18.5%;当转速达到3000 r/min时,啮入点的承载率  $L_a(t)_{s-3000}$  约为14.8%,而啮出点的只有0.75%。很明显,承载率沿啮合线逐渐减小,主要原因是油膜厚度沿着啮合线逐渐增大,直接接触的表面粗糙峰逐渐减少。对应图4,油膜厚度随转速的升高而变大,因此承载率相应下降。动态工况的承载率与静态工况有相同的变化趋势,两者的最大区别在于动态工况下承载率表现出波动,低速下(300 r/min)尤为明显。图5显示,高转速下(3000 r/min)的承载率  $L_a(t)_{d-3000}$  较小,沿啮合线从混合弹流润滑转为全膜弹流润滑。

齿轮啮合过程中,接触几何特性、油膜卷吸速度和齿面负载的变化导致摩擦因数具有时变性。图6显示,在300 r/min时,静态摩擦因数  $\mu(t)_{s-300}$  沿啮合线呈“W型”变化,在啮入点到单齿啮合最低点之间逐渐减小,在双齿转单齿区域出现突然升高,原因

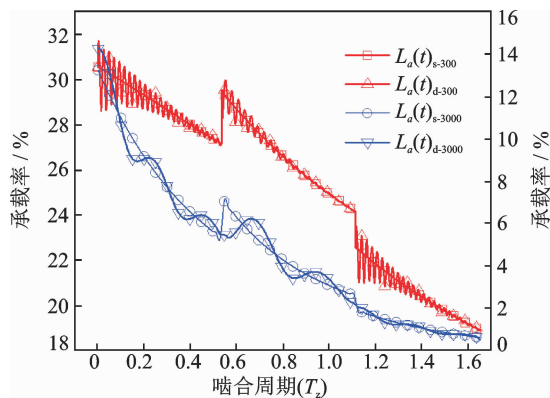


图5 承载率沿啮合线的变化规律

Fig. 5 Variation of load carrying ratio along the LOA

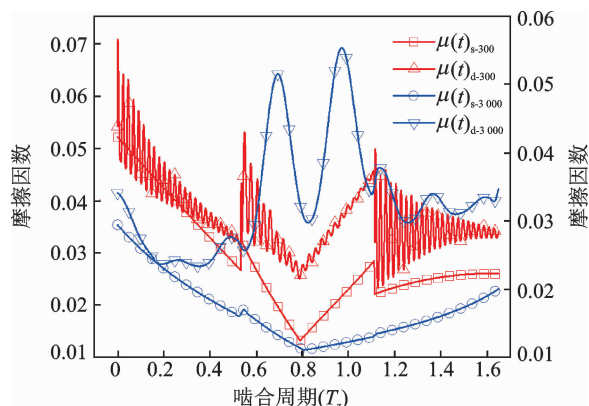


图6 摩擦系数沿啮合线的变化规律

Fig. 6 Variation of friction coefficient along the LOA

在于载荷的剧增,在单齿啮合区域呈“V型”分布并在啮合节点附近有最小值,动态摩擦因数  $\mu(t)_{d-300}$  与静态摩擦因数  $\mu(t)_{s-300}$  有类似的变化趋势,最大区别在于动态摩擦因数  $\mu(t)_{d-300}$  具有高频波动性。

由图6可知,当转速达到3000 r/min时,单齿啮合区节点附近的静态摩擦因数  $\mu(t)_{s-3000}$  最小值约为0.011,而动态摩擦因数  $\mu(t)_{d-3000}$  在节点附近的摩擦因数却达到0.029,在单齿啮合区存在两个较大的峰值。数值计算表明,高转速下动态摩擦因数与静态摩擦因数差别较大,有必要建立摩擦动力学模型分析高速工况下齿轮系统的润滑特性。

### 3.2 摩擦动力学特性

为了分析转速对齿轮摩擦动力学特性的影响,本次工作将设置主动轮转速为300~3000 r/min,其中覆盖了系统的一阶临界转速。

由图7可知,啮合力的波动随转速的提高而增大,在2700 r/min(接近一阶临界转速)时,啮合力沿啮合线波动相当明显,共振转速下出现的较大动载荷更容易引起齿轮破坏。



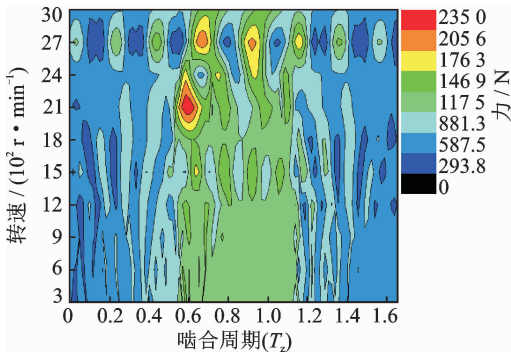


图 7 不同转速下啮合力沿啮合线的的变化

Fig. 7 Variation of mesh force along the LOA at different speeds

图 8 给出了不同转速下平均油膜厚度沿啮合线的变化。由图 8 可知,平均油膜厚度随转速的提高而变大,转速的提高可以降低齿轮刮擦失效概率,在单齿最低啮合点(0.54 $T_z$ ),300~1 200 r/min 低转速范围内载荷的突增导致油膜厚度迅速下降,云图色彩由 0.386 2 转变为 0.238 1  $\mu\text{m}$ ,而高速工况下则变化不明显;在单齿啮合最高点(1.11 $T_z$ ),300~1 200 r/min 低转速范围内载荷的骤减引起油膜厚度迅速增大,云图色彩由 0.386 2 转变为 0.534 4  $\mu\text{m}$ ,而高速时则无突变现象。摩擦动力学模型的分析结果显示,低转速时挤压效应在单齿最低啮合点比较明显,泵效应则在单齿啮合最高点显现突出;随着转速的提高,在单齿啮合最高点处的泵效应逐渐减弱。

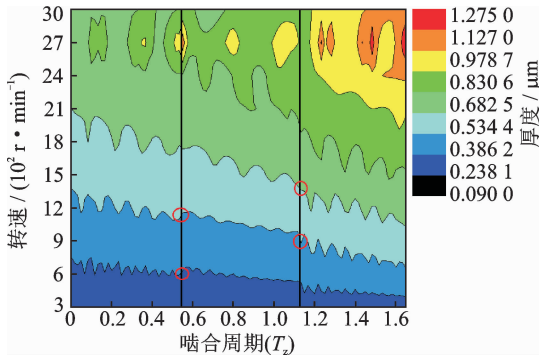


图 8 不同转速下平均油膜厚度沿啮合线的的变化

Fig. 8 Variation of film thickness along the LOA at different speeds

如图 9 所示,在单齿啮合区域(0~0.54 $T_z$ )和(1.11~1.65 $T_z$ ),摩擦因数随转速的提高而减小,而 300~2 400 r/min 转速范围内 1.11~1.65 $T_z$  啮合区域的摩擦因数波动较大,原因可以归结为该啮合区间内的载荷波动较大。从图 9 可知,在双齿啮合区(0.54~1.11 $T_z$ ),转速对摩擦因数的影响不明显,只有在共振转速或邻近共振转速范围表现出强烈波动。

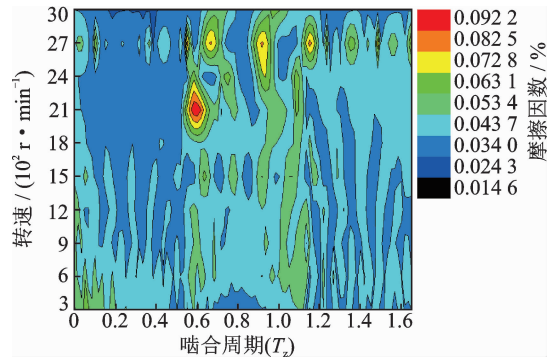


图 9 不同转速下摩擦因数沿啮合线的的变化

Fig. 9 Variation of friction coefficient along the LOA at different speeds

图 10 给出了不同转速下承载率沿啮合线的变化,总体而言,承载率随转速的提高而降低,原因是油膜厚度随转速的提高而增大。另外,图 10 显示啮入点的承载率较高,而啮出点的承载率较低,承载率在单双齿交换点处变化剧烈,动态承载率沿啮合线具有明显的波动性。

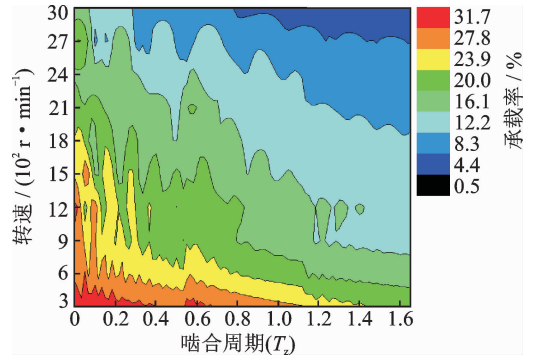


图 10 不同转速下承载率沿啮合线的的变化

Fig. 10 Variation of load carrying ratio along the LOA at different speeds

由图 11 知道,在啮合线上,单齿啮合区(0.54~1.11 $T_z$ )的小齿轮齿面温升低于双齿啮合区,原因可以归结为单齿啮合区较低的相对滑动速度。在 2 700 r/min(一阶临界转速)时,强烈的振动造成了较大的动载荷,由此导致了较高的温升。图 11 显示,随着转速的提高,小齿轮齿面温升逐渐提高。

### 3.3 温升对比

由上面的分析可知,啮入点、单双齿交换点处存在较大的动载荷,而节点处的相对滑动速度较小,因此取上述 3 个点的小齿轮齿面温升和 中层油膜温升作对比。

由图 12 可知,不同啮合点的小齿轮齿面温升随转速的提高而升高,相对而言,啮入点的温升最高,单双齿交换点的温升居中,而节点的温升最低。啮

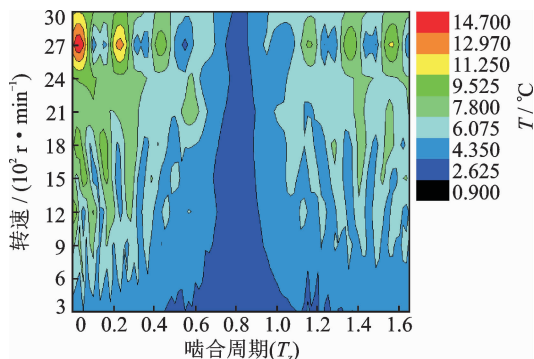


图 11 不同转速下小齿轮齿面温升沿啮合线的的变化

Fig. 11 Variation of surface temperature rise of pinion along the LOA at different speeds

入点的静态、动态温升差别明显,而节点的静态、动态温升基本相同,在共振转速(2 700 r/min)区域温升突变较大。

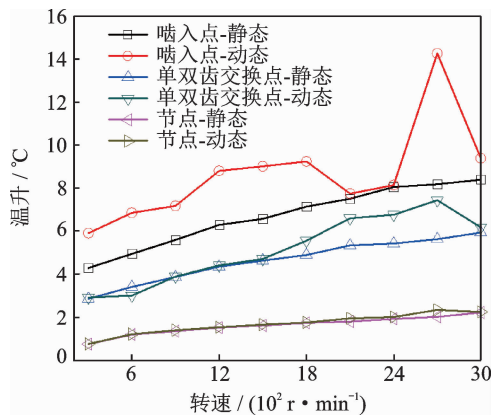


图 12 转速对小齿轮齿面温升的影响

Fig. 12 The effect of rotational speed on the flash temperature rise for pinion

由图 13 可知,3 个不同啮合点的中层油膜温升的变化趋势与图 12 类似,总体上是中层油膜温升随转速的提高而增大。数值仿真结果说明,转速的提高增加黏着磨损的可能,甚至引起胶合破坏。

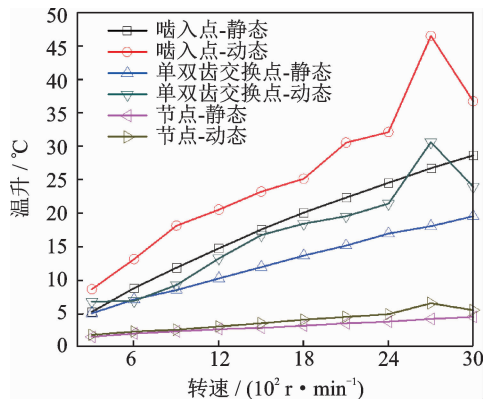


图 13 转速对中层油膜温升的影响

Fig. 13 The effect of rotational speed on the flash temperature rise for middle-layer of fluid film

## 4 结束语

低转速时,动载荷沿啮合线的变化趋势与静态载荷类似,但呈现强烈的高频波动,尤其是在啮入点、单双齿交换点处;高转速时,动态载荷的变化趋势与静载荷区别很大,在单齿啮合区呈现出大幅度波动现象。平均油膜厚度随转速的提高而增大,承载率随转速的提高而下降。总体而言,摩擦系数随转速的提高而减小;低速时,静态摩擦系数沿啮合线呈“W 型”变化,在节点附近取得最小值;高速时,动态摩擦系数在单齿啮合区存在两个较大的峰值。在啮合线上,单齿啮合区的小齿轮齿面温升低于双齿啮合区的温升,小齿轮齿面温升随转速的提高而升高。相对而言,啮入点的温升最高,单双齿交换点的温升居中,而节点的温升最低。

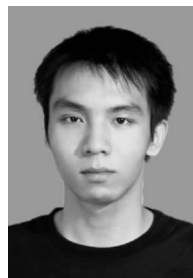
因此,高速齿轮的设计要考虑修型,以降低啮合过程中轮齿对数变化导致的载荷波动,并且通过提高制造精度、齿面粗糙度来改善齿轮润滑性能。由于油膜温升随转速的提高而升高,对于高速齿轮装置要选用优异的高温稳定性润滑油。

## 参 考 文 献

- [1] 赵韩, 吴其林, 黄康, 等. 国内齿轮研究现状及问题研究 [J]. 机械工程学报, 2013, 49(19): 11-20.  
ZHAO Han, WU Qilin, HUANG Kang, et al. Status and problem research on gear study [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49 (19): 11-20. (in Chinese)
- [2] GUPTA K, LAUBSCHER R F, DAVIM J P, et al. Recent developments in sustainable manufacturing of gears: a review [J]. Journal of Cleaner Production, 2016, 112(4): 3320-3330.
- [3] 秦大同. 国际齿轮传动研究现状 [J]. 重庆大学学报, 2014, 37(8): 1-10.  
QIN Datong. Review of research on international gear transmissions [J]. Journal of Chongqing University, 2014, 37(8): 1-10. (in Chinese)
- [4] 刘艳芳, 赖俊斌, 岳会军, 等. 斜齿轮振动噪声分析方法 [J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(5): 960-966.  
LIU Yanfang, LAI Junbin, YUE Huijun, et al. Research on the noise and vibration of the helical gear [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(5): 960-966. (in Chinese)
- [5] TAMMINANA V K, KAHRAMAN A, VIJAYAKAR S. A study of the relationship between the dynamic factors and the dynamic transmission error of



- spur gear pairs [J]. *Journal of Mechanical Design ASME*, 2007, 129: 75-84.
- [6] ERITENEL T, PARKER R G. Three dimensional nonlinear vibration of gear pairs [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331: 3628-3648.
- [7] FARGERER R, VELEX P. Influence of clearances and thermal effects on the dynamic behavior of gear-hydrodynamic journal bearing systems [J]. *Journal of Vibration and Acoustics ASME*, 2013, 135: 061014.
- [8] 马锐, 陈予恕. 含裂纹故障齿轮系统的非线性动力学研究 [J]. *机械工程学报*, 2011, 47(21): 84-90.  
MA Rui, CHEN Yushu. Nonlinear dynamic research on gear system with cracked failure [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(21): 84-90. (in Chinese)
- [9] 郭磊, 郝志勇, 蔡军, 等. 汽车变速箱齿轮传动系动力学振动特性的研究 [J]. *振动与冲击*, 2010, 29(1): 103-107.  
GUO Lei, HAO Zhiyong, Cai Jun, et al. Vibration characteristics of transmission gear-train for a car [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(1): 103-107. (in Chinese)
- [10] 胡鹏, 王奇斌, 张义民. 多级齿轮传动系统关键参数对响应的影响分析 [J]. *振动、测试与诊断*, 2015, 35(3): 469-475.  
HU Peng, WANG Qibin, ZHANG Yiming. Effect of parameters on the dynamic performance of the multi-mesh gear systems [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2015, 35(3): 469-475. (in Chinese)
- [11] FERNANDEZ A, IGLESIAS M, JUAN A. Gear transmission dynamic: effects of tooth profile deviations and support flexibility [J]. *Applied Acoustics*, 2014, 77: 138-149.
- [12] YANG T F, YAN S Z, HAN Z Y. Nonlinear model of space manipulator joint considering time-variant stiffness and backlash [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 341: 246-259.
- [13] GAO H D, ZHANG Y D. Nonlinear behavior analysis of geared rotor bearing system featuring confluence transmission [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 74(4): 2025-2039.
- [14] LI S, KAHRAMAN A. Influence of dynamic behaviour on elastohydrodynamic lubrication of spur gears [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2011, 225: 740-753.
- [15] VENGDUSAMY B, GRAFL A, FARKAS F N, et al. Influence of surface roughness on the tribological behavior of gear oils in steel-steel contacts: part I-boundary friction properties [J]. *Tribology Transactions*, 2014, 57: 256-266.
- [16] LIU H J, ZHU C C, SUN Z D, et al. Starved lubrication of a spur gear pair [J]. *Tribology International*, 2016, 94: 52-60.
- [17] 董辉立, 苑士华, 胡纪滨. 考虑摩擦动力学特性的渐开线齿轮润滑分析 [J]. *摩擦学学报*, 2013, 33(5): 436-442.  
DONG Huili, YUAN Shihua, HU Jibin. Analysis of lubricating performance for involute gear considering tribo-dynamic behavior [J]. *Tribology*, 2013, 33(5): 436-442. (in Chinese)
- [18] WEI J, ZHANG A Q, GAO P. A study of spur gear pitting under EHL condition: theoretical analysis and experiments [J]. *Tribology International*, 2016, 94: 146-154.
- [19] LIU F H, THEODOSSIADES S, BERGMAN L A, et al. Analytical characterization of damping in gear teeth dynamics under hydrodynamic condition [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 94: 141-147.
- [20] PEDRERO J I, PLEGUEZUEL O S M, ARTES M, et al. Load distribution model along the line of contact for involute external gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45: 780-794.
- [21] ROELANDS C J A. Correlational aspects of the viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils [D]. Blue Devil, US: Duke University, 1966.
- [22] WANG Y Q, YI X J. Non-newtonian transient thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear [J]. *Lubrication Science*, 2010, 22: 465-478.
- [23] American Gear Manufacturers Association. AGMA draft standard 925-XXX, 7-8 [S]. Alexandria: American Gear Manufacturers Association, 2002.



**第一作者简介:** 欧阳天成, 男, 1986年6月生, 博士、助理教授、硕士研究生导师。主要研究方向为汽车振动与噪声控制、流体动力润滑等。曾发表《Mathematical modeling and optimization of cam mechanism in delivery system of an offset press》(《Mechanism and Machine Theory》2017, Vol. 110) 等论文。

E-mail: ouyangtiancheng@gxu.edu.cn