

改进随机子空间算法在桥梁结构中的运用^{*}

文 鹏, 陈桥枫, 杨风帆

(西南交通大学土木工程学院 成都, 610031)

摘要 随机子空间算法作为模态参数识别算法中的主要方法之一, 虽然被广泛运用于实际桥梁结构的模态参数识别中, 但其依然存在一定的缺陷。基于此, 针对其存在的三大问题: 系统定阶难、只适用于时不变结构以及真实模态筛选存在主观性, 笔者提出了相应的解决方法。首先, 利用“奇异熵增量一阶导数法”实现系统阶次的智能化判定; 其次, 引入“滑窗技术”对输入信号进行划窗处理, 实现时变结构的参数识别; 然后, 基于真实模态存在的一般规律, 并通过建立相似矩阵实现真实模态的辨识; 最后, 将信号采集、信号预处理和改进随机子空间算法进行有效结合, 运用于某大型斜拉桥振动台试验以验证所提算法的可靠性。结果表明, 所提算法能运用于桥梁的健康监测中, 且识别结果具有可信性。

关键词 桥梁工程; 随机子空间算法; 模态参数; 系统阶次; 模态识别

中图分类号 U446.3; TH123

引 言

实际工程运用中, 可通过对实际桥梁结构^[1]进行模态参数识别^[2], 并分析模态参数的变化情况来了解结构的实际运营状态, 进而评估结构自身的使用性能。现阶段被广泛运用的参数识别算法是 Peeters 等^[3]提出的一种基于离散时间状态空间方程的算法-随机子空间识别法^[4] (stochastic subspace identification, 简称 SSI), 该算法的主要缺陷是需人为筛选稳定图^[5]中的正确模态。针对该问题, 禹丹江等^[6]提出了基于经验模态分解 (empirical mode decomposition, 简称 EMD) 和 SSI 的环境激励模态参数识别算法, 并将该方法用于实桥环境振动试验中。文献^[7-8]在参数识别过程中嵌入了多元统计学中的“谱系聚类算法”。虽然不少学者对 SSI 算法的缺陷进行了改进, 但却忽略了结构真实模态存在的一般规律, 即: 当结构自身处于稳定状态时, 其对应的结构特性也会处于稳定状态。基于此, 笔者就如何筛选真实模态提出了自己的处理算法, 还针对系统定阶难和 SSI 算法不适用于时变系统提出了相应的解决办法。最后将信号采集、信号预处理^[9]与改进的模态参数识别算法进行有效结合, 并以某大型斜拉桥振动台试验为对象进行参数识别。

1 系统阶次确定

常用的稳定图法定阶需人为参与稳定图中系统阶次的判定, 以致所得结果具有主观性。为避免这一问题, 笔者在奇异值跳跃法^[10]的基础上进行完善, 提出了奇异熵增量导数化定阶。算法步骤如下。

1) 对矩阵 $Q_{m \times n}$ 进行奇异值分解, 得到矩阵 $R_{m \times l}$, $\Lambda_{l \times l}$ 和 $S_{n \times l}$, 关系式如下

$$\begin{cases} Q = RAS^T \\ \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l) \end{cases} \quad (1)$$

发现 $\Lambda_{l \times l}$ 中主对角元素的个数越多, 信号越复杂。基于此, 可利用 $\Lambda_{l \times l}$ 来反映信号含有的信息量。

2) 奇异熵 (E)

$$E_k = \sum_{i=1}^k \Delta E_i \quad (k \leq l) \quad (2)$$

其中: k 为阶次。

3) 利用式(3)定义奇异熵在阶次 i 处的增量 ΔE_i

$$\Delta E_i = -(\lambda_i / \sum_{k=1}^l \lambda_k) \ln(\lambda_i / \sum_{k=1}^l \lambda_k) \quad (3)$$

通过分析 ΔE_i 的变化情况, 发现阶次的增加会使其趋于平稳, 且这一现象不受信号内噪声的影响。基于此, 可通过分析奇异熵增量是否平稳来辨识系统的真实阶次, 笔者对奇异熵增量进行一阶求导, 选

^{*} 国家自然科学基金资助项目(11627802, 51478071)
收稿日期: 2018-04-24; 修回日期: 2018-09-12

取导数结果等于 0 时对应的阶次为系统真实阶次。

2 随机子空间算法的改进

2.1 滑窗技术的运用

随机子空间算法仅能识别出时不变结构^[11]的参数结果,以致不能利用该识别算法实现连续时间段内的参数自动化识别,而是需要人为参与到识别的各个环节。鉴于此,可在参数识别的过程中引入滑窗技术^[12]来实现对桥梁结构模态参数的实时监测。主要原理是:将实时监测得到的响应信号作为参数识别的输入,以信号长度为依据合理划分信号窗口,保证该结构在各窗口内均为时不变系统,以便完成实际桥梁结构-时变结构的健康监测。

同时为了提高系统阶次智能化确定的准确性,可将奇异熵增量导数定阶法与滑窗技术进行有效结合。以下将介绍如何将两者算法进行有效的结合,以及如何利用滑窗技术实现连续时间段内模态参数的识别。

2.1.1 奇异熵增量导数定阶法与滑窗技术的结合

1) 假定长度为 N 的时变振动信号为 $\mathbf{X}_{i \rightarrow i+N-1} = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+N-1}]$, 根据采样频率 (f) 反算出该信号对应的时长 $t_{i \rightarrow i+N-1} = N/f$, 当 $t_{i \rightarrow i+N-1}$ 足够小时,即可将该段信号看作为平滑的时不变信号;

2) 分析信号 $\mathbf{X}_{i \rightarrow i+N-1}$, 并确定阶次为 J^i ;

3) 取递增步长为 L , 根据前两步能够得到信号 $\mathbf{X}_{i+L \rightarrow i+L+N-1} = [x_{i+L}, x_{i+L+1}, \dots, x_{i+L+N-1}]$ 对应的阶次 J^{i+L} ; 依次重复 1~3 能得到 $N-1$ 组系统阶次 $J^{i+L}, \dots, J^{i+L+N-1}$, 最后求平均值以确定最终的系统阶次。

2.1.2 模态参数在连续时间段内的识别

滑窗技术不仅能运用于确定桥梁结构的系统阶次,还能实现模态参数在连续时间段内的参数智能化识别,具体操作流程如下:

1) 选取时间长度足够小的信号 $\mathbf{X}_{i \rightarrow i+N-1} = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+N-1}]$, 并识别其模态参数,求得参数结果 $\mathbf{M}^i = \text{SSI}(\mathbf{X}_{i \rightarrow i+N-1})$;

2) 取递增步长为 L , 得到信号 $\mathbf{X}_{i+L \rightarrow i+L+N-1}$, 并重复 1) 得到参数结果 \mathbf{M}^{i+L} , 依次类推, 得到 $\mathbf{M}^{i+L}, \dots, \mathbf{M}^{i+L+N-1}$;

3) 基于稳定图原理, 绘制步骤 2 所得所有结果, 以实现模态参数在连续时间段内的参数识别。

2.2 模态参数基本规律

参数识别过程中需人为辨识模态的真假, 以致筛选结果具有主观性。鉴于此, 为了实现真实模态的智能化判别, 需分析真实模态的一般规律。模态参数属于结构自身的基本特性, 当结构处于稳定状

态时, 其对应的模态参数也会处于稳定状态。为了验证该观点, 做了大量实验, 即绘制多个结构在不同时间段内的稳定图。结果表明: 对于同一结构而言, 各时段对应的稳定图中均会出现相同的稳定轴, 即当结构处于稳定状态时, 真实模态不会随时间的变化而发生变化, 处于平稳状态。基于此, 可将多幅稳定图作为数据库, 进而从中选取真实模态。以下将介绍如何得到真实模态。

2.3 稳定模态筛选

利用稳定图中频率值、阻尼比以及振型系数为判别依据进行真实模态的智能化筛选, 即筛选出三者均稳定的模态。

利用滑窗技术将响应信号划分为 N 个窗口, 得到 N 组结果 $\mathbf{X}_i (i=1, 2, \dots, N)$, 各组结果均包含频率值 (f_i)、阻尼比 (r_i) 以及振型系数 (m_i), 记录如下

$$\mathbf{X}_i = \{f_i \quad r_i \quad m_i\} (i=1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

为了辨识各参数结果间的相似程度, 利用频率值、阻尼比以及振型系数为相似因子构建相似矩阵, 具体步骤如下。

1) 计算第 i 次结果 (\mathbf{X}_i) 中第 A 阶模态与第 j 次结果 (\mathbf{X}_j) 中第 B 阶模态之间的相似矩阵 \mathbf{D}_{ij}^{AB}

$$\mathbf{D}_{ij}^{AB} = \left(\sqrt{\sum_{k=1}^n (f_i(A, k) - f_j(B, k))^2} + \sqrt{\sum_{k=1}^n (r_i(A, k) - r_j(B, k))^2} + \sqrt{\sum_{k=1}^n (m_i(A, k) - m_j(B, k))^2} \right) / 3 \quad (5)$$

根据相似原理^[13]可知: 当 $0.8 \leq \mathbf{D}_{ij}^{AB} \leq 1$ 时, 可认为这两者模态为同一类。

2) 基于上述原理可辨识出这 N 组参数结果中所有同类模态, 实现流程如下: ①从第 1 组开始进行模态聚类, 即首先分析出 \mathbf{X}_1 和 \mathbf{X}_2 中的同类模态, 并通过取平均值的方式将同类模态聚为一类, 其次再将聚为一类的模态与剩余的模态组合, 求得参数结果 \mathbf{XX}_2 ; ②根据步骤 1 中算法分析 \mathbf{XX}_2 与 \mathbf{X}_3 中的同类模态, 得到新的参数结果 (\mathbf{XX}_3); ③基于步骤 2 的思路, 得到最终的聚类结果 (\mathbf{XX}_N), 并统计每一阶对应的聚类模态个数; ④基于聚类思想, 筛选 \mathbf{XX}_N 中聚类模态个数超过 $0.6N$ ^[14] 对应的模态作为真实模态。

整理上述步骤, 识别流程图如图 2 所示。

2.4 响应信号自动化识别

传感器布置于实际桥梁结构上, 因受外部环境的影响, 致使其采集的响应信号存在异常测试值和

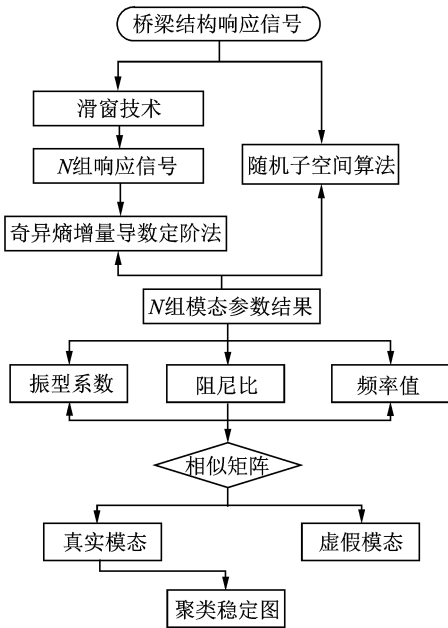


图1 随机子空间算法的改进

Fig. 1 Improved stochastic subspace algorithm

毛刺。所以在参数识别前,需对信号进行预处理。

信号的采集:利用传感器采集桥梁结构各部位对应的加速度响应信号。信号预处理:为消除信号内部的趋势项和毛刺,可采用多项式最小二乘法^[15]处理信号;同时为保证信号的平滑性,可采用五点三次平滑法处理信号。系统阶次确定:基于文中所提奇异熵增量导数化定阶确定系统阶次。模态参数识别:基于滑窗技术对响应信号进行分组,并采用随机子空间算法识别得到各组响应信号对应的模态参数结果。真实模态聚类:基于2.3节所提算法完成聚类稳定图的绘制。

综合上述步骤,识别流程图如图2所示。

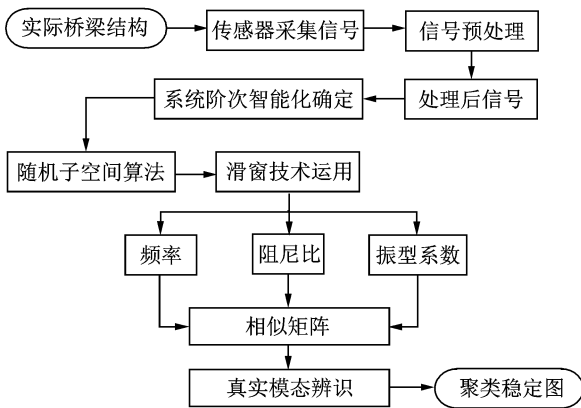


图2 识别流程图

Fig. 2 Flowchart of identification

3 试验验证

以某模型斜拉桥振动台试验为背景分析论证所

提算法的可行性,该桥梁结构中跨跨度为360 m,边跨跨度为120 m,具体桥跨为(120+360+120)m。在试验室内对实际桥梁结构进行缩尺设计,比例为1:20。振动台的激励数据作为信号的输入,传感器采集的响应信号为输出,采样频率为100 Hz。

3.1 试验桥工程概况

图3为该桥梁结构的立面图,图4为加速度传感器的布置位置。试验地震波选用一条实际地址记录 and 一条人工模拟地震时程曲线作为本次试验振动台台面输入波,分别为Chichi波和场地波(Site波),表1为试验工况表,表2为该实桥对应的各阶自振频率。

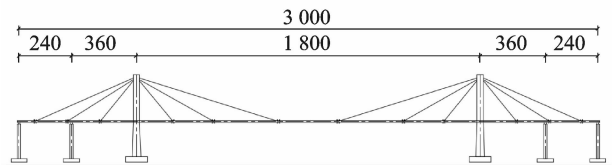


图3 试验桥总布置图(单位:cm)

Fig. 3 Layout of test bridge(unit:cm)

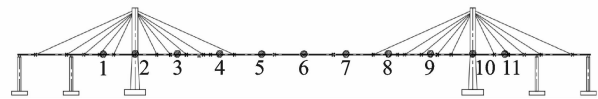


图4 加速度传感器布置图

Fig. 4 Layout of accelerometer

表1 试验工况表

Tab. 1 Test condition table

序号	工况	地震方向	噪声类型	加速度值/g
1	G ₁	竖桥向输入	白噪声	0.1
2	G ₁₀	竖桥向输入	白噪声	0.1
3	WN ₁	竖桥向输入	白噪声	0.1
4	WN ₂	竖桥向输入	白噪声	0.1
5	WN ₃	竖桥向输入	白噪声	0.1
6	WN ₄	竖桥向输入	白噪声	0.1

表2 现场测试桥梁自振频率

Tab. 2 The field test of bridge vibration frequency Hz

阶数	1	2	3	4	5	6	7
频率	1.09	2.66	3.10	3.77	4.63	6.57	9.97

3.2 参数识别结果

图5(a)为奇异值跳跃法定阶结果,图5(b)为本文定阶算法结果。

由图5(a)可知,该桥梁结构的奇异值并不存在明显的跳跃性,并不能确定系统阶次;由图5(b)可知,阶次在40~100范围内,奇异熵增量的一阶导数均不稳定,当阶次大于100时,一阶导数趋于平稳,确定该系统的真实阶次为100阶。

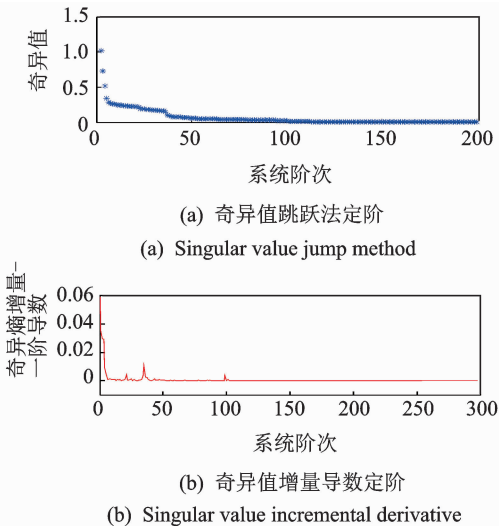


图 5 系统阶次确定

Fig. 5 System order determination

3.3 模态参数识别

基于滑窗技术对输入信号进行分窗处理,经过大量试验,确定当各窗口的时间为 20 s 时,即每个窗口对应采样点数为 2 000,各窗口对应的结构为时不变结构。由于各工况下对应的时间均为 10 min,即输入信号可分为 30 个窗口。基于 2.4 节所提流程(a~e)对各窗口的输入信号进行参数识别,得到各工况对应的 30 幅稳定图,图 6 仅给出了 WN1 工况前 40 s 对应的两幅稳定图。

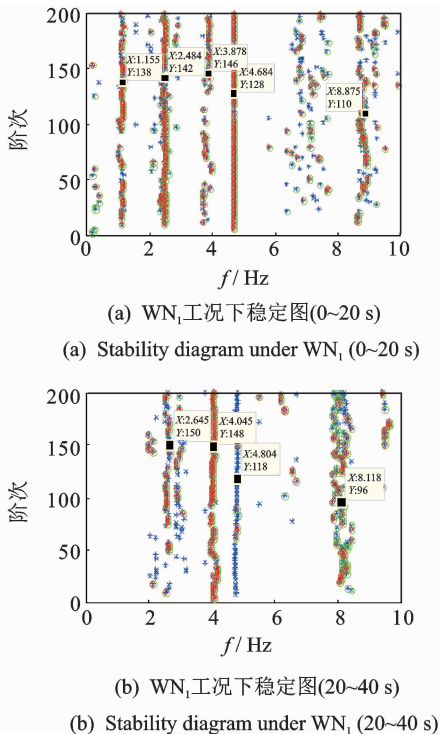


图 6 WN₁ 工况下稳定图

Fig. 6 Stability diagram under WN₁

同理得到其余 5 种工况 ($G_1, G_{10}, WN_2, WN_3, WN_4$) 下的 150 幅稳定图,图 7 仅给出 G_1 和 G_{10} 工况下前 20 s 对应的稳定图。

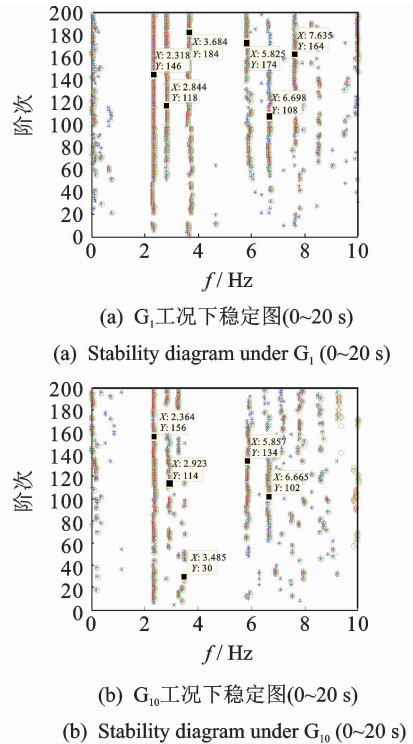


图 7 各工况下稳定图

Fig. 7 Stability diagram under different working conditions

分析 6 种工况下共 180 幅稳定图间的差异性,得到如下结论:①当桥梁结构处于稳定状态时,结构的自身特性也会处于稳定状态,不会在短时间内发生变化;②因桥梁结构会受外界因素的影响,以致其虚假模态具有不稳定性;③如果只采集一种激励下的响应信号进行识别,则可能会导致识别出的真实模态不完整。可见,要精确地识别出结构的真实模态,需识别多种工况下的响应信号。

图 8 为 6 种工况下对应聚类稳定图(真实模态)。

为了验证图 8 中所得结果的可靠性,首先求得文中识别结果与有限元结果的误差值和误差百分比;其次求得文中识别结果与现场实测结果的误差值和误差百分比,结果见表 3。表中 F_1 为方法 1,即利用 SSI 识别未经预处理的响应信号; F_2 为方法 2,即利用文中算法识别未经过预处理的响应信号; F_3 为方法 3,即利用文中算法识别经过预处理的响应信号。

图 9 为 3 种方法对应结果与有限元结果间的差值百分比图;图 10 为 3 种算法对应结果与现场试验结果间的差值百分比图。

对比分析表 3 中相关数据和图 9、图 10 可得如下结论:

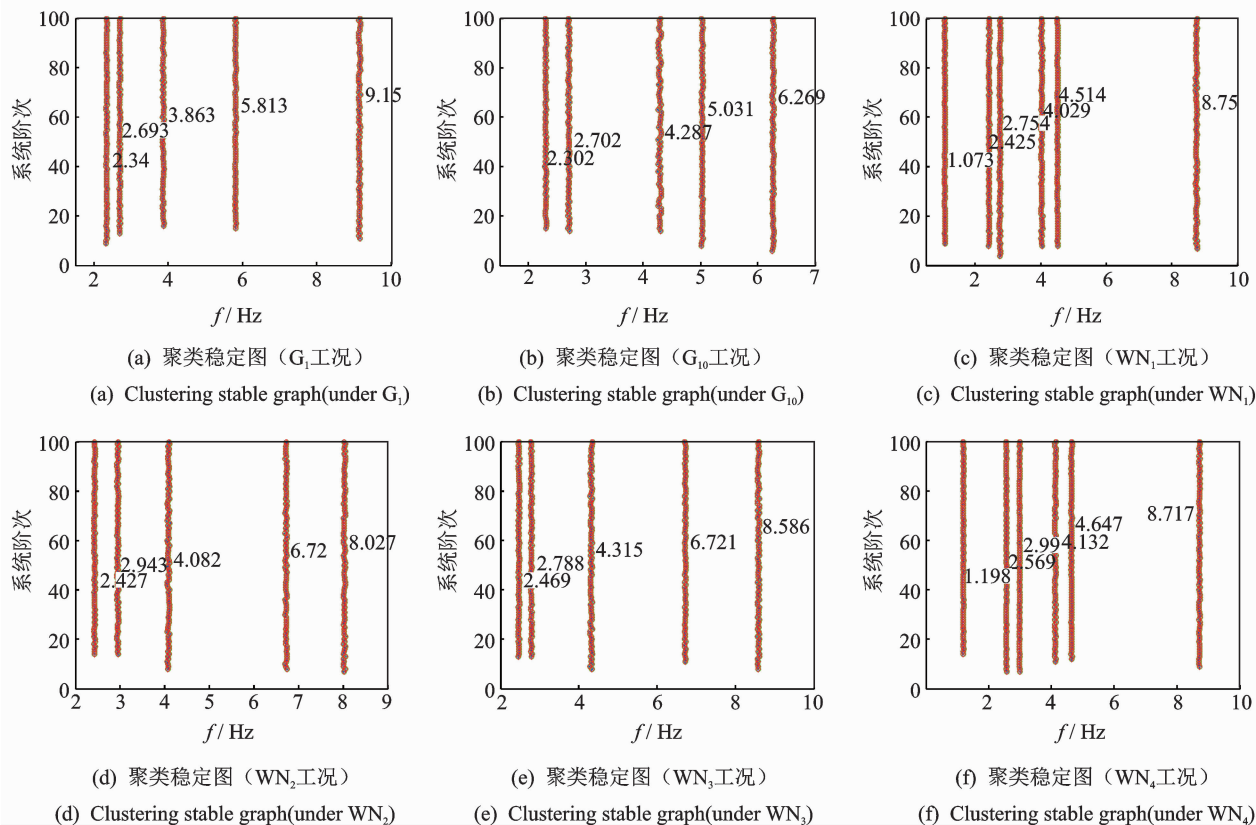


图8 聚类稳定图(各工况)

Fig. 8 Clustering stable graph (under different conditions)

表3 各工况频率值对比分析

Tab. 3 Comparison and analysis of the operating frequency

工况	阶数	f/Hz			与有限元结果间的误差/%			与现场试验结果的误差/%		
		F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3
G_1	第1阶	2.983	1.983	2.340	23.2	-18.1	-3.4	11.8	-25.7	-12.3
	第2阶	3.411	3.215	2.693	21.1	14.1	-4.4	9.8	3.5	-13.3
	第3阶	4.805	4.500	3.863	26.0	18.0	1.3	27.3	19.3	2.4
	第4阶	5.478	4.965	5.813	-14.8	-22.8	-9.6	-16.7	-24.5	-11.6
	第5阶	10.711	7.756	9.150	11.8	-19.0	-4.5	7.4	-22.2	-8.2
G_{10}	第1阶	1.812	2.228	2.302	-25.1	-8.0	-4.9	-32.1	-16.5	-13.7
	第2阶	2.598	2.586	2.702	-7.8	-8.2	-4.1	11.8	-25.7	-12.3
	第3阶	4.963	3.681	4.287	30.2	-3.5	12.4	9.8	3.5	-13.3
	第4阶	3.797	4.231	5.031	-18.9	-9.7	7.4	27.3	19.3	2.4
	第5阶	8.487	5.760	6.269	32.0	-10.4	-2.5	-16.7	-24.5	-11.6
WN_1	第1阶	1.527	0.936	1.073	35.9	-16.7	-4.5	-32.1	-16.5	-13.7
	第2阶	2.856	2.211	2.425	18.0	-8.7	0.2	-16.4	-16.7	-13.0
	第3阶	3.403	2.759	2.754	20.8	-2.0	-2.2	31.5	-2.4	13.6
	第4阶	3.530	3.740	4.029	-7.4	-1.9	5.7	-18.1	-8.7	8.6
	第5阶	5.136	5.341	4.514	9.6	14.0	-3.6	29.1	-12.4	-4.7
	第6阶	7.632	7.831	8.750	-20.3	-18.3	-8.7	40.1	-14.1	-1.5
WN_2	第1阶	2.083	2.317	2.427	-14.0	-4.3	0.2	7.1	-17.1	0.2
	第2阶	3.534	2.280	2.943	25.5	-19.1	4.5	9.6	-11.2	-2.2
	第3阶	2.739	4.486	4.082	-28.2	17.7	7.1	-6.5	-0.9	6.8
	第4阶	4.571	5.989	6.720	-28.9	-6.8	4.5	10.8	15.2	-2.6
	第5阶	6.666	9.921	8.027	-30.4	3.6	-16.2	-23.5	-21.5	-12.3

续表 3

工况	阶数	f/Hz			与有限元结果间的误差/%			与现场试验结果的误差/%		
		F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3
W_{N_3}	第 1 阶	1.890	2.738	2.469	-21.9	13.1	2.0	-21.9	-13.2	-9.0
	第 2 阶	2.556	2.469	2.788	-9.3	-12.4	-1.0	13.8	-26.6	-5.3
	第 3 阶	3.633	4.428	4.315	-4.7	16.1	13.2	-27.4	18.9	8.2
	第 4 阶	7.913	6.974	6.721	23.1	8.5	4.6	-30.5	-8.9	2.2
	第 5 阶	6.255	9.674	8.586	-34.7	1.0	-10.4	-33.2	-0.5	-19.5
W_{N_4}	第 1 阶	0.986	1.012	1.198	-12.3	-10.0	6.5	-29.1	2.6	-7.5
	第 2 阶	2.930	2.650	2.569	21.0	9.5	6.1	-9.3	-20.5	-10.3
	第 3 阶	2.491	2.583	2.990	-11.6	-8.3	3.2	-3.7	17.4	14.4
	第 4 阶	3.481	4.540	4.132	-8.7	19.1	8.4	20.3	6.1	2.2
	第 5 阶	5.861	3.952	4.647	25.1	-15.6	-0.8	-37.3	-3.0	-13.9
	第 6 阶	6.964	9.588	8.717	-27.3	0.1	-9.0	-9.6	-7.2	9.9

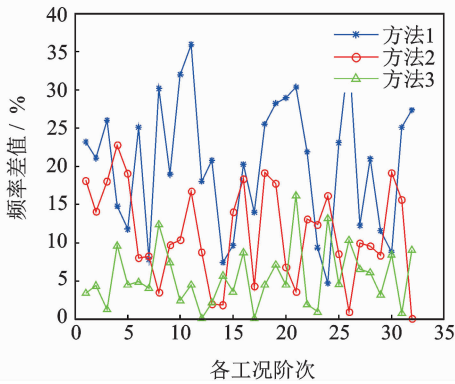


图 9 频率差值百分比(有限元结果)

Fig. 9 Percentage of frequency difference (the results of finite element)

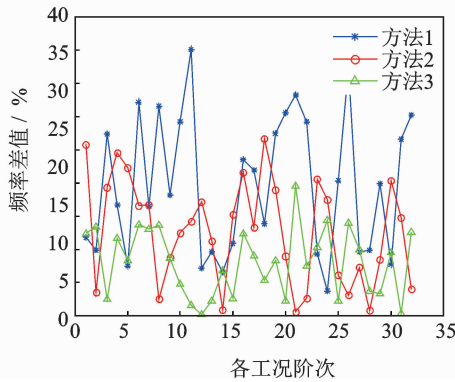


图 10 频率差值百分比(现场试验结果)

Fig. 10 Percentage of frequency difference (field test results)

1) 根据表 3 可知, G_1, G_{10}, W_2 和 W_3 工况下识别出了前 7 阶频率中的 5 阶; W_1 和 W_4 工况下识别出了前 7 阶频率中的 6 阶; 可见这 6 种工况下采集的响应信号均不能完全包含该试验桥的所有信息; 通过对比总结这 6 种工况下各阶的频率值可求解出该试验桥结构前 7 阶所有频率值。

2) 总体而言, 方法 3 识别结果更可靠, 误差在 0~15% 之间; 方法 2 所得结果对应的差值百分比在

0~25% 之间; 方法 1 所得结果对应的差值百分比在 0~40% 之间。

图 11 为前 3 阶理论振型。为验证该算法能有效识别振型图, 得到了该桥梁结构对应的竖向前 3 阶的振型图, 如图 12 所示, 图中横坐标为传感器的布置位置, 纵坐标为归一化处理后的结构相对变形量; 前 3 阶模态振型均为竖向弯曲振型, 将其与理论振型进行对比, 结果表明所得振型图具有可靠性。

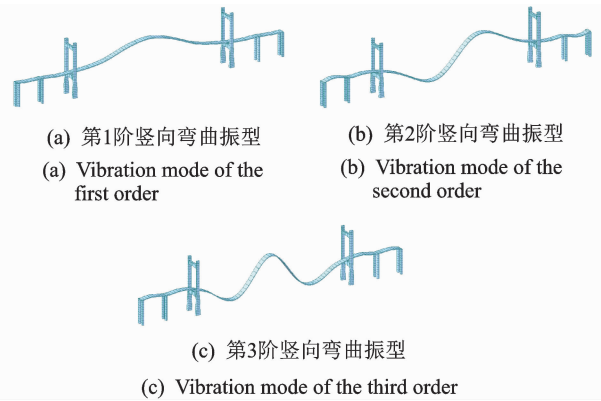
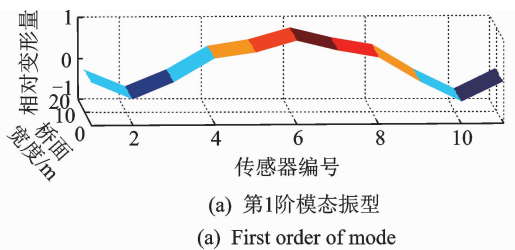
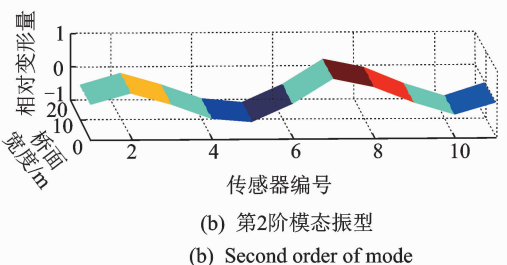


图 11 前 3 阶理论振型

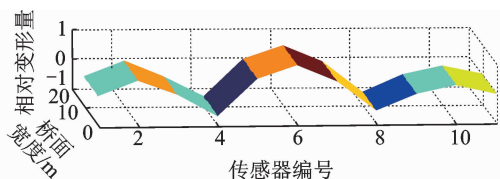
Fig. 11 The first three order of theoretical mode



(a) 第1阶模态振型
(a) First order of mode



(b) 第2阶模态振型
(b) Second order of mode



(c) 第3阶模态振型

图12 前3阶识别振型

Fig.12 The first three order of identification mode

4 结束语

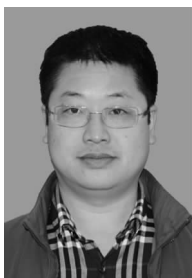
当桥梁结构处于稳定状态时,结构的自身特性也会处于稳定状态,即模态参数不会在短时间内发生变化。奇异熵增量导数定阶法相比现有的奇异值跳跃法定阶具有更好的定阶效果。为得到更精确的参数识别结果,需先对传感器采集的响应信号进行预处理,再进行参数识别;将奇异熵增量导数定阶法、滑窗技术以及真实模态的筛选融为一体,能有效避免人为参与稳定图中真实模态的筛选。笔者所提模态参数自动化识别算法能运用于桥梁的健康监测中,具有可行性。

参 考 文 献

- [1] HUSTON D. Structural sensing, health monitoring, and performance evaluation[M]. New York: Clinical Research Coordinator Press Taylor and Francis, 2011: 101-114.
- [2] 刘宇飞, 辛克贵, 樊健生, 等. 环境激励下结构模态参数识别方法综述[J]. 工程力学, 2014, 31(4):46-53. LIU Yufei, XIN Kegui, FAN Jiansheng, et al. A method survey of structure modal parameter identification under environmental excitation [J]. Engineering Mechanics. 2014,31(4):46-53. (in Chinese)
- [3] PEETERS B, DE ROECK G. Reference based stochastic subspace identification in civil engineering[J]. Inverse Problems in Engineering, 1999,100(1):1-28.
- [4] 刘宗政, 陈恳. 基于环境激励的桥梁模态参数识别[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3):300-303. LIU Zongzheng, CHEN Ken. Bridge modal parameters identification based on ambient excitation [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010,30(3):300-303. (in Chinese)
- [5] CARDEN E P, MITA A. Challenges in developing confidence intervals on modal parameters estimated for large civil infrastructure with stochastic subspace identification[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2011, 18(1): 53-78.
- [6] 禹丹江, 任伟新. 基于经验模式分解的随机子空间识别方法[J]. 地震工程与工程振动, 2005(5):63-68. YU Danjiang, REN Weixin. Empirical mode decomposition based stochastic subspace identification [J].

Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005(5):63-68. (in Chinese)

- [7] 汤宝平, 章国稳, 陈卓. 基于谱系聚类的随机子空间模态参数自动识别[J]. 振动与冲击, 2012, 31(10):92-96. TANG Baoping, ZHANG Guowen, CHEN Zhuo. Automatic stochastic subspace identification of modal parameters based on hierarchical clustering method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(10):92-96. (in Chinese)
- [8] FILIPPO U, CARMELO G, Annibale L M. Automated modal identification in operational conditions and its application to bridges[J]. Engineering Structures 2013,46: 264-278.
- [9] 单德山, 李乔, 黄珍. 桥梁动力测试信号的自适应分解与重构[J]. 振动与冲击, 2015, 15(2):6-13. SHAN Deshan, LI Qiao, HUANG Zhen. Signal adaptive decomposition and reconstruction of dynamic testing [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 5(2): 6-13. (in Chinese)
- [10] 练继建, 李火坤, 张建伟. 基于奇异熵定阶降噪的水工结构振动模态 ERA 识别方法[J]. 中国科学: 技术科学, 2008(9):1398-1413. LIAN Jijian, LI Huokun, ZHANG Jianwei. ERA modal identification method for hydraulic structures based on order determination and noise reduction of singular entropy [J]. Science China: Technological Sciences, 2008(9): 1398-1413. (in Chinese)
- [11] 周晶. 基于环境振动模态参数识别随机子空间方法与应用[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2008.
- [12] 章国稳. 环境激励下结构模态参数自动识别与算法优化[D]. 重庆: 重庆大学, 2012.
- [13] 章国稳, 马婧华, 陈卓. 基于模态相似指数的 PRCE 虚假模态剔除[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(3): 493-498. ZHANG Guowen, MA Jinghua, CHEN Zhuo. An elimination of false modal based on the modal similar index of PRCE [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015,35(3):493-498. (in Chinese)
- [14] 唐东明. 聚类分析及其应用研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2010.
- [15] 徐敏. 桥梁结构模态参数识别研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2010.



第一作者简介: 文鹏, 男, 1979年8月生, 博士生。主要研究方向为防灾减灾工程、防护工程专业以及结构健康检测, E-mail: 337067233@qq.com

