

# 三稳态压电能量采集器的动态特性与实验<sup>\*</sup>

赵泽翔, 王光庆, 王学保, 崔素娟, 武海强

(浙江工商大学信息与电子工程学院 杭州, 310018)

**摘要** 为了探究三稳态压电振动能量采集器的动力学特性,以磁-机-压电耦合型三稳态压电振动能量采集器(tri-stable piezoelectric vibration energy harvester,简称 TPVEH)为研究对象,利用磁荷法、力平衡和基尔霍夫定律分别建立了采集器末端磁铁与外部磁铁之间的非线性磁力模型和系统集总参数动力学模型。仿真分析了磁铁间距、激励加速度幅值和频率等参数对采集器动力学特性和采集电压的影响。研制了三稳态压电振动能量采集器原理样机,搭建了实验测试平台,实验验证了仿真结果的正确性。研究结果表明,随着激励加速度幅值增大,能量采集器依次经历单稳态、双稳态和三稳态 3 种运动状态,且三稳态运动时的工作频带和输出性能(位移、速度和采集电压)比双稳态和单稳态时要高。

**关键词** 三稳态压电采集器; 振动能量; 非线性动力学特性; 集总参数模型

**中图分类号** TH73

## 引言

压电振动能量采集器是一种将环境振动能量采集转换成电能的微机电耦合器件,具有结构简单、能量转换密度高等优点,在无线传感器网络节点、低功耗电子器件中具有较好的应用前景<sup>[1-6]</sup>。多稳态压电振动能量采集器具有更宽、更浅的势能阱,可在环境振动强度较小的情况下,大幅提高能量采集器的输出性能<sup>[7-10]</sup>。Zhou 等<sup>[7]</sup>实验验证了多稳态压电能量采集器具有良好的动力学特性。Zhou 等<sup>[8]</sup>利用最小误差遗传算法得到三稳态压电能量采集器具有更宽的工作频带和更高的采集效率。Zhu 等<sup>[9]</sup>研究了多稳态能量采集装置在不同势能阱下的输出特性。文献<sup>[10]</sup>分析了三稳态压电能量采集系统的分叉和响应特性,证明三稳态比双稳态和线性系统有更好的能量采集特性。这些研究成果对优化多稳态压电振动能量采集器结构、提升其输出性能具有参考意义。

为了进一步揭示多稳态压电振动能量采集器的非线性振动机理、多稳态形成机制等机电耦合动力学特性,笔者以磁-机-压电耦合型三稳态压电振动能量采集器为对象,利用磁偶极子模型<sup>[11-12]</sup>建立了磁铁对间的非线性磁力模型,根据 Hamilton 原理

和 Raleigh-Ritz 方法建立了三稳态压电振动能量采集系统的非线性机电耦合动力学模型,分析了磁铁间距、激励幅值及频率等参数对系统动力学特性和电输出特性的影响,并通过实验进行了验证。

## 1 三稳态压电振动能量采集器结构及其磁力模型

图 1 为所研究的磁-机-压电耦合型三稳态压电振动能量采集器,由压电双晶片悬臂梁和 3 个磁铁 A、B 和 C 构成。两片极化方向相反的压电片对称粘结在长度为  $L$  的悬臂梁上、下表面,压电片串联连接外部负载电阻  $R$ ; 压电双晶悬臂梁一端固定在基座左侧,另一端连接磁铁 A (简称末端磁铁); 外部磁铁 B 和 C 并列粘结在基座右侧,两者之间的垂直距离为  $2d_g$ ,且与末端磁铁 A 水平相距为  $d$ 。

图 2 为磁铁间的非线性磁力模型,展示了外部磁铁 A 与末端磁铁 B 和 C 之间的几何关系。假设磁场在磁铁 A、B 和 C 中的分布是均匀一致的,且磁极本身的几何线度远小于磁铁间的距离,因此磁铁 A、B 和 C 可以看成是点磁荷。采用磁偶极子模型建立采集器磁铁间非线性磁力模型,磁铁 B 和 C 在 A 处产生的磁通密度分别为

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51777192,51277165);浙江省自然科学基金资助项目(LY15F10001)  
收稿日期:2018-09-17;修回日期:2018-11-12

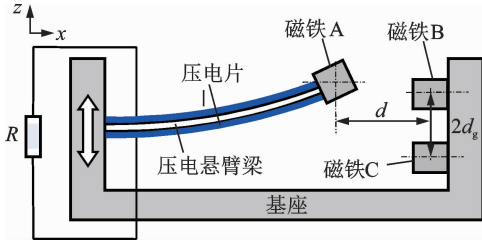


图 1 三稳态压电振动能量采集器  
Fig. 1 Configuration of the TPVEH

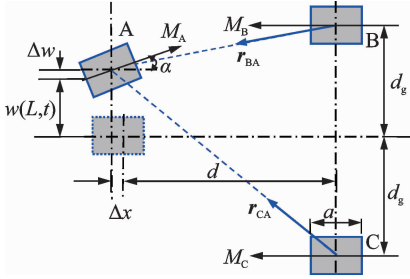


图 2 磁铁间的非线性磁力模型  
Fig. 2 Nonlinear magnetic force model

$$\mathbf{B}_{BA} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{\mathbf{m}_B \cdot \mathbf{r}_{BA}}{|\mathbf{r}_{BA}|^3} \quad (1a)$$

$$\mathbf{B}_{CA} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{\mathbf{m}_C \cdot \mathbf{r}_{CA}}{|\mathbf{r}_{CA}|^3} \quad (1b)$$

其中:  $\mu_0$  为真空磁导率;  $\nabla$  为向量梯度算子;  $\mathbf{r}_{BA}$  和  $\mathbf{r}_{CA}$  分别为磁铁 B 和 C 到磁铁 A 的方向向量;  $\mathbf{m}_i$  ( $i=A, B, C$ ) 为磁铁  $i$  的磁偶极矩。

磁铁之间的势能可以表示为

$$U_m = U_{mBA} + U_{mCA} = -\mathbf{B}_{BA} \cdot \mathbf{m}_A - \mathbf{B}_{CA} \cdot \mathbf{m}_A \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),可得

$$U_m = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{\mathbf{m}_B \cdot \mathbf{r}_{BA}}{|\mathbf{r}_{BA}|^3} \cdot \mathbf{m}_A - \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{\mathbf{m}_C \cdot \mathbf{r}_{CA}}{|\mathbf{r}_{CA}|^3} \cdot \mathbf{m}_A \quad (3)$$

图 2 中  $\Delta x = a(1 - \cos\alpha) / 2$ , 其中:  $a$  为磁铁水平方向宽度;  $\alpha = \arctan(w'(L, t))$ , 为磁铁 A 的转角;  $w(L, t)$  为压电梁末端振动位移。由于  $a$  远远小于  $L$ , 因此  $\Delta x \approx 0$ , 则有

$$\mathbf{m}_A = M_A \cos\alpha \cdot \mathbf{i} + M_A \sin\alpha \cdot \mathbf{j} \quad (4)$$

$$\mathbf{m}_B = -M_B V_B \cdot \mathbf{i} \quad (5)$$

$$\mathbf{m}_C = -M_C V_C \cdot \mathbf{i} \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_{BA} = -d \cdot \mathbf{i} + (w(L, t) - d_g) \cdot \mathbf{j} \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_{CA} = -d \cdot \mathbf{i} + (w(L, t) + d_g) \cdot \mathbf{j} \quad (8)$$

其中:  $M_k$  和  $V_k$  ( $k=A, B, C$ ) 分别为磁铁  $k$  的磁化强度和体积;  $\mathbf{i}$  和  $\mathbf{j}$  为  $x$  和  $z$  方向的单位矢量。

将式(4)~(8)代入式(3),可得

$$U_m = \frac{\mu_0 M_A V_A M_B V_B}{4\pi \sqrt{(w'(L, t))^2 + 1} ((w(L, t) - d_g)^2 + d^2)^{5/2}} \cdot$$

$$\begin{aligned} & (- (w(L, t) - d_g)^2 + 2d^2 - 3d(w(L, t) - d_g)w'(L, t)) + \\ & \frac{\mu_0 M_A V_A M_C V_C}{4\pi \sqrt{(w'(L, t))^2 + 1} ((w(L, t) + d_g)^2 + d^2)^{5/2}} \cdot \\ & (- (w(L, t) + d_g)^2 + 2d^2 - 3d(w(L, t) + d_g)w'(L, t)) \end{aligned} \quad (9)$$

根据式(9)得到末端磁铁 A 受到外部磁铁 B 和 C 作用的磁力为

$$F_m = \partial U_m / \partial w \quad (10)$$

## 2 三稳态压电能量采集器动力学模型

当悬臂梁工作在一阶弯曲振动模式时, 三稳态压电能量采集器可以简化为如图 3 所示的集总参数模型。其中:  $M_{eq}$ ,  $K_{eq}$  和  $C_{eq}$  分别为能量采集器的等效质量、等效刚度和等效阻尼, 可用 Hamilton 原理和 Raleigh-Ritz 方法得到;  $\theta$  和  $C_p$  分别为压电陶瓷机电耦合系数和静态电容;  $R$  为负载;  $U(t)$  和  $V(t)$  分别为基座振动位移和采集输出电压。

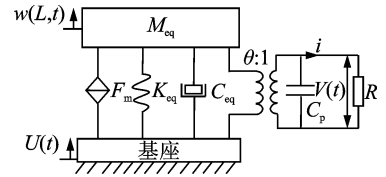


图 3 三稳态采集器机电耦合集总参数模型  
Fig. 3 Lumped-parameter model of TPVEH

假设压电晶片与金属基板为理想粘结, 且压电悬臂梁为 Euler-Bernoulli 梁, 做横向弯曲振动(沿  $z$  轴方向), 则由图 3 得到三稳态压电能量采集系统的运动控制方程为

$$\begin{cases} M_{eq} \ddot{w} + C_{eq} \dot{w} + K_{eq} w - F_m + \alpha V = -M_{eq} \ddot{U} \\ C_p \dot{V} + \frac{1}{R} V + \theta \dot{w} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $M_{eq} = M_t + 33\rho SL/140$ ;  $M_t$  为末端磁铁 A 的质量;  $\rho SL$  为压电悬臂梁质量;  $\ddot{U}(t) = A \cos(\omega t)$  为激励加速度;  $A$  和  $\omega$  分别为激励加速度幅值和频率。

## 3 仿真分析

### 3.1 磁铁垂直间距 $d_g$ 对系统特性的影响

压电能量采集器的仿真参数如表 1 所示。取  $A=10\text{m/s}^2$ ,  $d=5\text{mm}$ ,  $d_g$  分别为 0, 5 和 10mm, 采

表1 压电能量采集器的仿真参数

Table 1 Sizes and physic parameters of TPVEH

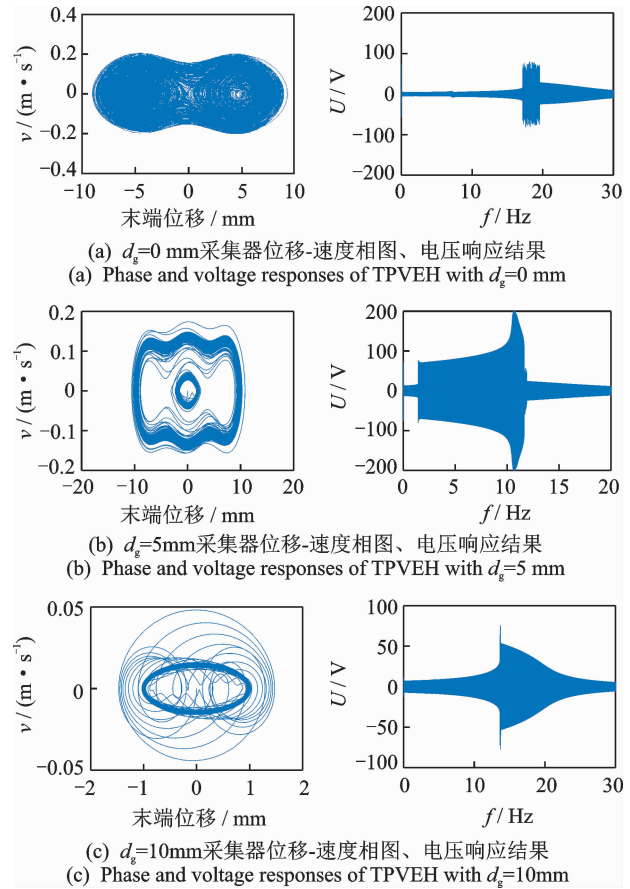
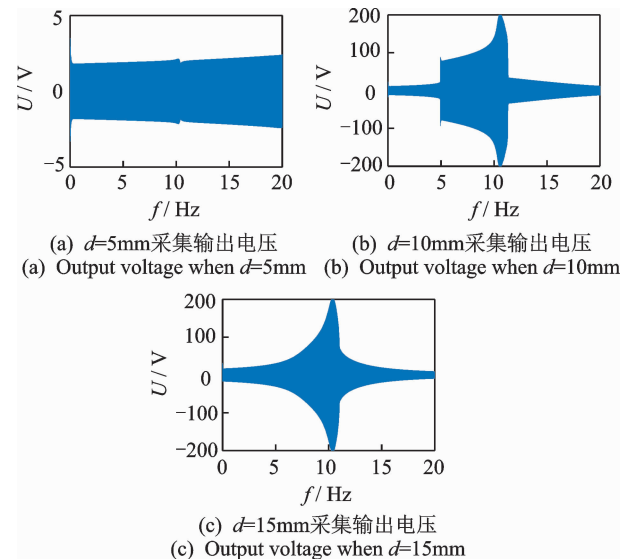
参数	数值
悬臂梁尺寸/mm	50.8×30.8×0.15
压电片尺寸/mm	50.8×30.8×0.26
基板密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	8 920
基板弹性模量/GPa	113
压电片密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	7 450
压电片弹性模量/GPa	28.45
介电常数/(F·m <sup>-1</sup> )	1.062 48×10 <sup>-8</sup>
压电应力常数 $e_{31}$ /(C·m <sup>-2</sup> )	-4.08
系统阻尼系数	0.02
磁铁尺寸/mm	30×10×2.75
磁铁磁化强度/(A·m <sup>-1</sup> )	0.92×10 <sup>6</sup>

集器输出性能仿真结果如图4所示。可以看出,随着  $d_g$  的逐渐增大,能量采集器依次经历双稳态、三稳态和单稳态3种运动状态。作双稳态运动的频率范围为17~21Hz,采集器的末端最大振动位移和采集输出电压分别为9mm和60V。作三稳态运动的频率范围为2~12Hz,采集器末端振动位移和采集输出电压分别增大到11mm和80V。作单稳态运动时,采集器的最大振动位移和采集输出电压分别降低到1mm和10V。可见,三稳态运动能够提升能量采集器的工作频带和采集输出能力。进一步仿真分析发现,  $d_g$  在4~8mm可以使能量采集器作三稳态运动。

### 3.2 磁铁水平距离 $d$ 对系统特性的影响

取  $A = 11\text{m/s}^2$ ,  $d_g = 6\text{mm}$ ,  $d$  分别为5, 10 和 15mm, 能量采集器的输出特性仿真结果如图5所示。当末端磁铁与外部磁铁之间间距  $d = 5\text{mm}$  时, 由于磁铁之间作用力较大, 采集器难以摆脱磁力的束缚, 系统表现出单稳态运动特性, 在中心平衡点附近作小幅值的周期振动, 此时能量采集器的振动位移、振动速度和输出电压都非常小。当水平间距增大到  $d = 10\text{mm}$  时, 末端磁铁与外部磁铁之间的作用力随之减小, 能量采集器很容易克服磁力的束缚作用, 在3个平衡点之间来回跳跃, 此时系统呈现三稳态运动特性, 系统工作频带为4.6~11Hz, 能量采集器的输出性能大大提高, 振动位移高为10mm, 采集输出电压最大达到80V。当  $d$  增加到15mm时, 末端磁铁与外部磁铁之间的作用力迅速减小, 该作用力几乎不对压电悬臂梁产生任何束缚。此时能量采集器表现出单稳态运动特性, 悬臂梁末端在中心平衡点附近作小幅值的周期振动, 振动位移和采集输出电压均迅速减小。由此可见, 末端磁铁与外部磁铁之间的水平间距过大、过小都不利于提高能量

采集器的输出性能。

图4 不同  $d_g$  下采集器输出性能仿真结果Fig. 4 Simulating output characteristics with different  $d_g$ 图5 不同  $d$  下采集器输出性能仿真结果Fig. 5 Simulating output characteristics with different  $d$ 

### 3.3 加速度幅值 $A$ 对系统特性的影响

取  $d = 9\text{mm}$ ,  $d_g = 5\text{mm}$ ,  $A$  分别为5, 10 和

15m/s<sup>2</sup>,不同激励幅值下输出电压响应特性如图 6 所示。可以看出,随着激励加速度幅值的逐渐增大,采集器依次经历单稳态、双稳态和三稳态 3 种运动状态。双稳态运动时采集器的频率范围为 6.5~11.5Hz,末端振动位移和速度幅值分别达到 9mm 和 100mm/s,采集输出电压为 50V,如图 6(a)所示。如图 6(b)所示,作三稳态运动时,采集器的频率范围扩大到 2~11.5Hz,此时采集器末端振动位移和振动速度幅值分别增大到 10mm 和 120mm/s,最大的采集输出电压达到 75V。如图 6(c)所示,继续增大加速度幅值到 A=15m/s<sup>2</sup>,此时系统仍作三稳态运动,且三稳态工作的频率范围进一步扩大到 0~12Hz,采集器末端振动位移和速度幅值分别增大到 14mm 和 200mm/s,最大的采集输出电压为 80V。可见,增大激励加速度幅值有利于拓宽能量采集器作三稳态运动的工作频带,从而提高压电能量采集器的输出特性。

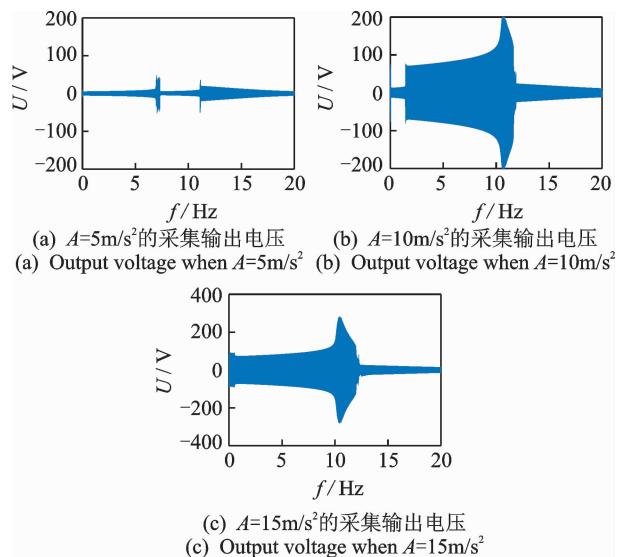


图 6 不同激励幅值下采集器输出电压响应特性

Fig. 6 Simulating output characteristics with different amplitude

### 4 样机制作与实验验证

为了验证三稳态压电能量采集器动力学特性分析的正确性,搭建了实验平台,如图 7 所示。实验样机的悬臂梁尺寸为 50.8mm×30.8mm×0.15mm,悬臂梁末端用高强度胶粘结永磁体 A,两个外部磁铁 B,C 也通过高强度胶粘结在基座上。两片压电片(PZT-5A)通过高强度胶经高温固化后粘结在金属基体的上、下表面,压电片通过金属铜电极串联连接负载电阻 R。实验中,三稳态压电能量采集器样

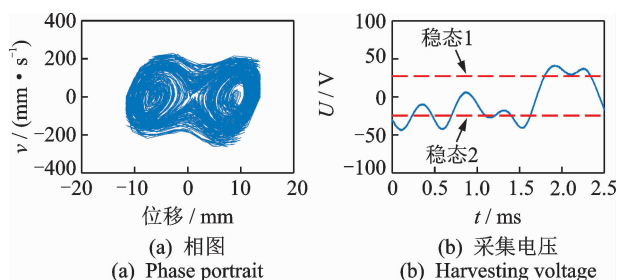
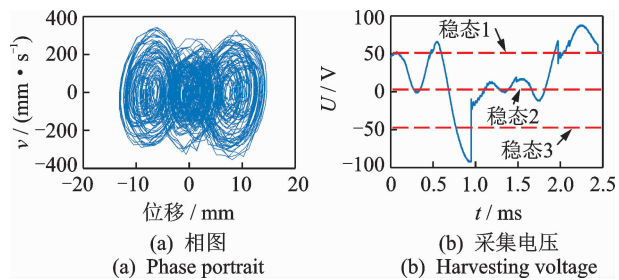
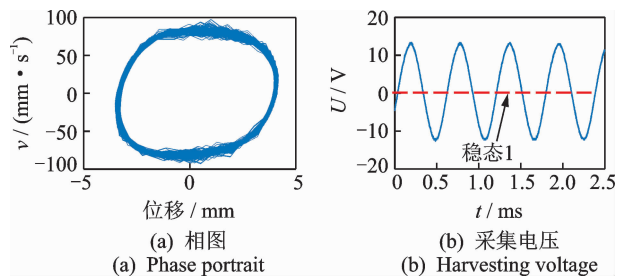
机通过夹具安装在激振器(JZK-5)的测试台上,信号发生器(AFG3102C)产生的正弦信号经功率放大器(YE5871A)放大,使激振器产生正弦振动。基础加速度由加速度传感器(YJ9A)测量得到,悬臂梁末端位移由激光位移传感器(LK-G80)测量得到,通过软件在电脑上显示,悬臂梁末端振动速度由激光测速仪(Polytech OFV-505)测得,采集输出电压由示波器测得并显示。



图 7 三稳态压电能量采集器实验测试平台

Fig. 7 Testing platform of TPVEH

图 8 为 A=15m/s<sup>2</sup>,d=8mm,d<sub>g</sub>=0mm 和 R=1MΩ 时采集器的位移-速度相图和采集电压输出波形的实验结果。可以看出,能量采集器作双稳态振动,采集器末端振动位移、振动速度分别为 10mm 和 200mm/s,采集输出电压达到 50V,此时采集器的输出功率达到 2.5mW,与图 4(a)仿真结果相吻合。图 9 为 d<sub>g</sub>=5mm 时采集器的输出性能实验结果,此时能量采集器作三稳态运动,采集器末端振动位移达到 12mm,采集输出电压和输出功率分别达到 85V 和 7.2mW,与图 4(b)仿真结果相吻合。图 10 为 d<sub>g</sub>=10mm 时采集器的位移-速度相图和采集电压输出波形实验结果,能量采集器作单稳态运动,这与图 4(c)的仿真结果所显示的单稳态运动状态基本吻合。实验得到的振动位移和振动速度分别为 3.5mm 和 80mm/s,采集输出电压和输出功率分别为 13V 和 1.69mW。实验结果与图 4(c)仿真得到的振动位移 1.5mm、振动速度 50mm/s 和采集电压 11V 相比存在一些误差。实验与仿真之间存在误差的主要原因有:①样机制作过程中尺寸加工误差、装配误差以及材料特性偏差等因素造成实验参数与仿真参数略有偏差;②实验得到的相图是一个倾斜、不对称的封闭曲线,而仿真得到的相图为非倾斜且对称的封闭曲线,这主要是由于在仿真建模中未考虑末端磁铁 A 的重力因素影响造成的。

图8  $d_g=0$  时采集器输出性能实验结果Fig. 8 Experimental results of TPVEH when  $d_g=0$ 图9  $d_g=5\text{mm}$  时采集器输出性能实验结果Fig. 9 Experimental results of TPVEH when  $d_g=5\text{mm}$ 图10  $d_g=10\text{mm}$  时采集器输出性能实验结果Fig. 10 Experimental results of TPVEH when  $d_g=10\text{mm}$ 

## 5 结论

1) 增大加速度幅值,采集器依次经历单稳态、双稳态和三稳态3种运动状态。随着  $d$  的逐渐增大,能量采集器依次经历单稳态、三稳态和单稳态3种运动状态。随着  $d_g$  的逐渐增大,能量采集器依次经历双稳态、三稳态和单稳态3种运动状态。

2) 能量采集器作三稳态运动可以提高能量采集器的振动位移、采集电压和输出功率,且工作频带得到拓宽。

3) 在  $d_g=5\text{mm}$  时,仿真得到的振动位移为  $11\text{mm}$ ,采集输出电压为  $80\text{V}$ ,工作频带为  $2\sim 11\text{Hz}$ ;实验得到的振动位移为  $12\text{mm}$ ,采集输出电压和输出功率分别达到  $85\text{V}$  和  $7.2\text{mW}$ 。

## 参 考 文 献

[1] 王光庆, 岳玉秋, 展永政, 等. 宽频压电振动能量采集器的实验研究[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(2): 261-265.

WANG Guangqing, YUE Yuqiu, ZHAN Yongzheng, et al. Experimental research for broadband piezoelectric vibration energy harvester [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(2): 261-265. (in Chinese)

- [2] ERTURK A, HOFFMANN J, INMAN D J. A piezo-magnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting [J]. Applied Physics Letters, 2009, 94(25): 254102-254104.
- [3] 杨斌强, 徐文潭, 王光庆, 等. 带弹性放大器的双稳态压电振动能量采集器 [J]. 传感技术学报, 2017, 30(5): 684-691.
- YANG Binqiang, XU Wentan, WANG Guangqing, et al. A bistable piezoelectric vibration energy harvester with an elastic magnifier [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(5): 684-691. (in Chinese)
- [4] WANG H Y, TANG L H. Modeling and experiment of bistable two-degree-of-freedom energy harvester with magnetic coupling [J]. Mechanical Systems and Signal Process, 2017, 86: 29-39.
- [5] LENG Y G, GAO Y J, TAN D, et al. An elastic-support model for enhanced bistable piezoelectric energy harvesting from random vibrations [J]. Journal of Applied Physics, 2015, 117(6): 064901.
- [6] ERTURK A, INMAN D J. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electromechanical coupling [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330: 2339-2353.
- [7] ZHOU Z Y, QIN W Y, ZHU P. Energy harvesting in a quad-stable harvester subjected to random excitation [J]. Aip Advances, 2016, 6(2): 785-791.
- [8] ZHOU S, CAO J, INMAN D J, et al. Broadband tristable energy harvester: Modeling and experiment verification [J]. Applied Energy, 2014, 133(1): 33-39.
- [9] ZHU P, REN X, QIN W, et al. Theoretical and experimental studies on the characteristics of a tri-stable piezoelectric harvester [J]. Archive of Applied Mechanics, 2017(2): 1-14.
- [10] KIM P, SEOK J. Dynamic and energetic characteristics of a tri-stable magnetopiezoelectric energy harvester [J]. Mechanism & Machine Theory, 2015, 94: 41-63.
- [11] LENG Y G, TAN D, LIU J J, et al. Magnetic force analysis and performance of a tri-stable piezoelectric energy harvester under random excitation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017(406): 146-160.
- [12] 唐炜, 王小璞, 曹景军. 非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析 [J]. 物理学报, 2014, 63(24): 72-85.
- TANG Wei, WANG Xiaopu, CAO Jingjun. Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetics [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(24): 72-85. (in Chinese)



第一作者简介: 赵泽翔, 男, 1995年3月生, 硕士生。主要研究方向为压电振动能量采集。

E-mail: 2869517210@qq.com

通信作者简介: 王光庆, 男, 1975年12月生, 博士、教授。主要研究方向为传感检测与信号处理、超声波电机和压电振动能量采集技术。

E-mail: kele76@163.com