

一种 MIMO 非高斯振动的逆多步预测法^{*}

郑 威, 陈怀海, 郑荣慧

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

摘要 为了实现多输入多输出(multi-input-multi-output, 简称 MIMO)非高斯振动试验控制,提出了一种 MIMO 非高斯振动逆多步预测法。首先,该方法基于广义高斯分布构造零记忆非线性变换,并使用该变换生成非高斯参考信号;其次,推导系统的逆多步预测模型,将参考信号作为该模型的输入,生成试验所需的驱动信号;然后,在控制过程中分别根据控制点的功率谱密度和峭度与相应控制目标之间的误差,对参考非高斯信号进行调整,并利用逆多步预测模型对驱动信号进行更新,以实现非高斯振动控制;最后,进行三轴振动台试验。试验结果表明,该方法对功率谱与峭度都取得了良好的控制效果,验证了其可行性。

关键词 非高斯;逆系统;振动试验;多输入多输出

中图分类号 TH113; O32

引 言

多输入多输出随机振动试验作为一种重要的产品可靠性测试手段,广泛运用于航空、航天、车辆和电子等领域。传统的 MIMO 随机振动试验,其参考信号与激励信号均为高斯随机信号,但实际工况往往具有非高斯性^[1]。

由于其工程意义,非高斯随机振动试验受到国内外学者广泛重视。针对单输入单输出(single-input-single-output, 简称 SISO)非高斯随机信号的生成与对应的试验方法,研究人员已有较深入的研究。Steinwolf^[2]提出了相位调节法用于生成非高斯随机信号。Smallwood^[3]利用零记忆非线性变换(zero memory non-linear transform, 简称 ZMNL)构造非高斯时域信号,通过时域波形再现(time waveform replication, 简称 TWR)进行试验。吴家驹等^[4-5]使用幅值调制的方法生成非高斯信号,同样利用 TWR 在振动台上实施。

MIMO 非高斯振动试验在对各通道响应的自功率谱与峭度等指标进行控制的同时,还要考虑响应之间的相干系数与相位差,因此无法直接套用 SISO 非高斯振动驱动信号生成的方法。陈怀海

等^[6]提出了一种基于逆结构滤波器(inverse structural filter, 简称 ISF)^[7]的 MIMO 非高斯振动驱动信号生成算法,并对悬臂梁结构进行了仿真。Zheng 等^[8-9]对系统的时域转移矩阵求逆用于生成驱动信号,忽略了截断奇异值法(truncated singular value decomposition, 简称 TSVD)对驱动信号质量的影响。

笔者提出一种时域 MIMO 非高斯随机振动试验方法。首先,采用基于广义高斯分布的 ZMNL 生成非高斯参考信号,并将其代入推导出的逆多步预测模型,实现驱动信号生成(通过对生成驱动的长度进行截断处理,避免对求逆系统时 TSVD 带来的干扰);其次,对响应的功率谱密度(power spectrum density, 简称 PSD)与非高斯特性分别进行控制;最后,通过一类较为常见的 MIMO 振动试验——三轴振动台试验来验证该方法的可行性。

1 非高斯振动特性

MIMO 高斯随机振动一般直接由功率谱确定,但 MIMO 非高斯振动信号还需要能反映各控制点位置非高斯振动特性的峭度等信息作为补充。峭度通过中心距定义,随机变量 x 的第 j 阶中心距为

^{*} 江苏高校优势学科建设工程资助项目
收稿日期:2020-05-21;修回日期:2020-06-04

$$M_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^j \quad (1)$$

其中: \bar{x} 为 x 的均值。

峭度为归一化的四阶中心距,表达式为

$$K = \frac{M_4}{M_2^2} \quad (2)$$

峭度是描述信号非高斯特征的关键要素之一,因此笔者主要对峭度控制进行研究。高斯随机信号的峭度等于 3。当信号峭度大于 3 时,称之为超高斯信号;当信号峭度小于 3 时,称为亚高斯信号。

2 非高斯参考信号生成

MIMO 非高斯振动试验采用多点(轴)激励的方式对多个控制点(轴向)的振动响应信号(一般为加速度信号)进行控制,在要求其响应 PSD 满足参考谱的容差要求的同时,对信号的峭度等非高斯特征进行控制。其中,非高斯参考信号的生成是极为重要的一步。

MIMO 非高斯参考信号的生成分 2 步进行:首先,生成满足 PSD 谱要求的 MIMO 高斯信号;然后,根据设定的峭度信息将高斯信号转换为非高斯参考信号。

生成高斯信号的过程包含伪随机信号生成与时域随机化两部分。在生成伪随机信号前,应先得到其傅氏谱

$$\mathbf{Y}(f) = \mathbf{L}(f)\mathbf{P} \quad (3)$$

其中:下三角矩阵 \mathbf{L} 由对参考谱矩阵 \mathbf{R} 进行 Cholesky 分解得到,满足 $\mathbf{R} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$; \mathbf{P} 为对角阵,其对角线元素可以写作 $e^{j\theta}$ 的形式; θ 为随机相位。

对 \mathbf{Y} 进行逆傅里叶变换,得到一帧高斯伪随机信号

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{Y}(f)) \quad (4)$$

通过对 $\mathbf{y}(t)$ 进行时域随机化^[10]操作,得到任意帧的高斯真随机信号。

得到满足参考谱要求的高斯信号后,通过 ZMNL T 在保持功率谱基本不变的条件下,改变信号的分布。笔者将广义高斯分布作为变换目标,构造 ZMNL T 实现非高斯信号的生成。广义高斯分布的概率密度函数为

$$f(z) = \frac{\beta}{2\alpha\Gamma(1/\beta)} e^{-\langle |z-\mu|/\alpha \rangle^\beta} \quad (5)$$

其中

$$\Gamma(r) = \int_0^\infty z^{r-1} e^{-z} dz \quad (6)$$

广义高斯分布根据参数不同,将具有超/亚高斯特征或退化为高斯分布,其各阶矩满足

$$M_k = \begin{cases} 0 & (k=2n+1) \\ \frac{2^{k/\beta}\alpha\Gamma\left(\frac{k+1}{\beta}\right)}{\Gamma(1/\beta)} & (k=2n) \end{cases} \quad (7)$$

峭度与参数 β 的对应关系为

$$K = \frac{M_4}{M_2^2} = \frac{\Gamma(5/\beta)\Gamma(1/\beta)}{\Gamma(3/\beta)^2} \quad (8)$$

在给定参考峭度的情况下,通过优化方法得到对应的 β 。

确定 α 的取值,需要利用广义非高斯公布的方差计算式

$$\sigma^2 = \frac{\alpha^2\Gamma(3/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \quad (9)$$

其中:信号的均方值 σ^2 由参考谱计算得到。

得到参数 α 和 β 后,所需的广义高斯分布也随之确定,此时可以通过高斯分布与广义高斯分布的积累分布函数,实现从高斯随机信号(y_{norm})到广义高斯信号(y_{GND})的转换。

$$y_{\text{GND}} = F_{\text{GND}}^{-1}(F_{\text{norm}}(y_{\text{norm}})) \quad (10)$$

其中: F_{norm} 为高斯分布的积累分布函数; F_{GND} 为广义高斯分布的积累分布函数,通过对式(5)积分得到。

与常见的基于多项式或指数函数的 ZMNL T 相比,由广义高斯分布导出的变换公式具有以下优势:①仅通过调节参数实现超高斯与亚高斯信号的生成,不需要对两种情况分别使用不同的变换公式;②参数与峭度之间存在明确的对应关系,可以直接对参数进行确定,不需要在修正参数的同时反复对信号峭度进行估计。

3 逆多步预测法

逆系统方法的核心思想是将期望得到的时域响应信号作为输入来计算驱动信号,可用于 MIMO 非高斯振动试验。传统逆系统方法要求已知原系统的状态空间模型,但在实际试验中系统的状态空间模型是需要估计的量;此外,传统逆系统方法在小阻尼情况下的结果容易发散^[11],这使得传统逆系统方法难以直接应用于 MIMO 非高斯随机振动试验。逆多步预测法由系统的多步预测模型进行求逆得到,构造的逆系统具有非因果系统的特点,能生成更为

稳定的驱动信号^[12]。

3.1 多步预测模型

多步预测模型以有限差分模型为基础。有限差分模型将振动系统当前时刻的输出(响应)看作有限多个过去时刻的输入(驱动)与输出的线性组合。例如,一个 n_i 输入 n_o 输出的振动系统的有限差分模型可以写作

$$\mathbf{y}(k) = - \sum_{i=1}^p \boldsymbol{\alpha}_i^{(0)} B^i \mathbf{y}(k) + \sum_{i=1}^p \boldsymbol{\beta}_i^{(0)} B^i \mathbf{u}(k) + \boldsymbol{\beta}_0^{(0)} \mathbf{u}(k) \quad (11)$$

其中:系统的输出向量 $\mathbf{y}(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_o \times 1}$; 输入向量 $\mathbf{u}(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$; $B(\cdot)$ 为后移算子,其作用效果为 $B\mathbf{y}(k) = \mathbf{y}(k-1)$, 其逆运算 $B^{-1}\mathbf{y}(k) = \mathbf{y}(k+1)$; 系数矩阵 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(0)} \in \mathbb{R}^{n_o \times n_o}$ ($i=1, 2, \dots, p$) 和 $\boldsymbol{\beta}_i^{(0)} \in \mathbb{R}^{n_o \times n_i}$ ($i=0, 1, \dots, p$) 分别确定了输出 $\mathbf{y}(i)$ 与输入 $\mathbf{u}(i)$ 对当前输出 $\mathbf{y}(k)$ 的贡献。

将式(11)中的 k 替换为 $k+1$, 再将式(11)代入, 即得 $k+1$ 时刻的输出, 重复这一操作, 得到 $k+j$ 时刻的输出为

$$\mathbf{y}(k+j) = - \sum_{i=1}^p \boldsymbol{\alpha}_i^{(j)} B^i \mathbf{y}(k) + \sum_{i=1}^p \boldsymbol{\beta}_i^{(j)} B^i \mathbf{u}(k) + \sum_{i=0}^j \boldsymbol{\beta}_i^{(0)} B^i \mathbf{u}(k+j) \quad (12)$$

令 $\boldsymbol{\alpha}_{p+1}^{(j-1)} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\beta}_{p+1}^{(j-1)} = \mathbf{0}$, 系数矩阵为

$$\boldsymbol{\alpha}_k^{(j)} = \boldsymbol{\alpha}_{k+1}^{(j-1)} - \boldsymbol{\alpha}_1^{(j-1)} \boldsymbol{\alpha}_k^{(0)} \quad (13a)$$

$$\boldsymbol{\beta}_k^{(j)} = \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{(j-1)} - \boldsymbol{\alpha}_1^{(j-1)} \boldsymbol{\beta}_k^{(0)} \quad (13b)$$

取时移量 $j=1, 2, \dots, q-1$, 由式(11)~(13)得到系统的多步预测模型为

$$\mathbf{y}_q(k) = \mathbf{T}\mathbf{u}_q(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}_p(k-p) - \mathbf{A}\mathbf{y}_p(k-p) \quad (14)$$

其中:层叠的输入输出向量为

$$\mathbf{u}_q(k) = [B^0 \quad B^{-1} \quad \dots \quad B^{1-q}]^T \mathbf{u}(k) \quad (15a)$$

$$\mathbf{y}_q(k) = [B^0 \quad B^{-1} \quad \dots \quad B^{1-q}]^T \mathbf{y}(k) \quad (15b)$$

将式(15)中 q 替换为 p , k 替换为 $k-p$, 得到 $\mathbf{u}_p(k-p)$ 和 $\mathbf{y}_p(k-p)$ 的表达式。式(14)中的系数矩阵分别为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_0^{(0)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\beta}_0^{(1)} & \boldsymbol{\beta}_0^{(0)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_0^{(q-1)} & \boldsymbol{\beta}_0^{(q-2)} & \dots & \boldsymbol{\beta}_0^{(0)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_p^{(0)} & \boldsymbol{\alpha}_{p-1}^{(0)} & \dots & \boldsymbol{\alpha}_1^{(0)} \\ \boldsymbol{\alpha}_p^{(1)} & \boldsymbol{\alpha}_{p-1}^{(1)} & \dots & \boldsymbol{\alpha}_1^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_p^{(q-1)} & \boldsymbol{\alpha}_{p-1}^{(q-1)} & \dots & \boldsymbol{\alpha}_1^{(q-1)} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_p^{(0)} & \boldsymbol{\beta}_{p-1}^{(0)} & \dots & \boldsymbol{\beta}_1^{(0)} \\ \boldsymbol{\beta}_p^{(1)} & \boldsymbol{\beta}_{p-1}^{(1)} & \dots & \boldsymbol{\beta}_1^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_p^{(q-1)} & \boldsymbol{\beta}_{p-1}^{(q-1)} & \dots & \boldsymbol{\beta}_1^{(q-1)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

识别多步预测模型的过程可总结为3步:①从试验数据中识别初始的参数 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(0)}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_i^{(0)}$ (具体识别过程可参考文献[13]);②利用式(13)计算从 $1 \sim q-1$ 之间的 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(j)}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_i^{(j)}$;③根据式(16)~(18)构建系数矩阵 \mathbf{T} , \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 。

3.2 逆多步预测模型

由多步预测模型出发,可构造逆多步预测模型,通过参考响应信号计算驱动信号。由于实际系统的 \mathbf{T} 矩阵往往接近奇异,因此不能直接通过对 \mathbf{T} 矩阵求逆得到逆系统,这时可以利用 TSVD 法求 \mathbf{T} 矩阵的伪逆。由于 TSVD 法只保留了 \mathbf{T} 矩阵前 r 阶奇异值,得到的伪逆矩阵 \mathbf{T}^+ 将满足

$$\mathbf{T}^+ \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (19)$$

从式(19)可以看出,如果直接使用 \mathbf{T}^+ 矩阵,将对生成驱动的末端产生干扰。为了生成长度为 l ($l < q$) 的驱动,可选择 \mathbf{T}^+ 矩阵的前 ln_i 行 ($ln_i < r$) 构成 $\bar{\mathbf{T}}$ 矩阵,用 $\bar{\mathbf{T}}$ 左乘式(14),可以整理得到

$$\mathbf{u}_l(k) = \bar{\mathbf{T}}\mathbf{y}_q(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}_p(k-p) - \bar{\mathbf{A}}\mathbf{u}_p(k-p) \quad (20)$$

其中: \mathbf{y}_q , \mathbf{y}_p 和 \mathbf{u}_p 与式(14)中的含意相同。

$$\mathbf{u}_l(k) = [B^0 \quad B^{-1} \quad \dots \quad B^{1-l}]^T \mathbf{u}(k) \quad (21)$$

系数矩阵为

$$\bar{\mathbf{T}} = [\mathbf{I}_{ln_i} \quad \mathbf{0}] \mathbf{T}^+ \quad (22a)$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{T}} \mathbf{A} \quad (22b)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{T}} \mathbf{B} \quad (22c)$$

其中:系数矩阵 $\bar{\mathbf{T}}$, $\bar{\mathbf{A}}$ 和 $\bar{\mathbf{B}}$ 的维数分别为 $ln_i \times qn_o$, $ln_i \times pn_i$ 和 $ln_i \times pn_o$ 。

式(20)与多步预测模型具有相同的形式,即为需要构造的逆多步预测模型。

4 驱动生成与控制方法

逆多步预测模型将 MIMO 非高斯参考信号作

为输入,计算试验的驱动信号。这里的 MIMO 非高斯参考信号是根据控制目标(PSD 谱与峭度等参考信息)生成的时域信号。

由于逆多步预测模型使用的输入向量的长度大于输出向量,为了保证得到的驱动信号的连续性,在实际计算过程中参考信号是重叠输入的。图 1 为逆多步预测模型驱动信号生成过程。

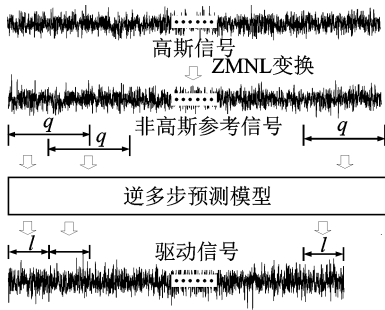


图 1 逆多步预测模型驱动信号生成过程

Fig. 1 Drive signal generation process by inverse multistep prediction model

MIMO 非高斯振动控制包含两部分内容:①对控制点响应的 PSD 谱进行控制,使其与设置的参考谱的自谱、相位与相干系数的误差在许可范围内;②对峭度等非高斯标准进行控制。

对功率谱部分的控制主要基于矩阵幂次算法^[10]实现。与传统的矩阵幂次算法不同,只对原始的高斯信号进行调整,而实际的驱动信号则是先将该高斯信号进行 ZMNL,再由逆多步预测模型生成。

矩阵幂次算法以矩阵乘法的形式对式(3)中的下三角矩阵 L 进行迭代更新

$$L_{n+1} = \Delta^{\epsilon} L_n \quad (n=0,1,\dots) \quad (23)$$

其中: $\epsilon \in (0,1)$ 为压缩因子,用于提高控制过程的稳定性。

误差矩阵 Δ 的计算公式为

$$\Delta = L_0 L_y^{-1} \quad (24)$$

其中: L_0 由参考谱 Cholesky 分解得到的下三角阵; L_y 由响应谱分解得到。

在对功率谱进行控制的同时,还需对峭度进行控制,其更新方式为

$$K_n = K_{n-1} + \lambda(K_0 - \bar{K}_{n-1}) \quad (25)$$

其中: K_{n-1} 和 K_n 分别为第 $n-1$ 和 n 次更新后代入式(8)的峭度值,用于确定 ZMNL 的参数; K_0 为参考峭度; \bar{K}_{n-1} 为第 n 次更新前由响应信号估计得到的峭度;系数 $\lambda \in (0,1)$ 用于防止控制结果的发散的情况。

5 试 验

三轴非高斯随机振动试验如图 2 所示。为了检验该方法的可行性,使用自编控制程序在三轴振动台这一工程中常见的 MIMO 振动试验设备上进行试验,试验中对振动台台面的加速度 PSD 谱与峭度进行控制。

试验频率范围为 20~2 000 Hz,三轴振动试验参考谱的自功率谱密度如图 3 所示,各轴向间相干系数均取 0.6, x - y , y - z 轴向间相位差取 30° , x - z 轴向间相位差取 60° 。 x , y 轴为超高斯信号,峭度为 4; z 轴为亚高斯信号,峭度为 2.5。



图 2 三轴非高斯随机振动试验

Fig. 2 Three axes non-Gaussian random vibration test

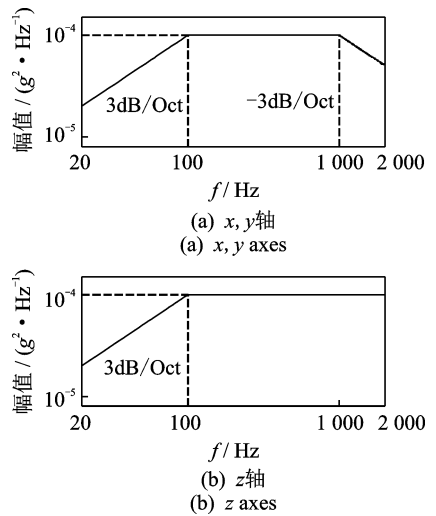


图 3 三轴振动试验参考谱的自功率谱密度

Fig. 3 Reference auto spectra for 3-axes vibration test

采用白噪声激励来估计试验系统的逆多步预测模型,由此生成初始驱动信号。控制前的自功率谱密度如图 4 所示,由于噪声等干扰因素影响,存在多处谱线超差的情况。图 5 为 4 次迭代后的自功率谱密度,此时振动台各轴向的自功率谱密度均已满足 ± 3 dB 的容差要求。图 6 为 4 次迭代后的相干系数(无量纲)。图 7 为 4 次迭代后的相位差。可以看出,各轴向间的相干系数与相位差接近参考值。图 8 为峭度(无量纲)迭代结果。可以看出,经过 5 次迭代后,各轴向的峭度已稳定在参考值附近。

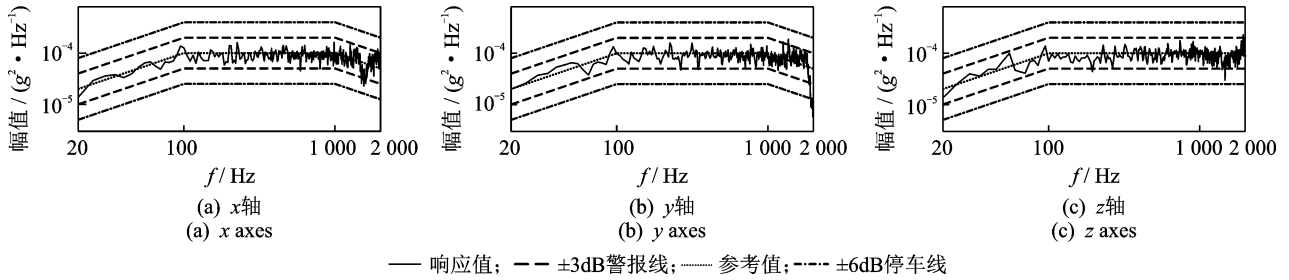


图4 控制前的自功率谱密度

Fig. 4 Auto spectra before control

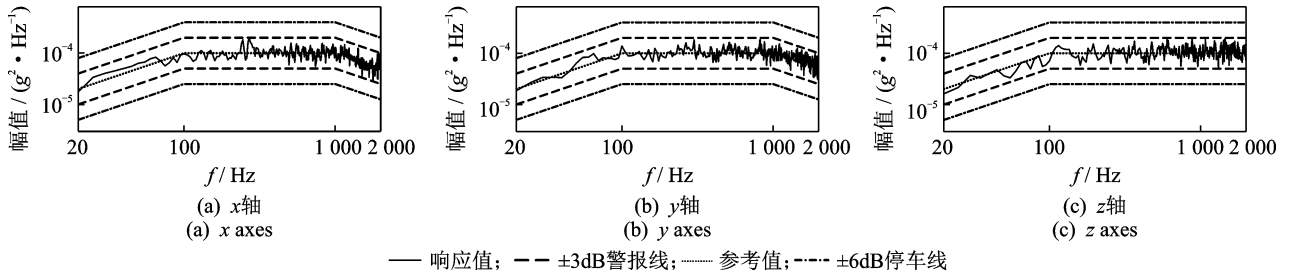


图5 4次迭代后的自功率谱密度

Fig. 5 Auto spectra after four iterations

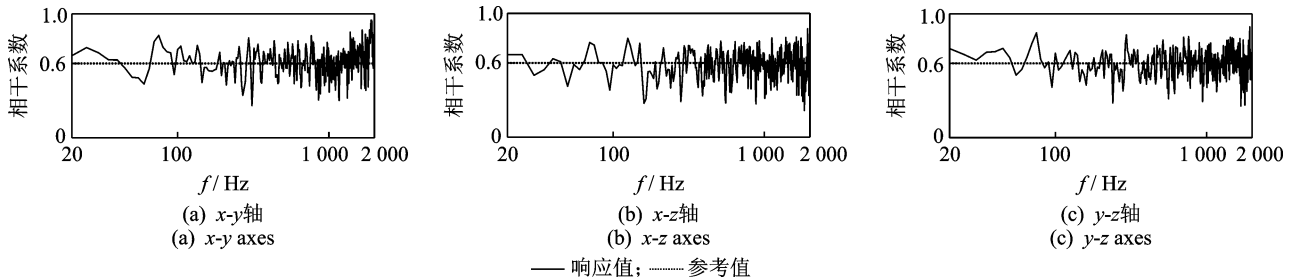


图6 4次迭代后的相干系数

Fig. 6 Coherence after four iterations

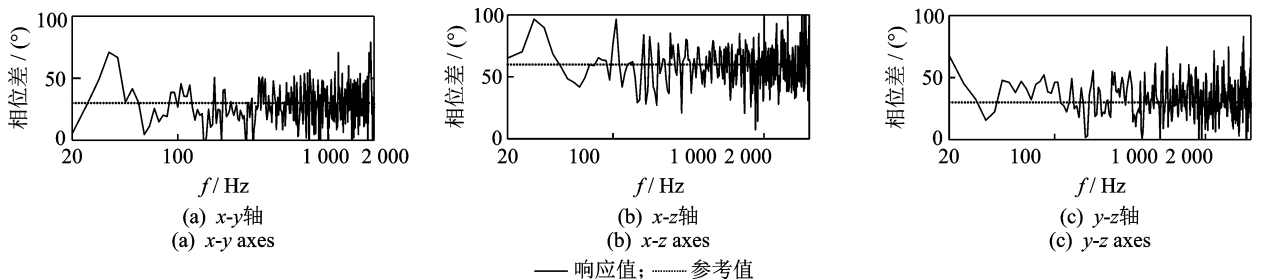


图7 4次迭代后的相位差

Fig. 7 Phase of reference after four iterations

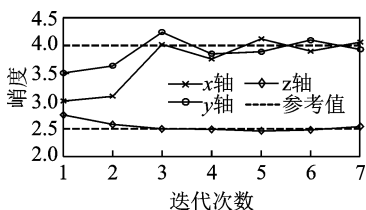


图8 峭度迭代结果

Fig. 8 Control results of kurtosis with iteration

6 结束语

笔者由广义高斯分布提出一种 ZMNLTL, 并推导用于生成驱动信号的逆多步预测模型, 构成了一种 MIMO 非高斯随机振动试验控制方法。逆多步预测模型通过对生成驱动的长度的处理, 避免对系

统求逆时奇异值截断带来的干扰;同时由于其非因果特性,回避了传统逆系统方法易发散的问题。在三轴振动台试验中经过控制算法调整,可将响应频谱控制在容差范围内,同时满足峭度控制要求,验证了本研究方法的有效性和可行性。

参 考 文 献

- [1] 蒋磊,李锦华,李春祥. 基于现场实测的大跨度膜结构风场特性分析[J]. 振动、测试与诊断, 2019, 39(1): 68-77.
JIANG Lei, LI Jinhua, LI Chunxiang. Wind field characteristics of large span membrane structure based on field measurement [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(1): 68-77. (in Chinese)
- [2] STEINWOLF A. Random vibration testing with kurtosis control by IFFT phase manipulation[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2012, 28(2): 561-573.
- [3] SMALLWOOD D. Generating non-Gaussian vibration for testing purposes[J]. Sound & Vibration, 2005, 39(10): 18-24.
- [4] 吴家驹,张鹏飞,胡亚冰. 非高斯随机振动的分析基础[J]. 强度与环境, 2018, 45(2): 1-8.
WU Jiaju, ZHANG Pengfei, HU Yabing. Analytical basis for the synthesis of non-Gaussian random vibration[J]. Structure & Environment Engineering, 2018, 45(2): 1-8. (in Chinese)
- [5] 吴家驹,付玮,张鹏飞. 基于 β 分布随机数排序的非高斯振动模拟方法[J]. 强度与环境, 2017, 44(2): 10-17.
WU Jiaju, FU Wei, ZHANG Pengfei. Simulation method of non-Gaussian vibration base on re-arrangement of β distribution random number[J]. Structure & Environment Engineering, 2017, 44(2): 10-17. (in Chinese)
- [6] 陈怀海,王鹏宇,孙建勇. 基于逆系统方法的多输入多输出非高斯驱动信号生成[J]. 航空学报, 2016, 37(5): 1544-1551.
CHEN Huaihai, WANG Pengyu, SUN Jianyong. Generation of multi-input multi-output non-Gaussian driving signal based on inverse system method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(5): 1544-1551. (in Chinese)
- [7] KAMMER D, STELTZNER A. Structural identification using inverse system dynamics[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2000, 23(5): 819-825.
- [8] ZHENG R H, CHEN H H, HE X D. Control method for multi-input multi-output non-Gaussian random vibration test with cross spectra consideration[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30(6): 1895-1906.
- [9] ZHENG R H, CHEN H H, HE X D. Control method for multiple-input multiple-output non-Gaussian random vibration test[J]. Packaging Technology and Science, 2017, 30(7): 331-345.
- [10] CUI X L, CHEN H H, HE X D, et al. Matrix power control algorithm for multi-input multi-output random vibration test[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(6): 741-748.
- [11] ALLEN M, CARNE T. Comparison of inverse structural filter (ISF) and sum of weighted accelerations (SWAT) time domain force identification methods[C] // 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, structural Dynamics, and Materials Conference. Newport, Rhode Island: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [12] 郑威,陈怀海. MIMO随机振动试验控制的逆多步预测模型法[J]. 航空学报, 2019, 41(2): 22300.
ZHENG Wei, CHEN Huaihai. Inverse multi-step prediction model method for MIMO random vibration test control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 41(2): 22300. (in Chinese)
- [13] JUANG J, PHAN M. Identification and control of mechanical systems[M]. [S. l.]: Cambridge University Press, 2001:256-272.



第一作者简介:郑威,男,1989年5月生,博士生。主要研究方向为逆系统、MIMO振动控制等。
E-mail: williamzheng2089@nuaa.edu.cn

通信作者简介:陈怀海,男,1965年11月生,教授、博士生导师。主要研究方向为MIMO振动控制、模态识别及环境试验等。
E-mail: chhnuuaa@nuaa.edu.cn

