

接触式机械密封端面的分形磨损模型^{*}

李小彭, 杨泽敏, 潘五九, 王琳琳, 徐金池, 闻邦椿

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 基于分形理论将动、静环端面的接触简化为粗糙表面与理想刚性平面的接触, 讨论了接触式机械密封端面形貌的表征方法, 建立了接触式机械密封的磨损模型。根据建立的模型, 分析各分形参数、材料参数及工作参数对磨损的影响, 并将所建模型与实验数据进行对比, 验证了模型的合理性。结果表明: 接触式机械密封分形维数 D 与其磨损率 γ 呈浴盆曲线的关系; 特征长度尺度参数 G 、端面比载荷 p_g 、转速 n 与其磨损率 γ 成正比; 接触式机械密封的综合弹性模量 E 与其磨损率 γ 成反比。

关键词 分形理论; 接触式机械密封; 端面形貌; 磨损

中图分类号 TH136

引言

机械密封最主要的性能就是其密封性能, 而引起接触式机械密封失效的最直接原因就是磨损, 磨损速率在很大程度上影响着接触式机械密封的使用寿命和运转精度^[1-2]。机械密封广泛应用于军工、航天以及化工领域的轴端密封中, 因此, 为了防止接触式机械密封磨损造成密封失效而引起巨大损失, 从理论上揭示影响接触式机械密封磨损的因素, 以此来指导生产中对磨损率的控制是十分必要的。

1961 年, Mayer^[3] 利用圆环理论对密封端面的变形及摩擦磨损进行了研究, 且 Mayer 的圆环理论对机械密封端面的研究奠定了基础。后来, Summers-Simith^[4] 研究了机械密封的磨损类型和影响磨损的因素等。王汝美^[5] 通过实验研究了各因素对机械密封磨损的影响。文献[6-7]介绍了如何利用实验统计数据来计算接触式机械密封磨损率, 并给出了一种计算接触式机械密封磨损率的简易方法。房桂芳等^[8] 根据 Archard 磨损理论, 建立了机械密封端面的分形黏着磨损模型。但运用的机械密封端面形貌是用余弦函数表示的, 这与实际表面形貌还存在着一定误差。赵帅等^[9] 从材料角度研究了材料及表面织构对机械密封磨损的影响。文献[10]也从

材料角度研究了丁腈橡胶材料的机械密封的微动磨损特性。

以上所有研究虽然都对机械密封的磨损进行了研究, 但他们对机械密封端面的表面形貌的描述都存在一定的误差, 因此最后得到的机械密封的磨损率也是有一定误差的。而分形理论的出现为准确描述机械密封的端面形貌提供了理论依据。因此笔者旨在基于分形理论对机械密封的磨损率进行计算, 推导出计算模型, 以期得到一个更准确的机械密封的磨损模型, 并可以以此来指导生产。

1 接触式机械密封端面分形磨损模型的建立

从微观角度来看, 接触式机械密封的动静环接触端面是粗糙的, 并且具有分形特性^[11-12], 可用 W-M 函数来描述接触式机械密封的端面形貌^[13]。

1.1 接触式机械密封端面形貌的分形表征

根据修改后的 M-B 分形模型, 可以把接触式机械密封的软质环与硬质环的接触简化为粗糙平面与理想刚性光滑平面的接触^[14]。因此, 接触式

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51875092); 中央高校基本科研业务专项资金资助项目(N170302001)
收稿日期: 2018-06-11; 修回日期: 2019-03-21

机械密封软质环端面轮廓曲线可用 W-M 函数来表示,即

$$Z(x) = G^{(D-1)} \sum_{n=n_l}^{\infty} \frac{\cos 2\pi\gamma^n x}{\gamma^{(2-D)n}} \quad (1)$$

其中: $Z(x)$ 为接触面轮廓随机高度; G 为表面的特征长度尺度参数; D 为接触粗糙表面的分形维数; γ^n 为随机轮廓的空间频率; n_l 为轮廓结构的最低截止频率相对应的序数; γ 为大于 1 的常数, 对于服从正态分布的随机表面, 通常取 $\gamma = 1.5$ ^[15], 且 $\gamma^{n_l} = 1/l$; l 为样本长度。

从微观角度看, 接触式机械密封补偿环与非补偿环的接触实质上是接触式机械密封端面的微凸体的相互接触, 如图 1 所示。接触式机械密封端面的接触部分承受轴向闭合合力, 且接触部分会产生磨损。

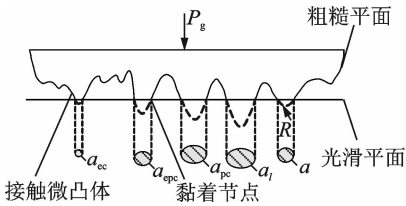


图 1 接触式机械密封端面的分形表征

Fig. 1 Fractal characterization of mechanical seal face

图 1 中, p_g 为接触式机械密封的端面比载荷; a_{ec} 为弹性变形转化为弹塑性变形的临界接触面积; a_{epc} 为第 1 弹塑性变形区与第 2 弹塑性变形区的临界接触面积; a_{pc} 为第 2 弹塑性变形区与塑性变形区的临界接触面积; a 为接触面微接触点的接触面积; a_l 为接触面微接触点的最大接触面积; R 为微凸体顶端曲率半径。

$$R = \left| \frac{(1 + Z'^2(x))^{1.5}}{Z''(x)} \right|_{x=0} = \frac{(1/\gamma^n)^D}{\pi^2 G^{D-1}} = \frac{l^D}{\pi^2 G^{D-1}} \quad (2)$$

$$a_l = \frac{2-D}{D} \psi^{-(2-D)/2} A_r \quad (3)$$

根据文献[16], 可得到接触面微接触点的面积大小分布函数为

$$n(a) = \frac{D}{2} \psi^{(2-D)/2} a_l^{D/2} a^{-(D+2)/2} \quad (4)$$

其中: ψ 为分形区域扩展系数, 与分形维数 D 有关, $\frac{\psi^{(2-D)/2} - (1 + \psi^{-D/2})^{-(2-D)/D}}{(2-D)/D} = 1$; A_r 为接触式机械密封端面的实际接触面积。

1.2 接触式机械密封的端面比载荷与实际接触面积

接触式机械密封端面的承载能力与其微接触

点的变形承载能力有很大关系。研究表明^[17], 当对接触式机械密封施加轴向载荷时, 软质环密封端面曲率半径较小的微凸体先发生弹性变形, 然后随着载荷的增大, 软质环的微凸体与硬质环的接触面积增大, 并发生弹塑性变形, 直至最后发生塑性变形。弹性变形转化为弹塑性变形的临界接触面积为

$$a_{ec} = \pi \left(\frac{KH}{2E} \right)^2 R^2 \quad (5)$$

其中: K 为较软材料的硬度系数, 与材料的泊松比有关 ($K = 0.454 + 0.410\nu$); H 为较软材料的硬度; E 为接触面综合弹性模量。

接触面的综合弹性模量可以表示为

$$E = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \right)^{-1} \quad (6)$$

其中: E_1 和 E_2 分别为接触式机械密封硬质环和软质环的弹性模量; ν_1 和 ν_2 分别为接触式机械密封硬质环和软质环的泊松比。

第 1 弹塑性变形区与第 2 弹塑性变形区的临界接触面积为

$$a_{epc} = 7.1197 a_{ec} \quad (7)$$

第 2 弹塑性变形区与塑性变形区的临界接触面积为

$$a_{pc} = 205.3827 a_{ec} \quad (8)$$

根据文献[17], 在各个变形区域, 微凸体接触点负载与微凸体接触点接触面积之间的关系是不同的, 具体如下

$$\begin{cases} p_{re} = \frac{4E\pi^{0.5}G^{D-1}}{3l^D} a^{1.5} \\ p_{rep1} = \frac{2}{3} KH 1.128 2a_{epc}^{-0.2544} a^{1.2544} \\ p_{rep2} = \frac{2}{3} KH 1.498 8a_{pc}^{-0.1021} a^{1.1021} \\ p_{rp} = Ha \end{cases} \quad (9)$$

其中: p_{re} 为发生弹性变形的微接触点的承受载荷; p_{rep1} 为在第 1 弹塑性变形区发生弹塑性变形的微接触点的承受载荷; p_{rep2} 为在第 2 弹塑性变形区发生弹塑性变形的微接触点的承受载荷; p_{rp} 为发生塑性变形的微接触点的承受载荷。

根据式(9)求出接触式机械密封端面总载荷与真实接触面积之间的关系为

$$F = \int_0^{a_{ec}} p_{re} n(a) da + \int_{a_{ec}}^{a_{epc}} p_{rep1} n(a) da + \int_{a_{epc}}^{a_{pc}} p_{rep2} n(a) da + \int_{a_{pc}}^{a_l} p_{rp} n(a) da \quad (10)$$

接触式机械密封的端面比载荷则为

$$p_g = \frac{F}{A_a} = \frac{0.427 2DHK \left(\left(\frac{1}{4} \beta \right)^{1.254 4 - 0.500 0D} - (1.779 9\beta)^{1.254 4 - 0.500 0D} \right) \alpha^{0.500 0D} 4^{0.254 4}}{A_a \psi^{\frac{D-2}{D}} (0.568 0D - 1.425 0) \beta^{0.254 4}} - \frac{0.572 5DHK \left((51.345 7\beta)^{1.102 1 - 0.500 0D} - (1.779 9\beta)^{1.102 1 - 0.500 0D} \right) \alpha^{0.500 0D} 4^{0.102 1}}{A_a \psi^{\frac{D-2}{D}} (0.573 0D - 1.263 0) \beta^{0.102 1}} - \frac{DH\psi^{1-0.500 0D} (\alpha^{1-0.500 0D} - (51.345 7\beta)^{1-0.500 0D} \alpha^{0.500 0D})}{A_a (D-2)} - \frac{2.363 3DEG^{D-1} \alpha^{0.500 0D} \left(\frac{1}{4} \beta \right)^{1.500 0 - 0.500 0D}}{A_a \psi^{\frac{D-2}{D}} l^D (D-3)} \quad (11)$$

其中: $\alpha = -\frac{A_r \psi^{0.500 0D-1} (D-2)}{D}$, $\beta = \frac{G^{2-2D} H^2 K^2 l^{2D} \pi^3}{E^3}$ 。

根据式(11)可以求出 A_r , 即

$$A_r = f(A_a, p_g, H, K, E, l, D, G) \quad (12)$$

1.3 接触式机械密封的黏着磨损分形模型

根据经典黏着磨损理论^[18], 接触式机械密封的磨损主要体现以黏着磨损的形式。机械密封的软质环上的微凸体在外载荷作用下会黏结在硬质环表面上, 当受到切向载荷作用时, 相互作用微凸体中较弱的一方就会被剪断脱落, 从而形成端面磨损。

接触式机械密封端面微凸体的形状一般近似为半球体, 其底边圆直径为 L , 则单个微凸体的体积可以表示为

$$V(a) = 2\pi \int_0^{\frac{L}{2}} xZ(x)dx = 2\pi G^{(D-1)} \int_0^{\frac{L}{2}} x \sum_{n=n_l}^{\infty} \frac{\cos 2\pi \gamma^n x}{\gamma^{(2-D)n}} dx \quad (13)$$

其中: $L = a^{0.5}$ ^[19]。

在接触式机械密封的两接触端面相对滑移 L 的距离时, 黏着节点彻底切断, 此时微凸体的黏着节点处就会形成一个磨屑, 而这个磨屑的体积就近似这个微凸体的体积, 即式(13)。那么, 整个接触端面的磨屑体积可以表示为

$$\Delta V = \int_{a_{epc}}^{a_l} V(a)n(a)da = \pi G^{(D-1)} D\psi^{(2-D)/2} a_l^{D/2} \times \int_{a_{epc}}^{a_l} a^{-(D+2)/2} \int_0^{\frac{a^{0.5}}{2}} x \sum_{n=n_l}^{\infty} \frac{\cos 2\pi \gamma^n x}{\gamma^{(2-D)n}} dx da \quad (14)$$

整个接触端面产生 ΔV 体积的磨屑, 所需接触式机械密封动静环的相对滑移时间 t 可表示为

$$t = \frac{1}{v} \frac{\int_{a_{epc}}^{a_l} n(a)l da}{\int_{a_{epc}}^{a_l} n(a) da} = \frac{1}{v} \frac{\int_{a_{epc}}^{a_l} a^{-(D+1)/2} da}{\int_{a_{epc}}^{a_l} a^{-(D+2)/2} da} \quad (15)$$

其中: v 为接触式机械密封接触端面的平均线速度, $v = \pi r_m n / 30$; n 为接触式机械密封动环转速; r_m 为接触式机械密封接触端面的平均半径。

由文献[8]可知, 实际上并不是所有黏着微凸体均会形成磨屑, 因此处引入磨损系数 K_F ($K_F < 1$) 来

表示黏着微凸体形成磨屑的概率。因此根据 Archard 磨损理论, 可得到接触式机械密封端面的磨损率为

$$\gamma = K_F \frac{\Delta V}{A_a t} = K_F \frac{\pi r_m n G^{(D-1)} D\psi^{(2-D)/2} a_l^{D/2}}{30(r_2^2 - r_1^2)} \times \frac{\int_{a_{epc}}^{a_l} a^{-(D+2)/2} \int_0^{\frac{a^{0.5}}{2}} x \sum_{n=n_l}^{\infty} \frac{\cos 2\pi \gamma^n x}{\gamma^{(2-D)n}} dx da}{\int_{a_{epc}}^{a_l} a^{-(D+1)/2} da} \times \int_{a_{epc}}^{a_l} a^{-(D+2)/2} da \quad (16)$$

在计算式(13)时, 因为 W-M 函数的核心是无数个余弦函数的叠加, 因此为了方便计算, 并表现出 W-M 函数的特征, 取 n 从 14 叠加到 15。

2 仿真分析

对式(16)所表示的接触式机械密封的磨损模型进行影响因素分析, 分析分形参数、材料参数以及工作参数对接触式机械密封磨损的影响。在分析时, 考虑接触式机械密封的常用材料以及加工方法, 选用磨削加工的 SiC-浸渍石墨组对的机械密封副进行研究^[20], 其材料参数与工况参数如表 1 所示。

表 1 机械密封副材料参数与工况参数

Tab. 1 Material parameters and working condition parameters of mechanical seal

材料参数与工况参数	数值
硬质环的弹性模量 E_1 / GPa	410
软质环的弹性模量 E_2 / GPa	20
硬质环的泊松比 ν_1	0.24
软质环的泊松比 ν_2	0.29
密封端面内径 d_1 / m	0.079
密封端面外径 d_2 / m	0.068
端面比载荷 p_g / MPa	0.5
软质环的屈服极限 σ_y / MPa	50
转速 n / (r · s ⁻¹)	3 000

2.1 分形维数 D 对磨损率 γ 的影响

在研究分形维数 D 对接触式机械密封的磨损

率的影响时,选取 $G=10^{-8}$ m。

如图2所示,随着分形维数 D 的增大,接触式机械密封的磨损率 γ 先减小后增大,曲线形状呈浴盆曲线。即存在一个理论上的分形维数使得接触式机械密封的磨损率的最小,这个分形维数就是最优分形维数。这是因为分形维数 D 是反映表面具体细节、精细程度的参数,表面粗糙度随着分形维数的增大而减小。当 D 较小时,随着 D 的增大,表面粗糙度减小,接触区处于塑性接触的区域迅速减少,黏着磨损现象也大幅减少,因此磨损率减小;随着 D 的增大,该效果逐渐减弱,磨损率减小速度减缓;而当 D 增大到较大值时,表面精细程度太高,导致微接触面积大于临界变形面积 a_c 的比例增大,从而使得黏着磨损现象增加,磨损率增大。

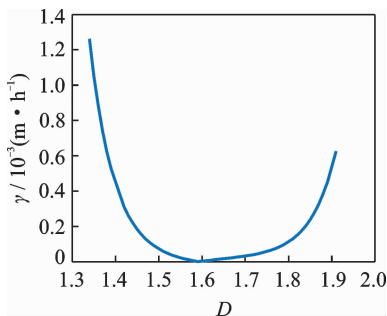


图2 分形维数 D 对磨损率 γ 的影响

Fig. 2 The influence of fractal dimension D on wear rate γ

2.2 特征长度尺度参数 G 对磨损率 γ 的影响

在研究特征长度尺度参数 G 对接触式机械密封的磨损率 γ 的影响时,取分形维数 $D=1.45$ 。

如图3所示,随着特征长度尺度参数 G 的增大,接触式机械密封的磨损率 γ 也在增大,但是增大速率在逐渐减小。这是因为特征长度尺度参数 G 越大,表示端面就越粗糙,因此,初期随着特征长度尺度参数 G 的增大,接触式机械密封的磨损率 γ

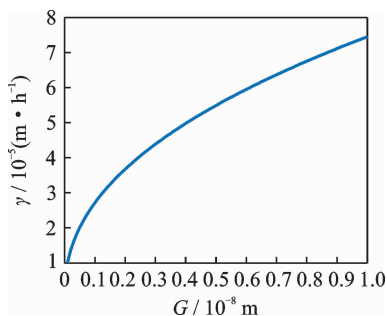


图3 特征长度尺度参数 G 对磨损率 γ 的影响

Fig. 3 The influence of characteristic length scale parameters G on wear rate γ

会增大的比较多;而当 G 增大到一定值后,机械密封端面已经很粗糙了,再使其增加对磨损率 γ 的影响也就不那么明显了,增大速率也就会越来越小了。

2.3 综合弹性模量 E 对磨损率 γ 的影响

在研究综合弹性模量 E 对接触式机械密封的磨损率 γ 的影响时,取分形维数 $D=1.45$ 。

如图4所示,随着综合弹性模量 E 的减小,接触式机械密封的磨损率 γ 有所增加,尤其是在特征长度尺度参数 G 比较大时,即接触端面比较粗糙时。这是因为综合弹性模量 E 的减小,不是因为硬质环弹性模量 E_1 的减小,就是软质环弹性模量 E_2 的减小,而把硬质环假设为了刚体,因此只需考虑软质环弹性模量 E_2 的减小。随着弹性模量的减小,材料会越来越容易发生塑性变形,这就使得黏着磨损现象增加,因此磨损率 γ 也就会增大。

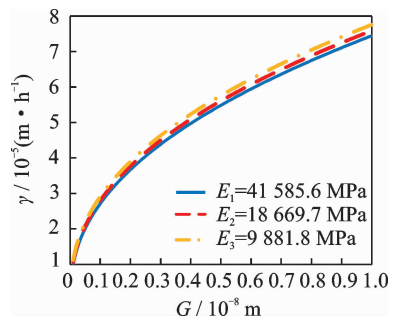


图4 综合弹性模量 E 对磨损率 γ 的影响

Fig. 4 The influence of integrated modulus E of elasticity on wear rate γ

2.4 端面比载荷 p_g 对磨损率 γ 的影响

在研究端面比载荷 p_g 对接触式机械密封的磨损率 γ 的影响时,取分形维数 $D=1.45$ 。

如图5所示,在相同的特征长度尺度参数 G

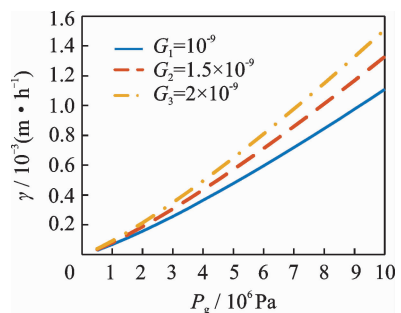


图5 端面比载荷 p_g 对磨损率 γ 的影响

Fig. 5 The influence of the end surface specific load p_g on wear rate γ

下,随着端面比载荷 p_g 的逐渐增大,接触式机械密封的磨损率 γ 也会逐渐增大。这是因为随着端面比载荷 p_g 的逐渐增大,接触式机械密封微凸体的塑性变形会逐渐增多,从而使得黏着磨损现象增多,它的磨损率也就随之增大。

2.5 转速 n 对磨损率 γ 的影响

在研究接触式机械密封的转速 n 对磨损率 γ 的影响时,取分形维数 $D=1.45$ 。

如图 6 所示,在相同的特征长度尺度参数 G 下,随着转速 n 的增大,接触式机械密封的磨损率 γ 也在增大,而且是近似于线性的增大。这是因为随着转速 n 的增大,相同时间内,接触式机械密封的软质环与硬质环的相对滑动距离增大,微凸体的摩擦次数增多,磨损率 γ 也就随之增大。

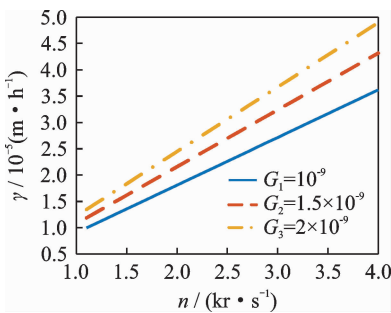


图 6 转速 n 对磨损率 γ 的影响

Fig. 6 The influence of rotational speed n on wear rate γ

3 实验对比

笔者引用文献[20]实验中对磨损量的测量与文中所建模型进行对比,结果如图 7 所示。从图 7 中可知,本模型较好地模拟了接触式机械密封端面的磨损率,与实验数据的误差相对较小。模型计算值与实验测量值存在误差的主要原因有:忽略了机械密封端面各微凸体变形时它们之间的相互影响;由

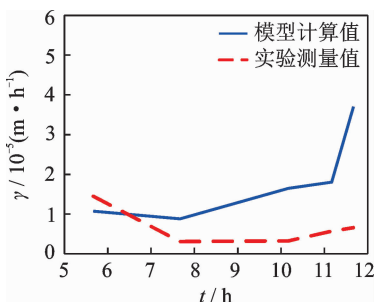


图 7 实验对比

Fig. 7 Experimental comparison

于所建模型的 W-M 函数为了方便计算,只用了两项余弦函数相叠加;分形磨损系数 K_F 应该是随着时间变化的,而文中选择的是一个定值。

4 结 论

1) 本研究基于分形理论建立了接触式机械密封端面磨损模型,研究了机械密封端面微观形貌、工作参数及材料性能与磨损的关系,为磨损预测提供了理论指导。

2) 接触式机械密封分形维数 D 与其磨损率 γ 的关系呈浴盆曲线,即存在最优分形维数使得磨损率最小($D=1.55$ 附近);而特征长度尺度参数 G 与其磨损率 γ 成正比。因此在制造过程当中,应尽量使接触式机械密封的分形维数 D 靠近最优分形维数,并减小特征长度尺度参数 G 。

3) 通过数值分析,接触式机械密封的端面比载荷 p_g 、转速 n 均与其磨损率 γ 成正比,而综合弹性模量 E 与磨损率成反比,这可验证接触式机械密封端面的分形磨损模型的正确性。

参 考 文 献

[1] 冯伟,谢小鹏,刘黎. 基于能量损耗的齿轮磨损与振动相关性建模[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(4): 458-461.
FENG Wei, XIE Xiaopeng, LIU Can. Modeling and correlation of gear wear and vibration based on energy loss [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30 (4): 458-461. (in Chinese)

[2] 顾永泉. 机械密封实用技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2001: 356-357.

[3] MAYER E. Leakage and friction of mechanical seals with special consideration of hydrodynamic mechanical seals[C]//Proceedings of 1st International Conference on Fluid Sealing. Ashford, UK: British Hydromechanics Research Association, 1961, E3: 25-34.

[4] SUMMERS-SMITH D. Laboratory investigation of the performance of a radial face seal[C]//Proceedings of 1st International Conference on Fluid Sealing. Ashford, UK: British Hydromechanics Research Association, 1961, D1: 1-8.

[5] 王汝美. 热油泵机械密封磨损原因分析[J]. 流体机械, 1983, 7(7):33-37.
WANG Rumei. Analysis of wear causes of mechanical seal of hot oil pump [J]. Fluid Machinery, 1983, 7 (7): 33-37. (in Chinese)

- [6] 郝点, 顾永泉. 相似准则在机械密封摩擦磨损研究中的应用[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 1990, 14(4):65-71.
HAO Dian, GU Yongquan. Application of similarity criterion in the study of friction and wear of mechanical seals [J]. Journal of China University of Petroleum (Natural Science Edition), 1990, 14(4): 65-71. (in Chinese)
- [7] 顾永泉. 机械密封磨损率的预算[J]. 石油化工设备, 1999, 28(1):26-30.
GU Yongquan. Mechanical seal wear rate budget [J]. Petrochemical Equipment, 1999, 28(1): 26-30. (in Chinese)
- [8] 房桂芳, 滕文锐, 刘其和, 等. 机械密封端面黏着磨损分形模型[J]. 流体机械, 2013, 41(1):35-40.
FANG Guifang, TENG Wenrui, LIU Qihe, et al. Fractal model of mechanical seal face adhesion wear [J]. Fluid Machinery, 2013, 41(1): 35-40. (in Chinese)
- [9] 赵帅, 王晓雷. 高分子材料机械密封磨损特性及表面织构的影响[J]. 摩擦学学报, 2015, 35(6):761-767.
ZHAO Shuai, WANG Xiaolei. Effects of polymer mechanical seals on wear characteristics and surface texture [J]. Journal of Tribology, 2015, 35(6): 761-767. (in Chinese)
- [10] SHEN M X, PENG X D, MENG X K, et al. Fretting wear behavior of acrylonitrile-butadiene rubber (NBR) for mechanical seal applications[J]. Tribology International, 2016, 93:419-428.
- [11] JORDAN D L, HOLLINS R C, JAKEMAN E. Measurement and characterization of multiscale surfaces [J]. Wear, 1986, 109(1/4):127-134.
- [12] 朱华, 葛世荣, 陈国安. 磨合表面形貌变化的分形表征[J]. 机械工程学报, 2001, 37(5):68-71.
ZHU Hua, GE Shirong, CHEN Guoan. Fractal characterization of running in surface topography [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(5): 68-71. (in Chinese)
- [13] HUO L S, WANG F R, LI H N, et al. A fractal contact theory based model for bolted connection looseness monitoring using piezoceramic transducers[J]. Smart Materials & Structures, 2017, 26(10): 104010-104018.
- [14] 李小彭, 郭浩, 刘井年, 等. 考虑摩擦的结合面法向刚度分形模型及仿真[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(2):210-213.
LI Xiaopeng, GUO Hao, LIU Jingnian, et al. The fractal model of the normal stiffness of the joint surface considering friction and the simulation of [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(2): 210-213. (in Chinese)
- [15] CHEN Q, XU F, LIU P, et al. Research on fractal model of normal contact stiffness between two spheroidal joint surfaces considering friction factor[J]. Tribology International, 2016, 97: 253-264.
- [16] 李小彭, 潘五九, 高建卓, 等. 结合面形貌特性对模态耦合不稳定系统的影响[J]. 机械工程学报, 2017, 53(5):116-127.
LI Xiaopeng, PAN Wujiu, GAO Jianzhuo, et al. Influence of joint surface morphology on mode coupled unstable system [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(5): 116-127. (in Chinese)
- [17] 成雨, 原园, 甘立, 等. 尺度相关的分形粗糙表面弹塑性接触力学模型[J]. 西北工业大学学报, 2016, 34(3):485-492.
CHENG Yu, YUAN Yuan, GAN Li, et al. Scale dependent fractal rough surface elastoplastic contact mechanics model [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2016, 34(3): 485-492. (in Chinese)
- [18] LI Q, POPOV V L. On the possibility of frictional damping with reduced wear: a note on the applicability of archard's law of adhesive wear under conditions of fretting[J]. Physical Mesomechanics, 2018, 21(1): 94-98.
- [19] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 216-217.
- [20] 孙见君. 机械密封泄漏预测理论及其应用研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2006.



第一作者简介:李小彭,男,1976年8月生,博士、教授。主要研究方向为分形理论、机械动力学及摩擦振动。曾发表《考虑摩擦的结合面法向刚度分形模型及仿真》(《振动、测试与诊断》2013年第33卷第2期)等论文。

E-mail: xpli@me.neu.edu.cn