

# 悬臂式刚度自调谐吸振器动力学特性研究<sup>\*</sup>

操瑞志, 邵敏强, 陈卫东

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

**摘要** 根据轴力变化对悬臂式结构固有频率的改变规律,设计一种由压电材料驱动的刚度自调谐动力吸振器。首先,研究适用于这类吸振器的半主动控制方法,分别采用逐步寻优和遗传控制算法对吸振器固有振动频率进行实时调节;其次,结合实际受控系统进行动力学仿真分析;最后,在获得有效振动抑制的基础上进一步将吸振器应用于风洞测力模型的振动控制试验研究。试验结果表明:吸振器能够将风洞测力模型端部振动抑制效果提高至 40 dB 以上,与其他类型的振动控制器相比具有更为优异的动力学性能。

**关键词** 自调谐动力吸振器; 振动控制; 遗传算法; 逐步寻优算法

**中图分类号** TB535; TH113.1

## 引言

机械振动是现实生活中常见的现象,但是多数情况下,振动是有害的,应该尽量避免和减小振动。在交通运输业、机械制造业、建筑行业、航空航天等领域都需要避免共振带来的危害,否则将会造成重大事故。其中动力吸振是重要的减振技术之一。

传统被动式动力吸振器各项参数固定不变,只在很小的频率范围内达到吸振效果。半主动式动力吸振器可以通过调整自身参数,改变固有频率,在较宽的频带范围内达到较优的减振效果。另外其耗能少,具有良好的稳定性。频率可调的半主动动力吸振器分类较多,按照变刚度技术分为机械式<sup>[1-7]</sup>、电磁式<sup>[8-9]</sup>及智能材料式<sup>[10]</sup>等。

机械式变刚度吸振器主要是通过设计合理的机械结构来实现弹性元件的刚度调节,从而改变自身的固有频率。Lee 等<sup>[1]</sup>通过泵改变吸振器的液体腔室之间的流体位置来改变有效质量分布,从而改变固有频率大小。Tũma 等<sup>[2]</sup>利用压电陶瓷改变滑动轴承的状态,调节结构刚度。Nagaya 等<sup>[3]</sup>设计了一种半主动式动力吸振器,通过电机控制悬臂梁中间支撑点位置来改变悬臂梁的有效臂长,从而改变悬臂梁的刚度。徐振邦等<sup>[4]</sup>研制出一种机械式频率可调动力吸振器,通过电机控制两个片弹簧之间的分离程度来改变弹簧结构的等效刚度,从而改变吸振

器的固有频率。高强等<sup>[5]</sup>设计的吸振器通过注入和抽出液体来改变液体箱的质量从而调节吸振器固有频率。文献[3-4]设计的吸振器采用电机控制,文献[1,5]采用泵调节存在反应慢、可控精度低等缺点。

张耀庭等<sup>[6]</sup>通过试验发现预应力梁的固有频率随预应力的增加而增加,但是此动力学规律未曾应用到吸振器。通过改变悬臂梁的轴向力大小而改变刚度,基于此规律可设计一种新型半主动式动力吸振器。吸振器的弹性元件可通过改变形变材料调节其伸缩长度来调节弹性元件刚度,吸振器结构简单、反应快、实时性强,形变材料具有微米量级可控精密度,可控性高。

## 1 吸振器结构模型

### 1.1 吸振器组成部件

吸振器结构形式如图 1 所示,包括基座、弹性元件、转接件、吸能质量块、调谐器(驱动弹性元件沿其轴向伸缩)和力传感器。调谐器包括形变材料(与弹性元件连接)和压电作动器(驱动形变材料沿其轴向伸缩)。

弹性元件由两块平行安装的悬臂梁组成,主体材料为低碳钢,表面附有碳纤维复合材料。吸能质量块由转接件安装在弹性元件的一端,有效提高吸振器减振性能。可拆卸吸能质量块安装方便,有效

<sup>\*</sup> 装备预研重点实验室基金资助项目(614291102010217);江苏高校优势学科建设工程资助项目  
收稿日期:2018-08-20;修回日期:2018-10-16

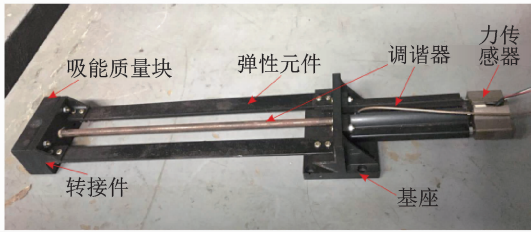


图 1 动力吸振器实物图

Fig. 1 Dynamic vibration absorber

调节吸振器的变频范围,提高吸振器的实用性。

调谐器由压电促动器和形变材料组成,压电促动器在电压驱动下产生推动力,驱动形变材料沿轴向伸缩,发生位移,轴向力改变,从而调节弹性元件的刚度。力传感器实时返回轴向力数值。

### 1.2 吸振器性能

通过试验直接获得结构动力学参数,包括吸振器在不同轴力作用下的模态参数。利用力锤法测频响应函数,得到不同轴向力下吸振器的固有频率和阻尼比,结果如表 1 所示。频率变化范围为 7.1~8.3 Hz。

表 1 不同轴向力下吸振器模态参数

Tab. 1 Modal parameters of absorber under different axial forces

轴向力/N	固有频率/Hz	阻尼比/ $10^{-3}$
27	7.1	28
45	7.2	31
95	7.5	24
127	7.7	27
199	8.0	20
237	8.1	24
273	8.2	28
331	8.3	39

4 组数据的频响函数如图 2 所示,随着吸振器轴力增加,固有频率随之增加。阻尼比由半功率带宽法求得。从表 1 看出,吸振器的阻尼比较小。将实际测得不同轴向力下吸振器的固有频率进行线性拟合(如图 3),拟合公式为

$$f = 7.1 + 4.1 \times 10^{-3} F \quad (1)$$

其中: $f$  为固有频率; $F$  为轴向力,单位为 N。

## 2 半主动式吸振器控制算法

不考虑阻尼时,吸振器的固有频率和激振频率相等时,吸振效果最佳;当考虑阻尼时,最佳吸振频率会发生偏移。所以在实际情况下,若使两者频率

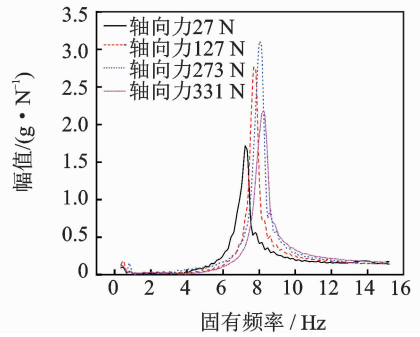


图 2 不同轴向力下吸振器的频响函数

Fig. 2 Frequency response function under different axial forces

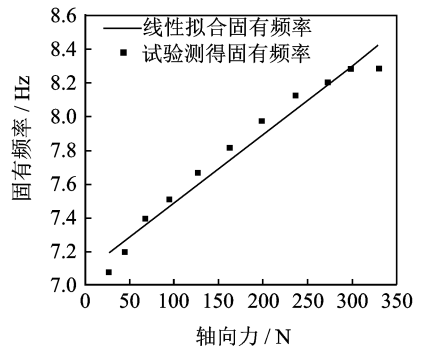


图 3 不同轴向力下吸振器的固有频率

Fig. 3 Frequency of absorber under different axial forces

相等将达不到最佳的减振效果。影响原因还有:a. 快速傅里叶变换精度误差,实时计算频率有误差;b. 数据拟合的吸振器固有频率存在一定误差;c. 吸振器在长期使用后结构和材料发生疲劳变形甚至破坏,性能改变;d. 安装时预紧力无法保证每次都相同,针对所设计的吸振器动态特性,设计两种半主动控制方法进行振动抑制。

### 2.1 逐步寻优算法

逐步寻优算法控制流程如图 4 所示,控制过程分为两步:①识别激振频率并将吸振器固有频率调整至激振频率附近;②寻优过程。调整吸振器的固有频率使减振对象的振动降到最低。考虑实验时实际情况,用 0.5 s 内振动加速度信号和激振力信号的时域均方根比值  $\gamma$  表征振动量。

$$\gamma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2 / N\right) / \left(\sum_{i=1}^N y_i^2 / N\right)} \quad (2)$$

其中: $x_i$  为振动信号; $y_i$  为激振力信号; $N$  为数据总数。

控制算法的具体过程如下:①对主系统 A 点的加速度信号进行采样,利用快速傅里叶变换得到激振频率  $\omega$ ,同时测量吸振器的轴向力,通过拟合公式

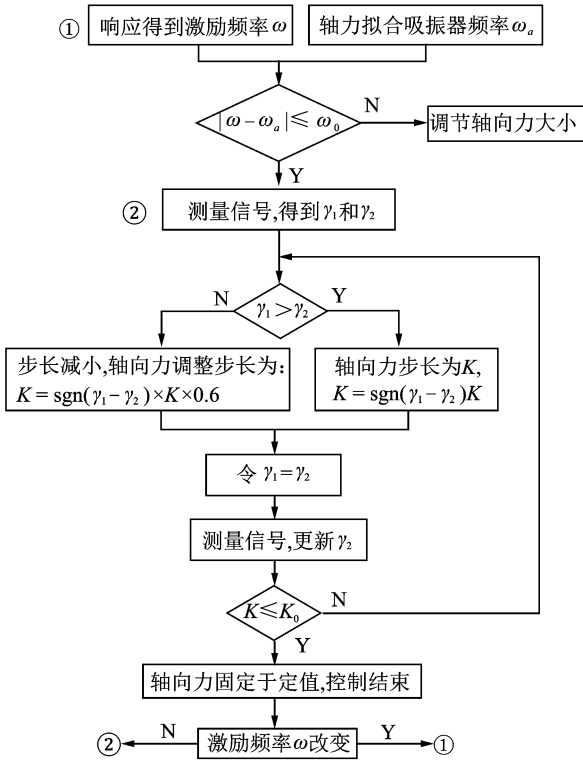


图4 逐步寻优算法控制流程图

Fig. 4 Flow chart of progressive optimization algorithm

确定吸振器固有频率  $\omega_a$ ; ② 确定频率控制阈值  $\omega_0$ , 调节轴向力至最终满足判断条件; ③ 测量并计算 A 点加速度和激振力信号的均方根比值, 记为  $\gamma_1$ ; 增大轴向力, 初始步长为  $K$ , 重新测量得到均方根比值, 记为  $\gamma_2$ ; ④ 比较  $\gamma_1$  与  $\gamma_2$  大小, 若  $\gamma_1 > \gamma_2$ , 此时轴向力调整步长为  $K = \text{sgn}(\gamma_1 - \gamma_2) K$ ; 否则, 步长减小为  $K = \text{sgn}(\gamma_1 - \gamma_2) K \cdot 0.6$ ; ⑤ 更新  $\gamma_1$  与  $\gamma_2$  值, 把  $\gamma_2$  的值赋给  $\gamma_1$ , 然后重新测量和计算  $\gamma_2$ ; ⑥ 判断是否满足终止条件  $K < K_0$ , 满足条件, 算法控制结束, 其中为  $K_0$  最小终止步长, 不满足则继续循环。

## 2.2 遗传算法

遗传算法是一种启发式、自适应、全局优化的算法, 属于智能控制算法, 适用于复杂的控制系统。文中利用遗传算法优化吸振器输入参数, 将轴向力作为遗传算法的个体, 确定吸振器的最佳吸振频率。

遗传算法的控制流程如图 5 所示。首先, 对激励信号进行傅里叶变换, 得到激振频率; 然后, 利用遗传算法进行控制, 优化吸振器输入参数; 最后, 进行遗传运算时采用二进制编码。因为控制目标是抑制振动, 故将式(2)作为个体的适应度函数。

遗传算法过程如下: ① 初始化种群, 依据吸振

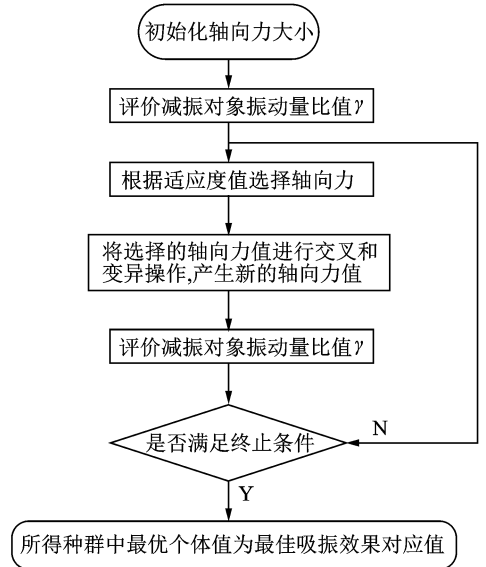


图5 遗传算法控制流程图

Fig. 5 Flow chart of genetic algorithm

器轴向力变化范围随机生成个体; ② 评价初始种群, 计算各个体振动量比值  $\gamma$ ; ③ 根据每个个体的适应度值 ( $\gamma$ ) 进行遗传操作: 选择、交叉、变异, 产生新的个体; ④ 评价新种群个体, 计算个体的适应度值  $\gamma$ ; ⑤ 判断是否满足终止条件。

## 3 吸振器有限元建模与仿真

### 3.1 时变梁单元模型

考虑轴向位移, 欧拉-伯努利梁的动能和势能分别如下

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \rho A \int_0^l \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \left[ EI \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + F \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^l EA \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx \quad (4)$$

若在每个梁单元节点处定义节点位移  $\mathbf{u}^e = [u_i \quad u_j]$ ,  $\mathbf{w}^e = [v_i \quad \theta_i \quad v_j \quad \theta_j]$ , 则横向位移和轴向位移如下

$$\mathbf{w}(x) = [N_1(x) \quad N_2(x) \quad N_3(x) \quad N_4(x)] \mathbf{w}^e$$

$$\mathbf{u}(x) = [N_5(x) \quad N_6(x)] \mathbf{u}^e$$

其中:  $N_i (i=1, 2, \dots, 6)$  为定义在局部坐标中插值函数。

已知轴向力作用下的欧拉-伯努利梁的动能和势能表达式, 代入拉格朗日方程, 最终可求得系统的运动微分方程, 得到刚度矩阵, 质量矩阵和阻尼矩

阵。所求得单元刚度矩阵包括定常矩阵和时变矩阵,定常矩阵用  $\mathbf{K}_1^e$  表示,时变矩阵由  $\mathbf{K}_2^e$  表示。

$$\mathbf{K}_2^e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6F/5l & F/10 & 0 & -6F/5l & F/10 \\ 0 & F/10 & 2Fl/15 & 0 & -F/10 & -Fl/30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6F/5l & -F/10 & 0 & 6F/5l & -F/10 \\ 0 & F/10 & -Fl/30 & 0 & -F/10 & 2Fl/15 \end{bmatrix}$$

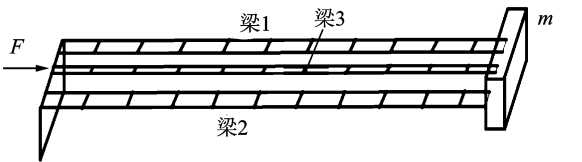
有轴向力作用下梁单元质量矩阵  $\mathbf{M}^e$  和单元定常刚度矩阵  $\mathbf{K}_1^e$  与无轴向力作用时结果相同。 $\mathbf{K}_2^e$  为单元时变刚度矩阵,是由轴向力引起的刚度变化项。取决于轴向力  $F$ ,其中  $F = F(t)$  为时间函数。轴向力作用下梁单元刚度矩阵  $\mathbf{K}^e = \mathbf{K}_1^e + \mathbf{K}_2^e$ 。

### 3.2 吸振器减振仿真结果

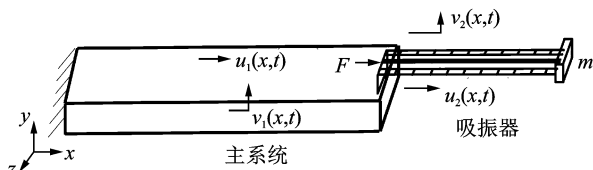
通过改变轴向力大小可以改变悬臂梁的固有频率。将吸振器模型简化为图 6(a)所示模型,质量块重 0.49 kg。将风洞测力模型简化为悬臂梁,尺寸如表 2。

表 2 吸振器和主系统尺寸

梁	长度	宽度	高度
1	300	20	2.5
2	300	20	2.5
3	300	10	2.5
主系统梁	1 820	150	35



(a) 悬臂梁吸振器有限元模型  
(a) Finite element model of absorber



(b) 主系统-吸振器模型  
(b) Model of main system with absorber

图 6 有限元仿真模型

Fig. 6 Model of simulation with finite element method

参考实际模型,将轴向力  $F$  范围设置为 0~300 N,结果表明吸振器的一阶固有频率的从 7.3 Hz 增加到 10.0 Hz,仿真分析与试验得到的结

果变化趋势吻合。主系统的一阶固有频率为 8.6 Hz。当远离共振区的频率区间,振动量较小,取激励频率范围为 7.3~10.2 Hz。

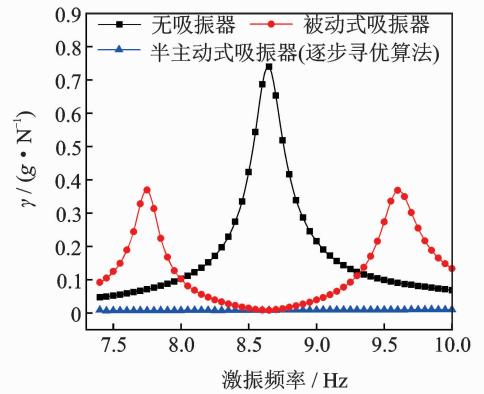
如图 6(b)所示,将悬臂梁吸振器安装在主系统梁端部,将端部位置作为振动观测点来评价减振效果。材料统一为低碳钢。分别采用逐步寻优算法和遗传算法进行吸振器振动控制仿真分析。

减振效果  $S$  以安装吸振器时评价量  $\gamma_{with}$  与无吸振器时评价量  $\gamma_{without}$  比值来表示,并转化为分贝的形式。

$$S = 20 \log(\gamma_{with} / \gamma_{without})$$

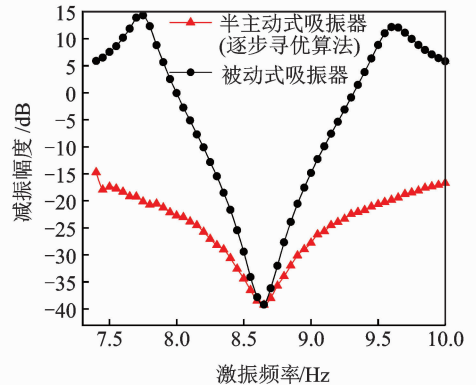
#### 3.2.1 基于逐步寻优算法振动控制仿真结果

分析在不同激励频率下,采用逐步寻优算法控制时吸振器振动抑制效果。初始步长设定为 5 N,终止步长为 1 N,结果如图 7 所示。图 7(a)为吸振器控制前后比较结果,3 条曲线分别代表的是主系统在不安装吸振器、安装被动式、半主动式吸振器 3



(a) 吸振器控制前后比较

(a) Comparison of control results with absorber and without absorber



(b) 半主动与被动减振结果比较

(b) Comparison of results with semi-active and passive absorber

图 7 基于逐步寻优算法控制吸振器减振效果

Fig. 7 Damping effect of absorber based on progressive optimization algorithm

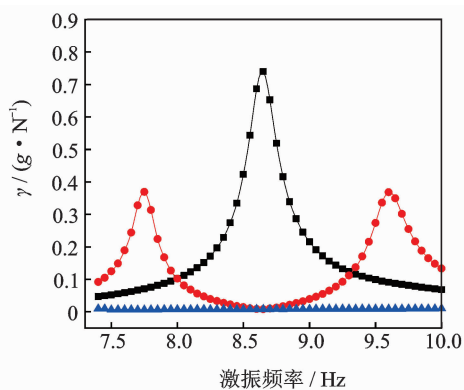
种情况下观测点均方根比值  $\gamma$ 。图 7(b) 表示半主动与被动减振效果比较。

结果表明,被动式吸振器只能在单个频率点附近起到振动抑制作用,其他频率激励时减振效果差,甚至振动加剧。在激励频率 7.3~10.2 Hz 范围内,半主动吸振器具有很好的减振效果,最佳吸振效果达 39.2 dB。

### 3.2.2 基于遗传算法的振动抑制仿真结果

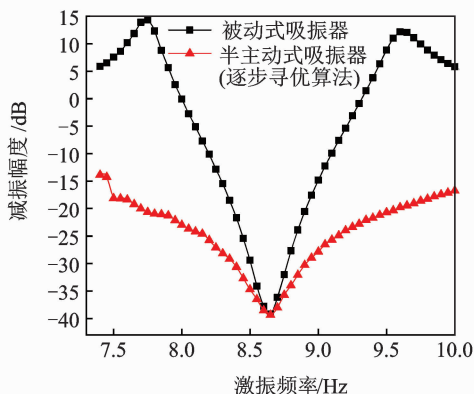
设定初始化种群个数为 30,最大遗传代数为 10。选择算子采用保留精英策略,交叉算子采用多点交叉,变异算子采用突变,减振效果如图 8 所示。图 8(a) 为吸振器控制前后比较结果,图 8(b) 为半主动与被动减振效果比较。其中无吸振和被动吸振结果与图 7 中相同。

仿真结果表明,当遗传代数为 3 代时,子代个体中已经出现了最优个体,振动抑制达到理想效果,随



(a) 吸振器控制前后比较

(a) Comparison of control results with absorber and without absorber



(b) 半主动与被动减振结果比较

(b) Comparison of results with semi-active and passive absorber

图 8 基于遗传算法控制吸振器减振效果

Fig. 8 Damping effect of absorber based on genetic algorithm

着种群的进化,最优个体的数目在增加。在激励频率为 8.6 Hz 时,当遗传代数达到 10 代时,所有个体的减振效果都稳定在 38.0 dB 左右。

在激励频率 7.3~10.2 Hz 范围内,半主动式吸振器具有很好的减振效果,振动被降低至很小。在 8.6 Hz 处取得最佳吸振效果 39.0 dB。

在 7.3~10.2 Hz 范围内,两种算法控制下吸振器减振效果明显,使系统在共振区的振动都得到有效抑制。仿真结果表明,吸振器的具有很好的减振效果,并验证逐步寻优算法和遗传算法的可行性。

## 4 吸振器减振试验

振动控制试验系统的硬件系统包括:被控对象、激励系统、信号发生系统、信号采集与处理系统及压电作动系统;软件系统为振动半主动控制软件,基于 Borland C++ Builder 开发系统自主编写;将设计的逐步寻优算法和遗传算法编写到控制模块。被控对象是风洞测力模型,长为 1 820 mm,质量为 160.9 kg,结构如图 9 所示。由试验测得主系统的一阶固有频率为 7.7 Hz。

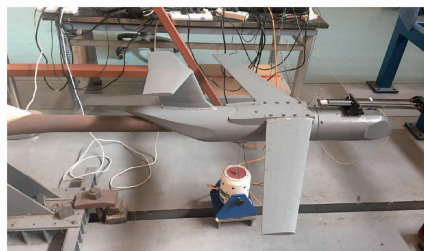


图 9 振动控制试验

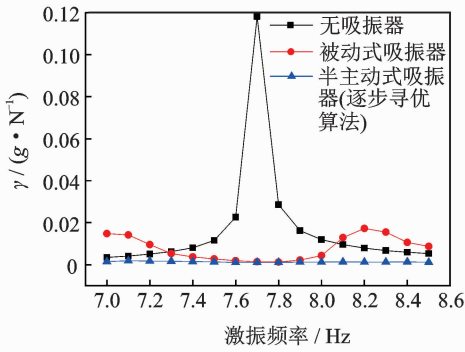
Fig. 9 Experiment of vibration control

### 4.1 基于逐步寻优算法的振动抑制试验结果

采用逐步寻优算法控制,减振效果如图 10 所示。图 10(a) 为吸振器控制前后试验结果比较,图 10(b) 为半主动与被动减振结果比较。在激励频率 7.0~8.3 Hz 范围内,半主动悬臂梁吸振器达到了理想的减振效果。被动式吸振器只能在单个频率点附近起到振动抑制作用。在 7.7 Hz 处(主系统的固有频率 7.7 Hz)取得最佳吸振效果 40.9 dB。

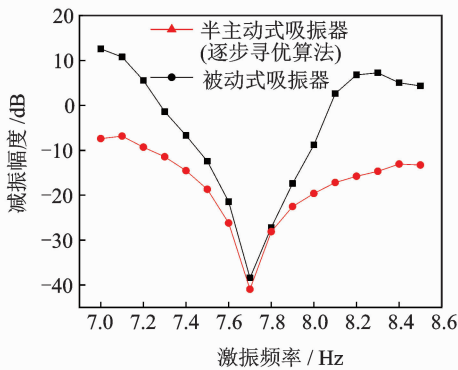
### 4.2 基于遗传算法的振动抑制试验结果

采用遗传算法控制,减振效果如图 11 所示。其中无吸振和被动吸振结果与图 10 中相同。图 11(a) 为吸振器控制前后试验结果比较,图 11(b) 为半主动与被动减振结果比较。考虑试验时长,设定初



(a) 吸振器控制前后比较

(a) Comparison of control results with absorber and without absorber



(b) 半主动与被动减振结果比较

(b) Comparison of results with semi-active and passive absorber

图 10 基于逐步寻优算法控制吸振器减振效果

Fig. 10 Damping effect of absorber based on progressive optimization algorithm

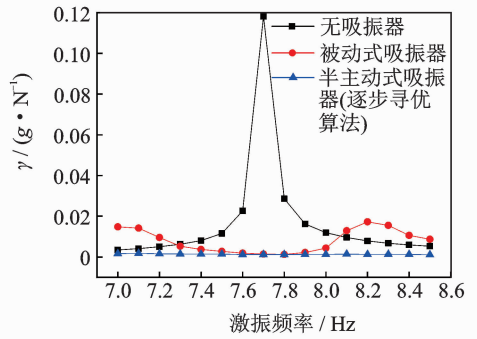
始化种群个数为 12,最大遗传代数为 5。结果表明,当遗传代数为 3 代时,子代个体中已经出现最优个体,振动抑制达到最佳减振效果。当种群进化到第 5 代,大部分个体已经达到最佳吸振效果。在激振频率 7.0~8.3 Hz 范围内,半主动悬臂梁吸振器都具有很好的减振效果。在 7.7 Hz 处取得最佳吸振效果 40.0 dB。

### 4.3 两种算法试验结果分析

将基于逐步寻优算法和遗传算法控制的减振效果对比,效果基本相同。吸振器与主系统的质量比和阻尼比是影响减振效果的因素之一,仿真时将模型进行简化,质量比和阻尼比有差异,所以实验时最佳减振效果优于仿真结果。

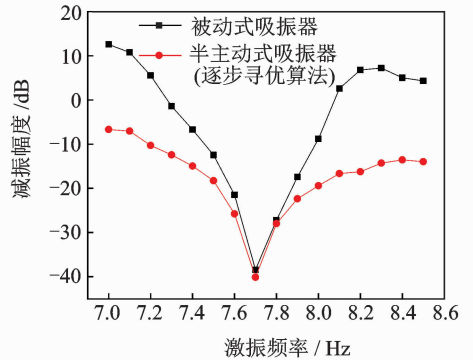
结果表明在共振频率附近,对风洞模型的控制衰减达 99%,明显优于文献[11](振动衰减 50%以上)主动控制得到的结果。

两种算法各有优缺点,逐步寻优算法的优点在于



(a) 吸振器控制前后比较

(a) Comparison of control results with absorber and without absorber



(b) 半主动与被动减振结果比较

(b) Comparison of results with semi-active and passive absorber

图 11 基于遗传算法控制吸振器减振效果

Fig. 11 Damping effect of absorber based on genetic algorithm

控制速度快,计算效率高。当不存在外扰或者不可控环境因素时,能迅速地找到最佳吸振频率。缺点是抗干扰能力弱,因为其特点是变步长,当  $(\gamma_2 - \gamma_1)$  的值变号时步长减小。若在测量过程中存在外扰或者不可控环境因素,步长过小,就可能陷入局部极小值。

遗传算法的优点在于全局寻优,不会因为外扰或者环境因素陷入局部极小值,无法跳出局部极小值;缺点是时间相对较长,测量每个染色体的评价价值需等待主系统稳定后进行测量,消耗了一定的时间。

## 5 结论

1) 笔者设计的新型悬臂式刚度自调谐吸振器结构简单,实时性强,可控精度高。吸振器的性能测试结果表明:吸振器固有频率随着轴向力的增加而增加。

2) 吸振器的减振特性进行了有限元仿真分析,分别采用适应于这一类吸振器的算法控制,减振效

果最高达 39.0 dB。仿真结果验证了两种控制算法的有效性和可行性。在两种算法控制下此吸振器具有很好吸振效果。

3) 风洞测力模型上验证了吸振器具有很好的减振效果;分别在逐步寻优算法和遗传算法的控制下,吸振器能在一定的频带内有很好的减振效果。试验时减振效果超过 40.0 dB。减振效果优于其他类型的振动控制器的减振效果,具有更为优异的动力学性能。

### 参 考 文 献

- [1] LEE C Y, CHEN C Y. Experimental application of a vibration absorber in structural vibration reduction using tunable fluid mass driven by micropump[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2015, 348(5/6):31-40.
- [2] TUMA J, ŠIMEK J, ŠKUTA J, et al. Active vibrations control of journal bearings with the use of piezo-actuators[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 36(2):618-629.
- [3] NAGAYA K, KURUSU A, IKAI S, et al. Vibration control of a structure by using a tunable absorber and an optimal vibration absorber under auto-tuning control[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 228(4):773-792.
- [4] 徐振邦, 龚兴龙, 陈现敏. 机械式频率可调动力吸振器及其减振特性[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(2):1-6. XU Zhenbang, GONG Xinglong, CHE Xiemin. Mechanical vibration absorber with tunable resonant frequency and its vibration attenuation characteristics[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(2):1-6. (in Chinese)
- [5] 高强, 房祥波, 赵艳青, 等. 变质量动力吸振器及其减振性能[J]. *长安大学学报(自然科学版)*, 2013, 33(5):109-112. GAO Qiang, FANG Xiangbo, ZHAO Yanqing, et al. Variable mass dynamic vibration absorber and its performance of vibration reduction[J]. *Journal of Chang'an University(Natural Science Edition)*, 2013, 33(5):109-112. (in Chinese)
- [6] 张耀庭, 汪霞利, 李瑞鸽. 预应力梁固有频率的试验研究[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2007, 35(2):12-15. ZHANG Yaoting, WANG Xiali, LI Ruige. Experimental research on nature frequency of prestressed concrete beams[J]. *Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2007, 35(2):12-15. (in Chinese)
- [7] 赵帅, 陈前, 姚冰. 基于动力吸振器的中空轴系纵向减振研究[J]. *振动、测试与诊断*, 2017, 37(2):343-348. ZHAO Shuai, CHEN Qian, YAO Bing. Investigation on longitudinal vibration of hollow shaft based on dynamic vibration absorber[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(2):343-348. (in Chinese)
- [8] KOMATSUZAKI T, IWATA Y. Design of a real-time adaptively tuned dynamic vibration absorber with a variable stiffness property using magnetorheological elastomer[J]. *Shock & Vibration*, 2015, 2015(568):1-11.
- [9] LIU X G, FENG X X, YE S, et al. Development of a semi-active electromagnetic vibration absorber and its experimental study[J]. *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the Asme*, 2013, 135(5):510151-510159.
- [10] SUN S S, YANG J. The development of an adaptive tuned magnetorheological elastomer absorber working in squeeze mode[J]. *Smart Materials and Structures*, 2014, 23(7):075009.
- [11] 邵敏强, 陈卫东. 一类输出时滞系统的振动主动控制方法研究[J]. *振动工程学报*, 2012, 25(5):540-547. SHAO Minqiang, CHEN Weidong. Active vibration control for a kind of output time delayed system[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2012, 25(5):540-547. (in Chinese)



第一作者简介:操瑞志,男,1993年2月生,硕士生。主要研究方向为动力学与控制。

E-mail:hicaoruizhi@163.com

