

两种载荷下掘进机截割头转子系统动力学分析*

黄志龙^{1,2}, 宋桂秋¹, 张众超¹, 富佳兴³

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819) (2. 绍兴文理学院机械与电气工程学院 绍兴, 312000)

(3. 天地科技股份有限公司 北京, 100013)

摘要 为了研究不同截齿载荷条件下(锐利截齿和磨钝截齿)掘进机截割头和悬臂系统的动力学特性,建立了掘进机截割头-转子-轴承系统的弯扭耦合非线性动力学模型。考虑截割头和转轴之间的花键啮合间隙、滚动轴承接触的非线性因素影响下,推导了掘进机截割头转子系统的动力学微分方程。然后对受到时变载荷下的截割头转子系统动态响应特性进行了分析:在锐利截齿条件下,截割头转子系统在低转速 $n \in [15, 20]$ 时处于混沌和拟周期运动状态,提高转速后系统处于周期运动状态;在截齿磨钝条件下,截割头转子系统的振动明显加剧,混沌运动范围增大,频率幅值波动明显。结果表明:在给定的截割煤层硬度、切削厚度等前提下,随着截割转速的升高,系统由混沌运动向周期运动转变。动态分析结果为掘进机的减振和动态设计提供了理论依据。

关键词 截割头转子系统;弯扭耦合;花键啮合间隙;截齿磨钝;非线性振动

中图分类号 TH113.1

引言

掘进机在机械化挖掘系统中具有特殊的地位,在地下采矿工程的重要作用使掘进机不断向高效、节能、可靠性方向发展,然而掘进机的稳定状态是掘进机高效和可靠性的重要影响因素^[1-2]。因此许多人进行了掘进机稳定性的相关研究。Zhang 等^[3]通过数值模拟研究了掘进机驱动系统在承受冲击载荷时的动态特性。Eyyuboglu 等^[4]通过实验研究了截齿的圆周等距对具有圆柱形切割头的悬臂式掘进机性能的影响。邹晓阳等^[5]基于现场振动测试研究了硬岩掘进机的振动特性,并用于理论建模的指导。Alvarez 等^[6]使用两个不同的掘进机切割头来切割两种不同类型的岩石,以研究掘进机的性能。Jiang 等^[7]通过模拟和实验研究了掘进机的岩石破碎机理,为提高掘进机的岩石切削性能提供了依据。也有研究人员运用人工神经网络预测掘进机的性能^[8-9]。Wang 等^[10]建立了截割单元传动系统的动力学模型,研究了应用于高硬度岩石下的掘进机截割单元的扭转振动特性。Huo 等^[11]建立了全断面掘进机的刀盘系统耦合动力学模型,通过 Newmark 数值积分方法研究了刀盘系统的动力学特性。

掘进机稳定状态与截齿的工作状态有重要联系,并且在实际工况下从锐利截齿到磨钝截齿工作状态的变化,使其动力学特性有较大区别,截齿磨钝会改变掘进机截割头的受力状况,进而影响掘进机的稳定性^[12]。由上述相关文献研究可知,对不同截齿载荷条件下掘进机截割头转子系统的动力学特性研究几乎没有。因此笔者在前人研究的基础上,建立了掘进机截割头-转子-轴承系统的弯扭耦合非线性动力学模型,对受到时变载荷下的截割头转子系统动态响应特性进行了分析,研究了两种截齿载荷分别对截割头转子系统的动力学特性的影响,为掘进机的振动控制和动态设计提供理论基础。

1 截割头转子系统的动力学模型

掘进机的悬臂系统为截割头截割煤层提供稳定的旋转动力。掘进机截割头转子系统简化的结构示意图如图 1 所示,花键轴由滚动轴承支撑,截割头由花键轴和壳体支撑。

1.1 花键的非线性啮合力

图 2 给出了多自由度弯扭耦合集中质量模型,以研究截割头转子系统在时变外激励下的动态行

* 国家科技支撑计划资助项目(2015BAF07B07);辽宁省重大科技专项资助项目(2015106003)
收稿日期:2019-02-22;修回日期:2019-07-17

分别为

$$\begin{cases} F_x = \sum_{i=1}^z [c_s \dot{\theta}(t) L_i \cos \varphi_i + \\ k_s (S \sin \varphi_i + g [\theta(t) L_i]) \cos \varphi_i] \\ F_y = \sum_{i=1}^z [c_s \dot{\theta}(t) L_i \sin \varphi_i + \\ k_s (S \sin \varphi_i + g [\theta(t) L_i]) \sin \varphi_i] \end{cases} \quad (11)$$

以上是动态振动位移发生在 x 轴正向的时候,当花键啮合发生任意角度的不对中时,相当于上述不对中绕圆点逆时针旋转 φ 角,有花键的不对中啮合力为

$$\begin{cases} F_{x_r} = F_x \cos \varphi - F_y \sin \varphi \\ F_{y_r} = F_x \sin \varphi + F_y \cos \varphi \end{cases} \quad (12)$$

1.2 截割头受力分析

根据截齿的受力可以计算截割头的瞬时载荷,当截割头任意时刻转到某一位置时的受力如图 3 所示。图中 b_i 和 \bar{b}_i 分别表示锐利截齿和磨钝截齿的牵引阻力, a_i 和 \bar{a} 分别表示锐利截齿和磨钝截齿的截割阻力。

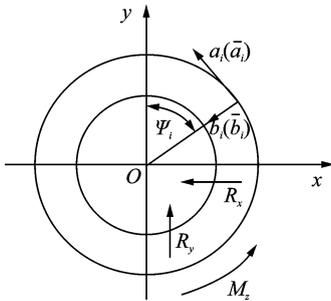


图 3 截割头受力分析
Fig. 3 Force analysis of cutting head

截割煤层时,锐利截齿和磨钝截齿两种条件下的截割头载荷分别有如下形式^[16],其中锐利截齿条件下掘进机截割头载荷为

$$\begin{cases} R_y = \sum_{i=1}^{n_j} (-b_i \cos(\omega t + \psi_i) + a_i \sin(\omega t + \psi_i)) \\ R_x = \sum_{i=1}^{n_j} (-b_i \sin(\omega t + \psi_i) + a_i \cos(\omega t + \psi_i)) \\ M_z = \sum_{i=1}^{n_j} a_i r_i \end{cases} \quad (13)$$

磨钝截齿条件下掘进机截割头载荷为

$$\begin{cases} R_y = \sum_{i=1}^{n_j} (-\bar{b}_i \cos(\omega t + \psi_i) + \bar{a}_i \sin(\omega t + \psi_i)) \\ R_x = \sum_{i=1}^{n_j} (-\bar{b}_i \sin(\omega t + \psi_i) + \bar{a}_i \cos(\omega t + \psi_i)) \\ M_z = \sum_{i=1}^{n_j} \bar{a}_i r_i \end{cases} \quad (14)$$

其中: $\omega t + \psi_i$ 为第 i 个截齿的位置角; n_j 为截割区域内的截齿数量; r_j 为第 i 个截齿的工作半径。

1.3 轴承的振动模型

滚动轴承的外圈固定在壳体上,内圈固定在轴上。滚动体与轴承内、外圈接触点的线速度分别为 $v_i = \omega_i r, v_o = \omega_o R$,式中 r, R 分别为轴承内外圈半径, ω_i, ω_o 分别为轴承内外圈角速度。轴承保持架的角速度等于滚动体的角速度,并且轴承内圈与转轴一起运动,外圈与轴承座固结不转动, $\omega_o = 0, \omega_i = \omega$,可得保持架的角速度为

$$\omega_d = (v_i + v_o) / (R + r) = \omega_i r / (R + r) \quad (15)$$

则第 i 个滚动体的转动角度 α_i 为

$$\alpha_i = \omega_d t + 2\pi(i-1) / N_b \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (16)$$

滚动轴承的中心分别产生振动位移 x 和 y ; γ_0 代表轴承间隙,然后第 i 个滚动体和滚道之间的接触变形可以表示^[17]为

$$\delta_i = x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \gamma_0 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (17)$$

其中: N_b 为轴承滚动体数目。

根据非线性赫兹接触理论, f_i 表示在滚动接触情况下第 i 个滚动体和滚道之间的接触压力,考虑到滚动体和滚道之间的接触只能产生法向正压力,因此非线性赫兹力仅在 $\delta_i > 0$ 成立。

$$f_i = k_b (\delta_i)^{3/2} H(\delta_i) = k_b (x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \gamma_0)^{3/2} \cdot H(x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \gamma_0) \quad (18)$$

其中: k_b 表示赫兹接触刚度; $H(x)$ 为亥维塞函数,当函数变量大于 0 时,函数值为 1,否则为 0。

轴承支撑力 F 在 x, y 方向上的非线性赫兹力分别为

$$F = \sum_{i=1}^{N_b} \left[k_b (x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \gamma_0)^{3/2} \cdot H(x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \gamma_0) \right] \quad (19)$$

$$\begin{cases} F_{x_j} = F \cos \alpha_i \\ F_{y_j} = F \sin \alpha_i \end{cases} \quad (j=1, 2; i=1, 2, \dots, N_b) \quad (20)$$

1.4 掘进机截割头转子系统的数学模型

考虑截割头-转子-轴承系统的横向和扭转变形,则系统的位移向量为

$$\mathbf{X} = [x_1, y_1, \theta_1, x_2, y_2, \theta_2, x_3, y_3, x_4, y_4, x_5, y_5, \theta_5]^T \quad (21)$$

其中: x_i, y_i ($i=1, 2 \sim 5$) 为质量点 i 的 x 和 y 向位移; θ_i ($i=1, 2, 5$) 为质量点 i 绕 z 轴转角; $r_1 \theta_1, r_2 \theta_2, r_5 \theta_5$ 分别指质量点 i 的位移函数。

根据图 2 中的动力学模型建立了 13 个自由度

的振动微分方程

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_h \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_h x_1 &= F_{sx} - R_x \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + c_h \dot{y}_1 + k_1 y_1 + k_h y_1 &= F_{sy} - R_y - m_1 g \\ J_1 \ddot{\theta}_1 + c_{t1} (r_1 \dot{\theta}_1) + k_{t1} g [r_1 \theta_1] &= T_2 - M_z \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_2 \dot{x}_3 + k_2 x_2 - k_2 x_3 &= -F_{sx} \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 - c_2 \dot{y}_3 + k_2 y_2 - k_2 y_3 &= -F_{sy} - m_2 g \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + c_{t2} (r_2 \dot{\theta}_2 - r_5 \dot{\theta}_5) + k_{t2} g [r_2 \theta_2 - r_5 \theta_5] &= -T_2 \\ m_3 \ddot{x}_3 - c_2 \dot{x}_2 + (c_3 + c_2) \dot{x}_3 - c_3 \dot{x}_4 + c_{b1} \dot{x}_3 - & \\ k_2 x_2 + (k_3 + k_2) x_3 - k_3 x_4 &= F_{x1} \\ m_3 \ddot{y}_3 - c_2 \dot{y}_2 + (c_3 + c_2) \dot{y}_3 - c_3 \dot{y}_4 + c_{b1} \dot{y}_3 - k_2 y_2 + & \\ (k_3 + k_2) y_3 - k_3 y_4 &= F_{y1} - m_3 g \\ m_4 \ddot{x}_4 - c_3 \dot{x}_3 + (c_3 + c_4) \dot{x}_4 - c_4 \dot{x}_5 + c_{b2} \dot{x}_4 - & \\ k_3 x_3 + (k_3 + k_4) x_4 - k_4 x_5 &= F_{x2} \\ m_4 \ddot{y}_4 - c_3 \dot{y}_3 + (c_3 + c_4) \dot{y}_4 - c_4 \dot{y}_5 + c_{b2} \dot{y}_4 - k_3 y_3 + & \\ (k_3 + k_4) y_4 - k_4 y_5 &= F_{y2} - m_4 g \\ m_5 \ddot{x}_5 - c_4 \dot{x}_4 + c_4 \dot{x}_5 - k_4 x_4 + k_4 x_5 &= 0 \\ m_5 \ddot{y}_5 - c_4 \dot{y}_4 + c_4 \dot{y}_5 - k_4 y_4 + k_4 y_5 &= -m_5 g \\ J_5 \ddot{\theta}_5 + c_{t5} (r_5 \dot{\theta}_5 - r_2 \dot{\theta}_2) + k_{t5} g [r_5 \theta_5 - r_2 \theta_2] &= T_1 \end{aligned}$$

其中: T_1 为输入扭矩; T_2 为截割头和花键轴之间的啮合扭矩; k_1, k_h 为截割头的弯曲刚度和壳体接触刚度; c_1, c_h 为截割头的弯曲阻尼和壳体接触阻尼; k_2, k_3, k_4 为花键轴对应处的弯曲刚度; c_2, c_3, c_4 为花键轴对应处的弯曲阻尼; k_{t1}, k_{t2}, k_{t5} 为截割头和花键轴对应质量点的扭转刚度; c_{t1}, c_{t2}, c_{t5} 为截割头和花键轴对应质量点的扭转阻尼; c_{b1}, c_{b2} 分别为两个轴承处的阻尼。

以上方程呈现了复杂的数学模型,它是一种强非线性系统。为了更深入地研究该转子系统动态特性,在此考虑了花键时变啮合特性和弯扭耦合作用。

2 截割头转子系统非线性动力学分析

以 EBZ200 型号掘进机为例进行仿真分析,参数如表 1 所示。这里采用 newmark- β 法对系统进行数值求解。由于掘进机截割头的旋转速度与输出截割力成反比。为了确保截割头在不同条件下具有合理的截割力,下面分别讨论锐利截齿和磨钝截齿条件下截割头的不同旋转速度对系统动态响应。首先对锐利截齿条件下掘进机截割头转子系统进行仿真分析。在给定截割煤层硬度 $P_k = 230$ MPa、切削厚度 $h = 25$ mm 等前提下,随着截割转速 n 的升高,耦合系统的动态响应如图 4 所示。图 4 中分别显示了截割头质量点 x_1 方向和扭转 θ_1 方向上的分叉图和三维频谱图。从分叉图中看出,当截割煤层时系统在转速 $n \in [15, 20]$ 内处于混沌运动和拟周

期运动状态,两种状态交替出现。随着截割头转速的升高到 $n \in [21, 60]$,混沌运动和拟周期运动被周期性运动所代替。从三维频谱图中可以看出,由于系统中存在花键非线性啮合力和弯扭耦合的作用,出现明显的由转频 f_r 和啮合频率 f_m 组成的组合频率成分 $2f_m/5 + f_r, f_m/2 + 5f_r, f_m + 2f_r, 2f_m + 4f_r, 8f_m - f_r, 16f_m - 3f_r$ 等。在截割头质量点扭转 θ_1 方向上出现的高倍频幅值较大,截割头质量点 x_1 方向上低倍频幅值较大,频率成分以低倍频为主。因此在锐利截齿截割煤层硬度较低时,可以选择较低转速 $n > 20$ 的稳定运动区域实现低速大扭矩来提高切削厚度,同时低速可以减小截割头磨损。

表 1 EBZ200 型掘进机截割头-转子-轴承传动系统的参数
Tab. 1 Parameters of the cutting head-rotor-bearing transmission system in EBZ200 type roadheader

参数	数值
花键轴齿数 z	46
花键模数 m/mm	5
花键压力角 $\alpha / (^\circ)$	30°
轴质量 $m_2, m_3, m_4, m_5 / (\text{kg} \cdot \text{m})$	510, 115.5, 103, 90
轴转动惯量 $J_2, J_5 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	68.65, 0.676
轴弯曲刚度 $k_2, k_3, k_4 / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$5.3 \times 10^8, 3.58 \times 10^8, 1.78 \times 10^8$
轴扭转刚度 $k_{t2}, k_{t5} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	$4.027 \times 10^8, 3.26 \times 10^8$
花键轴阻尼比 ξ_m	0.02
截割头截齿数 z	42
截割头质量 $m_1 / (\text{kg} \cdot \text{m})$	1 160
截割头转动惯量 $J_1 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	126.4
截割头弯曲刚度 $k_1 / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	6.31×10^7
截割头扭转刚度 $k_{t1} / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	8.35×10^7
滚动轴承接触刚度 $k_{b1}, k_{b2} / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$8.46 \times 10^8, 7.72 \times 10^8$
滚动轴承间隙 $\gamma_{01}, \gamma_{02} / \text{m}$	$2.36 \times 10^{-5}, 3.55 \times 10^{-5}$
滚动轴承阻尼比 ξ_b	0.02
轴承滚动体个数 N_{b1}, N_{b2}	36, 42

给定截割煤层硬度 $P_k = 230$ MPa、切削厚度 $h = 25$ mm 等相同条件下对磨钝截齿截割煤层进行仿真分析,结果如图 5 所示。图 5 中显示了截齿磨钝条件下截割头质量点 x_1 方向和扭转 θ_1 方向上的分叉图和三维频谱图。对比图 4 和图 5 的分叉图可以看出,在截齿磨钝条件下的系统处于混沌运动和逆周期运动的范围明显增大,系统在转速 $n \in [15, 22]$ 内处于混沌运动和逆周期运动状态,在转速 $n \in [23, 60]$ 内处于周期运动状态。在图 5 中转速 $n = 58$ r/min 时耦合系统出现了跳跃现象。以上分析说明,截齿磨钝对截割头转子系统的稳定性影响主要体现在低转速区域,在截割头转速较高时截齿磨钝对系统稳定性影响不大。对比图 4 和图 5 的三维

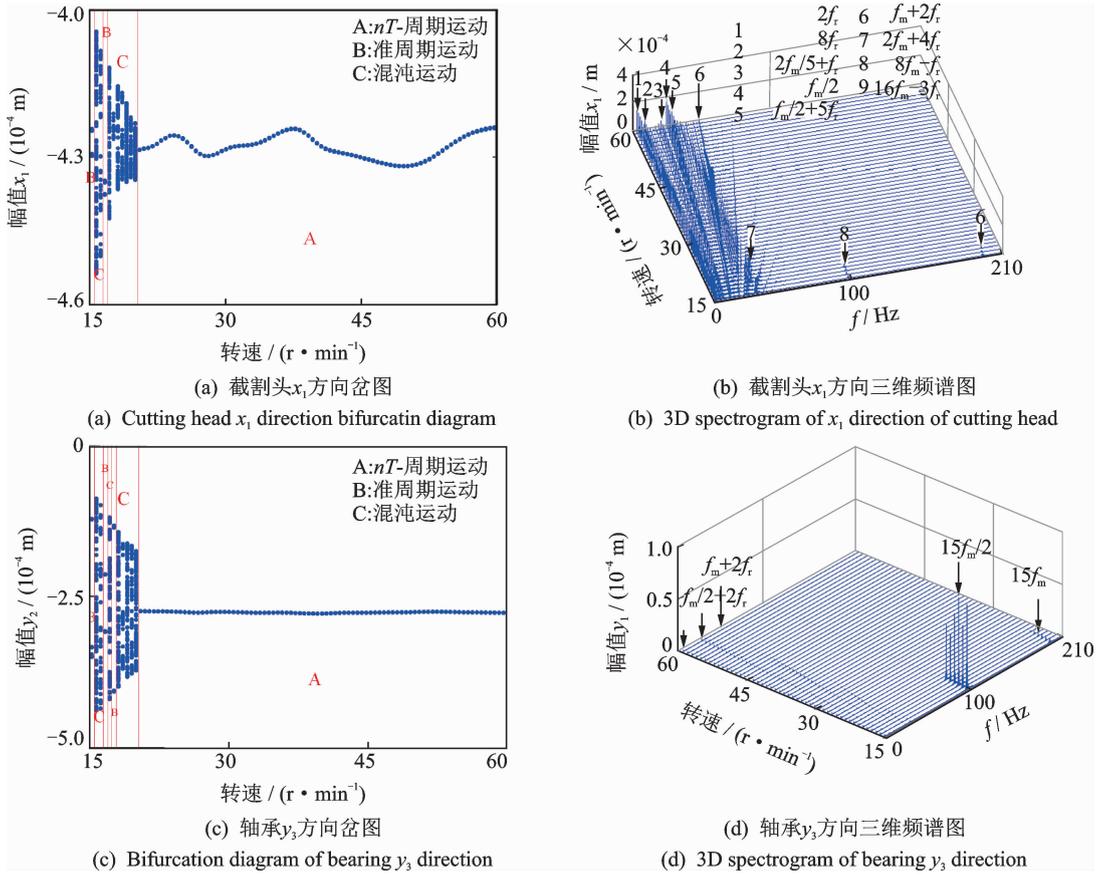


图 4 锐利截齿条件下截割头不同转速的分叉图和三维频谱图

Fig. 4 Bifurcation diagram and 3-D frequency spectrum of different speeds of the cutting head under sharp pick conditions

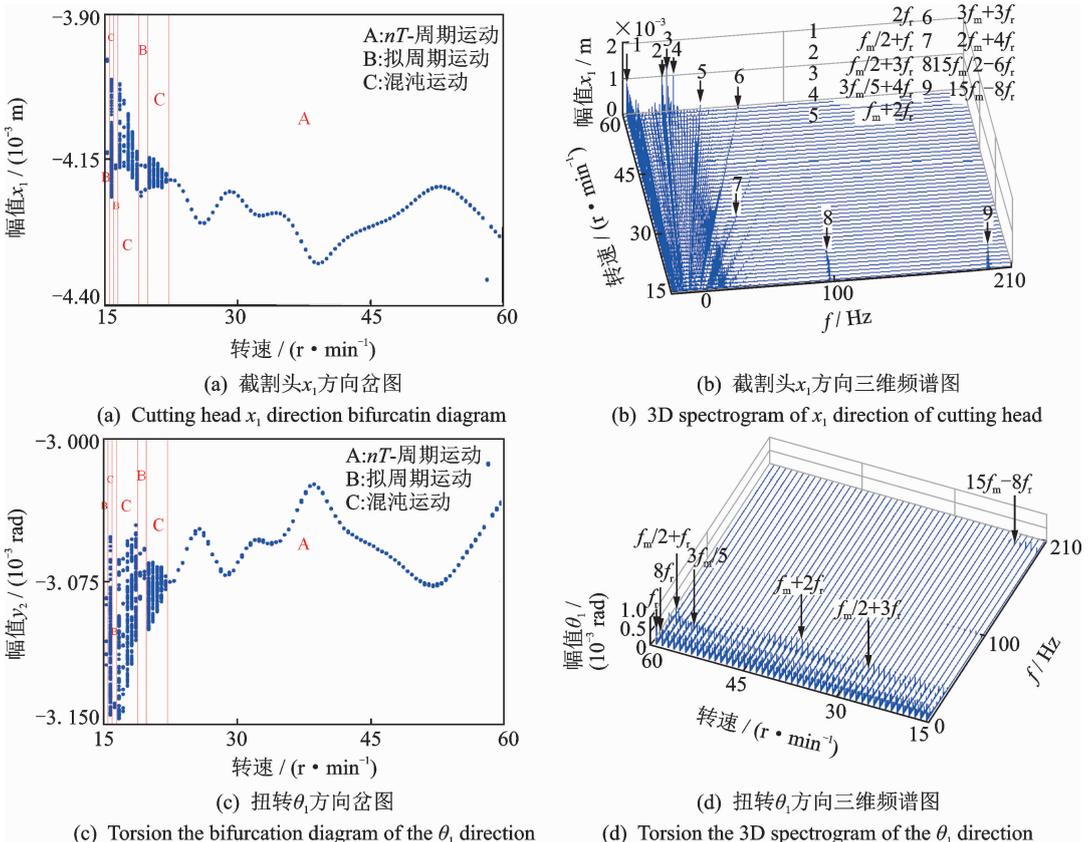


图 5 截齿磨钝条件下截割头不同转速的分叉图和三维频谱图

Fig. 5 Bifurcation diagram and 3-D frequency spectrum of different speeds of the cutting head under blunt pick conditions

频谱图可以看出,在截齿磨钝条件下出现更多的频率成分,如: $2f_r, f_m/2 + f_r, f_m/2 + 3f_r, 3f_m/5 + 4f_r, f_m + 2f_r, 3f_m/2 + 3f_r, 2f_m + 4f_r, 15f_m/2 - 6f_r, 15f_m - 8f_r$ 等。截齿磨钝后的频率成分依然集中在低频区域,由于截齿磨钝的影响,低频区域的组

合频率成分变得更加复杂。为了更全面地了解截齿磨钝条件下截割头转子系统的振动响应,在图6~8中分别给出了转速为17, 19, 50 r/min 3种情况下截割头质量点 x_1 方向的时域图、频域图、相图及 Poincaré 截面图。

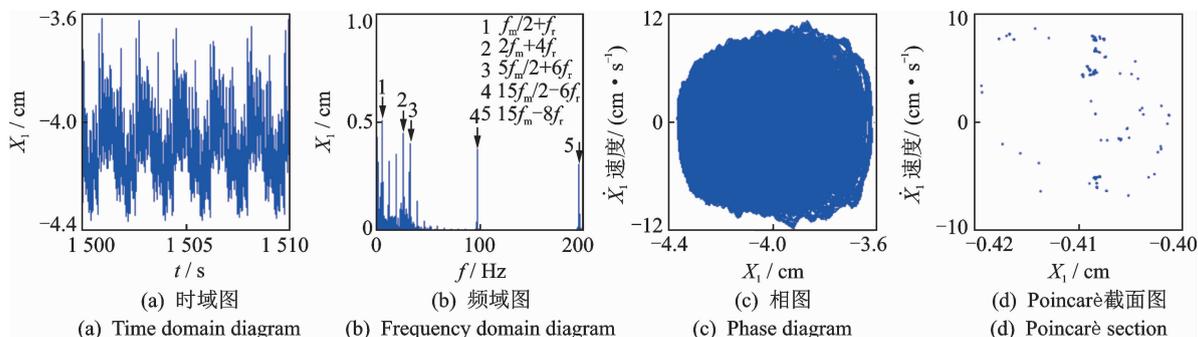


图6 截齿磨钝条件下转速17 r/min时振动响应

Fig. 6 Vibration response at 17 r/min at condition of blunt picks

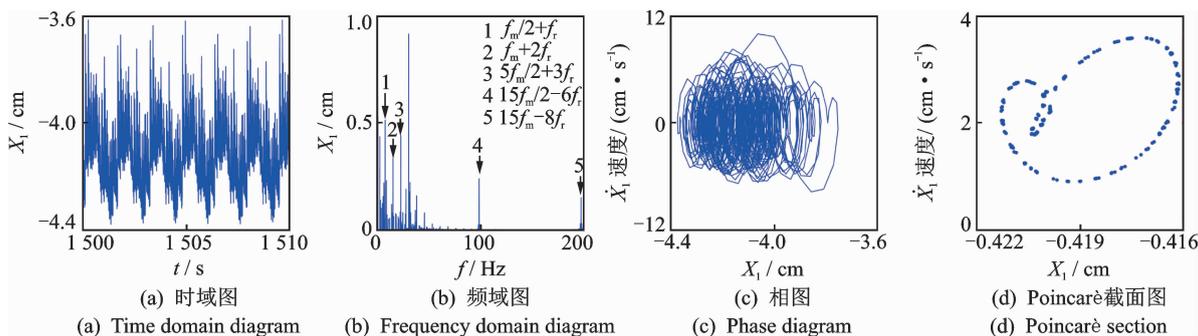


图7 截齿磨钝条件下转速19 r/min时振动响应

Fig. 7 Vibration response at 19 r/min at condition of blunt picks

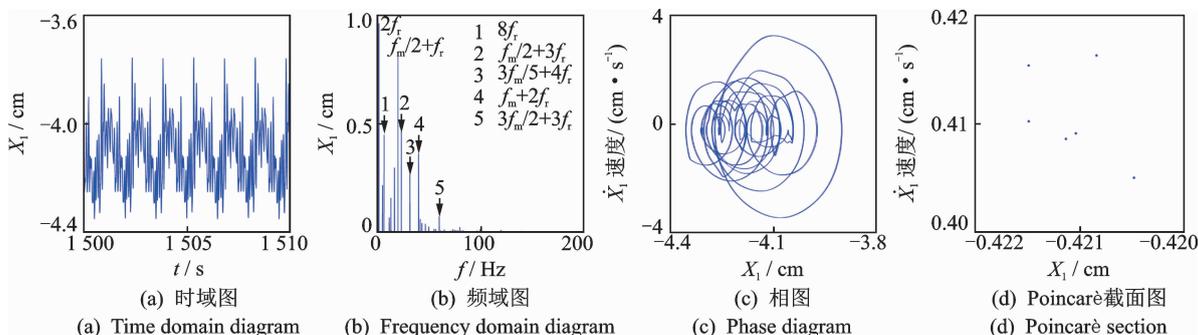


图8 截齿磨钝条件下转速50 r/min时振动响应

Fig. 8 Vibration response at 50 r/min at condition of blunt picks

截齿磨钝条件下转速为17 r/min时的振动响应如图6所示。从图6(a)时域图中看出,截割头质量点 x_1 方向在时域上的振动响应为非周期变化。从图6(b)频率谱中看出,系统除了组合频率成分 $2f_r, f_m/2 + f_r$ 等还出现连续的频率谱成分,频率成分较为复杂。从图6(c)相图中可以看出,相平面显示出不规则的运动。从图6(d) Poincaré 截面图中可以看出,耦合系统呈现出不规则的离散点。由以上分析进一步验证了系统处于混沌运动状态。截齿

磨钝条件下转速为19 r/min时的振动响应如图7所示。从图7中时域图、频域图、相图和 Poincaré 截面图中看出,系统处于不规则运动状态并在 Poincaré 截面形成封闭环,说明系统处于拟周期运动状态。系统此时在低频区域频率成分较为复杂,如组合频率成分 $f_m/2 + f_r, f_m + 2f_r$ 等。截齿磨钝条件下转速为50 r/min时的振动响应如图8所示。从图8(a)时域图中看出,截割头质量点 x_1 方向上振动响应均为周期运动。图8(b)显示了 x_1 方向在

低频区域有间断的转频成分 $2f_r, 8f_r$, 啮合频率成分 $f_m/3, 3f_m/5$, 以及组合频率成分 $f_m/2 + f_r, f_m/2 - 3f_r$ 等。从图 8(c~d) 看出系统在 Poincaré 截面上存在少量可数点, 相图上对应不规则的闭合曲线。综合图 8(a~d) 可说明系统处于周期运动状态。

3 结 论

1) 锐利截齿条件下截割头转子系统在低转速 $n \in [15, 20]$ 时处于混沌和拟周期运动状态, 提高转速后系统处于周期运动状态。在锐利截齿截割煤层硬度较低时, 可以选择较低转速 $n > 20$ 的稳定周期运动区域实现低速大扭矩来提高切削厚度, 同时低速可以减小截割头磨损。

2) 对磨钝截齿和锐利截齿两种条件下的系统动态响应进行对比分析, 在截齿磨钝情条件下, 截割头转子系统的混沌和拟周期运动范围增大, 频率成分较为复杂, 频率幅值波动明显。应提高转速使系统处于稳定的周期运动状态, 但转速过高时系统的截割扭矩变小, 应在提高稳定性和增加截割力之间选择合理的转速。截割头转子系统动态分析结果为掘进机的减振和动态设计提供了理论依据。

参 考 文 献

- [1] ACAROGLU O, ERGIN H. A new method to evaluate roadheader operational stability [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2007, 22: 80-89.
- [2] EBRAHIMABADI A, GOSHTASBI K, SHAHRIAR K, et al. A model to predict the performance of roadheaders based on the rock mass brittleness index [J]. *Journal of the Southern African Institute of Mining*, 2011, 111(5): 357-364.
- [3] ZHANG H, WANG M L, HAN Q K, et al. Dynamic behaviors of the cutter head driving system in tunneling boring machine with impact [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, 230: 2427-2437.
- [4] EYYUBOGLU E M, BOLUKBASI N. Effects of circumferential pick spacing on boom type roadheader cutting head performance [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2005, 20: 418-425.
- [5] 邹晓阳, 米永振, 郑辉. 基于现场测试的硬岩掘进机振动特性 [J]. *振动、测试与诊断*, 2017, 37(5): 990-995. ZHOU Xiaoyang, MI Yongzhen, ZHENG Hui. Study on vibration characteristics of tunnel boring machine based on field test [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(5): 990-995. (in Chinese)
- [6] ALVAREZ J T, ALVAREZ M M, DIEZ R R. Experimental results of a low-power roadheader driving a gallery with different types of rock at the face [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2003, 18: 395-404.
- [7] JIANG H X, LIU S Y, DU C L, et al. Numerical simulation of rock fragmentation process by roadheader pick [J]. *Journal of Vibroengineering*, 2013, 15: 1807-1817.
- [8] AVUNDUK E, TUMAC D, ATALAY A K. Prediction of roadheader performance by artificial neural network [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2014, 44: 3-9.
- [9] SALSANI A, DANESHIAN J, SHARIATI S, et al. Predicting roadheader performance by using artificial neural network [J]. *Neural Computing & Applications*, 2014, 24: 1823-1831.
- [10] WANG H, SUN D Y, QIN D T. A new continuously variable transmission system applied to transmission system of the roadheader's cutting unit [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science*, 2017, 231: 3590-3600.
- [11] HUO J Z, WU H Y, YANG J, et al. Multi-directional coupling dynamic characteristics analysis of TBM cutterhead system based on tunnelling field test [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2015, 29: 3043-3058.
- [12] Позин Е. Э. Разрушение углей выемочными машинами [M]. Москва: Недра, 1984: 39-137.
- [13] 薛向珍, 王三民, 袁茹. 渐开线花键连接的非线性动力学特性 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2015, 47(1): 107-111. XUE Xiangzhen, WANG Sanmin, YUAN Ru. Non-linear dynamic characteristics of involute spline couplings [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2015, 47(1): 107-111. (in Chinese)
- [14] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声 [M]. 北京: 科学出版社, 1997: 154-187.
- [15] 赵广. 转子-联轴器-轴承-隔振器系统耦合动力学特性研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2009.
- [16] 李晓豁. 掘进机截割的关键技术研究 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 81-122.
- [17] HARRIS T A, KOTZALAS M N. Rolling bearing analysis, Advanced concepts of bearing technology [M]. New York: Taylor & Francis Group, 2006: 86-162.



第一作者简介:黄志龙,男,1986年7月生,博士、讲师。主要研究方向为机械系统动力学、振动利用与控制工程。曾发表《Synchronous control of two counter rotating eccentric rotors in nonlinear coupling vibration system》(《Mechanical Systems and Signal Processing》2019, Vol. 114)等论文。
E-mail: huangzhilong_2006@163.com