

# 微颗粒声操控的理论及试验<sup>\*</sup>

芦小龙, 赵康东, 沈晖, 王志文, 王乐

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

**摘要** 介绍了一种用于操控微纳粒子运动的声流场计算理论及试验验证方法。引入摄动理论,将固体边界的超声振动作为扰动量,用于计算液体质点的一阶声压和振动速度变化;进一步转化为引起流体流动的负载作用力,用于计算二阶流场中的流速变化,最终得到经过时间平均后的流场分布情况。有限元计算结果表明,微结构边界的超声振动引起了特定模式的流场流动,并且在微结构附近的液体流动速度明显高于其他位置,可以用于微纳颗粒在局部位置的精准操控。利用直径  $10\ \mu\text{m}$  的聚苯乙烯颗粒进行了试验验证,基本证实了声流场计算理论的准确性。基于摄动理论构建的声流场计算模型,有效解决了复杂边界的超声振动与流场流动的耦合计算问题,对下一步设计具有精准操控功能的声操控型微纳作动器具有较好的指导意义。

**关键词** 超声;声流场;摄动理论;有限元;微颗粒操控

**中图分类号** O368; TH122

## 引言

在微尺度空间内实现对微纳米颗粒的精准操控是纳米工程技术的前沿科学问题,在微纳米器件加工制造、先进功能材料合成制备和基于纳米药物的精准诊疗技术等领域拥有广阔的应用前景。伴随材料技术、控制技术和微机电系统(micro electro mechanical systems,简称 MEMS)技术的发展与进步,目前已经出现了较多类型的微纳米操控平台,通过使用激光、介电泳、磁场、化学场和超声场等激励方式,在特定的环境中基本实现了对不同微纳米颗粒的主动操控<sup>[1-5]</sup>;然而,尚存在可靠性低、操控不精确、对受控颗粒的材料和尺寸选择性较高等关键核心问题亟待解决。

超声操控与其他类型的操控技术相比,具有生物相容性好、可重复性高、通用性强和稳定性好等优点,因此,在国内外引起了普遍关注<sup>[6-9]</sup>。根据所采用操控力的不同,超声操控技术又可分为声辐射力操控和声流场操控两种类型。声辐射力操控利用声压的周期性分布,在空间不同位置产生梯度变化的作用力,驱动微纳颗粒向声压节点或者反节点位置

运动。Baresch 等<sup>[10]</sup>基于声辐射力作用机理,设计了用于在液体中捕获微球的超声镊,并且实现了对直径  $360\ \mu\text{m}$  的单个微球以及微球集群的可控旋转操作。Marzo 等<sup>[11]</sup>采用阵列式的超声换能器布局,通过调整换能器激励信号之间的相位差,实现了声辐射力在空间位置上的精确叠加与控制,完成了空气环境下的微颗粒非接触式操控。声流场操控是近年来新兴的一种超声操控技术,利用超声振动在边界层附近引起的非线性声流驱动微纳颗粒在局部位置实现精准操控,有效克服了声辐射力操控灵活度低和操控模式单一等缺点,扩大了超声操控技术的使用范围。Ahmed 等<sup>[12]</sup>基于微泡共振诱发声流场技术提出了一种用于生物单体细胞和组织的声操控技术(acoustofluidic rotational manipulation,简称 ARM),在无需表面颗粒(磁性颗粒、导电颗粒)修饰的情况下实现了对生物活性样本的快速旋转操作。这些研究成果证明了声操控技术在操控模式、灵活度和生物兼容性等方面所具有的独特优势<sup>[13]</sup>,但是相关的理论研究尚不深入,特别是对于微纳固体结构边界振动诱发的局部增强型声流场问题,缺乏系统的分析与验证。

笔者提出了一种基于摄动理论的声流场有限元

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51975278);中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(NS2019009);机械结构力学及控制国家重点实验室基金资助项目(MCMS-I-0318Y01);江苏省自然科学基金资助项目(BK20181292)

收稿日期:2019-06-17;修回日期:2020-04-05

计算方法,并利用微米级颗粒在超声操控平台上进行了试验验证。以V形微结构为例,将固体微结构边界的超声振动简化为特定频率的简谐运动,运用摄动理论,将声场作用下的流体物理量表达成初始值、一阶值和二阶值之和的形式,将非线性的问题转化为便于有限元计算的多物理场耦合问题。根据简谐运动的物理量具有一阶状态时间平均为零、二阶状态值时间平均为常数的特点,进一步简化计算模型,最终得出用于计算固体微结构边界附近的声压、声流分布状态方程。将推导得到的状态方程写入到多物理场有限元计算软件 Comsol 中,同时给出确定的初始条件和边界条件,计算得到各物理量的分布情况。最后,在V形微结构超声操控平台上对直径  $10\ \mu\text{m}$  的聚苯乙烯微球开展操控研究,验证计算结果的准确性。所介绍的计算方法可以对固体微结构超声振动引起的声流场进行分析和预测,为进一步研究具有精准操控微纳颗粒功能的超声操控器件奠定了基础。

## 1 基于摄动理论的状态方程

摄动理论常被用于求解含有小参数的力学问题,是从相关问题的确切解中找出问题的近似解的数学方法<sup>[14]</sup>。该理论的关键在于将问题分解成“可解决”和“扰动”两部分。“可解决”部分通常表示为初始值;“扰动”数学描述中增加了一些“小”项,这些“小”项可以进行精确计算,进而最大限度地描述待解决的问题。

在不考虑重力场、电场和磁场的情况下,液体中的基本状态方程可以表示如下。

可压缩液体的热力学方程<sup>[15]</sup>

$$p = p(\rho) \quad (1)$$

可压缩液体的连续性方程

$$\partial_t \rho = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \quad (2)$$

纳维斯托克斯方程

$$\rho \partial_t \mathbf{v} = -\nabla p - \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \left(\frac{1}{3}\eta + \zeta\right) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (3)$$

其中: $\nabla$ 为哈密顿算子; $\eta, \zeta$ 分别为黏度和第2黏度。

### 1.1 一阶摄动量

以超声频率在液体中传播的声波,振源的快速运动与振荡可以将一个缓慢的速度分量传递到液体中以及液体中的微纳颗粒。借助摄动理论,将超声振动引起的非线性声流场近似处理成一个线性的问

题,从而计算流场中的压力场和速度场。

假设液体在施加声场前是静止的,物理量为  $p_0, \rho_0$  和  $\mathbf{v}_0$ ,施加的小幅扰动可表示为  $p_1, \rho_1$  和  $\mathbf{v}_1$ 。施加扰动后的物理量可以表示为

$$p = p_0 + p_1 = p_0 + c_0^2 \rho_1 \quad (4)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad (5)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \quad (6)$$

其中: $c_0$ 为声波在液体中的传播速度;初始速度  $\mathbf{v}_0$  为零。

运用泰勒展开式对压强表达式进行展开,数值上也等于压强对密度的一阶导数开方

$$c_0^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right), \quad (7)$$

将零阶物理量代入到基本状态方程后,可得

$$p = p(\rho_0) = p_0 \quad (8)$$

$$\partial_t \rho_0 = 0 \quad (9)$$

$$-\nabla p_0 = 0 \quad (10)$$

当不考虑液体的黏度,将零阶和一阶的物理量同时代入,只保留等式中的非零项

$$p_1 = c_0^2 \rho_1 \quad (11)$$

$$\partial_t \rho_1 = -\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 \quad (12)$$

$$\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1 = -c_0^2 \nabla \rho_1 \quad (\eta = \sigma = 0) \quad (13)$$

对式(11)~(13)的时间求偏导,联立求解可得

$$\partial_t^2 p_1 = c_0^2 \nabla^2 p_1 \quad (14)$$

$$\partial_t^2 \rho_1 = c_0^2 \nabla^2 \rho_1 \quad (15)$$

$$\partial_t^2 \mathbf{v}_1 = c_0^2 \nabla^2 \mathbf{v}_1 \quad (16)$$

速度场的势函数  $\Phi(\mathbf{r}, t)$ , 存在  $\mathbf{v} = \nabla \Phi$ , 继而可得  $\mathbf{v}_1 = \nabla \Phi$ , 将其代入式(13), 可得  $\nabla(\rho_0 \partial_t \Phi) = \nabla(-c_0^2 \rho_1)$ 。由此可得  $\rho_1$  与势函数  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  的关系, 同理可得  $\rho_1, \mathbf{v}_1$  与势函数的关系。变形整理后得

$$p_1 = -\rho_0 \partial_t \Phi \quad (17)$$

$$\rho_1 = -\frac{\rho_0}{c_0^2} \partial_t \Phi \quad (18)$$

$$\mathbf{v}_1 = \nabla \Phi \quad (19)$$

流体中的各个物理量都可以通过势函数来表示,同时将式(19)代入式(16),可得势函数满足关系式

$$\partial_t^2 \Phi = c_0^2 \nabla^2 \Phi \quad (20)$$

对于驻波振动,可将其简化成一个简谐运动,可得势函数为

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_k(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (21)$$

将式(21)代入式(20),可得亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \Phi_k(\mathbf{r}) = -\frac{\omega^2}{c_0^2} \Phi_k(\mathbf{r}) \quad (22)$$

在给定的边界条件下,只存在唯一的角频率,这

里的  $\Phi_k(\mathbf{r})$  称为谐振模型。对于简谐运动,可以得出以下结论

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (23)$$

$$p_1(\mathbf{r}, t) = c_0^2 \rho_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (24)$$

$$\rho_1(\mathbf{r}, t) = \rho_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (25)$$

### 1.2 二阶摄动量

在一阶的计算中没有考虑黏度的影响,这导致结果是不精确的,需要在二阶中考虑,此时将一阶量认定为已知的,则二阶扰动的展开形式为

$$p = p_0 + p_1 + p_2 \quad (26)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 \quad (27)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \quad (28)$$

将二阶展开式代入基本状态方程可得<sup>[16]</sup>

$$p_2 = c_0^2 \rho_2 + \frac{1}{2}(\partial_\rho c^2)_0 \rho_1^2 \quad (29)$$

$$\partial_t \rho_2 = -\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_2 - \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v}_1) \quad (30)$$

$$\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_2 = -c_0^2 \nabla \rho_2 - \rho_1 \partial_t \mathbf{v}_1 -$$

$$\rho_0 (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 - \frac{1}{2}(\partial_\rho c^2)_0 \nabla \rho_1^2 +$$

$$\eta \nabla^2 \mathbf{v}_2 + \left(\frac{\eta}{3} + \sigma\right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_2) \quad (31)$$

对于一个周期上的时间平均,可以表示为<sup>[17]</sup>

$$\langle X \rangle \equiv \frac{1}{\tau} \int_0^\tau dX(t) \quad (32)$$

一阶项的简谐运动在一个周期上时间平均为零,然而两个一阶项乘积在周期上的时间平均后的结果不等于零

$$\langle A(t)B(t) \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}[A_0 B_0^*] \quad (33)$$

对式(30)中的各物理量进行一个周期上的时间平均

$$\nabla \langle \mathbf{v}_2 \rangle = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \langle \rho_1 \mathbf{v}_1 \rangle \quad (34)$$

其中: $\langle \mathbf{v}_2 \rangle$ 为声流速度,可用已知一阶量进行表示。

对于式(31)中的各物理量进行一个周期上的时间平均

$$\begin{aligned} \nabla^2 \langle \rho_2 \rangle &= -\frac{1}{2c_0^2} (\partial_\rho c^2)_0 \nabla^2 \langle \rho_0^2 \rangle - \\ &\frac{\rho_0}{c_0^2} \nabla \cdot \langle (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 \rangle + i \frac{\omega}{c_0^2} \langle \rho_1 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 \rangle - \\ &\frac{4\eta/3 + \sigma}{\rho_0 c_0^2} \nabla^2 \langle \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v}_1) \rangle \end{aligned} \quad (35)$$

通过上述分析可知,对于某一固体边界作超声简谐运动的声流场模型,在其速度势函数和边界条件确定后,便能借助多物理场有限元软件对其各个物理量的分布情况进行求解。

## 2 声流场的有限元仿真计算

### 2.1 计算模型

依据上述理论分析结果,在多物理场有限元分析软件 Comsol 中,对现有的 V 形微结构超声操控平台进行了声流场分析。器件通过光刻工艺制作,在石英基板上表面制备一层 V 形的微结构阵列,下表面黏贴一片压电陶瓷,用于激发微结构的超声振动,所用器件的具体结构如图 1 所示,相关尺寸参数如表 1 所示。

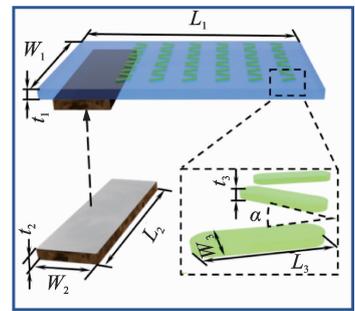


图 1 V 形微结构超声操控平台结构示意图

Fig.1 The Structural sketch of V-shaped assembler

表 1 V 形微结构超声操控平台相关参数

Tab.1 V-shaped microstructure ultrasound control platform

类别	材质	参数
石英基板	石英玻璃	$L_1 = 25 \text{ mm}$ , $W_1 = 15 \text{ mm}$ , $t_1 = 0.5 \text{ mm}$
压电陶瓷	PZT-8	$L_2 = 15 \text{ mm}$ , $W_2 = 5 \text{ mm}$ , $t_2 = 0.5 \text{ mm}$
V 形微结构	AZ5214 光刻胶	$L_3 = 60 \mu\text{m}$ , $W_3 = 10 \mu\text{m}$ , $t_3 = 1.2 \mu\text{m}$ , $\alpha = 40^\circ$

运用三维激光多普勒测振系统对超声操控平台进行测振,激励电压为 20 V,测量频率在 20 ~ 300 kHz 之间。结果表明,在 213.7 kHz 时,器件发生共振,测得的振型如图 2 所示,其中:绿色表示位移为负;红色表示位移为正。由此可见,当激励频率为 213.7 kHz 时,超声操控平台器件工作在典型的面内扭振模式中<sup>[18]</sup>。将 V 形微结构区域对应的观测点在平面内的位移提取出来,可得 V 形微结构区域的振动轨迹,如图 3 所示。

### 2.2 计算结果与讨论

Comsol 有限元分析软件具有多种声学模块,本研究选用将壁面附近的黏性损失考虑在内的热黏性声学模块,对流体中的一阶声压场和一阶振动速度

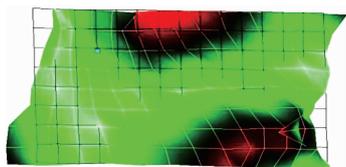


图2 振动模式

Fig. 2 Vibration pattern

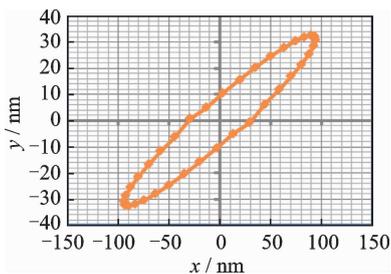


图3 测量点的轨迹

Fig. 3 Moving trajectories of measured point

场进行计算,由于超声操控平台工作持续时间一般小于1 min,无明显发热现象,因此温度变化在本研究中忽略不计。在 Comsol 中建立二维平面求解域,依次添加热黏性声学模块和层流模块。针对超声振动引起流场流动的特殊性,Comsol 软件尚未提供对应的耦合接口,因此在计算二阶流场前需要手动建立层流模块与声学模块之间的耦合关系。基于上述理论推导,在层流模块中利用式(35)将声压和振动速度转化为相应的质量力和体积力,进而可以对二阶流场进行求解。

选取超声操控平台上的任意一组 V 形微结构,建立二维平面模型,对应的求解域大小为  $100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$ ,微结构位于求解域的中心,上述一阶声场和二阶流场均在此求解域中进行求解。将速度振动边界添加到 V 形微结构上,同时将计算域的四周边界设定为软声场约束条件(声压值为零),进行一阶摄动量计算。

图4所示为一阶声压的计算结果,可见在微结构的端部存在一阶声压为零的区域,溶液中的颗粒在声辐射力的作用下将向该区域运动并聚集,继而实现对微纳颗粒的捕获。提取 V 形微结构外侧声压梯度剧烈变化区域的数值结果如图5所示,发现声压最高值约为 3.9 kPa,对应的位置为微结构外侧中部,而随着数值提取点逐渐移至微结构两端,声压快速衰减至最低值,表明了声压的分布由微结构的构型所决定。

图6所示为流体质点一阶振动速度的计算结果,可见在微结构的端部附近,质点振动速度最大。提取 V 形微结构外侧附近流体质点振动速度随位

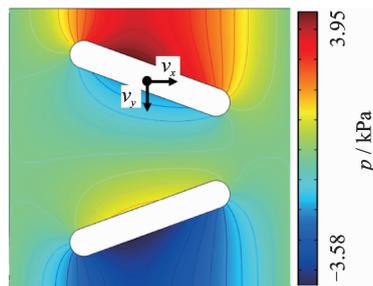


图4 一阶声压分布

Fig. 4 First-order acoustic pressure

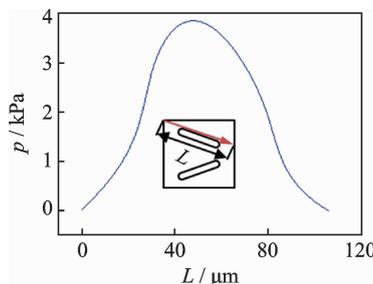


图5 截线 L 上的声压分布

Fig. 5 First-order acoustic pressure in the transversal L

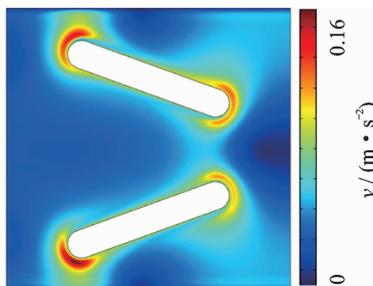


图6 一阶速度分布图

Fig. 6 First-order velocity

置变化的数值结果如图7所示,可以发现,流体质点最高的振动速度值约为 0.15 m/s,对应的位置为微结构外侧端部区域。V 形微结构开口处的振动速度略高于闭合处,表明了流体质点在开口处的振动最为强烈。由于一阶振动的简谐特性,随着周期平均,该强烈振动对流体中的微纳颗粒作用效果相互抵消,不能起到操控微颗粒运动的目的,因此还需要进一步分析微结构壁面附近的流场分布规律。

图8所示为一阶振动引起的二阶流场的计算结果,由图可见,在微结构附近形成了明显的环流,环流围绕 V 形微结构四周作顺时针旋转运动,V 形微结构的上下两臂附近形成了相互独立的两个同向环流,且在两臂边界处的流速都显著高于计算域内的其他位置。提取 V 形微结构外侧二阶流速随位置变化的数值结果如图9所示,结果表明,环流的最高流速值约为 3.7 mm/s,对应的位置为微结构外

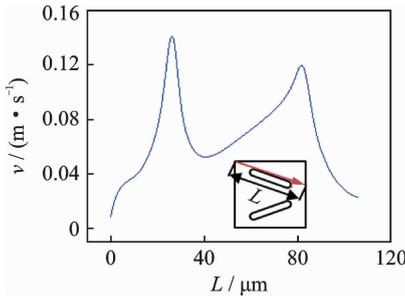


图 7 截线  $L$  上一阶速度分布

Fig. 7 First-order velocity in the transversal  $L$

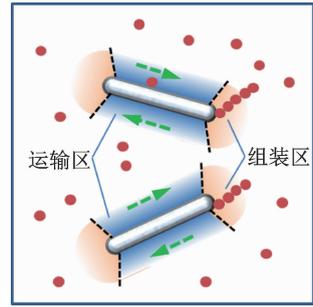


图 10 工作机理示意图

Fig. 10 Schematic diagram of working mechanism

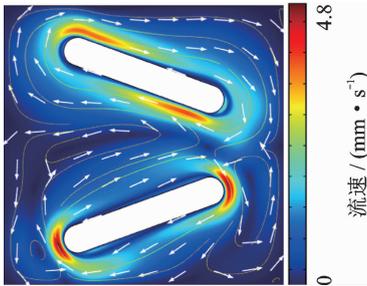


图 8 二阶流速分布图

Fig. 8 Time-averaged second-order streaming velocity

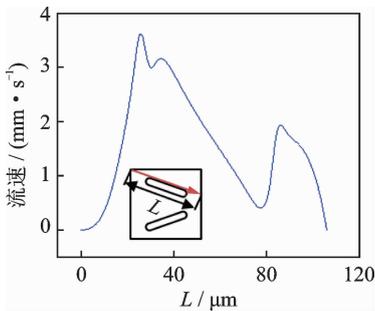


图 9 截线  $L$  上的流速分布

Fig. 9 Time-averaged second-order streaming velocity in the transversal  $L$

侧开口处区域,表明了流场在开口处的局部位置得到增强,此处附近的微颗粒将受声流场的作用沿着微结构的外侧区域,由开口处一侧向微结构另一侧的闭合处运动。

### 3 微颗粒的声操控试验

为了验证基于摄动原理的声流场有限元计算模型,本研究搭建了超声微操控试验平台,用微颗粒的定向运动来表征微结构周围的声流场,其工作原理如图 10 所示。其中:将微结构上、下两臂沿长度方向上的外侧区域定义为运输区,用于检验微颗粒受到的声流作用力效果;将微结构开口处和闭合处两侧定义为组装区,用于检验颗粒受到的声辐射力效果。

在所搭建的试验平台上对微纳米颗粒进行操控试验,所选取的操控对象为直径  $10 \mu\text{m}$  的聚苯乙烯微球。试验过程中,施加在压电陶瓷上的正弦激励信号频率为  $213.7\text{kHz}$ ,电压幅值为  $20 \text{V}$ 。图 11 中的虚线所示为微球在声流场作用下的运动轨迹,试验结果表明,V形微结构周围存在较强的局部声流场。分布在 V 形微结构两侧区域附近的微球,受到声流的作用,沿着微结构表面由开口处一侧向闭合处一侧运动,平均运动速度为  $0.4 \text{mm/s}$ ,较好地验证了理论分析中声流作用力的作用效果。当颗粒运动至闭合处端部时,同时受到声流作用和声辐射力作用,而此时的声压梯度变化剧烈,颗粒在此处聚集,并沿着最小声压分布的方向自行组装成链式结构,证明了理论预测的微结构端部位置对声辐射力的增强作用。在微结构周围存在较大的声压梯度,较高的局部声压导致了声场的非线性分布,这是产生声流的主要原因。微颗粒在声流的作用下被输送至声压较低的位置,即 V 形微结构的端部,因此,高声压下的非线性声场分布的特性是影响微颗粒声操控效果的关键因素。

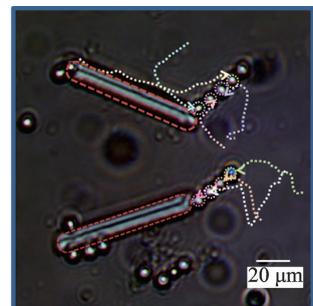


图 11 试验颗粒轨迹图

Fig. 11 Experimental particle trajectory

### 4 结 论

1) 非线性的声流场问题可以借助摄动理论转

化成便于进行有限元求解的数值法计算问题。

2) 以多普勒激光测振仪测得的固体微结构振动速度作为边界条件,运用 Comsol 软件的热黏性声学模块可以计算流体质点的一阶声压场和一阶振动速度场。

3) 利用简谐运动一个周期上的时间积分为零的特点,对二阶摄动下的状态方程进行一个周期上的时间平均,将流体质点的一阶振动声压结果和一阶振动速度结果转化为质量力和体积力,运用 Comsol 软件的流场模块,计算可得二阶摄动下的声流分布。

4) V 形微结构超声操控试验结果表明,在微结构周围存在局部增强的声流场,声流作用力驱使微颗粒沿着微结构表面运动至闭合处一侧,声辐射力驱使微颗粒在闭合处一侧端部聚集并自行组装成链式结构。理论分析的结果与试验结果较为吻合,所述计算方法可为下一步不同构型的声操控平台的设计和 optimization 提供理论借鉴。

#### 参 考 文 献

- [1] ELGETI J, WINKLER R G, GOMPPER G. Physics of microswimmers—single particle motion and collective behavior; a review [J]. Reports on Progress in Physics, 2015, 78(5): 056601.
- [2] HANGGI P, MARCHESONI F. Artificial brownian motors: controlling transport on the nanoscale [J]. Reviews of Modern Physics, 2008, 81(1): 387.
- [3] KIM K, GUO J H, LIANG Z X, et al. Man-made rotary nanomotors: a review of recent development [J]. Nanoscale, 2016, 8(20): 10471.
- [4] LI J X, ESTEBAN-FERNÁNDEZ DE ÁVILA B, GAO W, et al. Micro/nanorobots for biomedicine: delivery, surgery, sensing, and detoxification [J]. Science Robotic, 2017, 2(4): eaam6431.
- [5] SQUIRES T M, QUAKE S R. Microfluidics: fluid physics at the nanoliter scale [J]. Reviews of Modern Physics, 2005, 77(3): 977-1026.
- [6] LU X L, MARTIN A, SOTO F, et al. Parallel label-free isolation of cancer cells using arrays of acoustic microstreaming traps [J]. Advanced Materials Technologies, 2018, 4(2): 1800374.
- [7] LU X L, SOTO F, LI J X, et al. Topographical manipulation of microparticles and cells with acoustic microstreaming [J]. Acs Appl Mater Interfaces, 2017, 9(44): 38870-38876.
- [8] MARZO A, SEAH S A, DRINKWATER B W, et al. Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects [J]. Nature Communications, 2015, 6: 8661.
- [9] XU T L, GAO W, XU L P, et al. Fuel-free synthetic micro-nanomachines [J]. Advanced Materials, 2017, 29(9): 1603250.
- [10] BARESCH D, MARCHIANO R, THOMAS J L. Orbital angular momentum transfer to stably trapped elastic particles in acoustical vortex beams [J]. Physical Review Letters, 2018, 121(7): 074301.
- [11] MARZO A, DRINKWATER B W. Holographic acoustic tweezers [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2019, 116(1): 84-89.
- [12] AHMED D, OZCELIK A, BOJANALA N, et al. Rotational manipulation of single cells and organisms using acoustic waves [J]. Nature Communications, 2016, 7: 11085.
- [13] CHEN M, CAI F Y, WANG C, et al. Observation of metal nanoparticles for acoustic manipulation [J]. Advance Science, 2017, 4(5): 1600447.
- [14] 黄用宾. 摄动法简明教程 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1986: 1-3.
- [15] BRUUS H. Acoustofluidics 2: perturbation theory and ultrasound resonance modes [J]. Lab on A Chip, 2011, 12(1): 20-28.
- [16] MULLER P B, BARNKOB R, JENSEN M J, et al. A numerical study of microparticle acoustophoresis driven by acoustic radiation forces and streaming-induced drag forces [J]. Lab on A Chip, 2012, 12(22): 4617-4627.
- [17] SETTNER M, BRUUS H. Forces acting on a small particle in an acoustical field in a viscous fluid [J]. Physical Review E, 2012, 85(2): 016327.
- [18] 赵淳生. 超声电机技术与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2007: 38-41.



**第一作者简介:** 芦小龙,男,1984年4月生,副教授。主要研究方向为压电作动技术及微尺度智能作动技术。曾发表《A human Microrobot interface based on acoustic manipulation》(《ACS Nano》2019, Vol. 13, No. 10)等论文。  
E-mail: long\_8446110@nuaa.edu.cn