

考虑测量误差影响的改进随机激励辨识方法^{*}

盖晓男, 于开平

(哈尔滨工业大学航天学院 哈尔滨, 150001)

摘要 为研究考虑测量误差影响的随机激励辨识方法, 首先, 在逆虚拟激励法中引入模型测量误差和响应测量误差, 推演总结影响随机激励辨识精度的因素; 其次, 分析提高辨识精度的途径; 最后, 引入系数矩阵来减弱频率响应函数矩阵的条件数对随机激励辨识精度的影响。以悬臂梁结构为对象进行多点随机激励辨识的数值仿真研究; 以复合板结构为对象, 进行多点随机振动试验研究。结果表明, 与传统的逆虚拟激励法相比, 此改进方法在考虑测量误差的同时能有效地提高某些固有频率附近的识别精度。

关键词 随机振动; 激励辨识; 测量误差; 系数矩阵

中图分类号 TH113.1; O324; O347.1

引 言

在航空航天和土木工程等领域, 激励辨识问题已经成为一个重要的课题。传统的激励辨识算法大多假设进行辨识的系统模型是精确的, 只讨论实测响应信息中夹杂的测量噪声的水平对激励辨识结果的影响。在实际工程当中, 用来进行外部激励辨识的结构模型信息往往需要通过试验测量来获取, 在测量过程中就必然会受到试验操作、环境噪声、振动测试系统和传感器精度等因素的影响, 导致实测的结构模型信息包含误差。

文献[1-2]研究指出, 激励辨识的相对误差与频率响应函数矩阵的条件数紧密相关。Lee 等^[3]通过研究传递函数和频率响应函数的误差特征, 对激励的测定误差进行了统计分析, 并指出在一阶固有频率附近的较大激励辨识误差主要由频率响应函数子矩阵的秩亏引起。Liu 等^[4]利用增强最小二乘和总体最小二乘法研究了频域内考虑测量误差的动态激励识别方法。Zhang 等^[5]提出同时引入模型不确定性和响应测量误差的 Bayesian 方法, 从后验概率密度函数建立待辨识激励的 Bayesian 置信区间。毛玉明等^[6]在时域载荷反演的过程中引入了模型误差的影响, 并提出了降低模型和响应测量误差对载荷反演结果影响的方法, 在一定程度上解决了实际工程中所面临的仿真模型和工程模型之间存在差异的

问题。姜金辉等^[7]研究了影响 Wilson- θ 反分析法动激励辨识精度的各个因素, 并提出了改进算法。Lu 等^[8]通过引入加权系数矩阵来解决同时存在模型误差和响应测量误差的损伤识别精度问题, 并讨论了不同系数矩阵的选取方法和影响。

笔者同时引入模型测量误差和响应测量误差, 推演总结影响随机激励辨识精度的因素, 分析提高辨识精度的途径和手段, 然后引入系数矩阵来抑制频率响应函数矩阵的条件数对随机激励辨识算法的影响。复合板结构多点随机振动试验的结果证明, 笔者所提出的方法是有效和准确的。

1 考虑测量误差影响的改进随机激励辨识动力学模型

1.1 传统的随机激励辨识方法

在随机振动理论中, 依据频域内功率谱密度矩阵之间的转换关系, 响应(输出)功率谱密度矩阵 S_{yy} 和激励(输入)功率谱密度矩阵 S_{ff} 之间的物理关系如下

$$S_{yy} = H^* S_{ff} H^T \quad (1)$$

其中: H^* 为频率响应函数矩阵 H 的共轭矩阵, H^T 为矩阵 H 的转置。

由响应功率谱密度矩阵 S_{yy} 各元素之间的关系可知其为 Hermite 矩阵, 根据 Hermite 矩阵的性

^{*} 国家自然科学基金资助项目(11372084)

收稿日期: 2019-03-27; 修回日期: 2019-05-31

质, \mathbf{S}_{yy} 可以表达为

$$\mathbf{S}_{yy} = \sum_{j=1}^r \lambda_j \boldsymbol{\varphi}_j \boldsymbol{\varphi}_j^H \quad (2)$$

其中: λ_j 和 $\boldsymbol{\varphi}_j$ 分别为矩阵 \mathbf{S}_{yy} 的第 j 阶特征值和特征向量; r 为矩阵 \mathbf{S}_{yy} 的秩; $\boldsymbol{\varphi}_j^H$ 为第 j 阶特征向量 $\boldsymbol{\varphi}_j$ 的共轭转置。

借助每一阶的特征对构建如下的虚拟响应^[9] $\tilde{\mathbf{y}}_j$

$$\tilde{\mathbf{y}}_j = \sqrt{\lambda_j} \boldsymbol{\varphi}_j e^{i\omega t} \quad (3)$$

其中: ω 为角频率; $e^{i\omega t}$ 为单位简谐激励。

响应功率谱密度矩阵 \mathbf{S}_{yy} 可以转变为

$$\mathbf{S}_{yy} = \sum_{j=1}^r \tilde{\mathbf{y}}_j \tilde{\mathbf{y}}_j^H \quad (4)$$

其中: $\tilde{\mathbf{y}}_j^H$ 为虚拟响应 $\tilde{\mathbf{y}}_j$ 的共轭转置。

上述原始的随机激励辨识方法不能很好地解决频率响应函数矩阵在结构共振频率附近的不适定性,因此在共振频率附近,识别出来的随机激励谱与真实激励谱相比有很大的波动和误差。

式(3)中构建的虚拟响应 $\tilde{\mathbf{y}}_j$ 可以看作由虚拟激励 $\tilde{\mathbf{f}}_j$ 所引起,它们之间的数学关系为

$$\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{f}}_j \quad (5)$$

其中:频率响应函数矩阵 \mathbf{H} 的维数是 $m \times n, m \geq n$ 。

式(5)两边同时乘以 \mathbf{H}^+ , 得到虚拟激励 $\tilde{\mathbf{f}}_j$ 为

$$\tilde{\mathbf{f}}_j = \mathbf{H}^+ \tilde{\mathbf{y}}_j \quad (6)$$

则激励功率谱密度矩阵 \mathbf{S}_{ff} 可由式(7)得到

$$\mathbf{S}_{ff} = \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{f}}_j \tilde{\mathbf{f}}_j^H \quad (7)$$

1.2 随机激励辨识结果的误差来源

Lee 等^[3]研究了频率响应函数的误差特征,对激励测定误差的影响进行了统计分析。笔者在此基础上研究了随机激励辨识结果的误差来源。

$\Delta \mathbf{H}$ 为试验测量得到的各个激励点与各个响应点之间的频率响应函数矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}$ 所包含的误差项, $\Delta \mathbf{S}_{yy}$ 为试验测量的响应功率谱密度矩阵 $\tilde{\mathbf{S}}_{yy}$ 所包含的误差项, $\Delta \mathbf{S}_{ff}$ 为辨识出的随机激励功率谱密度矩阵 $\tilde{\mathbf{S}}_{ff}$ 所包含的误差项,由此可得如下关系

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{S}}_{yy} = \mathbf{S}_{yy} + \Delta \mathbf{S}_{yy} \\ \tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \Delta \mathbf{H} \\ \tilde{\mathbf{S}}_{ff} = \mathbf{S}_{ff} + \Delta \mathbf{S}_{ff} \\ \tilde{\mathbf{S}}_{yy} = \tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{S}}_{ff} \tilde{\mathbf{H}}^T \end{cases} \quad (8)$$

其中: \mathbf{S}_{yy} 为无误差的响应功率谱密度矩阵; \mathbf{H} 为无误差的激励点与响应点之间的频率响应函数矩阵; \mathbf{S}_{ff} 为无误差的随机激励功率谱密度矩阵。

下面在随机激励辨识方法的基础上,同时考虑

实测频率响应函数矩阵误差 $\Delta \mathbf{H}$ 和实测的响应功率谱矩阵误差 $\Delta \mathbf{S}_{yy}$, 通过推演总结影响随机激励辨识精度的因素,提出提高辨识精度的方法。

频率响应函数矩阵 \mathbf{H} 的维数为 $m \times n$, 其中 m 为响应点的个数, n 为激励点的个数, $m \geq n$ 。根据矩阵分析理论可知, \mathbf{H} 的条件数的定义为

$$\text{cond}(\mathbf{H}) = \|\mathbf{H}\|_p \|\mathbf{H}^+\|_p \quad (9)$$

其中: $\|\cdot\|_p$ 为矩阵范数。

矩阵分析理论中矩阵各种范数之间是等价的,所以这里采用 2 范数进行计算,即 $p=2$ 。

式(8)中 $\tilde{\mathbf{S}}_{yy} = \tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{S}}_{ff} \tilde{\mathbf{H}}^T$ 两边同时左乘 $\tilde{\mathbf{H}}^{*+}$ 、右乘 $\tilde{\mathbf{H}}^{T+}$ 可得

$$\tilde{\mathbf{S}}_{ff} = \tilde{\mathbf{H}}^{*+} \tilde{\mathbf{S}}_{yy} \tilde{\mathbf{H}}^{T+} = \tilde{\mathbf{H}}^{*+} \mathbf{S}_{yy} \tilde{\mathbf{H}}^{T+} + \tilde{\mathbf{H}}^{*+} \Delta \mathbf{S}_{yy} \tilde{\mathbf{H}}^{T+} \quad (10)$$

由于 $\tilde{\mathbf{S}}_{ff} = \mathbf{S}_{ff} + \Delta \mathbf{S}_{ff}$ 且 $\mathbf{S}_{ff} = \mathbf{H}^{*+} \mathbf{S}_{yy} \mathbf{H}^{T+}$, 则

$$\tilde{\mathbf{S}}_{ff} = \mathbf{H}^{*+} \mathbf{S}_{yy} \mathbf{H}^{T+} + \tilde{\mathbf{H}}^{*+} (\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{yy}) \tilde{\mathbf{H}}^{T+} \quad (11)$$

其中: $\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}}$ 包含频率响应函数测量误差信息和响应测量误差信息。

辨识出的随机激励功率谱密度矩阵 $\tilde{\mathbf{S}}_{ff}$ 所包含的误差项 $\Delta \mathbf{S}_{ff}$ 可表示为

$$\Delta \mathbf{S}_{ff} = \tilde{\mathbf{H}}^{*+} (\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{yy}) \tilde{\mathbf{H}}^{T+} \quad (12)$$

对式(1)和式(12)同取矩阵 2 范数,根据 2 范数的性质 $\|\mathbf{A}\mathbf{B}\| \leq \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{B}\|$ 可得

$$\|\mathbf{S}_{yy}\| = \|\mathbf{H}^*\| \|\mathbf{S}_{ff}\| \|\mathbf{H}^T\| \quad (13)$$

$$\|\Delta \mathbf{S}_{ff}\| \leq \|\tilde{\mathbf{H}}^{*+}\| \|(\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{yy})\| \|\tilde{\mathbf{H}}^{T+}\| \quad (14)$$

式(13)乘以式(14)

$$\|\Delta \mathbf{S}_{ff}\| \|\mathbf{S}_{yy}\| \leq \|\mathbf{H}^*\| \|\tilde{\mathbf{H}}^{*+}\| \|\mathbf{S}_{ff}\| \cdot$$

$$\|(\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{yy})\| \|\tilde{\mathbf{H}}^{T+}\| \|\mathbf{H}^T\| \quad (15)$$

式(15)两边同时除以 $\|\mathbf{S}_{yy}\| \|\mathbf{S}_{ff}\|$, 则识别出的随机激励的相对误差可表达成

$$\frac{\|\Delta \mathbf{S}_{ff}\|}{\|\mathbf{S}_{ff}\|} \leq \|\mathbf{H}^*\| \|\tilde{\mathbf{H}}^{*+}\| \|\tilde{\mathbf{H}}^{T+}\| \|\mathbf{H}^T\| \cdot \frac{\|(\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{yy})\|}{\|\mathbf{S}_{yy}\|} \quad (16)$$

根据式(9)条件数的基本定义 $\begin{cases} \text{cond}(\tilde{\mathbf{H}}^*) = \tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{H}}^{*+} \\ \text{cond}(\tilde{\mathbf{H}}^T) = \tilde{\mathbf{H}}^T \tilde{\mathbf{H}}^{T+} \end{cases}$, 式(16)可转变为

$$\frac{\|\Delta \mathbf{S}_{ff}\|}{\|\mathbf{S}_{ff}\|} \leq \text{cond}(\tilde{\mathbf{H}}^*) \text{cond}(\tilde{\mathbf{H}}^T) \frac{\|\mathbf{H}^*\|}{\|\tilde{\mathbf{H}}^*\|} \cdot \frac{\|\mathbf{H}^T\|}{\|\tilde{\mathbf{H}}^T\|} \frac{\|(\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{yy})\|}{\|\mathbf{S}_{yy}\|} \quad (17)$$

对式(17)进行分析,激励辨识的误差 $\frac{\|\Delta \mathbf{S}_{ff}\|}{\|\mathbf{S}_{ff}\|}$

不仅与实测的频率响应函数矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的条件数 $\text{cond}(\tilde{\mathbf{H}}^*)$ 及 $\text{cond}(\tilde{\mathbf{H}}^T)$ 有关,同时还和 $\frac{\|\Delta \mathbf{S}_{\text{composite}} + \Delta \mathbf{S}_{\text{yy}}\|}{\|\mathbf{S}_{\text{yy}}\|}$ 有关。因此,可以通过以下

途径来提高随机激励辨识精度:①规范试验操作,利用数据采集与分析系统中的平均和滤波等手段来提高实测数据的信噪比;②通过数学手段来抑制和减小频率响应函数矩阵的条件数对随机激励辨识算法的影响。

1.3 提高随机激励辨识精度的方法

针对上述提高随机激励辨识精度的第2个途径,考虑引入系数矩阵 \mathbf{Z} 来减小 \mathbf{ZH} 的条件数,但同时又得抑制频率响应函数矩阵的条件数对随机激励辨识算法的影响,提高激励辨识精度。文献[10-12]讨论了引入系数矩阵的合理选择和相关原则。对式(5)两侧同时左乘系数矩阵 \mathbf{Z} ,可得

$$\tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{ZH}\tilde{\mathbf{f}}_j \quad (18)$$

根据 Presezniak 等^[13]的研究,式(18)中系数矩

阵 \mathbf{Z} 为对角阵形式, $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_n \end{pmatrix}$,通过对

代价函数的最小化取值来确定最精确的声源位置,并且提出了系数矩阵对角线元素 α_i 按照式(19)来取值的思路

$$\|\mathbf{P}\|_p^p = \left(\sum_{i=1}^n |P_i|^p \right)^{1/p} \quad (19)$$

系数矩阵 \mathbf{Z} 可以有很多不同的选择思路,只要能抑制频率响应函数矩阵 \mathbf{H} 对随机激励辨识结果的影响就可以。

笔者将此思想应用到提高随机激励辨识精度的方法中,并且经过多次尝试性计算,最终确定式(19)中 $p=2$ 满足算法的需求,既抑制了频率响应函数矩阵的条件数对辨识算法的影响,又提高了辨识精度。系数矩阵 \mathbf{Z} 的对角线元素 α_i 选取方式为

$$\alpha_i = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^m |\mathbf{H}_{ij}|^2}} \quad (20)$$

虚拟激励 $\tilde{\mathbf{f}}_j$ 为

$$\tilde{\mathbf{f}}_j = (\mathbf{ZH})^+ \tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{y}}_j \quad (21)$$

因此,激励功率谱密度矩阵 \mathbf{S}_{ff} 可以由虚拟激励 $\tilde{\mathbf{f}}_j$ 表达为

$$\mathbf{S}_{ff} = \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{f}}_j \tilde{\mathbf{f}}_j^H = \sum_{j=1}^m (\mathbf{ZH})^+ \tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{y}}_j ((\mathbf{ZH})^+ \tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{y}}_j)^H = \mathbf{H}^{+*} \mathbf{S}_{\text{yy}} \mathbf{H}^{+T} \quad (22)$$

2 数值仿真

2.1 数值仿真过程

以悬臂梁结构为研究对象,验证方法的有效性。利用 Patran/Nastran 有限元软件进行建模和分析。仿真所用的悬臂梁模型见图1,悬臂梁长为0.9 m,宽为0.05 m,厚度为0.009 m,密度为7 800 kg/m³,弹性模量为200 GPa,泊松比为0.3,结构阻尼系数为0.05。将其划分为10个单元,节点编号从左端固定端到右端自由端依次为1~11。建模完成后对悬臂梁模型进行模态分析,得到其前3阶固有频率如表1所示。

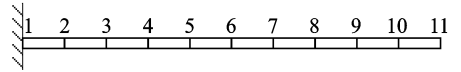


图1 悬臂梁示意图

Fig. 1 Diagram of cantilever beam structure

表1 悬臂梁前3阶固有频率

Tab. 1 The first three natural frequencies of cantilever beam

Hz		
1阶固有频率	2阶固有频率	3阶固有频率
9.7	48	115

悬臂梁结构数值仿真验证步骤如下:

- 1) 频率响应函数信息的获取,建模完成后首先进行频响分析,得到各个激励点(第4点和第8点)与各个响应点(第5,7,8和11点)之间的频响关系;
- 2) 响应信息的获取,在第4和第8点同时施加随机激励,得到第5,7,8和11点的随机响应;
- 3) 随机激励辨识,利用笔者提出的算法进行随机激励的辨识,识别结果与传统的逆虚拟激励法进行比较。

算法流程如图2所示。

2.2 数值仿真结果分析

第4和第8点的随机激励识别结果对比如图3、图4所示,其传统逆虚拟激励法、引入系数矩阵方法与真实的激励谱在固有频率处的数值对比如表2、表3所示。

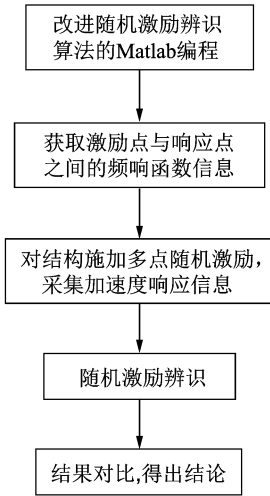


图2 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of improved method

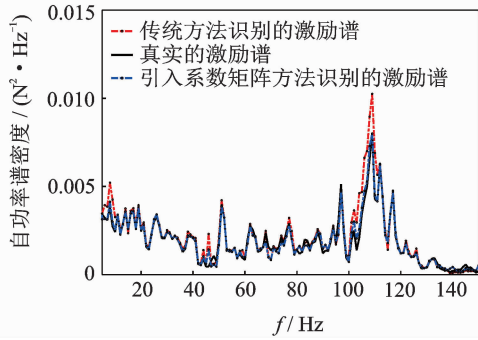


图3 第4点激励自功率谱密度对比

Fig. 3 Comparison of excitation 4's power spectral density

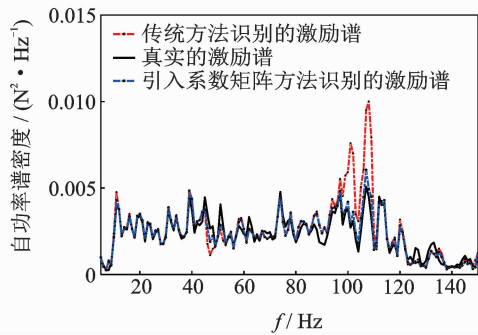


图4 第8点激励自功率谱密度对比

Fig. 4 Comparison of excitation 8's power spectral density

表2 第4点激励识别结果对比

Tab. 2 Comparison of identification results at excitation 4

N ² /Hz			
频率阶数	传统方法	真实激励谱	引入系数矩阵方法
1阶固有频率	0.002 38	0.002 10	0.002 18
2阶固有频率	0.001 59	0.001 63	0.001 63
3阶固有频率	0.009 50	0.005 09	0.006 06

表3 第8点激励识别结果对比

Tab. 3 Comparison of identification results at excitation 8

N ² /Hz			
频率阶数	传统方法	真实激励谱	引入系数矩阵方法
1阶固有频率	0.003 26	0.002 42	0.002 47
2阶固有频率	0.004 22	0.003 99	0.003 87
3阶固有频率	0.010 25	0.004 98	0.006 48

从第4和第8点随机激励的识别结果可以看出,相比于传统逆虚拟激励法,引入系数矩阵的改进方法在前3阶固有频率附近都不同程度地降低了与真实激励谱之间的误差。该悬臂梁结构随机激励辨识的数值仿真结果证明了笔者提出方法的可行性和有效性。

3 试验验证

3.1 试验介绍

以复合板结构为研究对象,验证方法的有效性。复合板多点随机振动试验结构示意图如图5所示。复合板结构的铝板层和复合材料层通过胶水粘接,复合材料层的分层情况如图6所示,复合板结构的几何参数和材料参数如表4~7所示。试验采用多输入多输出工况,采样频率为1 600 Hz。板结构的铝板层和电磁激振器通过螺栓紧固。试验采用LMS公司振动控制与测试系统作为激励源和数据采集仪,由于笔者提出的算法只研究低频随机激励辨识,所以数据采集时采用低通滤波降噪方法来降低中高频噪声对信号的影响。

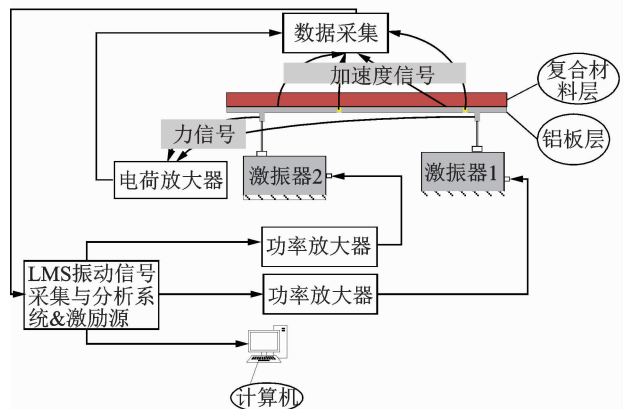


图5 试验结构示意图

Fig. 5 Diagrammatic sketch of test structure

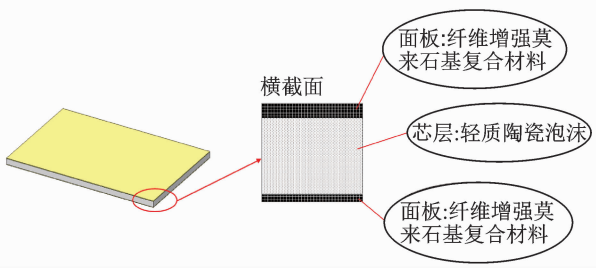


图 6 复合材料三明治板分层示意图

Fig. 6 Hierarchical schematic diagram of composite sandwich plate

表 4 铝板层参数(参考温度为 25℃)

Tab. 4 Parameters of Aluminum plate delamination (25℃)

长度/ m	宽度/ m	厚度/ m	密度/ (kg · m ⁻³)	弹性模量/ GPa	泊松比
0.4	0.35	0.003	2 700	70	0.33

表 5 复合材料板三维参数

Tab. 5 3D parameters of composite sandwich plate

长度/m	宽度/m	厚度/m
0.4	0.214	0.011

表 6 面板层的材料参数(参考温度为 25℃)

Tab. 6 Parameters of face plate delamination (25℃)

E_x / GPa	E_y / GPa	E_z / GPa	ν_{xy}	ν_{yz}	ν_{zx}	G_{xy} / GPa	G_{yz} / GPa	G_{zx} / GPa
10.6	6.72	5.0	0.3	0.4	0.4	2.44	1.20	1.20

表 7 芯层参数(参考温度为 25℃)

Tab. 7 Parameters of sandwich delamination (25℃)

密度/(kg · m ⁻³)	弹性模量/GPa	泊松比
320	0.232	0.2

面板层的纤维增强莫来石基复合材料的密度为 1 580 kg/m³。

3.2 试验过程

复合板结构多点随机振动验证试验步骤如下:

1) 频率响应函数信息的获取,每一个激振器单独激励板结构,同时采集各个响应点与该激励点之间的频响信息,传感器的布置如图 7 所示,各个点的坐标如表 8 所示,复合板的前 2 阶固有频率通过模态试验获取,见表 9;

2) 响应信息的获取,2 个激振器位置保持不变,同时激励复合板结构,采集结构的加速度响应信息;

3) 随机激励辨识,利用笔者提出的算法进行随机激励的辨识,识别结果与传统的逆虚拟激励法进行比较。

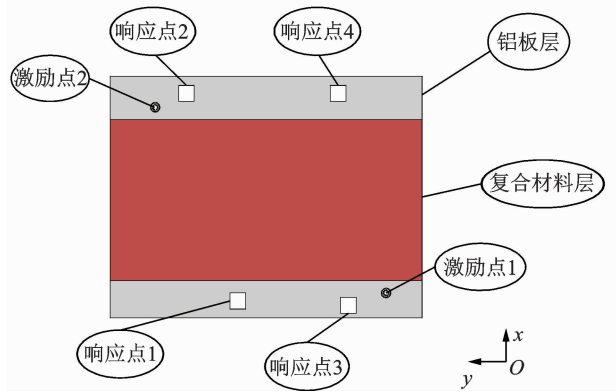


图 7 测点布置图

Fig. 7 Location of measuring points

表 8 测点坐标

Tab. 8 Measuring points' coordinates

激励点/cm	1(4.2, 4.6)	2(28.8, 33.8)	—	—
响应点/cm	1(2.5, 24)	2(32, 30.9)	3(1.7, 8.9)	4(31.2, 9.7)

表 9 复合板前 2 阶固有频率

Tab. 9 The first two natural frequencies of the composite material plate

Hz	
1 阶固有频率	2 阶固有频率
32	110

3.3 试验结果分析

为了证明引入系数矩阵的有效性,将未引入系数矩阵 Z 和引入系数矩阵 Z 条件数进行对比,如图 8 所示。表 10 为引入系数矩阵前后在固有频率处频率响应函数矩阵条件数的数值对比。从图 8 和表 10 可以看出,引入系数矩阵后在固有频率处频响函数矩阵的条件数有明显减小。响应点 1 的自功率谱密度如图 9 所示,在 1 阶固有频率 32 Hz 附近和 2 阶固有频率 110 Hz 附近有明显的峰值,与模态试验结果吻合。

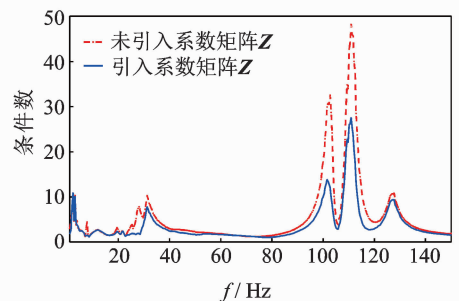


图 8 引入系数矩阵前后条件数对比

Fig. 8 Comparison of condition numbers before and after introducing coefficient matrix

表 10 引入系数矩阵前后固有频率处条件数对比

Tab. 10 Comparison of condition numbers at natural frequencies before and after introducing coefficient matrix

状态	1 阶频率 32 Hz 处	2 阶频率 110 Hz 处
未引入系数矩阵	8.601 9	42.724 0
引入系数矩阵	6.546 9	26.077 6

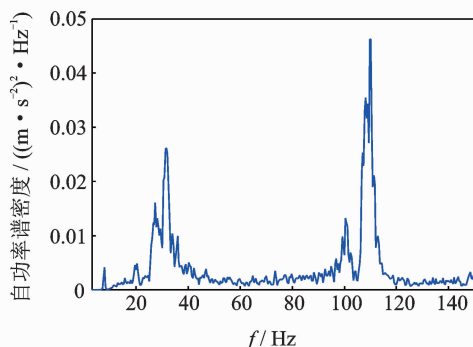


图 9 响应点 1 的自功率谱密度

Fig. 9 Power spectral density of response 1

激励点 1, 2 的识别结果对比分别如图 10、图 11 所示, 其传统逆虚拟激励法、引入系数矩阵方法与实测激励谱在固有频率处的数值对比分别如表 11、表 12 所示。

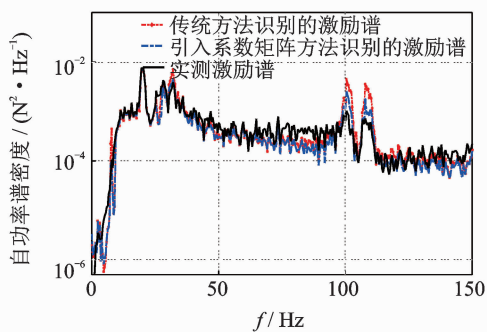


图 10 激励点 1 自功率谱密度对比

Fig. 10 Comparison of excitation 1's power spectral density

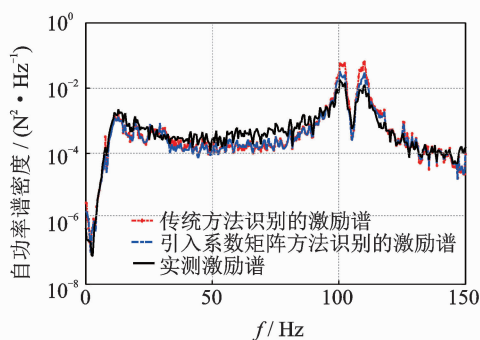


图 11 激励点 2 自功率谱密度对比

Fig. 11 Comparison of excitation 2's power spectral density

表 11 激励点 1 识别结果对比

Tab. 11 Comparison of identification results at excitation 1

频率阶数	传统方法	引入系数 矩阵方法	实测 激励谱
1 阶固有频率	0.007 0	0.004 4	0.003 9
2 阶固有频率	0.001 8	0.001 0	0.000 5

表 12 激励点 2 辨识结果对比

Tab. 12 Comparison of identification results at excitation 2

频率阶数	传统方法	引入系数 矩阵方法	实测 激励谱
1 阶固有频率	0.000 36	0.000 33	0.000 27
2 阶固有频率	0.065 00	0.030 30	0.012 70

从图 10 和表 11 激励点 1 的识别结果可以看出, 相比于传统逆虚拟激励法, 引入系数矩阵的改进方法在 1 阶和 2 阶固有频率处都降低了与实测激励谱之间的误差, 改进方法的识别结果在 1 阶固有频率处与实测激励谱更为接近。

从图 11 和表 12 激励点 2 的识别结果可以看出, 在 1 阶固有频率处这两种方法的识别结果差别不大, 都与实测激励谱较为吻合; 相比于传统逆虚拟激励法, 引入系数矩阵的改进方法在 2 阶固有频率处明显降低了与实测激励谱之间的误差。

4 结束语

在传统逆虚拟激励方法的基础上引入实际工程中存在的模型测量误差和响应测量误差, 推演分析出了影响随机激励辨识精度的因素。通过引入对角阵形式的系数矩阵 Z , 减弱了频率响应函数矩阵条件数对激励辨识结果的不良影响, 并通过多次尝试选定了系数矩阵 Z 对角线元素的取值方式。利用悬臂梁结构进行了数值仿真, 利用复合板结构进行了多点随机振动试验验证, 通过与逆虚拟激励法辨识结果相比较, 本研究提出的改进方法识别精度更高, 在低频段固有频率附近有效降低了与真实激励谱之间的误差。

参 考 文 献

- [1] STARKEY J M, MERRILL G L. On the ill-conditioned nature of indirect force measurement techniques [J]. International Journal of Analytic and Experimen-

- tal Modal Analysis, 1989, 4(3): 103-108.
- [2] HANSON M, STARKEY J M. On predicting and improving the condition of modal model based indirect force measurement algorithms [C] // Proceedings of the 8th IMAC. Florida: IMAC, 1990: 115-120.
- [3] LEE H, PARK Y S. Error analysis of indirect force determination and a regularisation method to reduce force determination error [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1995, 9(6): 615-633.
- [4] LIU Y, SHEPARD JR W S. Dynamic force identification based on enhanced least squares and total least-squares schemes in the frequency domain [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 282: 37-60.
- [5] ZHANG E, ANTONI J, FEISSEL P. Bayesian force reconstruction with an uncertain model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(4): 798-814.
- [6] 毛玉明, 陈建, 刘靖华. 考虑模型误差的动载荷反演问题研究 [J]. 振动与冲击, 2012, 31(24): 16-19.
MAO Yuming, CHEN Jian, LIU Jinghua. Dynamic loading estimation problem with structural model errors [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(24): 16-19. (in Chinese)
- [7] 姜金辉, 徐菁, 张方, 等. Wilson- θ 反分析法的动载荷识别精度的若干问题 [J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(5): 782-788.
JIANG Jinhui, XU Jing, ZHANG Fang, et al. Accuracy of the load identification based on inverse analysis of wilson- θ method [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(5): 782-788. (in Chinese)
- [8] LU Zhongrong, ZHOU Junxian, WANG Li. On choice and effect of weight matrix for response sensitivity-based damage identification with measurement and model errors [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 114: 1-24.
- [9] 李东升, 郭杏林. 逆虚拟激励法随机载荷识别试验研究 [J]. 工程力学, 2004, 21(2): 134-139.
LI Dongsheng, GUO Xinglin. Experimental random loading identification using inverse pseudo excitation method [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(2): 134-139. (in Chinese)
- [10] JIA You, YANG Zhichun, GUO Ning, et al. Random dynamic load identification based on error analysis and weighted total least squares method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 358(3): 111-123.
- [11] GOVERS Y, LINK M. Stochastic model updating - covariance matrix adjustment from uncertain experiment modal data [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24: 696-706.
- [12] SILVA T A N, MAIA N M M, LINK M, et al. Parameter selection and covariance updating [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 70/71: 269-283.
- [13] PRESEZNIAK F, ZAVALA P A G, STEENACKERS G, et al. Acoustic source identification using a generalized weighted inverse beamforming technique [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 32: 349-358.



第一作者简介:盖晓男,男,1989年10月生,博士生。主要研究方向为随机动载荷识别方法及工程应用。

E-mail: gaixiaonan@aliyun.com