

移动荷载作用下 TI 饱和半空间动力响应分析^{*}

梁建文^{1,2}, 吴孟桃^{1,2}, 巴振宁^{1,2}

(1. 天津大学土木工程系 天津,300350) (2. 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室 天津,300350)

摘要 列车运行产生的周围地基振动对列车运行安全以及周边环境振动有着重要的影响,其实质是移动荷载产生的应力波在地基中的传播问题。基于 Biot 流体饱和多孔介质模型,给出了移动荷载作用下横观各向同性(transversely isotropic,简称 TI)饱和半空间动力响应的求解方法。首先,将 Biot 方程转换到频率-波数域中,通过坐标变换将方程解耦为平面内部分和出平面部分;其次,通过势函数方法求解平面内和平面外波动方程;最后,将移动荷载代入,其解可表示为对频率和单一波数的双重 Fourier 积分。与已有文献的结果进行了比较,验证了方法的正确性。开展了数值计算分析,讨论了荷载移动速度和 TI 介质参数等对半空间动力响应的影响,研究结论为列车荷载诱发复杂场地的振动控制技术提供了一定的理论依据。

关键词 移动荷载; 饱和多孔介质; 横观各向同性; 半空间; 动力响应

中图分类号 U211.3; TU435

引言

近年来,高速列车作为一种高效、经济、环保的运输手段,在许多国家得到了重视和发展,其在缓解交通压力的同时也极大地促进了沿线地区经济的发展;然而列车运行路线会不可避免地邻近或穿越居民区及工业区,由此产生的振动给沿线居民生活和精密仪器工作带来了不容忽视的影响^[1]。列车运行产生的周围地基振动问题已成为交通工程和土木工程的热点研究课题,相关研究对于列车安全运行的保障以及周边环境振动的评估与控制有着重要的意义。

移动列车荷载作用下地基的动力响应问题,实质上是列车运行产生的应力波在地基中的传播问题,属于波动问题的范畴。对此问题的研究较为合理的简化是某一形式的荷载在半无限介质表面移动时,半无限介质中产生的动力响应。Sneddon^[2]采用积分变换方法研究了“亚音速”移动线荷载作用下半空间的稳态动力响应问题。Cole 等^[3]进一步采用复变函数法给出了“跨音速”和“超音速”下半空间动力响应解。文献[4-5]研究了简谐移动点源、线源和面源作用于弹性半空间表面时,半空间的动力响

应问题。Barros 等^[6-7]给出了层状弹性半空间中表面和埋置移动集中荷载的动力格林影响函数。边学成等^[8]运用传递矩阵法和欧拉梁模型研究了移动荷载作用下分层地基响应特性。巴振宁等^[9]采用间接边界元方法研究了层状地基-轨道耦合系统在移动列车荷载作用下的动力响应问题。考虑到很多高速铁路规划建设在沿海地区,诸多学者研究了半无限饱和地基在列车移动荷载作用下的动力响应问题。文献[10-11]求得了均匀饱和半空间在移动线荷载作用下应力和孔隙水压的动力格林影响函数,并分析了饱和半空间与弹性半空间的差异。文献[12-15]研究了均匀饱和半空间上欧拉梁在移动列车荷载作用下的动力响应问题。Lu 等^[16]采用积分变换方法研究了饱和半空间表面移动集中荷载动力响应。胡安峰等^[17]利用 Fourier 变换和传递反射矩阵法(transmission and reflection matrices,简称 TRM)研究了成层饱和地基在埋置移动荷载作用下的动力响应。

以上研究均基于各向同性介质假定,然而沉积风化作用会使得土体的水平与竖向弹性性质产生一定的差异,将土体描述为横观各向同性介质更为符合实际情况。Ba 等^[18]采用直接刚度法研究了层状 TI 半空间中表面或埋置移动集中荷载作用下的动

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51778413,51578373);天津市研究生科研创新资助项目(2019YJSB176)
收稿日期:2019-01-17;修回日期:2019-02-28

力响应。孙宏磊等^[19]利用半解析法对移动条形荷载作用下 TI 饱和介质的二维动力响应问题进行了研究。叶俊能^[20]构建了列车荷载-轨道系统-双层状横观各向同性饱和地基模型,研究了 TI 饱和地基的二维动力响应。然而,目前关于 TI 饱和地基在移动荷载作用下的三维动力响应研究仍鲜有报道。

鉴于以上分析,笔者基于 Biot 流体饱和和多孔介质模型,结合 TI 饱和介质本构方程和协调方程,求解了 TI 饱和半空间地基在移动荷载作用下的动力响应问题,并研究了介质的各向异性参数和荷载移动速度等对动力响应的影响。首先,对计算模型和求解方法进行了介绍,通过与已有结果的比较验证了方法的正确性;其次,开展数值计算并进行了参数分析;最后,给出了一些有益的结论。

1 模型和计算方法

如图 1 所示,一移动正方形均布荷载作用于 TI 饱和半空间表面。正方形荷载边长为 2Δ ,移动速度为 c ,沿 y 轴方向移动,荷载包括作用于土骨架上的沿 x, y 和 z 方向的均布力以及孔隙水压。半空间介质为考虑地基材料 TI 特性的 Biot 流体饱和和多孔介质模型。

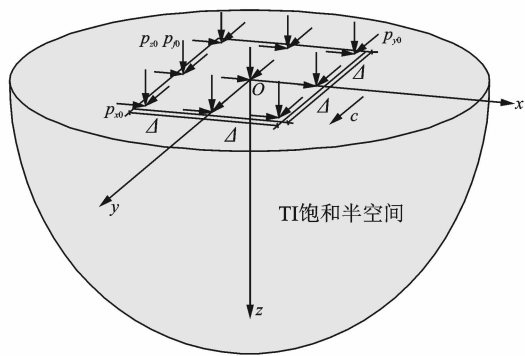


图 1 TI 饱和半空间表面移动矩形均布荷载

Fig.1 Model of TI saturated half-space under moving square distributed loads

首先,将 $u-p$ 形式(时间-空间域)的波动方程经由 Fourier 变换到频率-波数域内;其次,通过坐标变换将频率-波数域内的三维(3D)波动方程解耦为平面外运动(SH 波控制部分)和出平面运动(qP1-qP2-qSV 波控制部分),进而采用势函数方法,分别求解平面外和平面内波动方程;然后,经由混合边值条件,确定半空间内上下行波的幅值系数,进而求得频率-波数域内动力响应;最后,经由 Fourier 逆变换,将解答转换到时间-空间域内。

1.1 TI 饱和和多孔介质波动方程及其解

直角坐标系下,固相和液相的动力平衡方程^[21]可表示为

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i + \rho_l \ddot{w}_i \quad (1)$$

$$-p_{,i} = \rho_i \ddot{u}_i + m_{ij} \ddot{w}_j + r_{ij} \ddot{w}_j \quad (2)$$

其中: σ_{ij} 为总应力分量; p 为孔压; u_i 和 w_i ($i=x, y, z$)为土骨架和流体相对于土骨架的位移; $\rho = (1-\phi)\rho_s + \phi\rho_l$ 为混合密度, ρ_s 和 ρ_l 分别为土骨架和流体的质量密度, ϕ 为孔隙率; $m_j = a_{\infty j}\rho_l/\phi$, $r_j = \eta/k_j$ ($j=1, 2, 3$)为 Biot 理论中引入的常数, $a_{\infty j}$ 和 k_j ($j=1, 2, 3$)为沿 3 个坐标方向的动力弯曲度和动力渗透系数, η 为孔隙流体动力黏滞系数。

在以竖轴(z 轴)为对称轴的 TI 介质中, $m_1 = m_2$, $r_1 = r_2$, $a_{\infty 1} = a_{\infty 2}$, $k_1 = k_2$ 。

TI 饱和和多孔介质的本构方程可表示为

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \alpha_1 p \\ \sigma_{yy} = c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \alpha_1 p \\ \sigma_{zz} = c_{13} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + c_{33} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \alpha_3 p \\ \sigma_{yz} = c_{44} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \sigma_{zx} = c_{44} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \sigma_{xy} = c_{66} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (3)$$

$$\partial p = \alpha_1 \frac{\partial u_x}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\partial u_y}{\partial y} + \alpha_3 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial w_x}{\partial x} - \frac{\partial w_y}{\partial y} - \frac{\partial w_z}{\partial z} \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} \vartheta = \frac{1-\phi}{k_s} + \frac{\phi}{k_l} - \frac{4c_{11} - 4c_{66} + 4c_{13} + c_{33}}{9k_s^2} \\ \alpha_1 = - \left(1 - \frac{2c_{11} - 2c_{66} + c_{13}}{3k_s} \right) \\ \alpha_3 = - \left(1 - \frac{2c_{13} + c_{33}}{3k_s} \right) \end{cases} \quad (5)$$

其中: k_s 和 k_l 分别为土骨架和流体的体积模量; c_{11} , c_{12} , c_{13} , c_{33} , c_{44} 和 $c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2$ 为 TI 介质土骨架的弹性常数。

实际工程中,常用 5 个工程常数代替弹性常数,分别为水平和竖向弹性模量 E_h 和 E_v 、泊松比 μ_h 和 μ_{hv} 以及竖向剪切模量 G_v ,工程常数和弹性常数之间的转换关系可参考文献[17]。

将式(3)和式(4)代入式(1)和式(2),并进行关于时间和空间坐标的 Fourier 变换,得到频率-波数

域内 u - p 格式的控制方程为

$$\begin{cases} \left(\rho_1^* \omega^2 - c_{11} k_x^2 - c_{66} k_y^2 + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}_x - (c_{11} - c_{66}) k_x k_y \tilde{u}_y - \\ (c_{13} + c_{44}) i k_x \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial z} - i k_x (\alpha_1 + \rho_l \beta_1 \omega^2) \tilde{p} = 0 \\ \left(\rho_1^* \omega^2 - c_{66} k_x^2 - c_{11} k_y^2 + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}_y - (c_{11} - c_{66}) k_x k_y \tilde{u}_x - \\ (c_{13} + c_{44}) i k_y \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial z} - i k_y (\alpha_1 + \rho_l \beta_1 \omega^2) \tilde{p} = 0 \\ \left(\rho_3^* \omega^2 - c_{44} k_x^2 - c_{44} k_y^2 + c_{33} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}_z - (c_{13} + c_{44}) i k_x \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial z} - \\ (c_{13} + c_{44}) i k_y \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial z} + (\alpha_3 + \rho_l \beta_3 \omega^2) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} = 0 \\ \left(\vartheta - \beta_1 k_x^2 - \beta_1 k_y^2 + \beta_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{p} + i k_x (\alpha_1 + \rho_l \beta_1 \omega^2) \tilde{u}_x + \\ i k_y (\alpha_1 + \rho_l \beta_1 \omega^2) \tilde{u}_y - (\alpha_3 + \rho_l \beta_3 \omega^2) \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \tilde{w}_x = -\beta_1 (i k_x p + \rho_l \omega^2 \tilde{u}_x) \\ \tilde{w}_y = -\beta_1 (i k_y p + \rho_l \omega^2 \tilde{u}_y) \\ \tilde{w}_z = -\beta_3 \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_l \omega^2 \tilde{u}_z \right) \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\beta_1 = 1/(m_1 \omega^2 - i \omega r_1)$; $\beta_3 = 1/(m_3 \omega^2 - i \omega r_3)$; k_x 和 k_y 为相对于坐标 x 和 y 的波数; ω 为相对于时间 t 的圆频率。

为求解式(6),引入辅助坐标系 (x', y', z') , 其中 x' 相对应的波数为 $k = k_x \vec{i} + k_y \vec{j}$ 。坐标系 (x, y, z) 和坐标系 (x', y', z') 变量之间的关系为

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}_x \\ \tilde{u}_y \\ \tilde{u}_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x/k & 0 & -k_y/k \\ k_y/k & 0 & k_x/k \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}'_x \\ \tilde{u}'_z \\ \tilde{u}'_y \end{Bmatrix} \quad (8a)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{w}_x \\ \tilde{w}_y \\ \tilde{w}_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x/k & 0 & -k_y/k \\ k_y/k & 0 & k_x/k \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{w}'_x \\ \tilde{w}'_z \\ \tilde{w}'_y \end{Bmatrix} \quad (8b)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\tau}_{zx} \\ \tilde{\tau}_{zy} \\ \tilde{\sigma}_z \\ \tilde{p} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x/k & 0 & 0 & -k_y/k \\ k_y/k & 0 & 0 & k_x/k \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\tau}'_{zx} \\ \tilde{\sigma}'_z \\ \tilde{p}' \\ \tilde{\tau}'_{zy} \end{Bmatrix} \quad (9a)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_x \\ \tilde{\sigma}_y \\ \tilde{\tau}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}'_x \\ \tilde{\sigma}'_y \\ \tilde{\tau}'_{xy} \end{Bmatrix} - 2i k_y c_{66} \begin{Bmatrix} -\tilde{u}_y \\ \tilde{u}_x \end{Bmatrix} \quad (9b)$$

将式(8)和式(9)代入式(6),可将式(6)分解为平面内运动和平面外运动部分,如式(10)和式(11)所示

$$\begin{cases} \left(\rho_1^* \omega^2 - c_{11} k^2 + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}'_x - i k (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial \tilde{u}'_z}{\partial z} = \\ i k (\rho_l \beta_1 \omega^2 + \alpha_1) \tilde{p}' \\ \left(\rho_3^* \omega^2 - c_{44} k^2 + c_{33} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}'_z - i k (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial \tilde{u}'_x}{\partial z} = \\ - (\rho_l \beta_3 \omega^2 + \alpha_3) \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial z} \\ - i k (\alpha_1 + \rho_l \beta_1 \omega^2) \tilde{u}'_x + (\alpha_3 + \rho_l \beta_3 \omega^2) \frac{\partial \tilde{u}'_z}{\partial z} = \\ \left(\vartheta - \beta_1 k^2 + \beta_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{p}' \\ \left(\rho_1^* \omega^2 - c_{66} k^2 + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}'_y = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \left(\rho_1^* \omega^2 - c_{66} k^2 + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{u}'_y = 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\rho_1^* = \rho - \beta_1 \rho_l \omega^2$; $\rho_3^* = \rho - \beta_3 \rho_l \omega^2$ 。

引入势函数方法,分别求解式(10)和式(11)可得

$$\begin{cases} \tilde{u}'_x(k, z, x') = -(\chi_1 B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_2 B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_3 B_3 e^{-\lambda_3 z}) e^{-ikx'} \\ \tilde{u}'_z(k, z, x') = (\chi_4 B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_5 B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_6 B_3 e^{-\lambda_3 z}) e^{-ikx'} \\ \tilde{p}'(k, z, x') = -(\chi_7 B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_8 B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_9 B_3 e^{-\lambda_3 z}) e^{-ikx'} \end{cases} \quad (12)$$

$$\tilde{u}'_y(k, z, x') = B_4 e^{-\lambda_4 z} e^{-ikx'} \quad (13)$$

其中: B_1, B_2, B_3 和 B_4 为由界面、边界和无穷远辐射条件确定的上下行波系数; λ_1, λ_2 和 λ_3 为式(10)和式(11)的根。

$\chi_1 \sim \chi_9$ 的具体表达式为

$$\begin{cases} \chi_1 = ik\lambda_1 [b_4 (b_8 + \beta_3 \lambda_1^2) + b_6 b_7] \\ \chi_2 = ik\lambda_2 [b_4 (b_8 + \beta_3 \lambda_2^2) + b_6 b_7] \\ \chi_3 = ik\lambda_3 [b_4 (b_8 + \beta_3 \lambda_3^2) + b_6 b_7] \\ \chi_4 = (b_8 + \beta_3 \lambda_1^2) (b_1 + c_{44} \lambda_1^2) - b_6^2 k^2 \\ \chi_5 = (b_8 + \beta_3 \lambda_2^2) (b_1 + c_{44} \lambda_2^2) - b_6^2 k^2 \\ \chi_6 = (b_8 + \beta_3 \lambda_3^2) (b_1 + c_{44} \lambda_3^2) - b_6^2 k^2 \\ \chi_7 = \lambda_1 [b_7 (b_1 + c_{44} \lambda_1^2) + b_4 b_6 k^2] \\ \chi_8 = \lambda_2 [b_7 (b_1 + c_{44} \lambda_2^2) + b_4 b_6 k^2] \\ \chi_9 = \lambda_3 [b_7 (b_1 + c_{44} \lambda_3^2) + b_4 b_6 k^2] \end{cases}$$

将式(12)和式(13)代入式(8)和式(9),得

$$\begin{cases} \tilde{u}_x(k_x, k_y, z, x) = -(\chi_1 k_x B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_2 k_x B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_3 k_x B_3 e^{-\lambda_3 z} + B_4 k_y e^{-\lambda_4 z}) e^{-ik_x x - ik_y y} / k \\ \tilde{u}_y(k_x, k_y, z, x) = -(\chi_1 k_y B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_2 k_y B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_3 k_y B_3 e^{-\lambda_3 z} - B_4 k_x e^{-\lambda_4 z}) e^{-ik_x x - ik_y y} / k \\ \tilde{u}_z(k_x, k_y, z, x) = (\chi_4 B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_5 B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_6 B_3 e^{-\lambda_3 z}) e^{-ik_x x - ik_y y} \\ \tilde{p}(k_x, k_y, z, x) = -(\chi_7 B_1 e^{-\lambda_1 z} + \chi_8 B_2 e^{-\lambda_2 z} + \\ \chi_9 B_3 e^{-\lambda_3 z}) e^{-ik_x x - ik_y y} \end{cases} \quad (14)$$

1.2 移动荷载下 TI 饱和半空间动力响应

假定沿 x, y 和 z 方向均布荷载以及孔隙水压的密度分别为 p_{x0}, p_{y0}, p_{z0} 和 p_{f0} , 则荷载和孔压在时间-空间域内可表示为

$$\{p_x(x,y,t), p_y(x,y,t), p_z(x,y,t), p_f(x,y,t)\}^T = \{p_{x0}, p_{y0}, p_{z0}, p_{f0}\}^T \delta(y-ct) (|x| \leq \Delta; |y-ct| \leq \Delta) \tag{15}$$

对式(15)进行 Fourier 变换得频率-波数域内的幅值为

$$\{\tilde{p}_x(k_x, k_y, \omega), \tilde{p}_y(k_x, k_y, \omega), \tilde{p}_z(k_x, k_y, \omega), \tilde{p}_f(k_x, k_y, \omega)\}^T = \frac{\sin(k_x \Delta) \sin(k_y \Delta)}{\pi^2 c k_x k_y} \delta(k_y - \omega/c) \cdot \{p_{x0}, p_{y0}, p_{z0}, p_{f0}\}^T \tag{16}$$

假定半空间表面完全透水, 边界条件可表示为

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{xx}(k_x, k_y, \omega) = -\tilde{p}_x(k_x, k_y, \omega) \\ \tilde{\sigma}_{zx}(k_x, k_y, \omega) = -\tilde{p}_y(k_x, k_y, \omega) \\ \tilde{\sigma}_{zz}(k_x, k_y, \omega) = -\tilde{p}_z(k_x, k_y, \omega) - \alpha_3 \tilde{p}_f(k_x, k_y, \omega) \\ \tilde{p}(k_x, k_y, \omega) = \tilde{p}_f(k_x, k_y, \omega) \end{cases} \tag{17}$$

假定半空间表面完全不透水, 边界条件可表示为

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{xx}(k_x, k_y, \omega) = -\tilde{p}_x(k_x, k_y, \omega) \\ \tilde{\sigma}_{zx}(k_x, k_y, \omega) = -\tilde{p}_y(k_x, k_y, \omega) \\ \tilde{\sigma}_{zz}(k_x, k_y, \omega) = -\tilde{p}_z(k_x, k_y, \omega) - \alpha_3 \tilde{p}_f(k_x, k_y, \omega) \\ \tilde{w}_z(k_x, k_y, \omega) = 0 \end{cases} \tag{18}$$

将式(16)代入式(3)、式(4)、式(6)、式(17)和式(18), 即可求得半空间中各体波系数 B_1, B_2, B_3 和 B_4 。将求得的体波系数再代回式(16), 可求得土骨架位移和孔压在频率-波数域内的幅值, 进而由式(3)和式(7)求得应力和流体相对于土骨架位移的幅值。以上求解是在频率-波数域内进行的, 时间-空间域内解答可由 Fourier 逆变换求得

$$g(x, y-ct, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(k_x, \omega/c, z, \omega) e^{-i\frac{\omega}{c}y} e^{-ik_x x} e^{i\omega t} dk_x d\omega \tag{19}$$

其中: $g(x, y-ct, z, t)$ 为时间-空间域内响应; $\tilde{g}(k_x, \omega/c, z, \omega)$ 为动力响应在频率-波数域内的幅值。

从式(19)可以看出, 移动荷载作用下半空间的动力响应可表示为对频率 ω 和单一波数 k_x 的双重积分。问题的解具有概念清晰、物理参数明确和精确度高的特点, 对揭示流体饱和半空间中弹性波散

射的物理本质有着重要意义, 方法可用于检验移动列车荷载作用下 TI 饱和半空间波场模拟各种数值解的精度, 进而便于工程应用。

2 方法验证

通过与文献[16]给出的各向同性饱和半空间在移动集中荷载的动力响应结果进行比较, 来验证方法的正确性。TI 饱和介质在水平方向和竖直方向材料参数相等的情况下可退化成各向同性饱和介质, 文中正方形荷载在令边长无穷小的情况下可退化为集中荷载情况。为与文献[16]采用的各向同性参数一致, TI 饱和参数取为: $E_h = E_v = 6.75 \text{ GPa}$; $G_v = 3.0 \text{ GPa}$; $\mu_h = \mu_{hv} = 0.125$; $\rho_s = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\rho_l = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\phi = 0.3$; $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.95$; $m_1 = m_3 = 6666.7 \text{ kg/m}^3$; $k_1 = k_3 = 1.0 \times 10^{-13} \text{ m}^2$; $1/\vartheta = 5.0 \text{ GPa}$ 。图 2 给出了当半空间表面移动荷载位于坐标原点时, 地表下观测点的竖向位移和孔隙水压随坐标 y 的变化 ($-2.0 \leq y \leq 2.0$), 观测

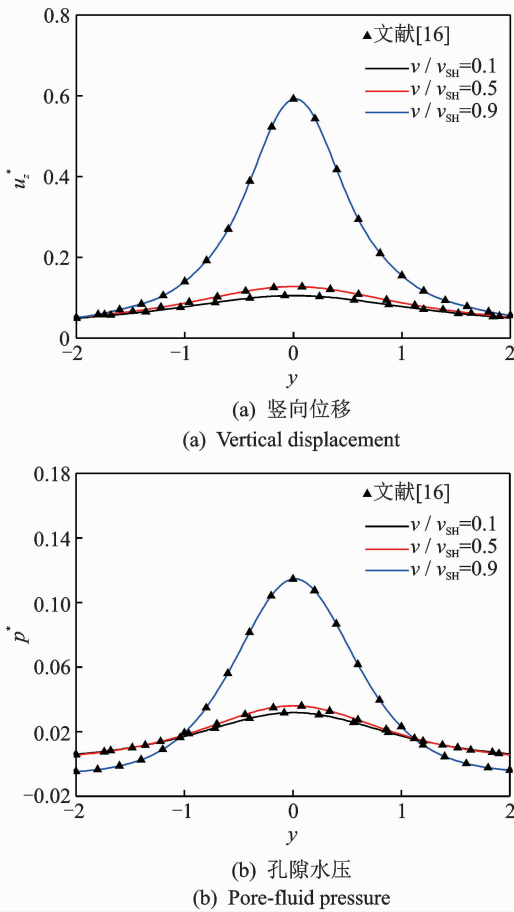


图 2 本研究结果与文献[16]结果的比较
Fig. 2 Comparison between the results in this paper and those in reference [16]

点 x 和 z 坐标固定 ($x=z=1.0$), 考虑 3 种移动速度 $v/v_{SH}=v/\sqrt{\mu_R/\rho}=0.1, 0.5$ 和 0.9 的情况。无量纲位移和孔压分别定义为 $u_z^*=u_z\mu_Ra_R/F$ 和 $p^*=pa_R^2/F$, 其中: $\mu_R=3.0\text{ GPa}$; $a_R=1.0\text{ m}$; F 为竖向荷载幅值。从图中可以看出, 本研究结果与文献[16]结果非常吻合。

3 计算结果与讨论

为研究介质的各向异性对动力响应的影响, 图 3 给出了表面正方形均布荷载沿 y -轴正向移动时, 均匀 TI 饱和半空间地表下观测点 $(0, 0, 2\Delta)$ 处骨架位移随时间的变化。选用 3 种 TI 饱和材料(具

体参数见表 1): 材料 1($E_h/E_v=0.5$); 材料 2($E_h/E_v=1.0$); 材料 3($E_h/E_v=2.0$)。其中, 材料 2 为各向同性饱和材料, 由于 3 种材料的 E_h 和 E_v 总和不变, 材料 2 可视作材料 1 和材料 3 的各向同性等效情况。移动 x, y 和 z 向均布荷载的密度分别为 p_{x0}, p_{y0} 和 p_{z0} 。无量纲位移定义为 $u^*=(G_0/p_0/\Delta^2)D$, 无量纲速度定义为 $c^*=c/\sqrt{G_0/\rho_0}$, 无量纲时间定义为 $t^*=t\sqrt{G_0/\rho_0}/(2\Delta)$, 其中 $G_0=3.0\times10^9\text{ kN/m}^2$, $\rho_0=2\,155\text{ kg/m}^3$ 。无量纲位移下标的最后一个字母代表荷载的方向, 计算中取 $c^*=0.5$, 且半空间表面完全透水。

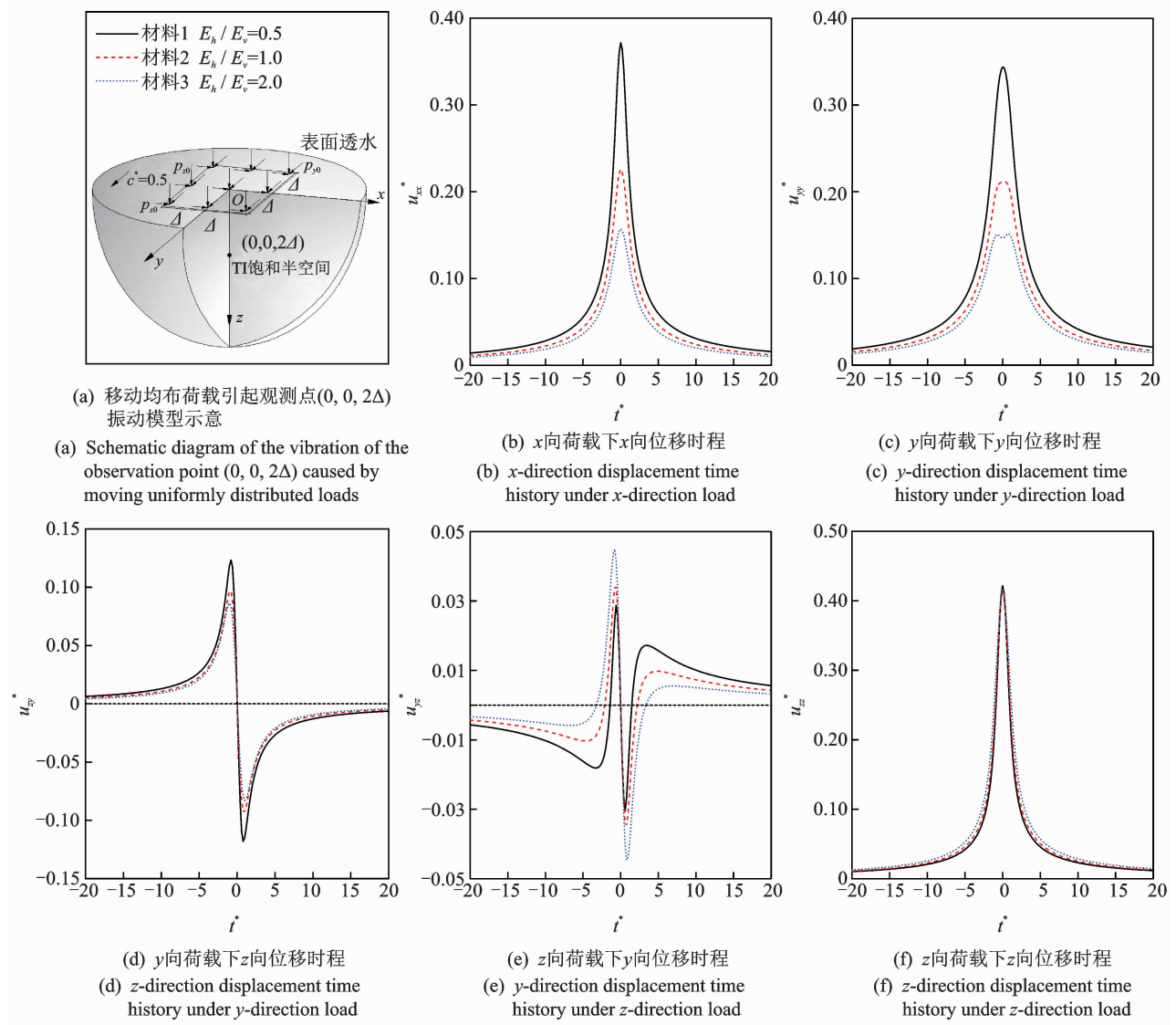


图 3 荷载以速度 $c^*=0.5$ 沿 y -轴移动时均匀 TI 饱和半空间中观测点 $(0, 0, 2\Delta)$ 处的无量纲骨架位移

Fig. 3 Normalized displacement components at an observation point $(0, 0, 2\Delta)$ versus normalized time t^* due to loads moving along the y -axis with $c^*=0.5$

表 1 TI 饱和和介质参数

Tab. 1 Parameters of the TI saturated media

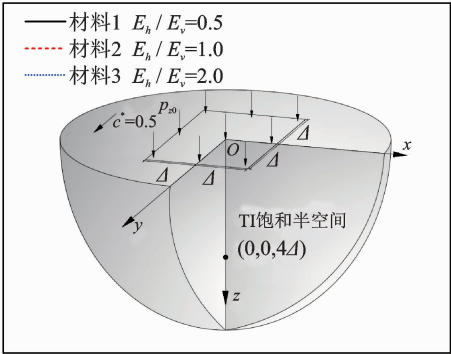
材料	E_h/GPa	E_v/GPa	G_v/GPa	$\mu_v=\mu_{vh}$	$\rho_s/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\rho_l/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$
1($E_h/E_v=0.5$)	6.62	12.33	3.70	0.25	2 650	1 000
2($E_h/E_v=1.0$)	9.25	9.25	3.70	0.25	2 650	1 000
3($E_h/E_v=2.0$)	12.33	6.62	3.70	0.25	2 650	1 000

3 种材料的 $k_1=k_3=\infty,\eta=0.001,k_s=36\text{ GPa},k_t=2\text{ GPa},\phi=0.3;\alpha_{\infty 1}=\alpha_{\infty 3}=2.167$,通过 $\alpha''_{\infty}=(1+1/\phi)/2$ 计算得到^[22]

从图 3 中可以看出,TI 饱和半空间(材料 1 和 3)对应的位移与各向同性情况(材料 2)有着较为显著的差异,同时介质的各向异性参数也对动力响应有着重要的影响。 u_{xx}^*,u_{yy}^* 和 u_{zy}^* 均随着 E_h/E_v 的增大而减小,尤其是 u_{xx}^* 和 u_{yy}^* 更为明显(u_{xx}^* 对应材料 1,2 和 3 的位移最大值分别为 0.37,0.23 和 0.16; u_{yy}^* 对应材料 1,2 和 3 的位移最大值分别为 0.34,0.21 和 0.15)。这是由于随着 E_h/E_v 的增大,水平方向的弹性模量逐渐增大,使得水平力引起的动力响应逐渐减小; u_{yz}^* 反而随着 E_h/E_v 的增大而增大,

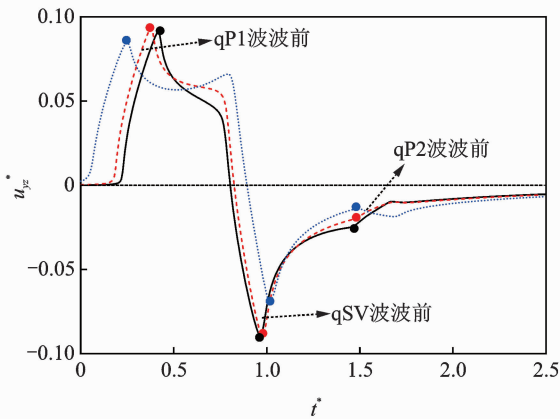
这是因为 E_v 的增加限制了水平方向变形;3 种材料对应的 u_z^* 差异较小,这可能是由 3 种材料对应 G_v 相等决定的。

图 4 所示为正方形竖向均布荷载沿 y -轴正向移动时,均匀 TI 饱和半空间地表下观测点 $(0,0,4\Delta)$ 处骨架位移和孔隙水压随时间的变化。仍选用图 3 中 3 种材料进行计算,无量纲的位移、时间和速度的定义均与图 3 相同,无量纲孔压定义为 $p^*=[(2\Delta)^2/p_{z0}]p$ 。计算中取 $c^*=2.5$,且半空间表面完全透水。



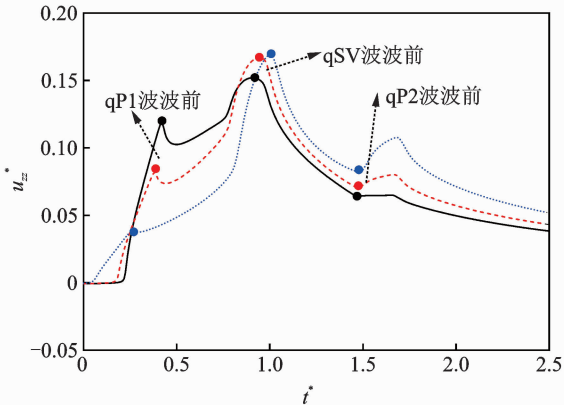
(a) 移动均布荷载引起观测点(0, 0, 4Δ) 振动模型示意

(a) Schematic diagram of the vibration of the observation point (0, 0, 4Δ) caused by moving uniformly distributed loads



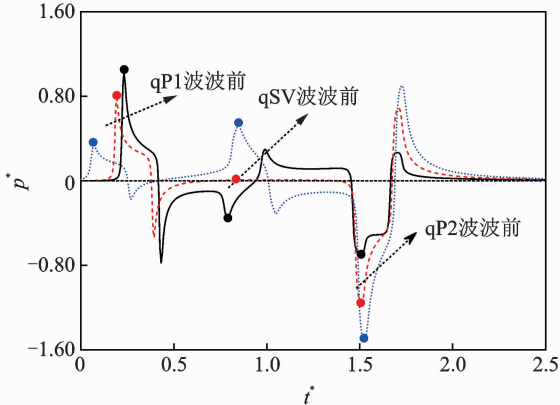
(b) z向荷载下y向位移时程

(b) y-direction displacement time history under z-direction load



(c) z向荷载下z向位移时程

(c) z-direction displacement time history under z-direction load



(d) z向荷载下孔压时程

(d) Pore-fluid pressure time history under z-direction load

图 4 荷载以速度 $c^*=2.5$ 沿 y -轴移动时移动时均匀 TI 饱和半空间中观测点 $(0,0,4\Delta)$ 处的无量纲骨架位移和孔隙水压

Fig. 4 Normalized displacement components and pore pressure at an observation point $(0,0,4\Delta)$ versus normalized time t^* due to loads moving along the y -axis with $c^*=2.5$

从图 4 中可以看出,荷载高速移动($c^* = 2.5$)下半空间的动力响应与荷载低速移动($c^* = 0.5$)情况下有着显著的差异。高速情况下荷载移动速度大于半空间介质中各类波的传播速度,因而在荷载到达前观测点没有响应;当半空间中各波前到达时,半空间动力响应达到极值。低速情况下荷载移动速度小于半空间介质中各类波的传播速度,因而观测点在荷载到达前就已有响应且位移关于观测点大致呈对称(反对称)分布。由图 4 还可看出,各向异性参数的改变使得介质中各类体波相速度发生改变,进而改变了各体波波前到达观测点的时间,从而使得半空间动力响应在高速移动荷载下受介质各向异性参数的影响更为显著,即介质各向异性参数既改变了峰值也改变了峰值时刻。此外相对于位移响应,孔隙水压响应受介质各向异性参数影响更为显著,且由于各向同性情况(材料 2)中的剪切波是纯横波,因而材料 2 对应 SV 波波前无孔压响应。

4 结 论

1) TI 饱和半空间在移动荷载作用下的动力响应与各向同性介质情况差异显著,且介质的各向异性参数对动力响应有重要影响。基于本研究参数的算例表明,随着 E_h/E_v 的逐渐增大,水平荷载作用下的水平位移明显减小。由于本研究算例中 G_v 保持不变,竖向荷载作用下的竖向位移随 E_h/E_v 的变化很小。

2) 荷载高速移动下半空间响应与低速情况差异显著,低速情况观测点处响应基本上成对称或反对称分布,而高速情况下响应明显不对称,峰值时刻出现在各体波波前到达时刻。相对于低速情况,高速情况半空间动力响应受介质各向异性参数的影响更为显著,各向异性参数的改变同时影响了响应的峰值和峰值时刻。

参 考 文 献

[1] 盛涛,张善莉,单伽钲,等. 地铁诱发的环境振动及振源减振效应的实测与分析[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(2): 352-358.

SHENG Tao, ZHANG Shanli, SHAN Jiazheng, et al. In-situ measurement and analysis of subway-induced environmental vibrations and the effectiveness of vibration-source suppression methods[J]. Journal of

Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(2): 352-358. (in Chinese)

[2] SNEDDON I N. The stress produced by a pulse of pressure moving along the surface of a semi-infinite solid[J]. Rendiconti Del Circolo Matematico Di Palermo, 1952, 1(1): 57-62.

[3] COLE J D, HUTH J H. Stresses produced in a half plane by moving loads[J]. Journal of Applied Mechanics, 1956, 25(12): 433-436.

[4] 蒋建群,周华飞,张土乔. 弹性半空间体在移动集中荷载作用下的稳态响应[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 440-444.

JIANG Jianqun, ZHOU Huafei, ZHANG Tuqiao. Steady-state response of an elastic half-space under a moving point load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(4): 440-444. (in Chinese)

[5] 周华飞,蒋建群. 高速移动荷载下黏弹性半空间体的动力响应[J]. 力学学报, 2007, 23(4): 545-553.

ZHOU Huafei, JIANG Jianqun. Dynamic response of viscoelastic half-space under moving loads[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(4): 545-553. (in Chinese)

[6] BARROS F C P D, LUCO J E. Response of a layered viscoelastic half-space to a moving point load[J]. Wave Motion, 1994, 19(2): 189-210.

[7] BARROS F C P D, LUCO J E. Stresses and displacements in a layered half-space for a moving line load [J]. Applied Mathematics and Computation, 1995, 67(1): 103-134.

[8] 边学成,陈云敏,胡婷. 基于 2.5 维有限元方法模拟高速列车产生的地基振动[J]. 中国科学, 2008, 38(5): 600-617.

BIAN Xuecheng, CHEN Yunmin, HU Ting. Ground vibration generated by moving loadings using 2.5D finite element method[J]. Science China, 2008, 38(5): 600-617. (in Chinese)

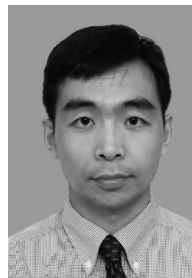
[9] 巴振宁,梁建文,金威. 高速移动列车荷载作用下成层地基-轨道耦合系统的动力响应[J]. 土木工程学报, 2014, 47(11): 108-119.

BA Zhenning, LIANG Jianwen, JIN Wei. Dynamic responses of layered ground-track coupled system under the moving loads from high-speed train[J]. China Civil Engineering Journal, 2014, 47(11): 108-119. (in Chinese)

[10] 金波. 高速荷载下多孔饱和地基的动力响应[J]. 力学季刊, 2004, 25(2): 168-174.

JIN Bo. Dynamic responses of a poroelastic half space generated by high speed load[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2004, 25(2): 168-174. (in Chinese)

- [11] 刘琦,金波. 移动简谐力作用下三维多孔饱和半空间的动力问题[J]. 固体力学学报, 2008, 29(1): 99-103.
LIU Qi, JIN Bo. Dynamic problems of a poroelastic half space subjected to a harmonically moving load[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2008, 29(1): 99-103. (in Chinese)
- [12] 高广运, 李宁, 何俊峰, 等. 列车移动荷载作用下饱和地基的地面振动特性分析[J]. 振动与冲击, 2011, 30(6): 86-92.
GAO Guangyun, LI Ning, HE Junfeng, et al. Analysis of ground vibration generated by train moving loads on saturated soil[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(6): 86-92. (in Chinese)
- [13] 高广运, 何俊峰, 杨成斌, 等. 2.5维有限元分析饱和地基列车运行引起的地面振动[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(2): 234-241.
GAO Guangyun, HE Junfeng, YANG Chengbin, et al. Ground vibration induced by trains moving on saturated ground using 2.5D FEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(2): 234-241. (in Chinese)
- [14] 蔡袁强, 孙宏磊, 徐长节. 轨道刚度对路轨系统及饱和地基动力响应的影响[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(12): 1787-1793.
CAI Yuanqiang, SUN Honglei, XU Changjie. Effect of rail rigidity on track-ground vibration due to a high-speed train[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(12): 1787-1793. (in Chinese)
- [15] 蔡袁强, 王玉, 曹志刚. 移动荷载作用下饱和地基上板式轨道动力分析[J]. 振动工程学报, 2011, 24(1): 48-54.
CAI Yuanqiang, WANG Yu, CAO Zhigang. Dynamic analysis of a slab track on the poroelastic soil subjected to moving loads[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(1): 48-54. (in Chinese)
- [16] LU J F, JENG D S. A half-space saturated poroelastic medium subjected to a moving point load[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(2): 573-586.
- [17] 胡安峰, 李怡君, 贾玉帅, 等. 埋置移动荷载作用下成层饱和地基的动力响应[J]. 工程力学, 2016(12): 49-56.
HU Anfeng, LI Yijun, JIA Yushuai, et al. Dynamic response of a layered saturated ground subjected to a buried moving load [J]. Engineering Mechanics, 2016(12): 49-56. (in Chinese)
- [18] BA Z N, LIANG J W, LEE V W, et al. 3D dynamic response of a multi-layered transversely isotropic half-space subjected to a moving point load along a horizontal straight line with constant speed[J]. International Journal of Solids and Structures, 2016, 100: 427-445.
- [19] 孙宏磊, 蔡袁强, 徐长节. 移动荷载作用下横观各向同性饱和地基的动力响应[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(8): 1382-1387.
SUN Honglei, CAI Yuanqiang, XU Changjie. Response of transversely isotropic poroelastic half-space to moving load [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2006, 40 (8): 1382-1387. (in Chinese)
- [20] 叶俊能. 列车荷载下轨道系统-层状横观各向同性饱和地基动力响应[J]. 岩土力学, 2010, 31(5): 1597-1603.
YE Junneng. Dynamic response of track system-layered transversely isotropic saturated subgrade to train loads[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(5): 1597-1603. (in Chinese)
- [21] BIOT M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. Journal of Applied Physics, 1962, 33(4): 1482-1498.
- [22] LIANG J W, WU M T, BA Z N. Three-dimensional dynamic Green's functions for transversely isotropic saturated half-space subjected to buried loads[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2019, 108: 301-320.



第一作者简介:梁建文,男,1965年2月生,教授、博士生导师。主要研究方向为工程结构抗震、场地动力特性和局部场地效应。曾发表《工程场地基岩设计谱反演方法》《《自然灾害学报》2019年第28卷第3期)等论文。
E-mail:liang@tju.edu.cn

