Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

DOI:10.16450/j. cnki. issn. 1004-6801. 2020. 06. 015

# 星载 MHD 传感器灵敏度特性误差分析与模型验证

周海佳, 李得天

(兰州空间技术物理研究所真空技术与物理重点实验室 兰州,730000)

摘要 磁流体动力学(magneto-hydro-dynamic,简称 MHD)传感器是测量航天器平台宽频微角颤振的关键器件之一。鉴于 MHD 传感器的误差与噪声特性会影响星载惯性导航系统的精度与分辨率,对所设计的 MHD 传感器进行误差分析与试验验证。采用样机数据分析与组件物理建模相结合的方法,分析与验证 MHD 传感器灵敏度特性与误差模型。结果表明:传感器的误差主要受到重力方向与温度条件的影响,并且该项误差对无温控 MHD 传感器的误差起决定作用;当温度变化较小时,变压器磁芯磁导率的工艺误差占总误差的一半;差分放大器的噪声对传感器噪声具有显著影响。

关键词 磁流体动力学传感器;误差分析;灵敏度;模型验证 中图分类号 TH825

## 引 言

相对于航天器质心的幅度不大于 1"、频率为 1 Hz~1 kHz 的微角颤振,对高分辨率有效载荷的 指向与性能具有显著影响<sup>[1]</sup>。在颤振源振动抑制与 传递路径被动隔离等措施的基础上,采用适当方式 的主动控制技术,例如快速导引镜<sup>[2]</sup>、主动式基 座<sup>[3]</sup>等,是改善有效载荷指向精度的合理途径。 MHD 传感器具有精度高、无机械活动件及结构紧 凑等特点,不仅能满足卫星载荷主动控制回路信号 反馈的要求,还可以用于激光通讯、地震监测等其他 领域<sup>[4-5]</sup>。

MHD 传感器是基于液态金属 MHD 效应,通 过由相对于磁场运动的导电流体表面电势差测量平 台角速率的测量器件<sup>[6-7]</sup>。2006 年 1 月日本发射的 先进对地观测卫星,采用了基于 ARS-12 测量的高 带宽姿态估计方法<sup>[8]</sup>。2011 年,美国 Ball Aerospace & Technologies 公司提出了一种基于 ARS-15 的视轴稳定与后向扫描综合处理技术<sup>[2]</sup>。美国 ATA 公司采用 ARS 系列传感器设计了惯性测量单 元 MIRU 系列,用于地面车辆瞄准、空基与天基飞 行器以及深空卫星通讯的视轴颤振抑制<sup>[9-11]</sup>。

本研究的对象为 MHD 传感器的灵敏度误差 估计与噪声结构。通过研究 MHD 效应的建模方 法,讨论了所设计 MHD 传感器的灵敏度特性,分 析该传感器的误差来源,并提出相应的解决途径。 通过试验与数据处理,对噪声模型进行了试验验 证。

## 1 数学模型与试验方法

MHD 传感器包括磁回路组件、电极组件、变压 器以及信号调理电路等,如图 1 所示。它的磁场由 2 块相对安装的钕铁硼永磁体产生,并且经过磁轭 传导在导电流体内产生均匀的径向磁场。当导电流 体与外壳(直接固连在平台上)产生相对转动时,导 电流体上、下两端产生感应电势<sup>[7]</sup>。该电压信号经 过变压器与调理电路放大后变为输出电压数据。

#### 1.1 MHD 效应数学模型

根据 Boussinesq 近似, MHD 传感器内的液态 金属满足动量守恒方程<sup>[12-13]</sup>

$$\frac{\mathrm{D}(\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{u})}{\mathrm{D}t} = -\nabla \boldsymbol{p} + \mu_f \Delta \boldsymbol{u} + f \tag{1}$$

其中:D/Dt为随体导数或者物质导数;u为液态金属的速度矢量;p为压强; $\mu_f$ 为流体黏度系数;f为流体所受到的外部作用力。

对于理想条件下的 MHD 效应,它所受到的外

<sup>\*</sup> 收稿日期:2019-01-12;修回日期:2019-03-14





部作用力 f 为

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} \tag{2}$$

其中:J为电流密度;B为磁感应强度。

对于重力条件下的 MHD 效应, f 可表达为  $f = f_g + f_b + f_l = (\rho g + \rho g a (T - T_{ref})) n_g + J \times B$ (3)
其中: $f_g$  为重力; $f_b$  为浮力: $n_g$  为地表的重力方向

大士: $J_g$ 为重力; $J_b$ 为任力: $n_g$ 为地农的重力力问 矢量。

由于感生磁场 **B**<sub>in</sub>相比外加磁场 **B**<sub>out</sub> 为高阶无 穷小,因此可以忽略磁场的变化量,只考虑外加稳恒 磁场的作用。根据 Boussinesq 近似,忽略黏滞耗散 和压强变化的贡献。电磁耗散所产生的热量相比热 传导输送的热量也是无穷小,可以忽略<sup>[14-15]</sup>。

MHD 的控制方程组可以表达为

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \rho(\boldsymbol{u}\nabla)\boldsymbol{u} - \mu_{f}\Delta\boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{p} = f \\ \nabla \boldsymbol{u} = 0 \\ \rho C_{p} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_{p}\boldsymbol{u} \nabla T - \boldsymbol{\kappa} \nabla^{2} T = 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon} \nabla \boldsymbol{E} = 0 \\ \boldsymbol{E}_{b} = -\boldsymbol{\sigma} \nabla V_{m} \\ \boldsymbol{J} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{E}_{b} + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{B}_{0}) \end{cases}$$
(4)

其中:E 为电场强度; $E_b$ 为迁移电荷建立的电场强度;T 为温度; $V_m$ 为电势; $C_p$  为定压比热容;K 为热导率。

对于理想 MHD 模型, $\mu_f$ , $C_p$ , $\kappa$ , $\epsilon$ 和 $\sigma$ 均为常数。对于地面 MHD 温度模型,这些参数均为温度 T的函数。

设边界的集合为 $\partial \Omega = \partial \Omega_1 + \partial \Omega_2 + \partial \Omega_3$ 。其中:  $\partial \Omega_1$ , $\partial \Omega_2$ 分别为绝缘和导电边界; $\partial \Omega_3$ 表示入口与 出口,如图 2 所示。对于导电流体,速度与电场的边 界条件为



第40卷





对于恒定温度,液态金属的温度边界条件设为  $T|_{a0} = T_0$  (6)

其中:T<sub>0</sub>为边界温度值。

当顶壁与底壁存在温度梯度时,液态金属的温 度边界可以设为

$$\begin{cases} -\boldsymbol{n}(-\boldsymbol{\kappa} \nabla T) \mid_{\partial \Omega_{1},\partial \Omega_{3}} = 0 \\ T \mid_{\partial \Omega_{2}'} = 293 + T_{0}' \\ T \mid_{\partial \Omega_{2}'} = 293 \end{cases}$$
(7)

其中: $T'_{0}$ 为顶壁与底壁的温度差值; $\partial \Omega'_{2}$ 为液态金属的顶壁; $\partial \Omega'_{2}$ 为液态金属的底壁,且 $\partial \Omega_{2} = \partial \Omega'_{2} + \partial \Omega'_{2}$ 。

## 1.2 试验测试与数据处理方法

2个 MHD 传感器背靠背安装在转台上,如图 3 所示。MHD 传感器原理样机的质量约为 1 kg,外 形尺寸为Ø50 mm×70 mm。所采用模数转换器为 12 比特,采样频率为 2 kHz。



图 3 MHD 传感器测试系统 Fig. 3 Test system for MHD sensors

从噪声分析的角度看,每组输出数据可以分为 相干信号与非相干信号,如图 4 所示。假设传感器 随机噪声是各态历经、稳态随机的,则通过相干函 数,可用 2 个输出电压数据(V<sub>xx</sub>(t)和 V<sub>yy</sub>(t))提取 传感器噪声[16]。



图 4 输出数据的结构模型

Fig. 4 The structure of signals in the output data set

2 组数据的振幅平方相干(magnitude squared coherence,简称 MSC)<sup>[17]</sup>可以表达为

$$C_{xy}^{2}(\omega) = \frac{|P_{xy}(\omega)|^{2}}{P_{xx}(\omega)P_{yy}(\omega)}$$
(8)

其中:P<sub>xx</sub>和 P<sub>yy</sub>为自噪声功率谱密度; P<sub>xy</sub>为互噪声 功率谱密度。

Welch 法被用来求解 MHD 传感器的 MSC 估计。该方法是一个有偏估计,利用 Matlab 信号处理 工具箱而实现<sup>[18]</sup>。

## 2 结果与讨论

#### 2.1 基本模型

2.1.1 MHD 效应

对于 0.01 Hz~10 kHz 之间的输入信号,采用 四参数最小二乘法进行拟合处理,输出电压的幅频 特性曲线<sup>[14]</sup> 如图 5 所示。经计算发现,1 Hz~ 1 kHz内的输出电压 U 与式(9)相符

$$U_{p} = \dot{\theta}_{0} R_{\text{mean}} B_{0} H_{0} \tag{9}$$

其中: $\dot{\theta}_0$ 为输入角速率; $R_{mean}$ 为环形流体的平均半径; $B_0$ 为外加磁感应强度的实测值; $H_0$ 为环形流体的高度。



Fig. 5 The magnitudes of the voltages in the frequency domain

2.1.2 信号调理

MHD 传感器调理电路由模拟电路和数字电路 构成,如图 6 所示。模拟电路由内置变压器、差分放 大器、放大器及低通滤波器等构成。



图 6 MHD 传感器调理电路的结构



模拟电路的传递函数[19]可以表达为

$$H_{c} = \frac{A_{ad}A_{op1}A_{op2}(j\omega\sqrt{L_{1}L_{2}})}{(R_{1} + j\omega L_{1})(1 + 3j\omega R_{4}C_{4} + (j\omega R_{4}C_{4})^{2})}$$
(10)

其中: $A_{ad}$ , $A_{op1}$ 和 $A_{op2}$ 分别为差分放大器、运算放大器和低通滤波器的通带放大倍数; $L_1$ , $R_1$ 和 $L_2$ 分别为变压器的初级电感、初级电阻和次级电感; $R_4$ 和 $C_4$ 分别为低通滤波的滤波电阻和电容。

采用 Matlab R2008a<sup>®</sup>软件对调理电路传递函 数模型的频谱特性进行分析,如图 7 所示。从图中 可以看出,调理电路的通带放大倍数约为 4.8× 10<sup>5</sup>,频带范围约为 1 Hz~1 kHz。



图 7 调理电路模型的传递函数频域曲线

Fig. 7 Transferring function of conditioning circuit model in the frequency domain

频率为1 Hz~1 kHz 内的 MHD 传感器的灵敏 度 S 可以表达为

$$S = \frac{U}{\dot{\theta}_{0}} = \frac{R_{\text{mean}}B_{0}H_{0}A_{\text{ad}}A_{\text{op1}}A_{\text{op2}}(j\omega\sqrt{L_{1}L_{2}})}{(R_{1} + j\omega L_{1})(1 + 3j\omega R_{4}C_{4} + (j\omega R_{4}C_{4})^{2})}$$
(11)

#### 2.2 误差估计及其机制

2.2.1 结构误差对输出信号的影响

由于导电流体内壁的喷漆工艺带来了尺寸误差,因此 R<sub>mean</sub>的误差约为 0.071%。由于灌装水银时会引入直径约为 2 mm 的气泡,则高度误差约为 0.05%。根据式(9)可知

$$\frac{\Delta U_{\scriptscriptstyle P}}{U_{\scriptscriptstyle P}} = \frac{\Delta R_{\scriptscriptstyle \rm mean}}{R_{\scriptscriptstyle \rm mean}} + \frac{\Delta H_{\scriptscriptstyle 0}}{H_{\scriptscriptstyle 0}} = 0.121\%$$

由于包围导电流体结构的加工与装配误差将使 得感应轴(即导电流体的对称轴)与传感器的名义轴 (即设计的理想对称轴)存在误差,记为θ<sub>1</sub>,如图8所 示。由于传感器外加角速度的输入轴与传感器名义 轴也存在失准,记为θ<sub>2</sub>。因为目前传感器装配存在 较大误差,因此只考虑θ<sub>1</sub>,约为0.3%。



图 8 输入失准角 Fig. 8 Sketch of the mislignment angle

半径误差与输入角失准可以通过喷涂工艺优化 进一步减小,而消除气泡可以降低高度误差。 2.2.2 温度对 MHD 效应的影响分析

图 9 给出了不同重力方向下温度和温差对导 电流体输出特性的影响。当重力平行于-*x* 轴时, 输出电压在 20℃出现最小值,并且在 0℃ 和 40℃ 出现最大值。与平行于-*x* 轴相比,当重力平行于 -*z* 轴时输出电压的变化较小。而在温差条件下, 重力平行于-*z* 轴的输出电压变化量要大于重力 平行于-*z* 轴。



图 9 输出电压随恒定温度与温差的变化[14]



当温度被控制在(20±0.5)℃,温度引起的 MHD效应输出误差等于3.7%。如果施加更加严 格的温度控制,该误差可以更低。

2.2.3 温度对导磁回路的影响

温度对导磁回路影响的关键因素是永磁体的 温度系数<sup>[14]</sup>。当 MHD 传感器温度控制在(20± 0.5)℃,则磁场温度漂移引起的 MHD 效应输出 变化误差约为 0.002%。

2.2.4 电路误差分析

变压器传递函数的误差可以表达为

$$\frac{\Delta H_t}{H_t} = \frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{\Delta R_1 + j\omega\Delta L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$
(12)

ΔL<sub>1</sub>和 ΔL<sub>2</sub> 均与磁芯磁导率的误差有关,并且 最大误差可以控制在 3%以内。磁芯磁导率的误差 可以通过磁芯材料制作工艺的优化来降低。

变压器电阻与电感的温度漂移误差也需要考虑。根据式(12)可以得出,变压器传递函数误差约为0.1%。

根据噪声在级联放大器中的传输规律可知<sup>[20]</sup>, MHD 传感器电路噪声与运算放大器之后的放大电路无关。噪声电路模型如图 10 所示。



图 10 噪声电路模型 Fig. 10 Noise model of the circuit

均方输出噪声  $N_o$  可以表达为  $N_0 = (4kTR_1n^2m^2 + 4kT(R_2 + R_3)n^2m^2 + (2I_{na_1}^2R_2^2 + E_{na_1}^2)m^2 + (2I_{na_2}^2R_7^2 + E_{na_2}^2)m^2 + 4kT(R_6 + R_7)m^2 + 4kTR_4)B$  (13) 其中:k 为玻尔兹曼常数;T 为热力学温度;n 为变

压器放大倍数; m 为运放的放大倍数;  $I_{na_1}$  和  $E_{na_1}$  为 差分放大器的偏置电流和噪声电压;  $I_{na_2}$  和  $E_{na_2}$  为 运放的偏置电流和噪声电压; B 为传递函数等效赫 兹噪声带宽。

电路噪声可以通过提高差分放大器的放大倍 数、改善调理电路的电磁兼容特性等措施来改善。

MHD 传感器的误差统计如表1所示。

#### 2.3 试验验证

假设输出电压为U,输入角位移振幅为 $\theta_0$ ,信号 频率为f,则传感器灵敏度S可以表达为

$$S = U/2\pi f \theta_0 \tag{14}$$

传感器灵敏度的不确定度 δS 可以表达为

$$\delta S = \frac{1}{2\pi f \theta_0} \delta U + \frac{U}{2\pi f^2 \theta_0} \delta f + \frac{U}{2\pi f \theta_0^2} \delta \theta_0 \quad (15)$$

其中:δU,δf 和δθ。分别为输出电压、信号频率和输入角位移振幅的不确定度。

表 1 MHD 传感器的误差统计 Tab. 1 Error budget for MHD sensor

误差源		绝对值 误差/%	噪声/ %
结构误差	半径与高度	0.121	_
	输入轴失准	0.300	_
磁流体动力学,	平行于 z 轴	0.910	—
温度波动	平行于 x 轴	3.700	—
磁流体动力学,	平行于 z 轴	0.910	_
温差	平行于 x 轴	1.900	—
温度引起的磁场波动效应		0.002	_
变压器误差	工艺误差	6.000	
	温度漂移引起误差	0.100	
差分放大器		0.589	0.025
运算放大器		0.026	
低通滤波器		0.520	
A/D转换器		—	0.007
合计		13.300	0.032

 $5\sim500$  Hz 时 MHD 传感器原理样机灵敏度的 幅频特性如图 11 所示。从图中可以看出,物理模型 与原理样机的误差带发生叠加。在该频段内,原理 样机 与物理模型的灵敏度平均值分别为 48 和 47 V/(rad • s<sup>-1</sup>)。原理样机的误差平均值约为 5.2 V/(rad • s<sup>-1</sup>),而物理模型的误差平均值为 5.3 V/(rad • s<sup>-1</sup>)。



图 11 物理模型与原理样机输出电压与误差的幅频特性 Fig. 11 Sensitivity of the model's and the prototype sensor in the frequency domain

图 12 为灵敏度因子随输入角速率幅值的变化。 从图中可以看出,物理模型给出的灵敏度因子与输入角速率的幅值基本呈线性关系。2 条拟合直线的 斜率分别约为-5 和 -10 V/(rad • s<sup>-1</sup>)<sup>2</sup>,它们的 误差带基本重合,并且原理样机的误差平均值约为 4.9 V/(rad • s<sup>-1</sup>),物理模型的平均值约为 5.0 V/(rad • s<sup>-1</sup>)。



Fig. 12 Change rates of the sensitivities of the model and the prototype

采用数据长度为 8 192、重叠度为 1/2, blackman 窗函数的 welch 法, 对 MHD 传感器输出信号 进行噪声分析<sup>[21]</sup>,结果如图 13 所示。从图 13 中可 以看出, 5~20 Hz 功率谱密度的最大值约为  $2.01 \times 10^{-3} \text{ V/Hz}^{0.5}$ , 20 Hz~1 kHz之间的最大值 约为 2.31×10<sup>-3</sup> V/Hz<sup>0.5</sup>。



图 13 原理样机噪声的幅频特性



 $1 Hz \sim 1 kHz$ 之间传感器的噪声水平约为 0.008 8 V/10 V=0.088%。该数值与理论模型的 数值(0.032%)相接近,说明噪声理论分析接近实际 情况。1 Hz~1 kHz之间原理样机的噪声比理论数 值略大,这可能是忽略了部分噪声源,例如巴克豪森 效应<sup>[22]</sup>、相干干扰等。

### 3 结 论

 1)所设计传感器的主要误差来源于生产工艺 的不稳定,例如变压器磁芯磁导率的不稳定性,结构 误差等。当传感器制造工艺(变压器磁芯材料、装配 工艺等)固化后,传感器误差可以大幅降低。

2) 在地面标定与测试过程中,温度波动对传感
 器灵敏度误差存在较大影响,通过增加温控措施可以降低温度的影响。

3) 传感器的噪声主要是由各部分电路结构放 大倍数分配不合理造成的,适当提高差分放大器的 放大倍数,改善调理电路的电磁兼容特性等,可以降 低传感器的噪声水平。

#### 参考文献

- [1] 吕振铎,雷拥军.卫星姿态测量与确定[M].北京:国 防工业出版社,2013:1-20.
- [2] GUTIERREZ H L, GAINES J D, NEWMAN M R. Line-of-sight stabilization and back scanning using a fast steering mirror and blended rate sensors [C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. St. Louis, Missouri, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics Incorporation, 2011:1-8.
- [3] LIU C C, JING X J, DALEY S, et al. Recent advances in micro-vibration isolation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 56/57: 55-80.
- [4] LAUGHLIN D R. Angular motion sensor: US, 11/ 310, 4718276 [P],1988-01-12.
- [5] ROWLANDS N, ALDRIDGE D, ALLEN R, et al. The JWST fine guidance sensor [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5487:664-675.
- [6] MA H L, YAN Y C, WANG L L, et al. Laser frequency noise induced error in resonant fiber optic gyro due to an intermodulation effect [J]. Optic Express, 2015,23 (20):1-13.
- [7] 周海佳,李得天. 磁流体动力学角速率传感技术发展现状[J]. 真空与低温,2017,23(5):249-253.
   ZHOU Haijia, LI Detian. Research of magnetohydrodynamic angular rate sensing technology[J]. Vacuum and Cryogenics, 2017,23(5):249-253. (in Chinese)
- [8] IWATA T, KAWAHARA T, MURANAKA N, et al. High-bandwidth attitude determination using jitter measurements and optimal filtering[C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Chicago, Illinois, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics Incorporation, 2009:1-21.
- [9] ECKELKAMP-BAKER D, SEBESTA H R, BURKARD
   K. Magnetohydrodynamic inertial reference system [J].
   Proceedings of SPIE, 2000, 4025: 99-110.
- [10] TAMERLER T, DOWLING J, DILLOW M, et al. A balloon payload for precision scoring of ground and airborne laser systems[C] // International Balloon Technology Conference. San Francisco, California, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics Incorporation, 1997; 1-9.

- [11] KAUFMANN J, HAKIMI F, BOROSON D. Using a low-noise interferometric fiber optic gyro in a pointing, acquisition, and tracking system [J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8610:86100.
- [12] 胡文瑞,徐昌硕. 微重力流体力学[M]. 北京:科学出版社,1999:67-153.
- [13] 吴其芬,李桦. 磁流体力学[M]. 长沙:国防科技大学 出版社,2007:38-121.
- [14] 周海佳,李得天. MHD 传感器敏感结构地面温度特性数值分析[J]. 西北工业大学学报,2018,36:110-115.
   ZHOU Haijia, LI Detian. Numerical analysis of temperature sensitivity for sensitive mechanism of MHD sensor on ground[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36: 110-115. (in Chinese)
- [15] ZHOU H J, LI D T. The study of physical modeling and experimental method on the sensitivity of highprecision MHD sensor [C] // 2018 International Conference on Physics, Computing and Mathematical Modeling. Shanghai, China: DEStech Publication Incorporation, 2018:333-341.
- [16] PINNEY C, HAWES M A, BLACKBURN J. A costeffective inertial motion sensor for short-duration autonomous navigation[C]// Proceedings of IEEE Position, Location and Navigation Symposium. Las Vegas, Nevada, USA: IEEE, 1994;591-597.
- [17] 周浩敏,王睿. 测试信号处理技术[M]. 北京:北京航 空航天大学出版社,2009:56-103.
- [18] Matlab help: spectral estimation method [EB/OL].
  [2016-12-10]. http: cn. mathworks. com/help/signal/ ug/spectral-analysis. html.
- [19] HWEI P H. Schaum's outlines signals and systems[M]. New York: McGraw-Hill Company, 1995:75-108.
- [20] NORTHROP R B. Introduction to instrumentation and measurements [M]. Florida, USA: CRC Press, 2009:123-184.
- [21] 张振华,杨雷,庞世伟. 高精度航天器微振动力学环境 分析[J]. 航天器环境工程,2009,26(6):528-534.
  ZHANG Zhenhua, YANG Lei, PANG Shiwei. Jitter environment analysis for micro-precision spacecraft
  [J]. Spacecraft Environment Engineering, 2009, 26(6):528-534. (in Chinese)
- [22] LO C C H, KINSER E R, JILES D C. Analysis of barkhausen effect signals in surface-modified magnetic materials using a hysteretic-stochastic model[J]. Journal of Applied Physics, 2006, 9:1-3.



**第一作者简介:**周海佳,男,1983 年 1 月 生,博士生、工程师。主要研究方向为航 天器微振动测量技术。 E-mail:zhouhj2001@163.com