

基于后验分布的限制型故障样本量确定方法^{*}

王 康, 史贤俊, 肖支才, 秦 亮, 龙玉峰

(海军航空大学 310 教研室 烟台, 264001)

摘要 针对现有测试性验证方案均选用最小样本量原则,在相同的双方风险及要求下会得到相同的样本量以及故障判据,而未考虑工程应用中不同装备系统具备不同结构和功能复杂度的问题,提出一种基于后验分布的限制型故障样本量确定方法。首先,根据装备系统结构划分构建层次 Bayes 网络测试性验证模型,融合各结构层次中蕴含的先验信息推导系统故障检测率的后验分布;其次,基于后验分布样本集,给出最小样本量原则下的样本量确定方法,再通过比例分层样本量分配方法,结合装备系统功能特性,给出限制型故障样本量确定方法;最后,通过实例进行分析。结果表明,该方法既能充分运用装备结构信息,较之经典验证方案以及传统 Bayes 方案,在相同指标约束下能有效降低样本量,又能考虑系统功能特性,保证了测试性验证结论的准确性和合理性。

关键词 测试性验证; 故障判据; 故障样本量; 层次 Bayes 网络; 后验分布; 样本量分配

中图分类号 TP806.1

引 言

测试性作为装备的一种系统属性,是系统和设备的一种便于测试、故障诊断以及状态监测的重要设计特性,同时也是构成装备质量特性的重要组成部分^[1-2]。测试性验证是综合权衡使用方和承制方风险及指标要求,用测试性设计规定的检验方法,确定所需故障样本量以及故障判据,并按照规定的方法估计装备的测试设计水平,通过接受/拒收判据判断装备是否满足规定的测试性要求^[3]。因此,确定故障样本量是测试性验证开展的首要前提。

现阶段指导测试性验证故障样本量确定的方法多为军用标准^[4-6],且主要基于二项分布的统计试验方法进行确定,这种方法所确定的故障样本数量较大,同时脱离了装备的结构特性和功能特性,导致工程实际中难以适用。目前,研究人员针对这些军用标准进行了一些修正、完善及创新^[7-9]。针对现有测试性验证所确定故障样本量较大的问题,文献[10]基于二项分布经典抽样方法结合证据理论研究了利用研制信息确定故障样本量的新方法。文献[11]以故障检测率(fault detect rate, 简称 FDR)为验证指

标,建立研制阶段装备的 FDR 增长模型,给出确定故障样本量的贝叶斯方法,有效降低样本量。针对测试性验证故障样本量确定方法未能考虑装备结构特性,文献[12]通过分系统试验数据推导整机故障检测率的先验分布,解决了整机系统测试性先验信息缺乏条件下测试性验证方案的确定问题。文献[13]提出了一种利用部件级虚拟-实物试验数据作为先验信息的测试性验证试验方案的制定方法,能利用装备部件虚实数据,有效减少试验样本量。文献[14]基于序贯网图检验对故障检测/隔离次数进行回归预测估计,通过回归估计确定样本量。针对装备功能特性的研究,文献[15-17]从不同层次及不同因素研究了测试性验证故障样本量的分配方法,但实施不同分配方法的前提均为故障样本量已经确定,未考虑通过样本分配结果对所确定的故障样本量以及故障判据进行限制约束。

因此,笔者充分考虑装备结构特性,通过对系统层级进行划分,构建层次 Bayes 网络(hierarchy Bayes network, 简称 HBN)测试性验证模型来确定故障样本量,并以测试性指标参数故障检测率作为网络传递参数。同时基于 Bayes 后验风险准则,给出最小样本量原则下的故障样本量确定方法。

^{*} 国家自然科学基金重点资助项目(61433011)
收稿日期:2018-11-28;修回日期:2019-03-05

1 HBN 测试性验证模型

1.1 模型描述

HBN 是标准 Bayes 网络(Bayes network, 简称 BN)的一种具备层次化特性的扩展形式,和标准 BN 一样,由结构部分和概率部分组成;但其与标准 BN 不同的是,其结构特性具备层次化的特点,能描述不同层次节点变量之间的属性关系以及概率依赖性^[18]。为了和系统结构层次划分建立联系,使用 HBN 表示测试性验证模型时需对模型中层次节点进行定义。

给定系统层级 $l(l=1,2,\dots,L)$ 以及该层第 n_l ($n_l=1,2,\dots,N_l$) 个节点,则 $X_{(l,n_l)}$ 称为第 l 层第 n_l 个层次节点。其中 L 为装备系统层次划分数, N_l 为装备结构层次中第 l 层部件数,则 HBN 总层次节点数 $N = \sum_{l=1}^L N_l$ 。显然系统顶层只有 1 个层次节点,故满足 $n_L = N_L = 1$ 。

结合装备结构的层次化特性,构建 HBN 测试性验证模型时存在如下限制条件:①层次节点间传递具备单一方向性,即只能由下层节点向上层节点传递,且不允许跨层传递;②同层次节点具备传递性,表明装备结构间的相互影响作用。HBN 测试性验证模型的网络结构如图 1 所示。

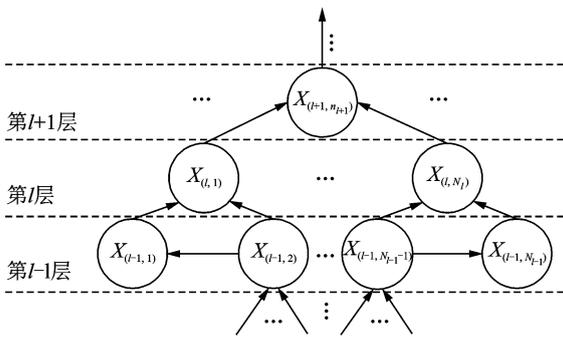


图 1 HBN 测试性验证模型部分网络结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of the network structure of the HBN testability verification model

考虑层次节点故障不可检测和可检测的二态情形,即层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 取值为 $\{0,1\}$,则概率 $P(X_{(l,n_l)})$ 可反映对应系统部件的故障检测/隔离情况,故层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 的 FDR 指标值可表示为 $p_{(l,n_l)} = P(X_{(l,n_l)} = 1) (0 \leq p_{(l,n_l)} \leq 1)$ 。以 FDR 值作为 HBN 测试性验证模型的传递参数,能充分运用

装备结构特性及其中蕴含的先验信息(包括各层次节点的成败型样本以及 FDR 先验分布),实现模型自下而上的融合推理,同时基于底层数据的充分性以及合理性,能保证模型推理的置信度。

1.2 模型推理

根据层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 有无父节点,可分为以下两种情形。

1) 层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 无父节点。首先给出其故障检测率 $p_{(l,n_l)}$ 的先验分布,工程上一般取为二项分布的共轭分布——Beta 分布^[19],具备如下形式

$$\pi(p_{(l,n_l)}) = \text{Beta}(p_{(l,n_l)}; a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} p_{(l,n_l)}^{a-1} (1-p_{(l,n_l)})^{b-1} \quad (1)$$

其中: a, b 为先验分布的超参数。

在进行 $N_{(l,n_l)}$ 次成败型定数抽样测试性验证试验中,有 $F_{(l,n_l)}$ 次试验失败,结合 Bayes 理论可以得到层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 的后验分布为

$$\pi(p_{(l,n_l)} | x_{(l,n_l)}) = \text{Beta}(p_{(l,n_l)}; a + N - F, b + F) \quad (2)$$

其中: $x_{(l,n_l)}$ 表示层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 的成败型测试性验证数据对 $(N_{(l,n_l)}, F_{(l,n_l)})$ 。

2) 层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 有父节点。用 $P_a(X_{(l,n_l)})$ 表示层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 的父节点集合,则 $P_a(X_{(l,n_l)})$ 可包含层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 的同层节点或者第 $l-1$ 层的节点。节点 $X_{(l,n_l)}$ 在给定其父节点集合时的条件概率可以表示为 $P(X_{(l,n_l)} | P_a(X_{(l,n_l)}))$,进一步根据节点变量取值以及结构关系,充分结合工程实际、专家知识以及相关理论等可确定节点的条件概率表(conditional probability table, 简称 CPT),最后通过 $X_{(l,n_l)}$ 与其非空父节点集的联合概率获取各层次节点的后验分布。联合概率表示如下

$$P(X_{(l,n_l)}, P_a(X_{(l,n_l)})) = P(X_{(l,n_l)} | P_a(X_{(l,n_l)})) P(P_a(X_{(l,n_l)})) \quad (3)$$

基于式(3), $P(P_a(X_{(l,n_l)}))$ 可进一步递归分解。根据各节点的 CPT,可得 $P(X_{(l,n_l)}, P_a(X_{(l,n_l)}))$ 的联合概率,进一步可确定任一层次节点的边缘概率为

$$P(X_{(l,n_l)}) = \sum_{P_a(X_{(l,n_l)})} P(X_{(l,n_l)}, P_a(X_{(l,n_l)})) \quad (4)$$

事实上,对于 $P(X_{(l,n_l)})$ 难以获取其解析形式,一般为了后续数据处理,选取其为与层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 先验分布相同的分布形式,运用 Monte Carlo 方法对 $P(X_{(l,n_l)})$ 进行抽样,然后基于样本集拟合为

Beta 分布,并确定分布超参数。

通过上述分析,层次节点 $X_{(l,n_l)}$ 包含两种先验分布:①其节点自身的先验分布 $\pi(p_{(l,n_l)})$,称之为自先验,取决于装备研制阶段的先验信息;②由下层或同层节点先验信息推理融合而得到 $P(X_{(l,n_l)})$,称之为继承先验。为了得到 HBN 测试性验证模型顶层 FDR 的后验分布,则需要融合层次节点自先验、继承先验以及成败型验证试验数据对 $(N_{(l,n_l)}, F_{(l,n_l)})$,主要分两步进行。

1) 自先验和继承先验的融合。首先,分配自先验权重系数 $w_s (0 \leq w_s \leq 1)$ 以及继承先验权重系数 $w_i (0 \leq w_i \leq 1)$,其满足 $w_s + w_i = 1$;其次,采用 Monte Carlo 方法对两种先验分布进行抽样,同时基于各自权重系数生成新的样本数据集;最后,基于该样本数据集拟合为 Beta 分布形式,即得到节点的联合先验分布。

2) 后验分布计算。结合层次节点成败型验证试验数据对 $(N_{(l,n_l)}, F_{(l,n_l)})$ 以及得到的节点联合先验分布,基于式(2)即可得到节点 FDR 的后验概率分布。

按照上述步骤依据 HBN 测试性验证模型逐层融合推理,可得到系统 FDR 联合后验概率分布 $\pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)})$ 。

2 限制型故障样本量确定算法

2.1 问题描述

基于二项分布的测试性验证故障样本量确定方法的约束参数主要包括:承制方为确保装备测试性水平能以较高概率通过验证的指标要求值 p_0 ;使用方规定的装备测试性水平的下限指标要求值 p_1 ;承制方风险值 α ,即装备的测试性水平 $p = p_0$ 时装备未能通过验证的概率;使用方风险值 β ,即装备的测试性水平 $p = p_1$ 时装备通过验证的概率。

确定测试性验证故障样本量一般选取为单次方法,其抽样特征函数为

$$L(p) = \sum_{f=0}^c C_n^f p^{n-f} (1-p)^f \quad (5)$$

其中: n, c 为样本量及最大允许检测/隔离失败次数; f 为观测到的失败次数。

现有不同验证方案确定故障样本量的方法如下。

1) 根据经典验证方案^[20], (n, c) 通过式(6)求取

$$\begin{cases} 1 - L(p_0) \leq \alpha \\ L(p_1) \leq \beta \end{cases} \quad (6)$$

基于最小样本量原则,一旦求取满足式(6)的最小 n 值即停止。研究表明,采用经典验证方案所确定的故障样本量较大,难以满足工程实际要求。

2) 根据传统 Bayes 验证方案^[21], (n, c) 通过式(7)求取

$$\begin{cases} \frac{\int_{p_0}^1 [1 - L(p)] \pi(p) dp}{\int_0^1 [1 - L(p)] \pi(p) dp} \leq \alpha \\ \frac{\int_0^{p_1} L(p) \pi(p) dp}{\int_0^1 L(p) \pi(p) dp} \leq \beta \end{cases} \quad (7)$$

同理,对式(7)进行求解,当获取满足条件的最小 n 值即视为所需故障样本量。研究表明,该方案较之经典验证方案能降低故障样本量,但是未针对装备功能特性予以考虑样本量的充分性以及样本量分配后的合理性。

2.2 基于后验分布的限制型样本量确定

首先结合本研究通过 HBN 测试性验证模型得到的系统顶层联合后验分布 $\pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)})$,以 $\pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)})$ 代替传统 Bayes 方案中的 $\pi(p)$,据此可以反映出 $p_{(L,n_L)} \geq p_0 | x_{(L,n_L)}$ 时承制方对装备不能通过验证的接受程度,以及 $p_{(L,n_L)} \leq p_1 | x_{(L,n_L)}$ 时使用方对装备通过验证的支持程度,此时承制方风险值与使用方风险值可表示为

$$R_p = P(p_{(L,n_L)} \geq p_0 | x_{(L,n_L)}, \text{未通过验证}) = \frac{\int_{p_0}^1 [1 - L(p_{(L,n_L)})] \pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)}) dp}{\int_0^1 [1 - L(p_{(L,n_L)})] \pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)}) dp} \quad (8)$$

$$R_c = P(p_{(L,n_L)} \leq p_1 | x_{(L,n_L)}, \text{通过验证}) = \frac{\int_{p_0}^1 [1 - L(p_{(L,n_L)})] \pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)}) dp}{\int_0^1 [1 - L(p_{(L,n_L)})] \pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)}) dp} \quad (9)$$

为求解式(8)和式(9),根据 Monte Carlo 积分方法有

$$E[q(x)] = \int q(x) p(x) dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q(x_i) \quad (10)$$

由于 $\pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)})$ 已经通过 HBN 测试性验证模型确定,据此生成 N 个服从 $\pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)})$ 分布的样本数据集 $\{p_{(L,n_L)}^{(i)}\} \sim \pi(p_{(L,n_L)} | x_{(L,n_L)}) (i=1, 2, \dots, N)$,选取合适的 N 值,则可以依据式(10)对式(8)和式(9)进行估计

$$R_P \approx \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[1 - \sum_{f=0}^c \binom{n}{f} (1 - p_{(L,n_L)}^{(i)})^f (p_{(L,n_L)}^{(i)})^{n-f} \right] I(p_{(L,n_L)}^{(i)} \geq p_0)}{1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{f=0}^c \binom{n}{f} (1 - p_{(L,n_L)}^{(i)})^f (p_{(L,n_L)}^{(i)})^{n-f} \right]} \quad (11)$$

$$R_C \approx \frac{\sum_{i=1}^N \left[\sum_{f=0}^c \binom{n}{f} (1 - p_{(L,n_L)}^{(i)})^f (p_{(L,n_L)}^{(i)})^{n-f} \right] I(p_{(L,n_L)}^{(i)} \leq p_1)}{\sum_{i=1}^N \left[\sum_{f=0}^c \binom{n}{f} (1 - p_{(L,n_L)}^{(i)})^f (p_{(L,n_L)}^{(i)})^{n-f} \right]} \quad (12)$$

式(11,12)中 $I(p_{(L,n_L)}^{(i)} \geq p_0)$ 和 $I(p_{(L,n_L)}^{(i)} \leq p_1)$ 代表性函数,具体含义如下

$$I(p_{(L,n_L)}^{(i)} \geq p_0) = \begin{cases} 1 & (p_{(L,n_L)}^{(i)} \geq p_0) \\ 0 & (p_{(L,n_L)}^{(i)} < p_0) \end{cases} \quad (13)$$

$$I(p_{(L,n_L)}^{(i)} \leq p_1) = \begin{cases} 1 & (p_{(L,n_L)}^{(i)} \leq p_1) \\ 0 & (p_{(L,n_L)}^{(i)} > p_1) \end{cases} \quad (14)$$

进一步通过满足不等式约束条件的式(15)求解顶层最小样本量 $n_{(L,n_L)}$ 及故障判据 $c_{(L,n_L)}$

$$\begin{cases} R_P \leq \alpha \\ R_C \leq \beta \end{cases} \quad (15)$$

至此,确定了基于后验分布的故障样本量 $n_{(L,n_L)}$ 以及进行故障判据的最大允许检测/隔离失败数 $c_{(L,n_L)}$ 。但是所确定的故障样本量 $n_{(L,n_L)}$ 在进行分配时会存在以下问题:①分配的故障样本量能否覆盖装备各层级故障模式数,即故障样本量的充分性问题;②考虑装备的功能特性,会存在两个故障模式的故障相对发生频率差异明显,使得对故障样本量进行分配时,故障相对发生频率低的故障模式分配的样本数为 0,不能保证测试性验证的充分性和全面性,进一步影响验证评估结论,使得验证实施方案不合理。

针对上述两个问题,首先基于故障率的分层抽样算法^[22],结合 HBN 测试性验证模型构成层次和各节点故障率 $\lambda_{(L,n_L)}$,按故障相对发生频率将所确定的样本 $n_{(L,n_L)}$ 分配给其下层节点 $n_{(L-1,n_{L-1})}$,给出基于 HBN 测试性验证模型的故障率分层抽样算法,如式(16)所示

$$\begin{cases} n_{(L-1,n_{L-1})} = n_{(L,n_L)} C_{(L-1,n_{L-1})} \\ C_{(L-1,n_{L-1})} = \frac{\lambda_{(L-1,n_{L-1})} T_{(L-1,n_{L-1})}}{\sum_{n_{L-1}=1}^{N_{L-1}} \lambda_{(L-1,n_{L-1})} T_{(L-1,n_{L-1})}} \end{cases} \quad (16)$$

其中: $C_{(L-1,n_{L-1})}$ 为第 $L-1$ 层第 n_{L-1} 个节点的故障相对发生频率; $T_{(L-1,n_{L-1})}$ 为第 $L-1$ 层第 n_{L-1} 个节点所对应模块的工作时间系数。

采用相同的方法将节点样本量 $n_{(L-1,n_{L-1})}$ 继续分配给其下层节点 $n_{(L-2,n_{L-2})}$,如此直至分配至最底层。

在对故障样本量 $n_{(L,n_L)}$ 按上述方法分配后,根据样本量 $n_{(L,n_L)}$ 以及样本分配情况,需要对样本量 $n_{(L,n_L)}$ 的确定过程进行限制。

限制 1 考虑装备第 l 层故障模式数 M_l 。若 $n_{(L,n_L)} < \max_{l \neq L}(M_l)$,样本数无法覆盖故障模式数,不能进行样本分配,需要对式(15)求取流程进行限制,重新计算次小的 $(n_{-1(L,n_L)}, c_{(L,n_L)} + 1)$,如果仍然有 $n_{-1(L,n_L)} < \max_{l \neq L}(M_l)$,则需要再次重新计算,直到 t 次之后得到满足 $n_{-t(L,n_L)} > \max_{l \neq L}(M_l)$ 的样本量及故障判据 $(n_{-t(L,n_L)}, c_{(L,n_L)} + t)$ 。若 $n_{(L,n_L)} \geq \max_{l \neq L}(M_l)$,则直接对样本量 $n_{(L,n_L)}$ 进行分配。

限制 2 考虑装备功能特性引起的故障发生相对频率差异。对满足限制 1 的样本量进行分配,为保证样本量的充分性和合理性,按照以下步骤进行限制:

1) 通过式(16)可确定各层次节点分配样本量为 $n_{(L,n_L)}$,则用 $n_{(L,n_L)}^{(j)}$ 表示第 l 层第 n_l 个层次节点所属第 j 个故障模式分配的样本数,若故障相对频率低的故障模式分配的样本量中存在 $n_{(L,n_L)}^{(j)} < 1$,则将 $n_{(L,n_L)}^{(j)}$ 取为 $n'_{(L,n_L)}{}^{(j)} = 1$; 而若 $n_{(L,n_L)}^{(j)} \geq 1$,则将其四舍五入取整到 $n'_{(L,n_L)}{}^{(j)}$,限制后的故障样本量 $n'_{(L,n_L)} = \sum_j n'_{(L,n_L)}{}^{(j)}$; 若所有故障模式分配量 $n_{(L,n_L)}^{(j)} \geq 1$,则无需进行下步计算;

2) 对步骤 1 限制后的 $n'_{(L,n_L)}$ 进行复算,得新的样本量 $n'_{(L,n_L)} = \sum_{n_{L-1}} n'_{(L-1,n_{L-1})} = \dots = \sum_{n_1} n'_{(1,n_1)}$;

3) 将 $n'_{(L,n_L)}$ 重新迭代回式(15),计算符合条件的故障判据 $c'_{(L,n_L)}$ 。

通过上述两条限制规则即可确定故障样本量 $(n'_{(L,n_L)}, c'_{(L,n_L)})$,具体实施流程如图 2 所示。

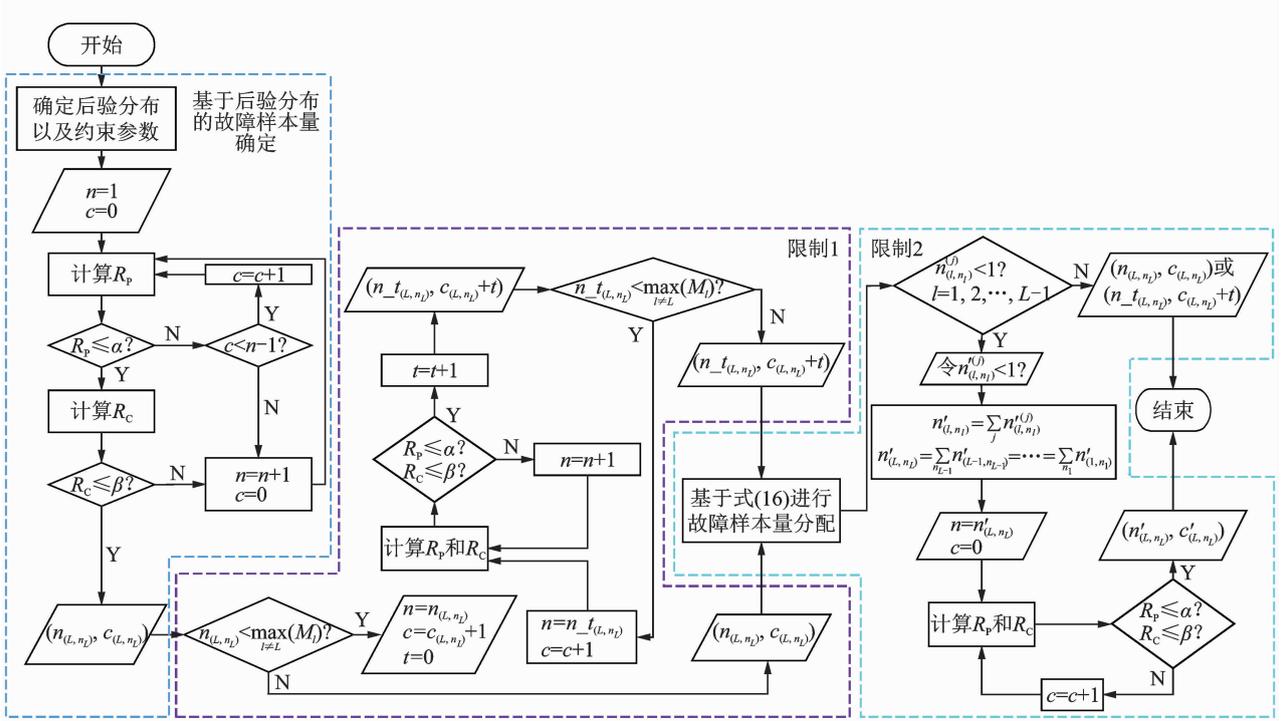


图2 基于后验分布的限制型故障样本量确定流程

Fig. 2 The process of restricted fault sample size determination based on posterior distribution

3 案例分析

3.1 模型构建及推理

以某型导弹装备飞行控制组件中的二次电源系统为研究对象,该系统主要由滤波器、电阻器、电源模块以及电连接器等部件构成。基于二次电源系统结构特性分析,共划分为2个层次,不考虑系统部件相互间的影响作用,则HBN测试性验证模型如图3所示。

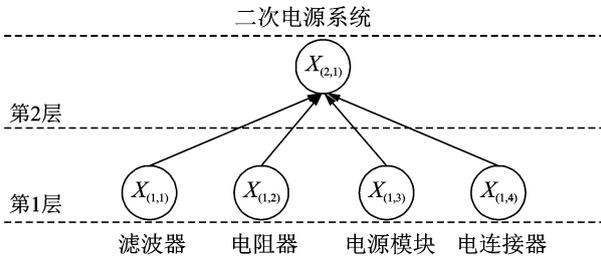


图3 二次电源系统HBN测试性验证模型

Fig. 3 The HBN testability verification model of secondary power system

二次电源系统的测试性指标FDR可表示为 $p_{(2,1)} = P(X_{(2,1)} = 1)$, 根据式(3)和式(4)以及各层次节点的独立性可得

$$P(X_{(2,1)}) =$$

$$\sum_{X_{(1,n_1)}} P(X_{(2,1)} | X_{(1,1)}, X_{(1,2)}, X_{(1,3)}, X_{(1,4)}) \cdot P(X_{(1,1)})P(X_{(1,2)})P(X_{(1,3)})P(X_{(1,4)}) \quad (17)$$

二次电源系统在设计、研制过程中,其组成部件进行了大量的试验,对应各层次节点先验分布的超参数(假定层次节点先验服从Beta分布)和试验数据如表1所示,其中先验超参数的确定是基于专家对节点先验区间估计而获取,具体求解过程见文献[23]。

表1 超参数及试验数据

Tab. 1 Hyperparameters and test data

层次节点	先验区间估计	先验超参数		试验数据	
		$\alpha_{(l,n_l)}$	$\beta_{(l,n_l)}$	$N_{(l,n_l)}$	$F_{(l,n_l)}$
$X_{(1,1)}$	[0.88, 0.94]	48.59	4.81	20	2
$X_{(1,2)}$	[0.90, 0.96]	17.88	1.35	24	0
$X_{(1,3)}$	[0.86, 0.92]	56.65	7.00	28	3
$X_{(1,4)}$	[0.90, 0.96]	17.88	1.35	30	2
$X_{(2,1)}$	[0.88, 0.96]	42.21	3.67	10	1

为了获取层次节点 $X_{(2,1)}$ FDR 的后验分布,需要给出 $P(X_{(2,1)} | X_{(1,1)}, X_{(1,2)}, X_{(1,3)}, X_{(1,4)})$ 的条件概率表,其通过领域专家知识进行确定,具体如表2

所示。

表 2 HBN 测试性验证模型的条件概率
Tab.2 The CPT of HBN testability model

层次节点取值				条件概率 $P(X_{(2,1)}=k X_{(1,1)}, X_{(1,2)}, X_{(1,3)}, X_{(1,4)})$	
$X_{(1,1)}$	$X_{(1,2)}$	$X_{(1,3)}$	$X_{(1,4)}$	$k=0$	$k=1$
0	0	0	0	1.00	0
0	0	0	1	0.66	0.34
0	0	1	0	0.54	0.46
0	1	0	0	0.68	0.32
1	0	0	0	0.56	0.44
0	0	1	1	0.26	0.74
0	1	0	1	0.20	0.80
1	0	0	1	0.28	0.72
0	1	1	0	0.28	0.72
1	0	1	0	0.36	0.64
1	1	0	0	0.25	0.75
0	1	1	1	0.12	0.88
1	0	1	1	0.06	0.94
1	1	0	1	0.15	0.85
1	1	1	0	0.08	0.92
1	1	1	1	0	1.00

根据式(2)和表 1 中各层次节点的先验分布参数以及试验数据,容易求得各层次节点的后验分布,然后基于式(17)采用 Monte Carlo 方法对 $P(X_{(2,1)})$ 进行抽样,并拟合为 Beta 分布,则可以得到层次节点 $X_{(2,1)}$ 的继承先验分布 $\text{Beta}(570.41, 21.25)$ 。根据专家经验分配自先验权重系数 $\omega_s = 0.5$ 以及继承先验权重系数 $\omega_i = 0.5$,则可以得到层次节点 $X_{(2,1)}$ 的联合先验分布为 $\text{Beta}(306.31, 31.73)$ 。根据其成败型验证试验数据对 $(N_{(2,1)}, F_{(2,1)}) = (10, 1)$,再次基于式(2)则可获得联合后验分布 $\text{Beta}(315.31, 32.73)$ 。为了对比分析,图 4 给出了 $X_{(2,1)}$ 的自先验分布、继承先验分布以及联合先验分布曲线,图 5 给出了节点 $X_{(2,1)}$ 有无 HBN 模型推理的后验分布对比曲线。

通过图 4 能直观反映出节点自先验和继承先验的融合推理情况,融合后的联合先验分布介于两者之间。图 5 中通过 HBN 模型推理得到的联合后验分布的估计精度更高,这是由于其 95% 的置信区间

$[0.87, 0.93]$ 的区间长度为 0.06,较之于未通过 HBN 模型推理得到的后验分布 95% 的置信区间 $[0.83, 0.97]$ 的区间长度 0.14 有效降低,这是因为下层节点先验信息对上层节点信息进行了有效补充。

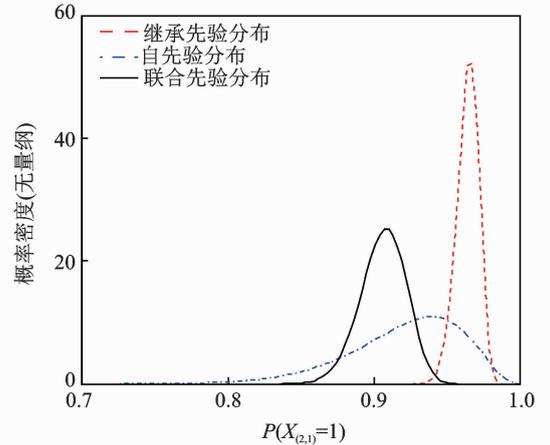


图 4 不同先验分布对比

Fig. 4 The contrast of different prior distribution

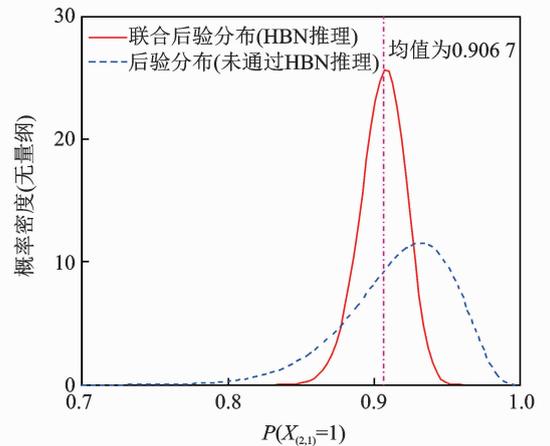


图 5 不同后验分布对比

Fig. 5 The contrast of different posterior distribution

3.2 限制型样本量确定及分析

设该二次电源系统的测试性设计指标要求值分别为 $p_0 = 0.95, p_1 = 0.90$ 以及 $\alpha = \beta = 0.1$ 。选取样本容量 $N = 50\,000$,生成节点 $X_{(2,1)}$ 联合后验分布的样本数据集 $\{p_{(2,1)}^{(i)}\} \sim \pi(p_{(2,1)} | x_{(2,1)})$,从中得到子集 $\{p_{(2,1)}^{(i)} | p_{(2,1)}^{(i)} \geq p_0\}$ 和 $\{p_{(2,1)}^{(i)} | p_{(2,1)}^{(i)} \leq p_1\}$,则基于式(11)~(15)可求得满足指标要求的最小故障样本量及故障判据 $(n_{(2,1)}, c_{(2,1)}) = (51, 0)$ 。

现考虑二次电源的功能特性^[24-25],其故障模式影响及危害性分析(failure mode, effects and criti-

ality analysis, 简称 FMECA) 如表 3 所示。由表 3 可得 HBN 测试性验证模型第 1 层的故障模式数 $M_1=11$, 故有 $n_{(2,1)} > M_1$, 满足限制 1 的约束。按照式(16)实施样本量分配, 分配结果见表 3。

从分配结果来看, 层次节点 $X_{(1,2)}$ 和 $X_{(1,4)}$ 所包含故障模式存在分配结果为 0 的情况, 这是由于故障模式的故障相对发生频率差异所引起的。根据上述限制 2 的约束, 取 $n'_{(1,2)} = n'_{(1,4)} = 1$, 重新计算 $n'_{(2,1)} = 53$, 再迭代回式(15), 计算符合条件的故障判据 $c'_{(2,1)} = 0$, 则此时通过限制约束的测试性验证样本量数据对即为 $(n'_{(2,1)}, c'_{(2,1)}) = (53, 0)$ 。

为了比较分析, 不同验证方案的结果如表 4 所示。由表 4 的数据对比可得:

1) 在双方风险不变的前提下, 传统 Bayes 验证方案和笔者提出的基于后验分布的限制型故障样本量确定方法较之经典验证方案, 所确定的样本量分别减少了 60% 和 72%, 均能很大程度上降低故障样

本量。本研究方法得到的承制方风险 $\alpha = 0.0004$, 较之经典方案和传统 Bayes 方案显著降低, 这是由于指标值 $p_0 = 0.95$ 位于层次节点 $X_{(2,1)}$ 后验分布的 95% 置信区间 $[0.87, 0.93]$ 的右侧, 所以落入子集 $\{p_{(2,1)}^{(i)} | p_{(2,1)}^{(i)} \geq p_0\}$ 的样本数较少, 使得承制方理论风险 α 降低;

2) 本研究方法与传统 Bayes 验证方案相比, 能在更大程度上降低样本量, 这是由于本研究方法能充分融合装备结构特性中蕴含的各类先验信息以及成败型试验数据, 保证了方法中联合后验分布的可信度;

3) 本研究方法与经典验证方案及传统 Bayes 验证方案相比, 能综合考虑装备的功能特性, 包括装备故障模式数以及不同故障模式的相对发生频率差异, 故能保证样本量的充分性和样本量分配的合理性, 使得结果更加贴合工程实际情况。

表 3 二次电源 FMECA 分析及样本量分配

Tab. 3 The FMECA analysis and sample size allocation of secondary power

部件及其对应节点	功能	故障模式	故障模式频数比/%	故障率/ (10^{-6}h^{-1})	样本量 $n_{(2,1)} = 51$	
					部件分配量 $n_{(1,n_f)}$	故障模式分配量 $n_{(2,n_f)}^{(i)}$
滤波器 $X_{(1,1)}$	电源干扰滤波	短路	20	3.042	11	2
		退化	80			9
电阻器 $X_{(1,2)}$	参数调整	开路	92	0.139	1	1
		参漂	8			0
		退化	35			13
电源模块 $X_{(1,3)}$	给导弹提供所需的各种电源	低温不启动	10	10.516	38	4
		漏气	15			6
		开路	15			6
		短路	25			9
电连接器 $X_{(1,4)}$	电气连接	接触不良	80	0.366	1	1
		开路	20			0

表 4 不同验证方案对比

Tab. 4 Contrast between different testability schemes

验证方案	(n, c)	理论风险值		相对样本容量
		α	β	
经典方案	(187, 13)	0.087 4	0.098 1	1.00
传统 Bayes 方案	(75, 5)	0.077 4	0.099 8	0.40
本研究方法	(53, 0)	0.000 4	0.099 1	0.28

4 结 论

1) 针对现有测试性验证方案未考虑工程应用中不同装备系统具备不同结构和功能复杂度的问题, 提出了一种基于后验分布的限制型故障样本量确定方法, 其在测试性设计全寿命周期中, 累积了大

量先验信息(包括详细的 FMEA 分析报告及各部件先验信息等),文中构建的 HBN 测试性验证模型,既能充分反映出装备的结构特性,又能基于模型推理充分运用装备结构中累积的大量先验信息及试验数据,并能通过权重分配融合层次节点自先验和继承先验,保证了联合后验分布的可信度。

2) 本研究基于后验分布以及结合装备的功能特性,对样本量确定流程给定了两条限制:限制 1 考虑样本量能否覆盖所有的故障模式的问题,以保证故障模式的全覆盖;限制 2 考虑相对故障频率低的故障模式分配数为 0 的问题,以保证样本量的充分性和合理性。

3) 本研究经由两条限制方案确定的故障样本量,较之经典测试性验证方案以及传统 Bayes 测试性验证方案均有效降低,解决了经典测试性验证方案确定样本量过大而不利于测试性验证试验的实施问题,同时也解决了当前测试性验证方案未能系统考虑装备结构特性以及装备功能特性,从而导致故障样本量充分性和合理性不足的问题,使结果更加科学合理,贴合工程实际。

参 考 文 献

- [1] 王红霞,叶晓慧,陈冰,等. 装备测试性设计分析验证技术[M]. 北京:电子工业出版社,2018:1-15.
- [2] 石君友. 测试性设计分析与验证[M]. 北京:国防工业出版社,2011:1-20.
- [3] 李天梅,邱静,刘冠军. 利用研制阶段试验数据制定测试性验证试验方案新方法[J]. 机械工程学报,2009,45(8):52-57.
LI Tianmei, QIU Jing, LIU Guanjun. New methodology for determining testability integrated test scheme with test data in the development stages[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 52-57. (in Chinese)
- [4] 中国人民解放军总装备部. GJB2547A-2012 装备测试性工作通用要求[S]. 北京:总装备部军标出版发行部,2012.
- [5] Department of Defense. MIL-STD-471A Interim notice 2-1978 demonstration and evaluation of equipments / system built-in test / external test / fault isolation / testability attributes and requirements [S]. Washington D C: Department of Defense, 1978.
- [6] Department of Defense. MIL-STD-2165-1985 Testability program for electronic systems and equipments [S]. Washington D C: Department of Defense, 1985.
- [7] 刘磊,宋家友,姚森. 研制阶段测试性验证与评价的动态贝叶斯方法[J]. 计算机工程与设计,2017,38(6):1516-1521.
LIU Lei, SONG Jiayou, YAO Miao. Testability verification and evaluation method based on dynamic Bayes theory in development stage[J]. Computer Engineering and Design, 2017, 38(6): 1516-1521. (in Chinese)
- [8] 田仲. 测试性验证方法研究[J]. 航空学报,1995,19:65-70.
TIAN Zhong. Study of testability demonstration methods[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1995, 19: 65-70. (in Chinese)
- [9] 余龙海,史贤俊,肖支才. 基于使用阶段数据的装备测试性验证方法[J]. 电光与控制,2016,23(6):90-95.
YU Longhai, SHI Xianjun, XIAO Zhicai. A method for testability verification of armament based on data of service stage[J]. Electronics Optics & Control, 2016, 23(6): 90-95. (in Chinese)
- [10] 常春贺,杨江平,曹鹏举. 基于研制信息的测试性验证试验方案研究[J]. 航空学报,2012,33(11):2057-2064.
CHANG Chunhe, YANG Jiangping, CAO Pengju. Study on the scheme of testability demonstration test based on development information[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(11): 2057-2064. (in Chinese)
- [11] 雷华军,秦开宇. 确定测试性验证试验方案的贝叶斯方法[J]. 系统工程与电子技术,2012,34(12):2612-2616.
LEI Huajun, QIN Kaiyu. Bayesian method for determination of testability demonstration test scheme[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(12): 2612-2616. (in Chinese)
- [12] 王敏,杨江平,卢雷,等. 利用分系统数据制定整机测试性验证试验方案[J]. 现代防御技术,2015,43(5):213-217.
WANG Min, YANG Jiangping, LU Lei, et al. Determining testability demonstration test scheme with subsystem data[J]. Modern Defence Technology, 2015, 43(5): 213-217. (in Chinese)
- [13] WANG C, QIU J, LIU G J, et al. Testability demonstration with component level data from virtual and physical tests[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineerings, 2015, 229(2): 265-272.

- [14] 陈然, 连光耀, 张西山. 基于序贯回归的小样本测试性验证试验方案[J]. 航空动力学报, 2018, 33(2): 305-312.
CHEN Ran, LIAN Guangyao, ZHANG Xishan. A small sample testability verification test scheme based on sequential and regression analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(2): 305-312. (in Chinese)
- [15] 陈然, 连光耀, 黄考利, 等. 基于FMECA信息的测试性验证试验样本分配方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 627-635.
CHEN Ran, LIAN Guangyao, HUANG Kaoli, et al. Samples allocation method based on FMECA information for testability verification test[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 627-635. (in Chinese)
- [16] 何洋, 李洪涛, 王志新. 基于多因子的机电设备测试性验证样本量分配方案[J]. 电光与控制, 2015, 22(1): 97-100.
HE Yang, LI Hongtao, WANG Zhixin. A multi-factor based sample allocation scheme for testability verification of electromechanical equipment[J]. Electronics Optics & Control, 2015, 22(1): 97-100. (in Chinese)
- [17] 余思奇, 景博, 黄以锋. 基于贡献度的测试性验证试验样本分配方案研究[J]. 中国测试, 2015, 41(2): 91-95.
YU Siqi, JING Bo, HUANG Yifeng. Study on allocation scheme of failure sample in testability validation tests based on contribution[J]. China Measurement & Test, 2015, 41(2): 91-95. (in Chinese)
- [18] GYFTODIMOS E, FLACH P A. Hierarchical Bayesian networks: an approach to classification and learning for structured data[C]//Methods and Applications of Artificial Intelligence. Greece: SETN, 2004: 291-300.
- [19] 尹园威, 尚朝轩, 蔡金燕, 等. 装备测试性增长过程的贝叶斯验证方法[J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(3): 488-491.
YIN Yuanwei, SHANG Chaoxuan, CAI Jinyan, et al. Bayesian verification method based on equipment testability growth[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(3): 488-491. (in Chinese)
- [20] 李天梅. 装备测试性验证试验优化设计与综合评估方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.
- [21] 张西山, 黄考利, 闫鹏程, 等. 基于验前信息的测试性验证试验方案确定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(8): 1505-1512.
ZHANG Xishan, HUANG Kaoli, YAN Pengcheng, et al. Method of confirming testability verification test scheme based on prior information[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(8): 1505-1512. (in Chinese)
- [22] 沈亲沐. 装备系统级测试性分配技术研究及应用[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2007.
- [23] 马智博, 朱建士, 徐乃新. 利用多种信息源的可靠性评估方法[J]. 计算物理, 2003, 20(5): 391-398.
MA Zhibo, ZHU Jianshi, XU Naixin. Reliability assessment using multiple information source[J]. Computational Physics, 2003, 20(5): 391-398. (in Chinese)
- [24] 中国人民解放军总装备部. GJB/Z 1391—2006 故障模式、影响及危害性分析指南[S]. 北京: 总装备部军标出版发行部, 2006.
- [25] 赵建扬, 李小珉, 雷琴. 基于危害度相对比值的故障样本分配方案[J]. 探测与控制学报, 2011, 33(2): 55-59.
ZHAO Jianyang, LI Xiaomin, LEI Qin. Relative criticality ratio based on failure samples allocation[J]. Journal of Detection & Control, 2011, 33(2): 55-59. (in Chinese)



第一作者简介:王康,男,1991年9月生,博士生。主要研究方向为装备测试性设计、验证与评估。曾发表《基于层次Bayesian网络及后验风险准则的故障样本量确定方法》(《兵工学报》2019年第40卷第1期)等论文。
E-mail: kycore@163.com

