

科隆蛋扣件段钢轨波磨产生机理及发展特性*

王志强, 雷震宇

(同济大学铁道与城市轨道交通研究院 上海, 201804)

摘要 为研究地铁钢轨波磨的产生机理和发展特性,通过建立车辆-轨道空间耦合模型和钢轨波磨评价模型,从频域和时域的角度分析波磨产生机理,并运用波磨增长率对科隆蛋扣件轨道钢轨波磨的产生机理和发展特性进行研究。基于频域的分析,对轨道结构模型进行模态分析和频响分析,发现存在与实测波磨通过频率接近的轨道结构固有频率,说明该频率所对应的振型更容易被激发出来,促使轨道结构发生共振现象,形成相应频率的波磨。基于时域的分析,运用车辆-轨道耦合模型,计算钢轨垂向振动加速度、钢轨垂向位移的时程曲线并进行频域变换,发现存在与实测波磨通过频率接近的特征频率,说明轨道结构相应频率下的振动是促进波磨形成的重要原因。车速的改变对波磨增长率的特征频率没有影响,体现了波磨的固定频率特性。随着列车运行次数的增加,特征频率对应波长的波磨逐渐形成并不断发展;波磨的波长范围和发展速度随着列车速度的增加而逐渐增大。

关键词 地铁; 科隆蛋扣件; 波磨; 位移导纳; 波磨增长率

中图分类号 U270; TH113.1; TH117.1

引言

钢轨波磨是一种出现在轨头表面的周期性波浪状磨损现象。波磨是城市轨道交通行业的主要顽疾之一,在温哥华^[1]、巴尔的摩^[2]、巴黎^[3]、斯德哥尔摩^[4]、北京^[5]和上海^[6]等城市的地铁系统都有不同程度的发生。钢轨波磨的典型波长约为 20~300 mm,波深小于 1 mm。波磨的存在使车辆轨道部件振动加剧,车辆轨道的使用周期缩短,同时会产生严重的噪声,影响周边居住环境。

研究人员针对如何抑制钢轨波磨的产生和发展做了大量工作。Grassie 等^[7]根据波长固定机理和损伤机理,将钢轨波磨分为 6 类,阐述了各种波磨类型的机理和对策。Grassie^[8-9]将波长固定机理修正为频率固定机理,认为所有类型的波磨都与轮轨系统的共振有关,都是由于恒定频率而非恒定波长造成的。Böhmer 等^[10]利用有限元软件,从频域角度分析了塑性变形对钢轨波磨的影响。Gómez 等^[11]运用线性模型对波磨发展进行了预测。Iceland 等^[12]基于非线性轮轨作用,将非线性因素引入波磨的计算模型。Croft 等^[13]通过建立了一种简单的时域模型来研究钢轨阻尼器对短波波磨增长率的影响。仿真结果发现,钢轨阻尼器可有效减小短波波磨的增长率,并可

增大原有波磨波长。陈光雄等^[14]利用有限元时域模型,发现轮轨摩擦自激振动是造成曲线波磨的重要原因。李霞^[15]运用有限元模型,从频域和时域的角度分析了轨道结构共振频率与钢轨波磨的内在联系。蔡小培等^[16]从时域和频域的角度研究了剪切型减振器钢轨波磨对加速度振级的影响。

科隆蛋扣件是一种高弹性剪切型扣件,具有垂向和横向刚度较低的特点,故减振效果较好。笔者以科隆蛋扣件轨道波磨为研究对象,通过建立车辆-轨道空间耦合模型和钢轨波磨评价模型,从频域和时域的角度分析钢轨波磨产生机理,并运用波磨增长率对钢轨波磨发展特性进行研究。

1 实测地铁波磨特性分析

科隆蛋扣件轨道实测波磨区段运营车辆为地铁 A 型车,轨下基础为整体道床结构。采用含有波磨测量系统的轨道综合检测车对波磨区段进行测量,该设备取样步长为 5 mm,系统分辨率为 0.01 mm,系统精度为 ±0.025 mm。检测距离为 10 m,检测速度为 4 km/h。钢轨波磨现场照片如图 1 所示。

科隆蛋扣件轨道钢轨波磨如图 2 所示。图 2(b)显示的波磨特征波长为 20, 31.5, 63 和 80 mm。该区

* 国家自然科学基金资助项目(11772230)

收稿日期:2019-09-19;修回日期:2019-11-26

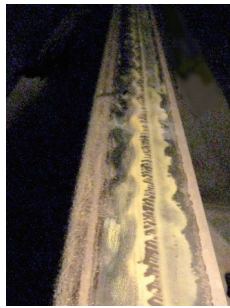


图1 钢轨波磨现场照片

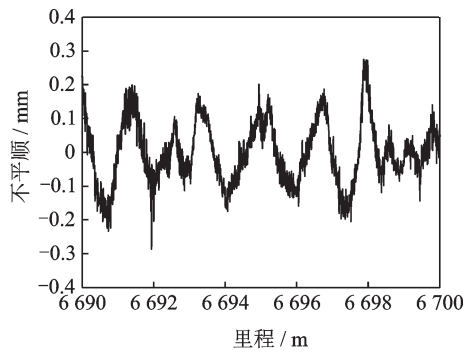
Fig.1 Field picture of rail corrugation

段车辆运营速度约为 40 km/h,特定波长 λ 对应的通过频率 f 为

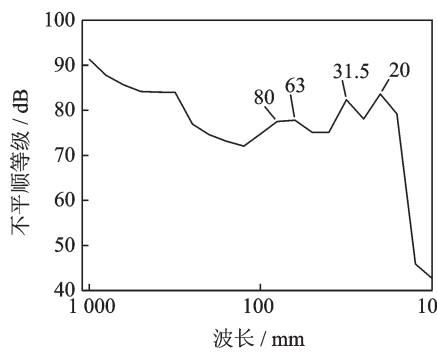
$$f = v/\lambda \quad (1)$$

其中: v 为列车速度。

根据式(1)得到对应的通过频率分别为 556, 353, 176 和 139 Hz。



(a) 实测波磨
(a) Measured corrugation



(b) 不平顺等级1/3倍频程
(b) 1/3 octave of irregularity grades

图2 科隆蛋扣件轨道钢轨波磨

Fig.2 Rail corrugation of Cologne Egg fastener track

2 车辆-轨道空间耦合模型

2.1 车辆模型

以地铁 A 型车为研究对象,车辆主要参数参见

文献[17]。采用软件 Universal Mechanism (简称 UM) 建立多刚体模型,包括车体、2个转向架和4个轮对,车辆一系弹簧和二系弹簧均通过弹簧阻尼单元进行模拟。

2.2 轨道模型

采用柔性轨道模型,钢轨为 60 kg/m,扣件部分模拟为 Bushing 力元。道床板部分通过有限元软件 ABAQUS 建立三维实体单元模型并导入到 UM 前处理中,作为动力学模型的子系统,道床板断面尺寸为 2 700 mm×300 mm,长度为 60 m。道床板与地基的连接以及道床板与钢轨的连接都是通过力元进行模拟,可以考虑 3 个方向上的刚度和阻尼。轨道结构参数取值如表 1 所示^[15]。

表 1 轨道结构参数

Tab.1 Track structure parameters

| 参数 | 数值 |
|--|--------------------|
| 钢轨弹性模量/MPa | 2.0×10^5 |
| 钢轨泊松比 | 0.3 |
| 钢轨密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | 7 790 |
| 扣件垂向刚度/($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$) | 12.06 |
| 扣件横向刚度/($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$) | 7.58 |
| 扣件纵向刚度/($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$) | 7.58 |
| 扣件垂向阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$) | 1 361.12 |
| 扣件横向阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$) | 974.26 |
| 扣件纵向阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$) | 974.26 |
| 扣件间距/m | 0.6 |
| 道床板弹性模量/MPa | 3.25×10^4 |
| 道床板泊松比 | 0.24 |
| 道床板密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | 2 400 |
| 地基支撑刚度/($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$) | 1.7×10^8 |
| 地基支撑阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$) | 3.1×10^4 |

2.3 轮轨接触模型

轮轨接触模型采用 Kik-Piotrowski 接触模型,该模型假设轮轨法向接触应力呈半椭圆形分布,接触区域通过轮轨之间的虚拟穿透原理得到,法向接触应力根据接触区域的几何点满足接触条件求得,切向接触应力根据改进的 FASTSIM 算法求解^[18]。

车辆-轨道空间耦合模型示意图如图 3 所示。

3 钢轨波磨评价模型

采用位移导纳和波磨增长率作为波磨评价模型,相对于 Archard 模型^[19]和摩擦功模型^[20]而言,上

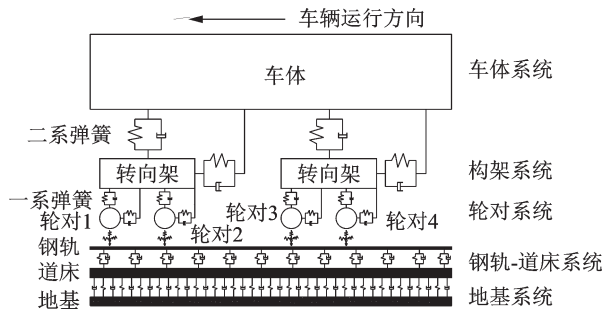


图 3 车辆-轨道空间耦合模型示意图

Fig.3 Chart of vehicle-track space coupled model

述波磨评价模型可以反映各个频率处波磨形成和发展的具体趋势。

3.1 位移导纳

位移导纳计算原理如图 4 所示。通过改变荷载的激励频率,便可以获得对应频率下结构的响应情况

$$R(f) = y(f)/F(f) \quad (2)$$

其中: $R(f)$ 为频率 f 处的位移导纳; $F(f)$ 为激励频率为 f 的周期力; $y(f)$ 为 $F(f)$ 作用下的位移。

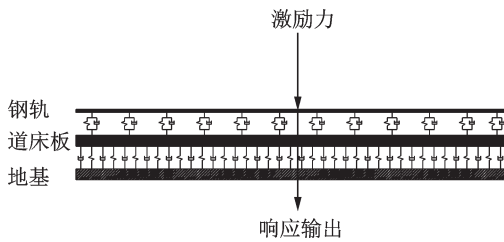


图 4 位移导纳计算原理图

Fig.4 Calculation principle chart of displacement receptance

3.2 波磨增长率

波磨增长率(无量纲单位)可以反映钢轨表面具有一定波长的初始不平整的发展程度^[21-22],表达式为

$$G = -J(KP + QL) \frac{F_{y,0} I^2 H F_{yy}^2 + \nu_{y,0}}{(1 + F_{zz} K)(1 + H^2 I^2 F_{zz}^2)} \quad (3)$$

其中: $J = k_0/2\rho b$; k_0 为材料磨损比例系数,取 $1 \times 10^{-9} \text{ kg/Nm}^{[14]}$; ρ 为钢轨密度,取 7790 kg/m^3 ; b 为接触斑垂直滚动方向的半轴长; $K = 3N/2d$; N 为轮轨接触法向力; d 为轮轨间弹性变形量; $L = c/2d$; c 为接触斑平均半轴长, $c = \sqrt{ab}$; a 为接触斑沿滚动方向的半轴长; $F_{y,0}$ 为横向蠕滑力常量部分; $\nu_{y,0}$ 为横向蠕滑率常量部分; $I = 2\pi f/V_m$; V_m 为列车速度; F_{yy} 为钢轨横向位移导纳; F_{zz} 为钢轨垂向位移导纳; P, Q, H 分别为横向蠕滑力 F_y 对轮轨法向力 N 、接触斑

大小 c 、横向蠕滑率 ν_y 的偏导数。

根据 Hertz 基础理论,可得

$$\begin{cases} P = \frac{\partial F_y}{\partial N} = -\mu \operatorname{sgn}(\nu_y) \left(\frac{\nu_y}{\nu_{y,\max}}\right)^2 \left[3 - 2\frac{|\nu_y|}{\nu_{y,\max}}\right] \\ Q = \frac{\partial F_y}{\partial c} = \frac{3\mu N}{c\nu_{y,\max}} \operatorname{sgn}(\nu_y) \left(1 - \frac{|\nu_y|}{\nu_{y,\max}}\right)^2 \\ H = \frac{\partial F_y}{\partial \nu_y} = -\frac{3\mu N}{\nu_{y,\max}} \left(1 - \frac{|\nu_y|}{\nu_{y,\max}}\right)^2 \end{cases} \quad (4)$$

其中: μ 为轮轨摩擦因数。

根据式(3),(4)可知,波磨增长率 G 是以频率 f 为自变量的函数,其数值大小表示钢轨表面相应波长波磨增长趋势的大小。

在波磨增长率 G 的表达式中,已知 k_0, ρ 和 μ (取 0.35); F_{zz}, F_{yy} 根据有限元软件 ABAQUS 求出; $a, b, c, N, \nu_y, \nu_{y,0}, \nu_{y,\max}, F_y, F_{y,0}$ 和 V_m 根据动力学软件 UM 求出; d 依据 Hertz 理论,按 $N = \left[\frac{1}{W} d\right]^{3/2}$ 计算出; $W = 3.86R^{-0.115} \times 10^{-8} (\text{m/N}^{2/3})$ 。波磨增长率的计算流程如图 5 所示。

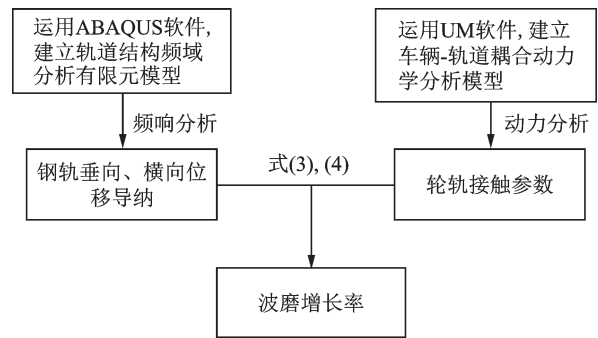


图 5 波磨增长率的计算流程图

Fig.5 Calculation flow chart

4 波磨产生机理

4.1 基于频域的分析

运用有限元软件 ABAQUS,建立科隆蛋扣件轨道模型进行模态分析和频响分析,将获得的固有频率与实测波磨通过频率对比,研究轨道结构固有振动特性与波磨的关系。

4.1.1 有限元模型

实际轨道为无限长结构。理论上,当荷载作用于轨道结构上时,只对作用点附近的局部区域产生影响,且轨道结构的模态分析和频响分析不存在应力波在边界上的反射。因此,在保证计算精度和控制计算代价的前提下,选取一段轨道进行建模分析是合理

的^[23]。笔者选取的轨道长度为 20 跨轨枕长度。

利用有限元软件 ABAQUS 建立的科隆蛋扣件轨道三维实体模型如图 6 所示,钢轨为 60 kg/m。钢轨和道床板均采用三维实体单元建模,扣件模拟为弹簧-阻尼单元,道床板与地基的连接通过接地弹簧实现。由于轨道结构的对称特性,因此选取一根钢轨和一半的道床板进行分析,并在道床板中心设置对称约束,钢轨和道床板两端设置固定约束,道床板断面尺寸为 1 350 mm×300 mm。

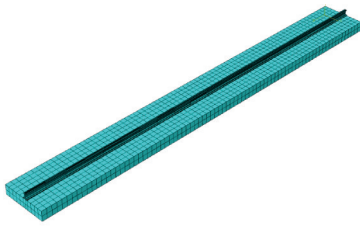


图 6 科隆蛋扣件轨道三维实体模型

Fig.6 Three-dimensional solid model of Cologne egg fastener track

4.1.2 模态分析

模态分析常用于分析系统固有频率属性。根据 Grassie 的理论^[9],波磨具有固定频率特征。因此,在分析波磨形成机理时,轨道结构的振动特性通常认为是引起特定频率波磨的主要原因。

结合实测部分的典型通过频率(139,176,353 和 556 Hz),与其接近的振型图如图 7 所示。可见,140.4,354.7,554.0 Hz 的固有频率对应轨道结构在横向的弯曲振动频率,该频率与现场波磨通过频率 139,353 和 556 Hz 相近,其中 554.0 Hz 钢轨的振动形态可能为钢轨的横向 pinned-pinned 振动。根据式(5)^[24]可得钢轨横向 pinned-pinned 振动频率为

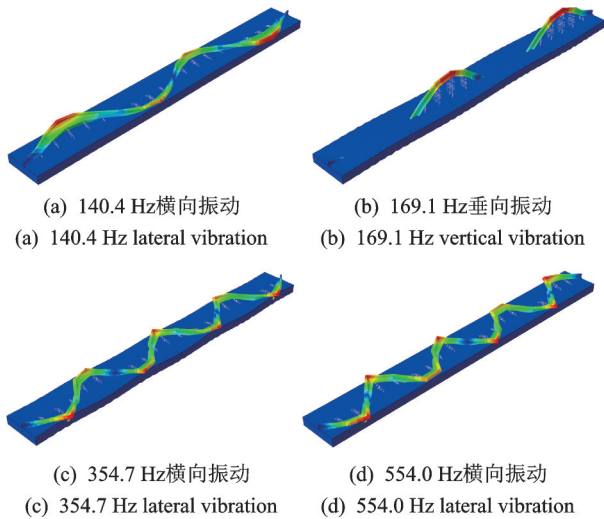


图 7 振型图

Fig.7 Mode diagram

565.2 Hz,与有限元软件计算所得频率 554.0 Hz 仅相差 11.2 Hz,因此此时钢轨的横向振动即为钢轨的横向 pinned-pinned 振动。169.1 Hz 的固有频率对应轨道结构在垂向的弯曲振动频率,该频率与现场波磨通过频率 176 Hz 相近。分析认为,轨道结构可能在上述特定频率处发生共振,从而导致对应波长钢轨波磨的产生。

$$f_{pp} = n_{pp}^2 \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (5)$$

其中: f_{pp} 为 pinned-pinned 共振频率; n_{pp} 为 pinned-pinned 共振阶数; l 为轨枕间距; EI 为钢轨抗弯刚度; m 为钢轨单位长度质量。

4.1.3 频响分析

在钢轨表面施加一个垂向正弦荷载,得到钢轨和道床板的垂向位移导纳如图 8 所示。由图 8 可知,相对于钢轨垂向位移导纳而言,道床板垂向位移导纳小得多,几乎没有变化,说明道床板振动幅度较小。钢轨在 1 kHz 以内出现多个振动峰值,其中与实测波磨通过频率 139,176,353 和 556 Hz 相接近的特征频率为 140,169,355 和 555 Hz,且这些特征频率所对应的钢轨位移响应较大。这说明该频率对应的振型更容易被激发出来,促使轨道结构发生共振现象,从而形成相应频率的钢轨波磨。

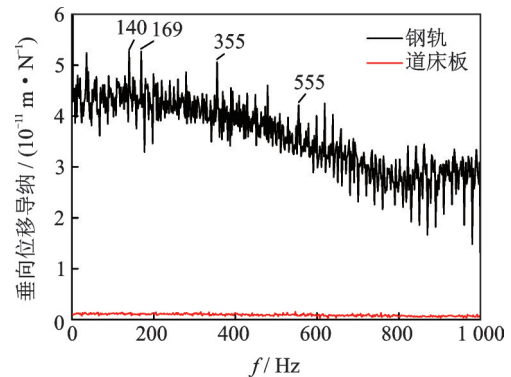


图 8 垂向位移导纳

Fig.8 Vertical displacement receptance

4.2 基于时域的分析

4.2.1 模型的验证

对建立的车辆-轨道耦合模型进行验证,以保证后续计算的正确性和有效性。采用的实测数据为某地铁线路的钢轨垂向振动加速度级,数据采集使用 INV3060S 采集仪,数据分析使用 DASP-V10 软件,速度工况为 40 km/h,测点布置及现场测试照片如图 9 所示。通过对该线路进行仿真计算,提取测点处钢轨垂向振动加速度数据,并与实测数据进行对比,如图 10 所示。可见,仿真结果与测试结果一致

性较好,从而验证了模型的有效性。

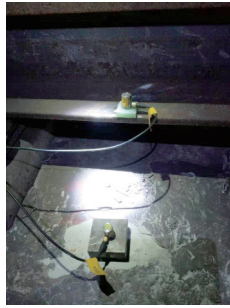


图9 现场测试照片

Fig.9 Field test picture

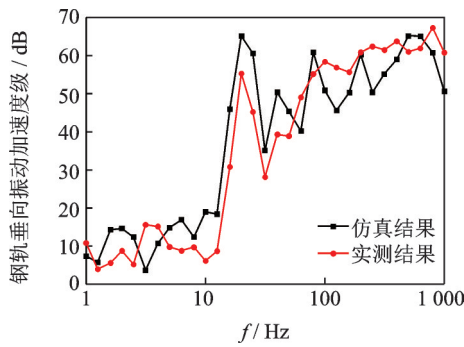


图10 仿真与实测数据对比

Fig.10 Comparison between simulation and measured results

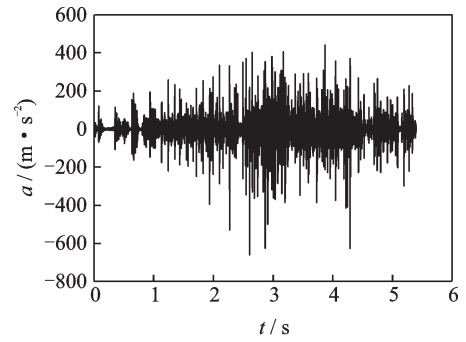
4.2.2 数值分析

由于初始不平顺会影响系统动力响应特征,因此在仿真过程中,将实测波磨数据作为初始不平顺添加到钢轨表面以研究波磨的特性。根据建立的车辆-轨道耦合模型,设置行车速度为40 km/h,提取钢轨垂向振动加速度和垂向位移作为输出结果,图11为时程曲线图。

为了分析不同频率处轨道结构的振动特征,对图11所示的时程曲线进行频域变换,得到对应的频谱曲线如图12所示。由图12可以看出,垂向振动加速度和垂向位移频谱曲线特征频率几乎相同,分别为38.0(35.4),72.5,110,140,181,218,255,355,418,555和623 Hz,其中与实测波磨通过频率相接近的特征频率分别为140,181,355和555 Hz,说明轨道结构相应频率下的振动是促进钢轨波磨形成的重要原因。这与基于频域的分析结论相一致。

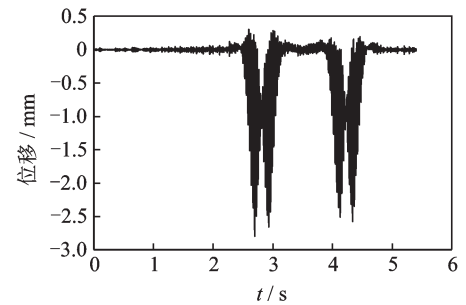
5 波磨发展特性

通过分析波磨增长率的数值大小和分布规律,对地铁线路上的钢轨波磨的发展特性展开研究。根据钢轨垂、横向位移导纳,利用车辆-轨道耦合模型求得其余轮轨相互作用参数。根据式(3),(4)计算



(a) 钢轨垂向振动加速度

(a) Rail vertical vibration acceleration

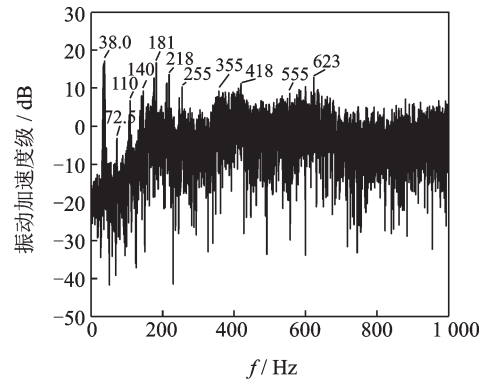


(b) 钢轨垂向位移

(b) Rail vertical displacement

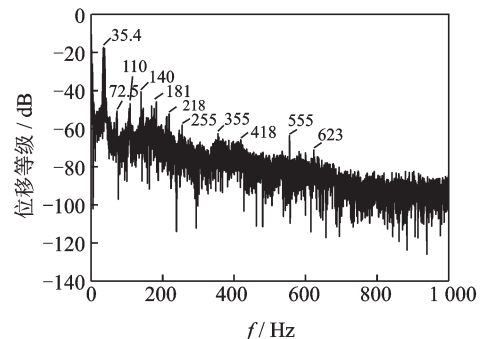
图11 时程曲线图

Fig.11 Time history curve charts



(a) 钢轨垂向振动加速度级

(a) Rail vertical vibration acceleration grades



(b) 钢轨垂向位移等级

(b) Rail vertical displacement grades

图12 频谱曲线

Fig.12 Frequency spectrum curve charts

得到钢轨波磨增长率。取导向轮对某一侧车轮作为研究对象,分别对车速为40,60和80 km/h下的钢轨波磨增长率进行分析。

图13为波磨增长率曲线。由图13可知,波磨增长率在该频域范围内出现了多个峰值,且3种速度下的特征频率相同,分别为35.3,140,170,355,480,555,735,805,838和939 Hz,体现了波磨的固定频率特性。根据文献[22,25-27]可知:当波磨增长率为正时,初始不平顺趋于发展,波磨逐渐形成;当波磨增长率为负时,初始不平顺趋于消除,波磨逐渐消失;当波磨增长率大于0.01时,初始不平顺发展速度将会加快,因此可将0.01作为波磨形成的临界值。可见,波磨在上述特征频率处均有继续发展的

趋势。当车速为40 km/h时,大于波磨形成临界值的特征频率包括140和170 Hz,对应的波磨增长率分别为0.014 5和0.012 2。当车速为60 km/h时,大于波磨形成临界值的特征频率为140,170和355 Hz,对应的波磨增长率分别为0.017 4,0.014 6和0.010 3。当车速为80 km/h时,大于波磨形成临界值的特征频率包括35.3,140,170和355 Hz,对应的波磨增长率分别为0.011 8,0.020 9,0.017 6和0.012 0。可见,随着列车运行次数的增加,特征频率对应波长的波磨将会逐渐形成并不断发展;随着列车速度的增加,使得大于波磨形成临界值的特征频率数目增多,且对应的波磨增长率数值增大,表明钢轨波磨的波长范围和发展速度将会逐渐增大。

6 结 论

1) 基于频域分析,通过对轨道结构模型进行模态分析,发现存在与实测波磨通过频率相接近的轨道结构弯曲振型。结合频响分析,发现钢轨垂向位移导纳存在与实测波磨通过频率相接近的特征频率,且这些特征频率所对应的钢轨位移响应较大,说明该频率对应的振型更容易被激发出来。列车的往复运行可能促使轨道结构在相应频率处发生共振现象,从而形成钢轨波磨。

2) 基于时域分析,利用车辆-轨道耦合模型,计算钢轨垂向振动加速度、垂向位移的时程曲线并进行频域变换,发现存在与实测波磨通过频率相接近的特征频率,证明轨道结构相应频率下的振动是促进钢轨波磨形成的重要原因。这与基于频域的分析结论相一致。

3) 3种速度下,波磨增长率的特征频率相同,体现了波磨的固定频率特性。随着列车运行次数的增加,特征频率对应波长的波磨将会逐渐形成并不断发展;列车速度的增加将会促使钢轨波磨的波长范围和发展速度逐渐增大。

参 考 文 献

- [1] KALOUSEK J, JOHNSON K L. An investigation of short pitch wheel and rail corrugations on the Vancouver mass transit system [J]. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 1992, 206(26):127-135.
- [2] AHLBECK D R, DANIELS L E. Investigation of rail corrugations on the Baltimore metro [J]. *Wear*, 1991, 144(1/2):197-210.
- [3] TASSILLY E, VINCENT N. Rail corrugations: analytical model and field tests [J]. *Wear*, 1991, 144(1/2):163-178.

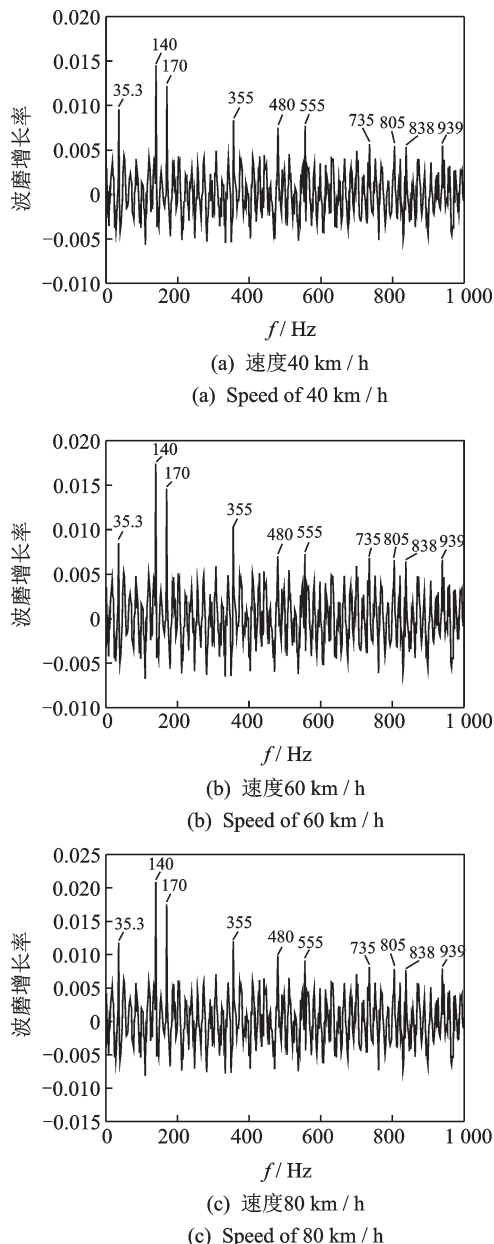


图13 波磨增长率

Fig.13 Corrugation growth rate

- [4] TORSTENSSON P T, NIELSEN J C O. Monitoring of rail corrugation growth due to irregular wear on a railway metro curve[J]. *Wear*, 2009, 267(1):556-561.
- [5] XIAO H, YANG S, WANG H Y, et al. Initiation and development of rail corrugation based on track vibration in metro systems[J]. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 2018, 232(9):2228-2243.
- [6] GE F, WANG Y R, PENG Z K, et al. Theoretical investigation into the formation mechanism and mitigation measures of short pitch rail corrugation in resilient tracks of metros[J]. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 2018, 232(9): 2260-2271.
- [7] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail corrugation: characteristics, causes and treatments [J]. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 1993, 207(1): 57-68.
- [8] GRASSIE S L. Rail corrugation: advances in measurement, understanding and treatment [J]. *Wear*, 2005, 258(7/8):1224-1234.
- [9] GRASSIE S L. Rail corrugation: characteristics, causes, and treatments [J]. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 2009, 223(6):581-596.
- [10] BÖHMER A, KLIMPEL T. Plastic deformation of corrugated rails—a numerical approach using material data of rail steel[J]. *Wear*, 2002, 253(1):150-161.
- [11] GÓMEZ I, VADILLO E G. A linear model to explain short pitch corrugation on rails[J]. *Wear*, 2003, 255(7/12): 1127-1142.
- [12] IGELAND A, ILIAS H. Rail head corruption growth predictions based on non-linear high frequency vehicle/track interaction[J]. *Wear*, 1997, 213(1/2): 90-97.
- [13] CROFT B E, JONES C J C, THOMPSON D J. Reducing wheel-rail interaction forces and roughness growth by application of rail dampers [M]//*Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008: 392-398.
- [14] 陈光雄, 钱韦吉, 莫继良, 等. 轮轨摩擦自激振动引起小半径曲线钢轨波磨的瞬态动力学[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(9):71-76.
CHEN Guangxiong, QIAN Weiji, MO Jiliang, et al. A transient dynamics study on wear-type rail corrugation on a tight curve due to the friction-induced self-excited vibration of a wheelset-track system[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(9): 71-76. (in Chinese)
- [15] 李霞. 地铁钢轨波磨形成机理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
- [16] 蔡小培, 钟阳龙, 郭亮武, 等. 钢轨波磨对剪切型减振器段振动影响试验[J]. *振动、测试与诊断*, 2019, 39(2): 382-388.
CAI Xiaopei, ZHONG Yanglong, GUO Liangwu, et al. Experimental study on effect of rail corrugation on structure vibration in egg fastener zone [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2019, 39(2): 382-388. (in Chinese)
- [17] 雷震宇, 王志强, 李莉, 等. 地铁普通扣件钢轨波磨特性[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2019, 47(9): 1334-1340.
LEI Zhenyu, WANG Zhiqiang, LI Li, et al. Rail corrugation characteristics of the common fastener track in metro [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2019, 47(9): 1334-1340. (in Chinese)
- [18] PIOTROWSKI J, KIK W. A simplified model of wheel/rail contact mechanics for non-Hertzian problems and its application in rail vehicle dynamic simulations [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2008, 46(1/2): 27-48.
- [19] ARCHARD J F. Contact and rubbing of flat surfaces [J]. *Journal of Applied Physics*, 1953, 24(8):981-988.
- [20] CLAYTON P. Tribological aspects of wheel-rail contact: a review of recent experimental research [J]. *Wear*, 1996, 191(1/2):170-183.
- [21] CORREA N, OYARZABAL O, VADILLO E G, et al. Rail corrugation development in high speed lines[J]. *Wear*, 2011, 271(9/10):2438-2447.
- [22] HEMPELMANN K, KNOTHE K. An extended linear model for the prediction of short pitch corrugation [J]. *Wear*, 1996, 191(1/2):161-169.
- [23] 魏伟. 铁路轮轨系统高频振动[D]. 成都: 西南交通大学, 1997.
- [24] MAN A P D. A survey of dynamic railway track properties and their quality [J]. *Journal of Biological Chemistry*, 2002, 266(2):1245-1249.
- [25] HEMPELMANN K, HISS F, KNOTHE K, et al. The formation of wear patterns on rail tread[J]. *Wear*, 1991, 144(1/2):179-195.
- [26] HEMPELMANN K, KNOTHE K. Short pitch corrugation on railway rails: a linear model for prediction[J]. *Transactions on the Built Environment*, 1994, 6: 355-362.
- [27] 杨松. 基于轮轨振动特性的地铁钢轨波磨产生及发展机理研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2015.



第一作者简介:王志强,男,1993年2月生,博士生。主要研究方向为轨道结构病害与防治。曾发表《地铁普通扣件钢轨波磨特性》(《同济大学学报(自然科学版)》2019年第47卷第9期)等论文。
E-mail: 1733359@tongji.edu.cn

通信作者简介:雷震宇,女,1970年12月生,博士、副教授、博士生导师。主要研究方向为轮轨关系。
E-mail: leizhenyu@tongji.edu.cn