

基于持续同调机器学习的尾轴承黏滑振动研究*

张圣东¹, 龙志林¹, 金勇², 刘正林², 闫志敏², 杨秀英³

(1.湘潭大学土木工程与力学学院 湘潭,411105)

(2.武汉理工大学能源与动力工程学院 武汉,430063) (3.九江学院图书馆 九江,332005)

摘要 为了研究尾轴承黏滑振动,首先,采用机器视觉技术采集水润滑橡胶尾轴承黏滑振动图像;其次,运用持续同调机器学习及单纯复形同调群分析图像,计算振动图像单纯复形的同调获得相应的条码图;然后,基于条码图获取振动图像的拓扑特征;最后,用改进型支持向量机机器学习法对拓扑特征进行研究,完成水润滑橡胶尾轴承黏滑振动鸣音的分类与识别。研究表明,最长贝蒂条码的长度与振动密切相关,可以有效预警鸣音,并建立了鸣音过程的智能化描述,为研究尾轴承黏滑振动提供一种新的思路。

关键词 水润滑橡胶尾轴承;黏滑振动;机器视觉;持续同调机器学习

中图分类号 TH113.1; TH133.31

引言

随着工业进步,轴承在旋转机械领域获得广泛应用,但在使用过程中常发生磨损、裂纹^[1]和振动^[2]等故障,尤其是水润滑橡胶尾轴承(以下简称“尾轴承”)易产生黏滑自激振动。国内外学者主要采用数值计算和试验法对其进行研究。持续同调机器学习^[3]在大数据、人工智能、材料基因组计划^[4-8]、医学影像与智能诊断^[9]以及图像处理^[10-12]等领域获得突破性进展和应用,既解决了机器学习维度与复杂性问题,又保留了数据的内在拓扑特征,同时也可以对数据进行智能处理。Škraba^[13]在叙述拓扑工具时,强调了持续同调、机器学习相结合进行数据分析。在尾轴承黏滑振动分析的持续同调机器学习方面,黏滑运动是导致尾轴承振动鸣音机理的关键诱发因素。Dong等^[14]在UMT-3摩擦试验机分别开展了ZCuSn₁₀Zn₂板超高分子量聚乙烯、纤维树脂复合材料、合成橡胶3种材料的黏滑性能研究,发现ZCuSn₁₀Zn₂板超高分子量聚乙烯材料在试验启动阶段产生黏滑振动,揭示了润滑状态的优劣是导致黏滑振动是否产生的关键因素。Han等^[15-16]建立轴-轴承系统的2自由度模型,研究了系统参数对摩擦副黏滑振动的影响,并在试验机上模拟了黏滑自激振动,用加速度信号完成了黏滑振动的识别。文献^[17-19]通过试验法对尾轴承振动特性开展相关研究。在黏滑振动图像处理方面,闫志敏等^[20]采用机器视

觉技术开展了尾轴承黏滑振动试验研究,通过高速摄像机获取黏滑振动的图像,人工进行振动分析。张景亮等^[21]运用持续同调理论获得图像的条码图,得到图像的拓扑特征和几何结构信息,实现了静、动态图形的分类与识别。虽然国内外学者对尾轴承黏滑振动进行了相关研究,但分类和识别还是靠人工完成,效率低且易产生误差。

笔者采用人工智能将持续同调理论应用到尾轴承黏滑振动图像识别和分类,以机器代替人工,在效率、准确度以及精度方面可取得良好效果。

1 基本原理

1.1 持续同调理论

持续同调^[3,22]作为处理空间拓扑特征的主要数学方法,源于Morsel理论,用于计算不同空间分辨率下拓扑特征的方法,通过单纯复形构造同调群,获得条码图。持续同调检测持续特征不受空间尺度和过滤尺度的局限,更真实地反映空间特征,是一种高效严谨的方法。

1.1.1 单纯复形

单纯复形是在某些规则下单纯形的组合,可将其视为网络或图形模型的概括。几何单纯复形 κ 为满足2个基本条件的一组几何单纯形:① κ 的单纯形任何面都在 κ 中;② κ 中任意2个单形的交点要么为空,要么为共享面。

* 江西省科技厅重点研发计划联合资助项目(20192BBEL50028)

收稿日期:2020-08-19;修回日期:2020-09-18

1.1.2 过滤和持续同调

单纯复形 κ 的过滤指的是 κ 子复形的嵌套序列

$$\phi = K_0 \subseteq K_1 \subseteq \dots \subseteq K_m = K \quad (1)$$

经过对单纯复形 κ 的过滤,导出每个单纯复形的同调群,得到序列中每个成员的拓扑关系,即持续同调。过滤过程中没有过快地映射到边界的非边界循环,认为可能与主要特性或持久性无关。采用合适的过滤方法,定义恰当的持续性阈值,过滤掉拓扑噪音,得到相关属性。

将 K_i 的第 k 个同调群的 p 持续定义为

$$H_k^{i,p} = Z_k^i / (B_k^{i+p} \cap Z_k^i) \quad (2)$$

其中: $Z_k^i = Z_k(K_i)$; $B_k^i = B_k K_i$ 。

由此得到 p 持续的第 k 个贝蒂数为 $\beta_k^{i,p} = \text{rank}(H_k^{i,p})$,选择合适的 p 可以合理地消除拓扑噪音。

1.1.3 条码图

条码图是用来反映点云集在过滤半径增加过程中复形滤流持续时间的拓扑特征,为实数轴 R 上的有限个区间组成的集合,一般可以表示为 $[a, b)$ 或 $[a, +\infty)$,其中, $a, b \in R$ 。条形码是持续同调拓扑特征的一种表示方法,以出生时间和死亡时间来表示持续同调的结果。在过滤过程中,每个拓扑不变量都有与其对应的出生时间和死亡时间。随着过滤值的增大,产生的每个拓扑不变量从出生时间到死亡时间的连线构成了持续同调条码图。笔者把过程中持续时间比较短的认为是拓扑噪声,持续时间长的认为是有意义的特征。

1.2 最小二乘支持向量机算法

支持向量机 (support vector machine, 简称 SVM) 中的不等式约束转化为等式约束,保证了学习精度和速度。改进型支持向量机^[23]为

$$\min_{w,b,e} F(w, b, e) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i=1}^m e_i^2 \quad (3)$$

其中: e 为偏差变量; w 为可调权重向量; γ 为正则化参数,根据求解需要设定,用于平衡寻找最优超平面时偏差量的大小。

式(3)必须满足以下约束条件

$$y_i = [w^T \varphi(x_i) + b] = 1 - e_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

定义拉格朗日函数,求解该函数的最大值条件,即为式(5)的极小值条件。拉格朗日函数为

$$L(w, b, e, a) = F(w, b, e) - \sum_{i=1}^m \alpha_i [y_i [w^T \varphi(x_i) + b] - 1 + e_i] \quad (5)$$

其中: α_i 为拉格朗日乘子,其最优化条件为

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \Rightarrow w = \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i \varphi(x_i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \Rightarrow \alpha_i = \gamma e_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \Rightarrow y_i [w^T \varphi(x_i) + b] - 1 + e_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

1.3 拓扑特征的选择和建立

尾轴承试块受载荷和水润滑作用而产生弹塑性变形,进而发生黏滑现象,导致出现振鸣音。需要在持续同调中找到其拓扑特征,从这些特征中搜寻有用的特征,从而发现尾轴承试块振鸣音特征。支持向量机中常用的14个特征如表1^[24]所示。第2列表示每个特征分别对应的是0维或是1维贝蒂数。特征对应的类别如表2所示。

表1 支持向量机中常用的14个特征

Tab.1 14 features commonly used in support vector machines

特征	贝蒂数	解释说明
1	0	所有0维贝蒂数条码图的长度和
2	1	所有1维贝蒂数条码图的长度和
3	0	0维贝蒂数第2长条码的长度
4	0	0维贝蒂数第3长条码的长度
5	0	超出过滤值之外所有0维贝蒂数条码的长度和
6	0	超出过滤值的0维贝蒂数条码长度的平均值
7	1	1维贝蒂数条码最长线的起始值
8	1	1维贝蒂数条码最长线的长度
9	1	长度大于1.5倍1维贝蒂数条码的起始值
10	1	所有大于1.5倍1维贝蒂数条码中点值的平均值
11	1	超出过滤值的所有1维贝蒂数条码的长度和
12	1	超出过滤值的1维贝蒂数条码长度的平均值
13	0	0维条码图的条数和
14	1	1维条码图的条数和

表2 特征对应的类别

Tab.2 Categories corresponding to features

特征类别	特征号
单元间相互作用强度与分布	1~2
物理特征	3~6
几何特征	7~12

2 水润滑橡胶尾轴承黏滑振动测试

图1为追踪点位置。将水润滑橡胶材料加工成长方体试块,与铜外衬硫化,固定在夹具上,将B&K加速度传感器布置在试块上方。图2为尾轴承黏滑振动测试试验台^[20]。夹具安装在SSB-100尾轴承

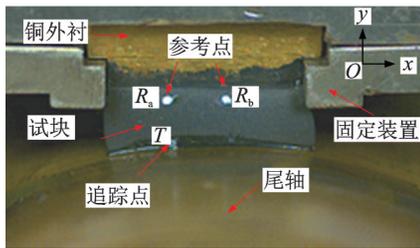
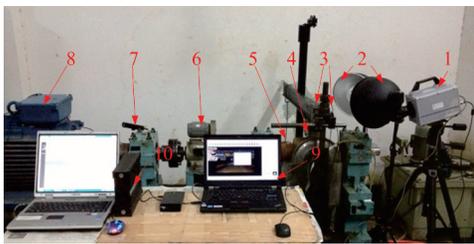


图1 追踪点位置

Fig.1 The location of tracking point

试验台上,在试样摩擦表面取点 T 作为测量追踪点(距离试块下表面约为1 mm),点 R_a 和 R_b 为参考点,两点间距为10 mm,尾轴转速为20, 60和100 r/min,压强为0.29 MPa,高速摄像机在每个转速进行5 r/min试验,每次试验取600个采样点,记录点 T 在 x, y 方向的振动位移幅值,数据记为DT。数据测试试验设计如表3所示。图3为测点位移散点图。



1-高速摄影机;2-LED白光灯;3-加速度传感器;4-试块与主轴;5-砝码;6-转矩扭矩仪;7-红外测速仪;8-电机;9-Photron 3, TE-MA2.6软件;10-B&K Pules加速度传感器

图2 尾轴承黏滑振动测试试验台

Fig.2 Stick-slip vibration test bench of after stern tube bearing

由加速度传感器3测得的尾轴承试块垂直方向的振动加速度时、频域信号如图4所示。

转速在20 r/min工况下,如图3(a)所示,测点位移散点分散程度高,位移值在 x 方向(水平方向)和 y 方向(垂直方向)均有波动,在 x 方向测点位移波动幅值主要集中在 $-0.2\sim 0.2$ mm之间,在 y 方向测点位移波动幅值主要集中在 $-0.2\sim 0.3$ mm之间。波

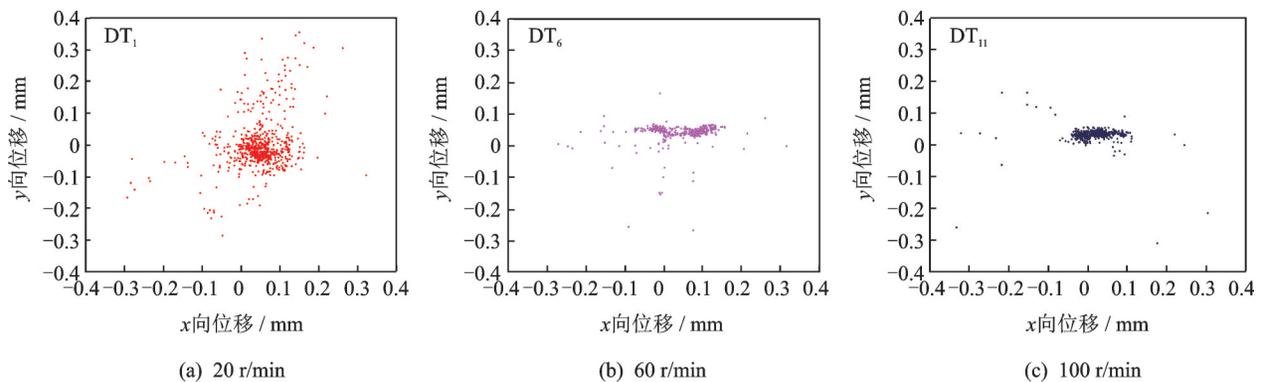


图3 测点位移散点图

Fig.3 Displacement scatter diagrams of measured point

表3 数据测试试验设计

Tab.3 Design of data test

试验	DT ₁	DT ₂	DT ₃	DT ₄	DT ₅
转速/(r·min ⁻¹)	20	20	20	20	20
试验	DT ₆	DT ₇	DT ₈	DT ₉	DT ₁₀
转速/(r·min ⁻¹)	60	60	60	60	60
试验	DT ₁₁	DT ₁₂	DT ₁₃	DT ₁₄	DT ₁₅
转速/(r·min ⁻¹)	100	100	100	100	100

动幅值较大,初步判定尾轴承润滑较差,润滑不良极易导致黏滑振动,引发“尖叫”声。转速在20 r/min工况下,研究图4(a)和图4(d)发现,时、频域信号都出现了大的波动。时域信号在0.15~0.40 s,振动加速度的幅值比100 r/min工况下的振动加速度幅值(图4(f))明显增大。对比图4(a)和图4(c),在0~3 kHz范围,20 r/min工况下的振动加速度峰值数量明显多于100 r/min工况下的振动加速度峰值数,且20 r/min工况下的振动加速度最大幅值为14.5 mm/s²,大于100 r/min工况下的9.7 mm/s²。时、频域信号均出现了大范围的波动,在试验过程中可听到尾轴承发出刺耳的尖叫声,可判定在此工况下尾轴承发生了黏滑振动。

转速在60 r/min下,测点位移散点图(图3(b))在 x 和 y 方向的振幅介于20 r/min和100 r/min工况。观察图4发现,尾轴承振动加速度时、频域信号的幅值介于20~100 r/min,且试验过程中未听到尖叫声,判断此工况下尾轴承未发生黏滑振动。

如图3(c)所示,100 r/min下尾轴承测点位移集中程度高,位移值波动主要集中在 x 方向,在 x 方向测点位移波动幅值主要集中在 $-0.1\sim 0.1$ mm,波动幅值较小。在试验过程中发现尾轴承未出现尖叫声,初步判定尾轴承润滑良好。研究图4(c)和图4(f)发现,100 r/min时尾轴承的时、频域信号都比较平稳,没有出现大的波动,且在试验过程中未听到尖叫声,可判定此工况下尾轴承未发生黏滑振动。

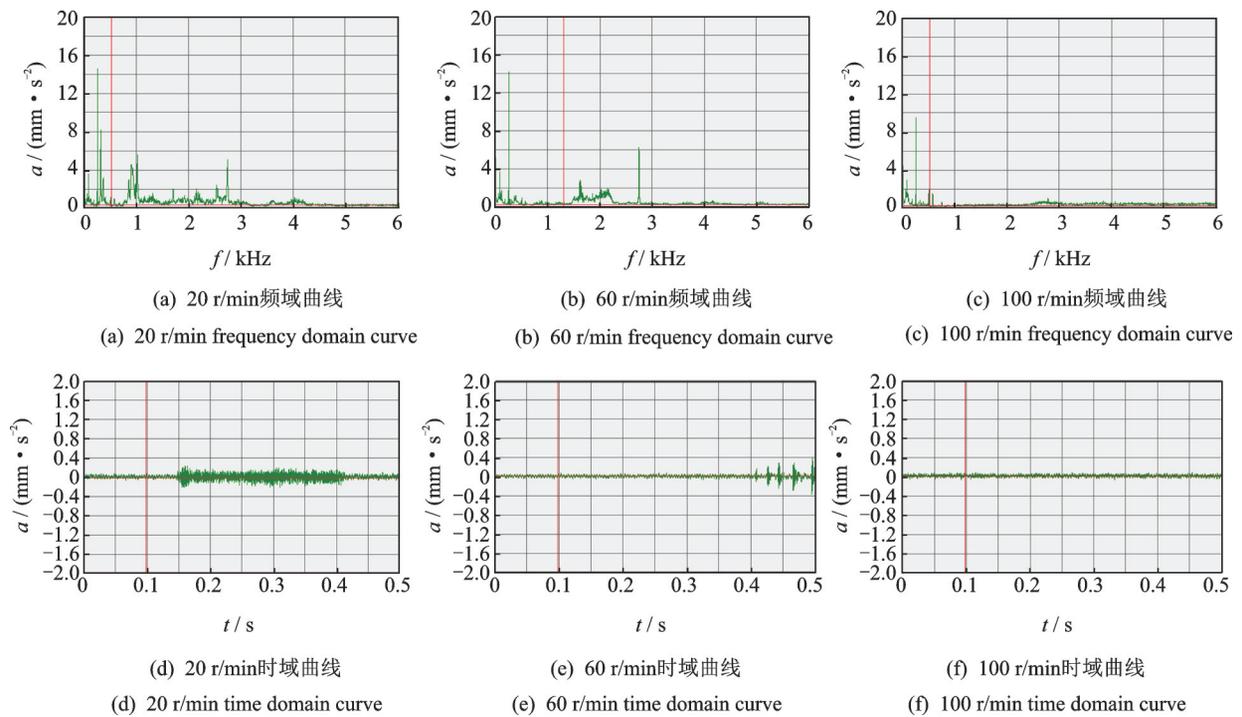


图4 尾轴承试块垂向振动加速度时、频域信号

Fig.4 Vertical vibration acceleration time domain signal and frequency domain signals of block

3 基于持续同调机器学习的尾轴承振动分析

首先,运用机器视觉技术采集尾轴承试块振动位移图像,同时运用B&K Pulse加速度传感器采集尾轴承试块振动加速度的垂向振动时域信号和频域信号;其次,运用持续同调理论对尾轴承试块振动位移图像进行计算,生成条码图,得出拓扑特征;最后,运用SVM对持续同调得出的拓扑特征进行提取识别,将反映黏滑振动过程的主要特征输入SVM,选取80%的数据作为训练样本,20%的数据作为测试样本,将SVM与振动特征和持续同调结合起来。以实现尾轴承试块黏滑振动的分类与识别。具体过程如图5所示。

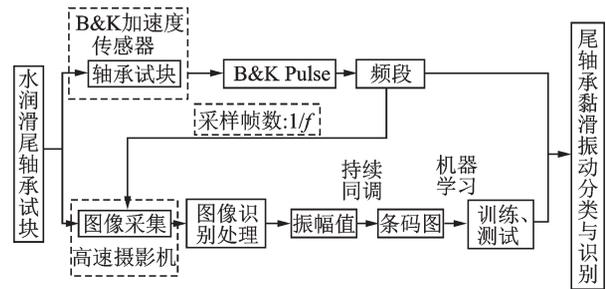


图5 水润滑尾轴承试块黏滑振动的分类与识别过程

Fig.5 Classification and identification of stick-slip vibration of water-lubricated stern bearing test block

水润滑橡胶尾轴承试样测点在20,60和100 r/min,0.29 MPa工况下的DT₁,DT₆,DT₁₁试验数据的黏滑振动条码图如图6所示。

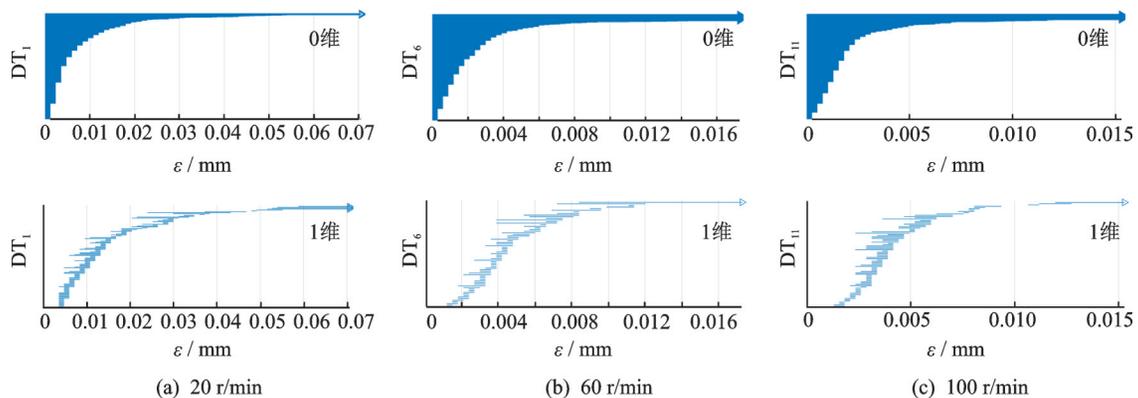


图6 尾轴承黏滑振动条码

Fig.6 Barcode chart of after stern tube bearing

由图6(a)可知,在20 r/min,0.29 MPa工况下,0维贝蒂数整体上呈阶梯状分布,大部分 ϵ 大于0.01的点位于上层, ϵ 最大值为0.042,测点位移数据变得更疏松,振幅较大;测点下层数据 ϵ 在 $[0,0.01]$ 区间,说明测点位移数据紧密,振幅较小。测点位移振幅整体上呈随机性,说明在20 r/min(试验台所能达到的最低转速)速度下,尾轴-尾轴承摩擦副处于混合润滑状态,摩擦副出现间歇性抱轴,产生黏滑现象,进而诱发颤振及鸣音。1维贝蒂数呈线条分布,且条数众多,长短不一,说明测点围绕原点位置形成了很多1维环。由于尾轴承属于高黏弹性材料,试验时与尾轴间发生了黏滑运动。在转速方向,由于测点在摩擦力作用下被扯离原点,在橡胶弹性恢复力作用下又被拉回原点,从而在二维平面形成1个环。由于黏滑现象的存在,测点被扯离原点的距离不同,形成的环大小不同,导致了1维贝蒂数图中的线条长短不同。1维贝蒂数图中1维环半径最大为0.018,最小为0.001。

观察图6(b)发现,相比图6(a)的条码图,图6(b)的0维贝蒂数的 ϵ 小于0.0125,振幅变小,说明随着转速的升高,尾轴承润滑状态由混合润滑变为弹性流体动力润滑,没有发生黏滑振动和鸣音。1维贝蒂数比20 r/min时更紧密, ϵ 最大值降为0.005。说明在60 r/min时,由于润滑状态的改善,尾轴承位移振幅围成的环更紧密且分布更加集中。

观察图6(c)发现,0维贝蒂数下层数据略增多,变化不明显,说明尾轴承润滑膜已经完全建立,尾轴承润滑状态良好,没有发生黏滑振动。1维贝蒂数与60 r/min的差异不大,仍然比较紧密,有更多贝蒂数在 $[0,0.05]$ 区间,说明测点围绕原点位置形成的1维环半径更小,尾轴承运行更稳定。

总的来看,这3个阶段0维贝蒂数变化趋势是从开始的长短不一到逐渐的规则有序。这说明随着转速的升高,尾轴承振幅降低,由混合润滑到完全润滑,由振动鸣音到无鸣音。1维贝蒂数的变化趋势是刚开始线条长且疏,形成1维孔洞少且持续时间长,随着转速的增加,线条变得更短更紧密。这说明随着转速的升高,尾轴承形成完全润滑状态,振幅更小,运行逐渐趋于稳定。

以 $DT_1 \sim DT_4, DT_6 \sim DT_9, DT_{11} \sim DT_{14}$ 数据作为训练样本, DT_5, DT_{10}, DT_{15} 数据作为测试样本来对振动进行预测,对表1的特征8进行训练学习。特征8是最能反映持续同调拓扑特征的量,表4为支持向量机预测结果。支持向量机的输出因素是机器学习关于持续同调的预测结果。特征8反映了在同一载荷作用、不同转速下,水润滑橡胶尾轴承试块黏滑振动情况。从表4可以看出,特征8最大误差值小于

表4 支持向量机预测结果

Tab.4 Support vector machine prediction results

转速/(r·min ⁻¹)	试验数据	特征8		
		预测值	特征值	误差/%
20	DT ₁	0.018 0	—	—
	DT ₂	0.017 9	—	—
	DT ₃	0.018 5	—	—
	DT ₄	0.018 4	—	—
	DT ₅	0.018 6	0.018 7	0.538
60	DT ₆	0.005 6	—	—
	DT ₇	0.005 8	—	—
	DT ₈	0.005 6	—	—
	DT ₉	0.005 7	—	—
	DT ₁₀	0.005 8	0.005 7	1.724
100	DT ₁₁	0.003 4	—	—
	DT ₁₂	0.003 7	—	—
	DT ₁₃	0.003 6	—	—
	DT ₁₄	0.003 8	—	—
	DT ₁₅	0.003 5	0.003 6	2.857

3%,说明采用持续同调机器学习对尾轴承试块黏滑现象导致的振鸣音进行分类和预测的精度较高。

4 结 论

1) 将持续同调机器学习引入尾轴承振动领域,并结合机器学习进行智能化研究。持续同调机器学习分析结果与尾轴承振动过程具有高度的一致性,可用于描述黏滑现象、振鸣音现象、润滑状态以及拓扑特征。

2) 0维贝蒂数和1维贝蒂数作为水润滑橡胶尾轴承振动状态的判据具有较强的可行性,可更好地反映振动特征。

3) 以持续同调为手段,建立尾轴承振动幅值与其拓扑特征条码图的对应关系,运用机器学习对拓扑特征进行识别、提取,对尾轴承振鸣音预测进行精确化、智能化的研究,为尾轴承振鸣音提供了一种全新的思路。

参 考 文 献

- [1] 向玲,张悦.基于轴心轨迹形态的转子裂纹故障分析与诊断[J].振动、测试与诊断,2019,39(4):760-766. XIANG Ling, ZHANG Yue. Fault analysis of a cracked rotor based on morphological characteristics of axis orbits [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(4): 760-766. (in Chinese)
- [2] 刘静,徐子旦,唐昌柯,等.轴承-轴承座系统振动特征与局部故障尺寸的关联[J].振动、测试与诊断,2019,39(4):860-866. LIU Jing, XU Zidan, TANG Changke, et al. Relationship between vibration of bearing-housing system and localized fault sizes [J]. Journal of Vibration, Measure-

- ment & Diagnosis, 2019, 39(4): 860-866. (in Chinese)
- [3] CAND Z X, WEI G W. Integration of element specific persistent homology and machine learning for protein-ligand binding affinity prediction[J]. Communications in Numerical Method in Engineering, 2018, 34(2): 1-17.
- [4] LEE Y, BARTHEL S, DLOTKO P, et al. Quantifying similarity of pore-geometry in nanoporous materials[J]. Nature Communications, 2017, 8(1): 1-8.
- [5] MOON C, MITCHELL S A, HEALTH J E, et al. Statistical inference over persistent homology predicts fluid flow in porous media [J]. Water Resources Research, 2019, 55(11): 9592-9603.
- [6] SHIRAI T, NAKAMURA T. Microscopic description of yielding in glass based on persistent homology [J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2019, 88(7): 1-6.
- [7] HONG S. Medium-range order in amorphous ices revealed by persistent homology [J]. Journal of Physics Condensed Matter, 2019, 31(45): 1-7.
- [8] YANO R, KIM M. Topological analysis of pattern formation in cooling granular gases confined by elastic wall [J]. Journal of Physics Communications, 2020, 4(1): 1-41.
- [9] LAWSON P, SHOLL A B, BROWN J Q, et al. Persistent homology for the quantitative evaluation of architectural features in prostate cancer histology [J]. Scientific Reports, 2019, 9(1): 1-15.
- [10] KIM D, WANG N, RAVIKUMAR V, et al. Prediction of 1p/19q codeletion in diffuse glioma patients using pre-operative multiparametric magnetic resonance imaging [J]. Frontiers in Computational Neuroscience, 2019, 13(52): 1-10.
- [11] KOFLER A, DEWEY M, SCHAEFFTER T, et al. Spatio-temporal deep learning-based under sampling artefact reduction for 2D radial cine MRI with limited data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2020, 39(3): 703-717.
- [12] CLOUGH J R, OKSUZ I, BYRNE N, et al. Explicit topological priors for deep-learning based image segmentation using persistent homology [C] // International Conference on Information Processing in Medical Imaging. Switzerland: Springer Nature AG, 2019: 16-28.
- [13] ŠKRABA P. Persistent homology and machine learning [J]. Informatika, 2018, 42(2): 253-258.
- [14] DONG C L, SHI L C, LI L Z, et al. Stick-slip behaviours of water lubrication polymer materials under low speed conditions [J]. Tribology International, 2017, 106: 55-61.
- [15] HAN H S, LEE K, PARK S, et al. Investigation for the mechanism and main parameters of the stick-slip nonlinear friction induced vibration in water-lubricated stern tube bearing [J]. Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, 2018, 28(6): 655-663.
- [16] HAN H S, LEE K H. Experimental verification of the mechanism on stick-slip nonlinear friction induced vibration and its evaluation method in water-lubricated stern tube bearing [J]. Ocean Engineering, 2019, 182: 147-161.
- [17] 王家序, 余江波, 田凡, 等. 周向安装位置对水润滑塑料合金轴承摩擦因数的影响 [J]. 润滑与密封, 2005, (4): 22-23.
WANG Jiaxu, YU Jiangbo, TIAN Fan, et al. Effect of circumferential assembled location on friction factor of water lubricated plastic alloy bearings [J]. Lubrication Engineering, 2005(4): 22-23. (in Chinese)
- [18] 邹丞, 王家序, 余江波, 等. 橡胶层厚度和硬度对水润滑整体式轴承摩擦因数的影响 [J]. 润滑与密封, 2006(2): 40-45.
ZOU Cheng, WANG Jiaxu, YU Jiangbo, et al. Effect of thickness and hardness of rubber underlayer on frictional coefficient of water lubricated integer bearings [J]. Lubrication Engineering, 2006(2): 40-45. (in Chinese)
- [19] 秦红玲, 周新聪, 闫志敏, 等. Rubber/UHMWPE 复合尾轴承材料及其性能分析 [J]. 兵器材料科学与工程, 2014, 37(3): 23-27.
QIN Hongling, ZHOU Xincong, YAN Zhimin, et al. Rubber/UHMWPE composites for stern tube bearings and its properties [J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2014, 37(3): 23-27. (in Chinese)
- [20] 闫志敏, 周新聪, 邱晓峰, 等. 一种基于机器视觉技术的水润滑橡胶尾轴承振动测量方法 [J]. 船海工程, 2017, 46(1): 62-65, 68.
YAN Zhimin, ZHOU Xincong, QIU Xiaofeng, et al. Measuring methods about vibration of water lubricated rubber stern tube bearing based on the machine vision technology [J]. Ship & Ocean Engineering, 2017, 46(1): 62-65, 68. (in Chinese)
- [21] 张景亮, 鞠先孟. 持续同调在图像分类和识别中的应用 [J]. 应用数学与力学学报, 2017, 31(4): 494-508.
ZHANG Jingliang, JU Xianmen. Application of persist homology in image classification and recognition [J]. Journal of Applied Mathematics and Computational Mathematics, 2017, 31(4): 494-508. (in Chinese)
- [22] BARCODES G R. The persistent topology of data [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 2008, 45(1): 61-75.
- [23] PIJUSH S. Application of least square support vector machine (LSSVM) for determination of evaporation [J]. Losses in Reservoirs Engineering, 2011, 3(4): 431-434.
- [24] CANG Z X, MU L, WU K D, et al. A topological approach for protein classification [J]. Computational and Mathematical Biophysics, 2015, 3(1): 140-162.



第一作者简介:张圣东,男,1984年10月生,博士、副教授。主要研究方向为机械动力学建模与故障诊断。曾发表《船用水润滑橡胶尾轴承静刚度计算模型》(《交通运输工程学报》2013年第13卷第5期)等论文。
E-mail: sdzlu@163.com

通信作者简介:龙志林,男,1965年12月生,博士、教授。主要研究方向为非晶态材料宏观力学行为、金属材料的表面改性以及金属非晶态材料制备。
E-mail: longzli@xtu.edu.cn