

基于动应力时域外推的构架疲劳寿命评估方法*

王秋实, 周劲松, 官 岛, 王腾飞, 孙 煜, 尤泰文, 陈江雪, 张展飞
(同济大学铁道与城市轨道交通研究院 上海, 201804)

摘要 获取具有代表性的动应力时域信号是对车辆进行结构疲劳分析的重要前提,仅依靠短时间测试所得的动应力时域信号进行疲劳寿命评估,其结果并不能反应结构在较长时间历程,甚至是全寿命周期下的抗疲劳服役性能。以某动车组转向架转臂定位安装座焊缝附近的某测点为算例,提出了基于极值理论的动应力时域外推的疲劳寿命评估方法。首先,选取该测点在镹轮初、中、末期的 3 组动应力时域信号,对其进行前处理与等权重组合;其次,应用极值理论对组合样本信号进行尾部概率分布拟合,并对模型的拟合优度进行检验;然后,根据拟合的概率分布函数对动应力样本进行相应倍数的时域外推,获得长时载荷作用下的动应力时域信号;最后,采用外推后的动应力时域信号进行疲劳寿命评估。结果表明:相比于常用的线性外推方法,基于时域外推方法的疲劳损伤增加了 0.168%,安全运营里程减少了 2 670 km,评估更偏于安全。

关键词 转向架构架;时域外推;疲劳;动应力;极值理论
中图分类号 TH113.1; U270.1⁺²

1 问题的引出

近年来,国内针对各类型的轨道车辆开展了大量动应力测试,来获知车辆关键结构的抗疲劳服役状况。目前,轨道车辆领域普遍使用的疲劳分析方法是根据动应力时域信号进行雨流计数,编制相应的应力谱,再结合材料 S-N 曲线与 Palmgren-Miner 线性损伤累积准则进行疲劳可靠性评估^[1]。其中,获取具有代表性的动应力时域信号是对车辆结构进行疲劳可靠性评估的前提。

动应力时域信号一般通过测试获得。由于动应力测试的难度大、成本高,且测试过程中有元件或数据线掉落到线路上,给车辆安全运营带来隐患,所以测试一般很难持续较长的时间,存在以下问题。

1) 随着车轮等效锥度与踏面粗糙度的增加,车辆的振动水平也会随之加剧^[2]。单次或集中时间所测得的样本信号不能全面反映结构在各状态下的受力状况。

2) 依靠短时测试数据进行寿命评估,相当于只是对载荷循环次数做了线性外推,不能体现实际载荷的随机分布特性^[3],分析结果不能代表结构在长时载荷甚至全寿命周期载荷下的抗疲劳服役性能。

3) 由于测试时间有限,不能检测到一些出现概

率较低、但对结构疲劳损伤贡献较大的载荷极值。简单的线性外推不能对载荷幅值实现外推。由于载荷幅值考虑不充分,会导致基于线性外推的疲劳寿命评估结果可能偏于危险。

目前,能同时对载荷频次与幅值实现外推的方法有雨流矩阵外推法和时域外推法。雨流矩阵外推是将时域信号进行雨流循环计数,得到雨流矩阵,然后基于核密度理论对矩阵的二维概率密度进行估计来实现外推。文献[4]对该方法进行了改进和推广。时域外推是运用极值理论对时域载荷样本的尾部概率分布进行拟合来实现外推。Johannesson^[5]提出了基于超阈值(peak over threshold,简称 POT)帕累托参数模型的时域外推方法,并得到长时载荷谱。Carboni 等^[6]利用区组极大值方法(block maximum method,简称 BMM)进行时域外推,编制了试验加载谱。Ferreira 等^[7]研究了概率加权矩(probability weighted moment,简称 PWM)参数估计在 BMM 上的应用。Cook^[8]提出独立风暴(method of independent storms,简称 MIS)模型,对样本极值的概率分布进行拟合,并得到外推极值。文献[9-10]对时域载荷外推方法进行了改进与推广,达到较好的外推效果,然而该方法未在轨道车辆结构疲劳分析中得到应用。

* 国家自然科学基金资助项目(51805373)

收稿日期:2020-08-14;修回日期:2020-09-17

相比于雨流矩阵外推法,时域外推法保留了原载荷的作用次序,真实反应了实际载荷特征与规律。图1为POT,BMM和MIS方法的抽样原理。由于抽样原理不同,BMM和MIS方法存在固有缺陷,即没有考虑一个区组或独立风暴内的次大值也有可能为有效极值点,造成样本可利用极值信息的浪费^[11]。因此,BMM与MIS模型均很难在小样本外推中达到稳定的效果。

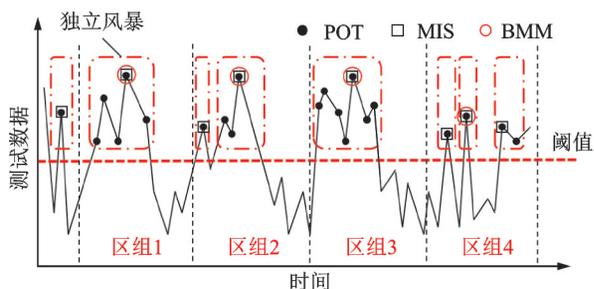


图1 POT,BMM和MIS方法的抽样原理

Fig.1 Sampling principle of POT, BMM and MIS methods

基于上述问题,笔者提出了基于超阈值帕累托参数模型的动应力时域外推的疲劳寿命评估方法。某动车组车辆转向架构架模型整体图与转臂定位安装座局部图如图2所示。笔者以转向架构架转臂定位安装座焊缝附近的某测点为研究对象进行研究。

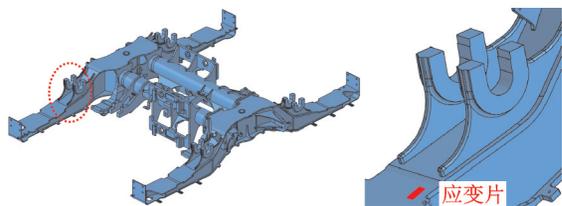


图2 转向架构架模型整体图与转臂定位安装座局部图

Fig.2 Overall diagram of the bogie frame and partial diagram of the rotary arm positioning seat

2 信号采集与预处理

2.1 动应力测试

转臂定位是一种常用的轴箱定位方法,广泛应用于各类转向架上。对测试点附近区域进行打磨和清洁,用金属胶粘贴应变片,图3为应变片示意图。车辆运行过程中产生的动应变信号通过数据线传输到机箱完成信号采集,信号采集设备如图4所示。

通过对该测点进行一个轮周周期的动应变跟踪测试(每6万km测试1次,共3次),获得了代表该测点在车轮镟修初、中和末期的3组动应变时域信号。



图3 应变片示意图

Fig.3 Strain gauge

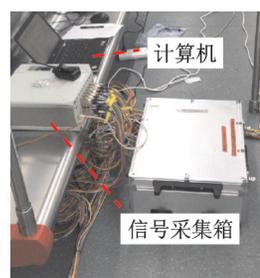


图4 信号采集设备

Fig.4 Signal acquisition equipment

根据胡克定律,将动应变信号转换为动应力信号。信号处理前后初始样本如图5所示。为确保上述3组样本在后续组合时具有相同的权重,分别截取了该车从A站到B站所对应的动应力时域信号作为初始样本。3组初始样本对应的运营里程相同,约为166 km。

2.2 零漂与电子干扰

由于时域外推需要对信号的峰谷值进行提取分析,零漂误差会直接导致错误的峰谷值。笔者采用逐点法计算载荷循环的平均值,并从原始数据中减去,消除了零漂的影响^[12]。消除零漂影响后,轮周初期的动应力最大、最小值为50.02,-51.93 MPa;轮周中期的动应力最大、最小值为51.71,-55.45 MPa;轮周末期的动应力最大、最小值为56.72,-58.49 MPa。可见,在一个轮周周期内,该测点的动应力大小随着车轮磨耗的增大而逐渐增大。在循环计数过程中,干扰会产生大量锯齿状的小振幅应力循环,影响分析效率。根据图6所示的动应力功率谱密度(power spectral density,简称PSD)特性可知,能量主要集中在50 Hz范围内,故设置50 Hz的低通滤波器消除高频干扰的影响。局部动应力时域信号处理前后曲线如图7所示。由于大量小锯齿状的信号被滤除,即干扰被清除,曲线整体变得更光滑。消除干扰后,轮周初、中、末期的动应力载荷频次分别从2 972 665,

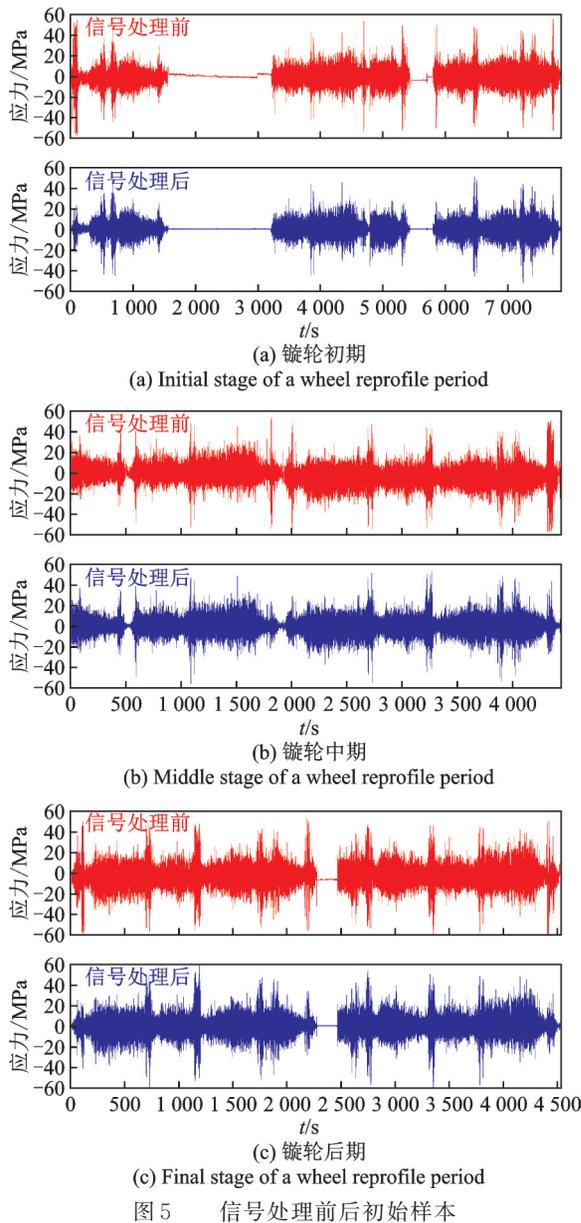


图 5 信号处理前后初始样本

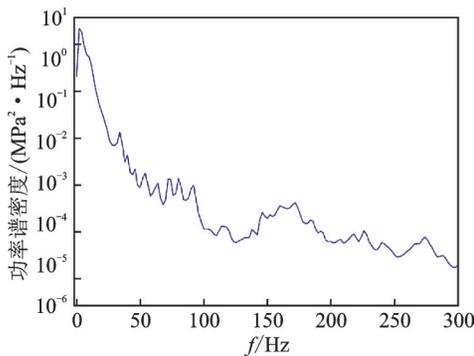


图 6 动应力功率谱密度
Fig.6 Stress power spectral density

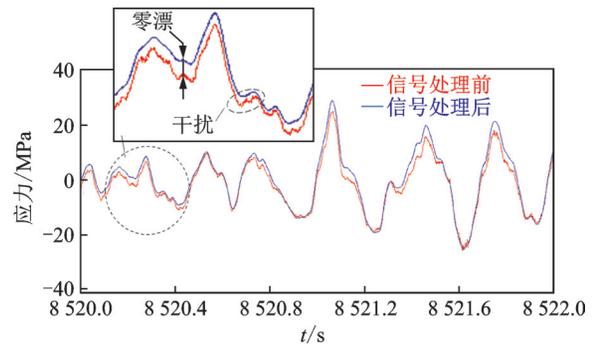


图 7 局部动应力时域信号处理前后曲线
Fig.7 Before and after processing of partial time-series signal

2.3 多样本载荷历程组合

通过将上述 3 组预处理后的动应力时域信号样本进行组合,得到包含该测点在镟轮前、中、后期的动应力时域信号分析样本,如图 8 所示。由于应力变化范围($\sigma_a = \sigma_{max} - \sigma_{min}$)是疲劳寿命预测的基础数据,故需要对动应力时域信号进行极大值(上尾)与极小值(下尾)的双向外推。由于外推的极小值(下尾)为负数,为了避免负号使用带来的不便,因此取极小值的绝对值进行外推计算。在求得极小值的绝对值的外推结果后,再将结果转换为负数。在后续的叙述中,若无特殊指明,“极小值样本”即指“极小值样本的绝对值”。

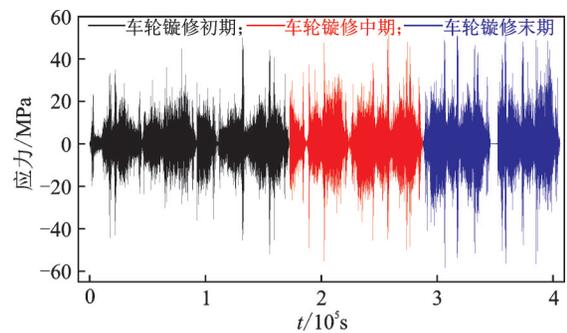


图 8 动应力时域信号分析样本
Fig.8 Time domain signal of dynamic stress after superposition

3 时域外推的基础理论

时域外推的核心是在于应用极值理论对包含有极值信息样本的尾部概率分布进行描述。广义极值分布 (generalized extreme value, 简称 GEV) 和广义帕累托 (generalized Pareto distribution, 简称 GPD) 分布是极值理论的两大重要表达形式,且存在联系。

$$G = 1 + \log H \quad (1)$$

1 187 818 和 1 204 629 减少为 123 563, 57 546 和 59 225 次,极大提高了分析效率。

其中: G 为广义帕累托的分布函数; H 为广义极值分布的分布函数。

BMM和MIS外推方法是基于GEV理论。超阈值参数模型的外推方法是基于GPD理论。由于基于GPD分布的外推方法可使样本的极值信息得到充分利用,已成为当前时域外推的主要方法。

3.1 超阈值帕累托分布

并非所有的极值样本数据都包含极值信息,故提出了超阈值帕累托分布理论,即对所有超过某阈值的样本进行尾部(上尾和下尾)分布函数的拟合和分布特征规律的描述^[13]。超阈值帕累托分布函数模型的表达式为

$$G_{[u]}(x; \sigma, \xi) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & (\xi \neq 0) \\ 1 - \exp\left(-\frac{x-u}{\sigma}\right) & (\xi = 0) \end{cases} \quad (2)$$

将GPD对 x 求一阶导数,得到超阈值帕累托分布的概率密度函数

$$g_{[u]}(x; \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma}\right)^{-\frac{1+\xi}{\xi}} & (\xi \neq 0) \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x-u}{\sigma}\right) & (\xi = 0) \end{cases} \quad (3)$$

其中: x 为样本值; σ 为尺度参数; ξ 为形状参数; u 为阈值; $x \geq u$; $1 + \xi \frac{x-u}{\sigma} > 0$ 。

3.2 超阈值帕累托分布的性质

采用超阈值帕累托分布函数模型对样本尾部概率分布进行拟合,其关键是对阈值(u)、形状参数(ξ)以及尺度参数(σ)3大模型参数的准确估计。超阈值帕累托分布的3个重要性质^[14]如下。

性质1 超阈值帕累托分布的平均超出量函数(mean excess function,简称MEF)为

$$e(u) = \frac{\sigma}{1-\xi} + u \frac{\xi}{1-\xi} \quad (\xi < 1; \sigma + \xi(u-\mu) > 0) \quad (4)$$

性质2 对于服从超阈值帕累托分布的外推样本 X ,超出量的 k 阶原点矩为

$$E(X-u)^k = \frac{\sigma^k}{\xi^{k+1}} \cdot \frac{\Gamma(\xi^{-1}-k)}{\Gamma(1+\xi^{-1})} k! \quad (\xi < \frac{1}{k}; k \in (1, 2, \dots, n)) \quad (5)$$

其中: $\Gamma(x)$ 为Gamma函数; $E(\cdot)$ 为期望。

性质3 由超阈值帕累托的分布函数计算其反函数,即分位数函数为

$$x(G) = \begin{cases} u - \frac{\sigma}{\xi} \left[1 - (1 - G_{[u]})^{-\xi}\right] & (\xi \neq 0) \\ u + \sigma \left[-\log(1 - G_{[u]})\right] & (\xi = 0) \end{cases} \quad (6)$$

其中: $G_{[u]} \in (0, 1)$ 。

4 最优阈值与形状参数的确定

在3大模型参数的确定中,阈值的确定最重要。因此,笔者提出一种最优阈值的确定方法。

4.1 阈值的初定-经验平均超出量函数

由性质1可知,平均超出量 $e(u)$ 与阈值 u 呈线性关系,其斜率为 $\xi/(1-\xi)$,仅与形状参数 ξ 有关。因此,当假定某值后,若对于超过该值的样本平均超出量是关于超阈值的线性函数,即拟合模型的形状参数值稳定,可认为该设定值即为阈值。

实践中由于样本的底分布是未知的,式(4)中的模型参数也未知,故理论平均超出量函数无法获得。若样本数量足够大,可以采用样本经验平均超出量函数(empirical mean excess function,简称EMEF)来代替式(4),其表达式为

$$e_n(u) = \sum_{i=1}^n (X_i - u) / N_u \quad (7)$$

其中: X_i 为样本观测值; N_u 为超过阈值 u 的样本数量。

图9为极大值与极小值样本的经验平均超出量散点图。提取图8中的极大值与极小值(峰值和谷值)样本数据,根据式(7)计算各假定值所对应的平

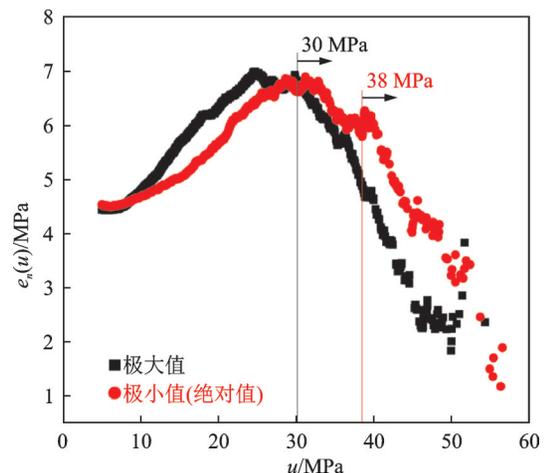


图9 极大值与极小值样本的经验平均超出量散点图
Fig.9 The EMEF of local max value and local min value

均超出量,定义点集合为 $(u, e_n(u))$ 。如图9可知:极大值样本从约30 MPa以后,极小值样本从约38 MPa以后,散点近似呈直线分布。因此,对于极大值样本的阈值初步估计值为30 MPa;对于极小值样本的阈值初步估计值为38 MPa。

通过经验平均超出量散点图确定阈值的方法存在主观性,只能得到估计值,不能得到最优值。因此,初定极大值样本的阈值范围为30~35 MPa,极小值样本的阈值范围为38~43 MPa。

4.2 最优阈值-最小MSE(ξ)理论

理论上,对于完全服从超阈值帕累托分布的样本,其对应的形状参数为定值。因此,能使得形状参数保持不变的最小估计值则为最优阈值。实测样本数据具有随机分布的特性,使形状参数总是在一个理想值附近浮动。因此,形状参数的稳定性与误差可用来衡量估计阈值的优劣。

4.2.1 形状参数计算式推导

根据性质2推导得到模型参数与样本超出量的均值 $E(\cdot)$ 、均方值 $E(\cdot)^2$ 以及方差 $\text{Var}(\cdot)$ 之间的关系

$$E(X-u) = \frac{\sigma}{\xi^2} \frac{\Gamma(\xi^{-1}-1)}{\Gamma(\xi^{-1}+1)} = \frac{\sigma}{1-\xi} \quad (\xi < 1) \quad (8)$$

$$E(X-u)^2 = \frac{2\sigma^2}{\xi^3} \frac{\Gamma(\xi^{-1}-2)}{\Gamma(\xi^{-1}+1)} = \frac{2\sigma^2}{(1-\xi)(1-2\xi)} \quad (\xi < \frac{1}{2}) \quad (9)$$

$$\text{Var}(X-u) = E(X-u)^2 - E^2(X-u) = \frac{\sigma^2}{(1-\xi)^2(1-2\xi)} \quad (\xi < \frac{1}{2}) \quad (10)$$

由式(8)~(10)得到形状参数的计算公式为

$$\xi = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E^2(X-u)}{\text{Var}(X-u)} \right) \quad (\xi < \frac{1}{2}) \quad (11)$$

可见,形状参数的估计值可根据超出量的期望与方差进行求解。

4.2.2 均方误差理论

计算形状参数时,若阈值取值较大,剩余的样本数量会较少,导致样本分布不稳定,可以用方差 $\text{Var}(\xi)$ 来描述该特征。若阈值取值较小,会使一些不包含极值信息的数据被保留,导致参数估计值与真实值的偏差变大,可用偏差 $\text{Bias}(\xi)$ 来描述该特征^[15]。因此,提出采用均方误差(mean square error, 简称MSE)来综合考虑这2种不确定性风险

$$\text{MSE}(\xi) = \text{Bias}^2(\xi) + \text{Var}(\xi) \quad (12)$$

其中: $\text{Bias}(\xi)$ 为形状参数的偏差; $\text{Var}(\xi)$ 为形状参数的方差。

采用自助法对超阈值样本观测组进行多次抽样,获得多个超阈值样本集合和对应的多个形状参数估计值,再进行均方误差分析^[16]。当形状参数估计值的均方误差 $\text{MSE}(\xi)$ 取最小时,对应的阈值即为最优阈值。

4.2.3 基于自助法的最小MSE(ξ)确定方法

自助法是一种再抽样统计方法,通过对初始样本进行多次抽样来估计感兴趣参数的随机特征^[17]。笔者采用自助法计算形状参数估计值的均方误差,基本步骤如下:

- 1) 设初始阈值为 $u_j(j=0)$,将超过阈值的样本组成观测样本组 S_j ,超阈值样本数量记为 N_j ;
- 2) 根据式(11),计算形状参数的初始估计值,记为 $\xi_{j,0}$;
- 3) 从观测样本组 S_j 中随机抽取 N_j 个可重复的样本数据,组成自助样本组 B_j ;
- 4) 根据式(11)计算自助样本组 B_j 对应的形状参数估计值,记为 ξ_j ;
- 5) 重复步骤3和4共 b 次,得到 b 个自助样本所对应的形状参数估计值,记为 $\{\xi_i\} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_b\}$;
- 6) 计算样本的 $\text{Bias}(\xi)$ 与 $\text{Var}(\xi)$

$$\text{Bias}(\xi) = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \xi_i - \xi_{j,0} \quad (13)$$

$$\text{Var}(\xi) = \frac{1}{b-1} \sum_{i=1}^b \left(\xi_i - \frac{1}{b} \sum_{k=1}^b \xi_k \right)^2 \quad (14)$$

- 7) 根据式(12)计算得到 $\text{MSE}(\xi_j)$,重新设置阈值 $u_j = u_j + j\Delta u$ ($j=1, 2, \dots; \Delta u=0.01$ MPa),重复步骤1~6,求解所有阈值所对应的 $\text{MSE}(\xi)$;

- 8) 找到 $\text{MSE}(\xi)$ 取最小时所对应的阈值 u_j 和 $\xi_{j,0}$,即为最优阈值与最优形状参数。

图10为基于自助法的最小 $\text{MSE}(\xi)$ 方法流程图。通过Matlab编程完成上述寻优计算。由图9可知,对于极大值样本,其最优阈值的范围为(30,35),即 $u_j=30$ MPa($j=0$);对于极小值样本,其最优阈值的范围为(38,43),即 $u_j=38$ MPa($j=0$)。

在分析过程中发现,自助法的抽样次数 b 的设定对最优阈值的分析结果有一定影响,即当抽样次数较少时,计算结果很难趋于稳定。因此,笔者分别对抽样次数为50~4 000进行了模拟计算。图11为不同自助采样次数下的最优阈值结果。

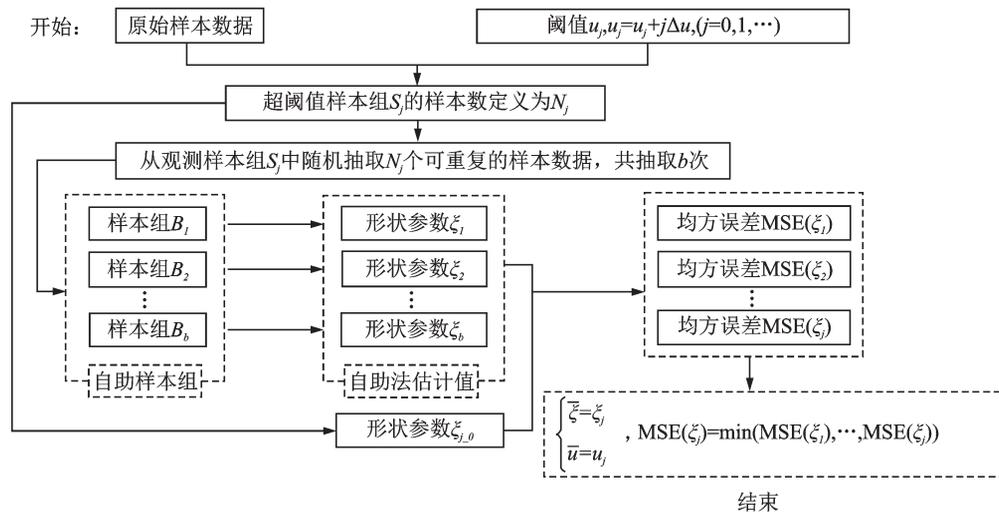


图 10 基于自助法的最小 $MSE(\xi)$ 方法流程图

Fig.10 The flow chart of minimum $MSE(\xi)$ determination based on bootstrap method

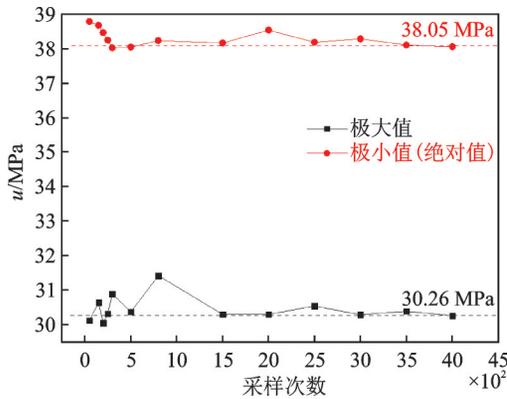


图 11 不同自助采样次数下的最优阈值结果

Fig.11 Optimal threshold results under different bootstrap sampling numbers

由图 11 可看出,抽样次数在 1 500 次以下时,最小 $MSE(\xi)$ 所对应的阈值存在较大的浮动。当抽样次数在 3 000 次以上时,最小 $MSE(\xi)$ 所对应的阈值趋于稳定。因此,提出采用自助法进行寻优计算时,需要有足够高的自助采样次数才能保证稳定精确的最优值。

定义点集合为 $(u, MSE(\xi))$ 来绘制散点图。极大值样本和极小值样本的形状参数均方误差如图 12 和图 13 所示。形状参数估计值的均方误差随着阈值的增大而增大,这主要是由于阈值的增大,使得超阈值样本数量减少,参数估计值也越趋于不稳定(方差变大)。极大值样本的最小形状参数均方误差为 5.606×10^{-5} ,对应的阈值为 30.26 MPa,形状参数为 $-0.286 3$,即为最优阈值与最优形状参数。极小值样本的最小形状参数均方误差为 3.938×10^{-4} ,其对应的阈值为 38.05 MPa,形状参数为 $-0.224 9$,即为最优阈值与最优形状参数。

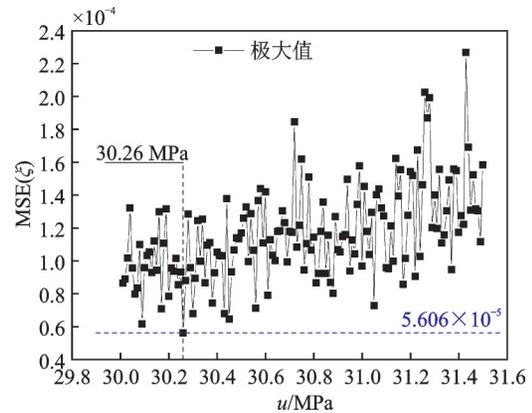


图 12 极大值样本的形状参数均方误差

Fig.12 Shape parameter' MSE of local maximum samples

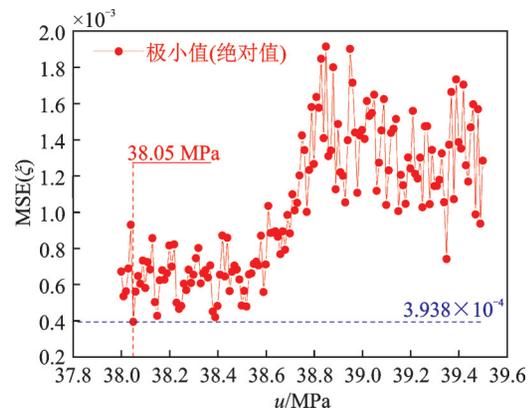


图 13 极小值样本的形状参数均方误差

Fig.13 Shape parameter' MSE of local minimum samples

5 最优尺度参数的确定

5.1 概率分布拟合误差

考虑尺度参数 (σ) 为未知变量,根据式(2)得到极大值样本与极小值样本的拟合概率分布函数为

$$G(x_{\max}) = 1 - \left(1 - 0.2863 \frac{x_{\max} - 30.26}{\sigma_{sc_max}}\right)^{3.4928} \quad (x_{\max} \geq 30.26) \quad (15)$$

$$G(x_{\min}) = 1 - \left(1 - 0.2249 \frac{x_{\min} - 38.05}{\sigma_{sc_min}}\right)^{4.4464} \quad (x_{\min} \geq 38.05) \quad (16)$$

其中: x_{\max} 为超过阈值的极大值样本; x_{\min} 为超过阈值的极小值样本; σ_{sc_max} 为极大值拟合分布函数的尺度参数; σ_{sc_min} 为极小值拟合分布函数的尺度参数。

当样本数量足够大时, 真实概率分布函数可用经验分布函数代替。样本经验概率分布函数为

$$G_n(X_{i:n}) = i/(n+1) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

其中: $X_{i:n}$ 为超阈值样本集 X 的第 $(n-i+1)$ 大的次序统计量; n 为超阈值样本个数。

根据式(17)得到极大值样本与极小值样本的经验概率分布。将提取的极大值样本与极小值样本按照从小到大排序, 分别记为 $(A_{1:n}, A_{2:n}, \dots, A_{n:n})$ 和 $(B_{1:m}, B_{2:m}, \dots, B_{m:m})$ 。若对实际事件概率分布的拟合优度越高, 拟合概率分布函数 $G(X_{i:n})$ 与经验概率分布函数 $G_n(X_{i:n})$ 的误差就越小。因此, 以拟合概率分布函数与经验概率分布函数的最小误差作为优化目标来确定最优尺度参数。误差计算式为

$$\epsilon_{i_max} = \sum_{i=1}^n (G(A_{i:n}) - G_n(A_{i:n}))^2 \quad (18)$$

$$\epsilon_{j_min} = \sum_{j=1}^m (G(B_{j:m}) - G_n(B_{j:m}))^2 \quad (19)$$

5.2 最优形状参数-最小拟合误差理论

根据式(8)推导得到式(20), 可以对尺度参数进行初步估计。

$$\sigma_{sc} = E(X-u)(1-\xi) \quad (\xi < 1) \quad (20)$$

根据极大值与极小值的超阈值样本, 分别计算得到超出量平均值 $E(X-u)$ 分别为 6.769 和 5.901。代入形状参数 -0.2863 和 -0.2249 , 得到尺度参数的初步估计值分别为 8.707 2 和 7.228 4。

为了确定拟合概率分布函数与经验概率分布函数的误差最小时所对应的最优尺度参数, 根据上述初步估计值, 设置极大值样本对应的最优尺度参数寻优范围为 7~10, 极小值样本对应的最优尺度参数寻优范围为 6~9, 步长均设为 $\Delta\sigma_{sc}=0.01$, 代入式(18), (19), 计算寻优范围内所有尺度参数取值所对应的拟合误差。定义点集合为 $(\sigma_{sc_j}, \epsilon_j)$ 并绘制如图 14 所示的尺度参数与拟合误差关系图。极大值、极小值的拟合概率分布函数与经验概率分布函数的误差为最小时所对应的尺度参数即为最优, 得到最优

尺度参数分别为 8.75 和 7.46。

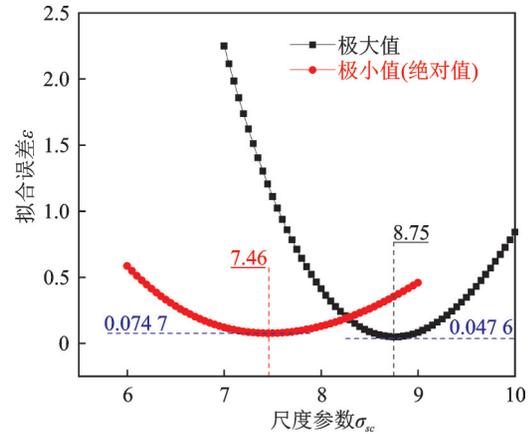


图 14 尺度参数与拟合误差关系图

Fig.14 Relation diagram between scale parameter and fitting error

6 模型检验与验证

6.1 拟合概率分布函数

极大值样本与极小值样本的超阈值帕累托拟合分布的最优模型参数如表 1 所示。为了直观反应拟合效果, 分别绘制累积概率分布函数曲线 (cumulative probability distribution function, 简称 CDF) 与样本的经验概率分布散点图 $(A_{i:n}, G_n(A_{i:n}))$, $(B_{i:m}, G_n(B_{i:m}))$ 进行对比, 如图 15 所示。可见, 超阈值帕累托分布模型对极值样本的尾部拟合效果非常理想。

表 1 超阈值帕累托拟合分布的最优模型参数

Tab.1 Model parameters of POT Pareto distribution

项目	阈值/MPa	形状参数	尺度参数
极大值样本	30.26	-0.2863	8.75
极小值样本	38.05	-0.2249	7.46

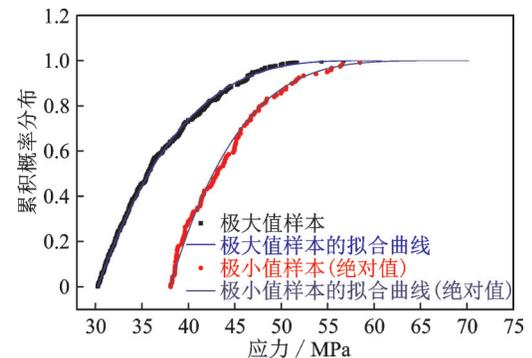


图 15 累积概率分布与样本经验概率分布对比

Fig.15 Fitting cumulative probability distribution and empirical probability distribution of samples

6.2 Kolmogorov-Smirnov 检验

虽然图 15 能直观反映拟合效果,但不能对拟合优度进行量化评价,故笔者采用 Kolmogorov-Smirnov 检验方法对概率分布拟合优度进行评价。Kolmogorov-Smirnov 检验原理是通过完成检验统计量 D 的计算(式(21)),根据样本数量,查表或者计算在某一显著水平 α 下的检验临界值 D_α 。根据式(22)计算显著水平 $\alpha=0.01$ 下的检验临界值^[18]。若 $D < D_\alpha$,则接受相应显著水平下对样本概率分布的假设,反之则拒绝。

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} |G(X_{i:N}) - G_n(X_{i:N})| \quad (21)$$

$$D_\alpha = 1.63/\sqrt{n} \quad (\alpha=0.01) \quad (22)$$

本研究超过阈值极大值与极小值数量分别为 457 和 118,极大值与极小值样本的 Kolmogorov-Smirnov 拟合度检验结果如表 2 所示。可见,极大值与极小值的检验统计量 D 均小于相应的检验临界值 $D_{0.01}$,且有较高余量。这表明所提取极大值和极小值样本的尾部分布服从超阈值帕累托分布,且置信度为 99%,验证了笔者提出的最优模型参数确定方法具有极高的准确性与实用性。

表 2 Kolmogorov-Smirnov 检验结果

Tab.2 Results of Kolmogorov-Smirnov test		
参数	极大值	极小值
超阈值样本量(n)	457	118
检验临界值($D_{0.01}$)	0.076 2	0.150 1
检验统计量(D)	0.024 5	0.063 5

7 基于动应力时域外推的寿命评估方法

7.1 动应力时域外推

笔者以外推 10 倍为例对基于动应力时域外推的寿命评估方法进行分析。初始动应力时域信号(图 8)可看作是由 3 部分组成:超过上限阈值(30.26 MPa)的极大值样本数据,介于上限阈值(30.26 MPa)与下限阈值(38.05 MPa,绝对值)之间的样本数据,以及超过下限阈值(38.05 MPa,绝对值)的极小值样本数据。由于笔者基于极值理论对超阈值样本数据进行外推方法研究,因此对介于上限阈值与下限阈值之间的样本数据采用简单的线性外推方法(读者另可采用核密度理论、参数模型理论等外推方法),具体步骤如下:

1) 将表 1 所得模型参数代入式(2),得到极大值与极小值样本的尾部概率分布函数;

2) 如表 2 可知,极大值样本中超过阈值 30.26 MPa 的数量为 457,极小值样本中超过阈值 38.05 MPa 的数量为 118。由于外推倍数为 10,故采用随机数生成命令,生成 4 570 和 1 180 个 0~1 之间的数;

3) 根据性质 3,将生成的 4 570 和 1 180 个 0~1 之间的数分别替换式(6)中的 $G_{[u]}$,求得相应的分位数,即为外推后的极大值与极小值;

4) 至此,已完成对样本极小值样本(绝对值)的外推,将所有外推后的极小值分位数转换为负数;

5) 用生成的 4 570 个极大值分位数和 1 180 个极小值分位数依次替换原时域样本信号中具有相同次序统计量的样本极值。

10 倍外推后的动应力时域信号如图 16 所示。对外推后的动应力时域信号进行雨流循环计数,得到线性外推与时域外推幅值-频次对比,如图 17 所示。可以看出,常用的线性外推只能在频次上实现拓延,并不能实现对幅值的拓延。时域外推方法的结果不仅与初始样本曲线的拟合度高,还实现了对幅值的外推。将外推结果与雨流矩阵外推结果进行比较可知,两者具有较高的相似度,表明了该时域外推方法的正确性,可充分复现结构在长时载荷下的受力情况。

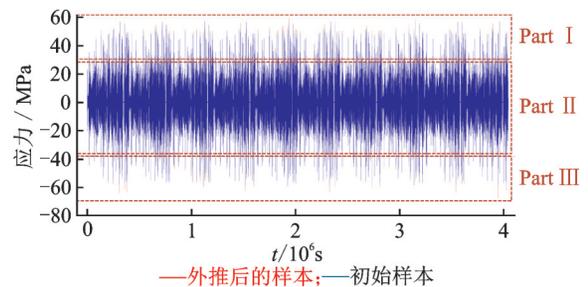


图 16 10 倍外推后的动应力时域信号

Fig.16 Time-domain signal of dynamic stress after ten multiples extrapolation

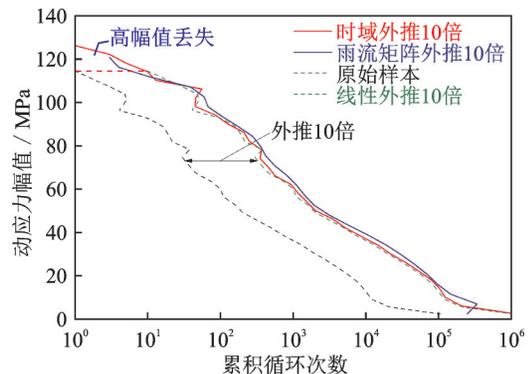


图 17 线性外推与时域外推幅值-频次对比

Fig.17 Amplitude-frequency diagram of linear extrapolation and time-domain extrapolation

7.2 疲劳寿命评估方法

根据外推10倍后的动应力时域信号进行疲劳寿命分析,并与采用线性外推得到的动应力时域信号的疲劳寿命分析结果进行比较。根据Palmgren-Miner线性损伤准则,对测点进行疲劳损伤计算

$$D = \sum_{i=1}^K \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^K \frac{n_i (\Delta\sigma_i)}{C} = \sum_{i=1}^K \frac{n_i}{N_0} \left(\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_0} \right)^m \quad (23)$$

其中: D 为样本动应力信号作用下的累积疲劳损伤; $\Delta\sigma_i$ 为应力范围, $\Delta\sigma_i = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$; n_i 为应力范围 $\Delta\sigma_i$ 的实际循环次数; K 为分析样本总共的循环次数; N_i 为应力范围 $\Delta\sigma_i$ 对应的疲劳极限循环次数; C, m 为S-N曲线的常系数。

对于转向架构架这类焊接结构,可参照BS 7608-2015焊接结构疲劳分析标准^[19],将其考虑为F级。因此,双对数S-N曲线拐点处的循环次数 $N_0 = 10^7$ 时,对应的疲劳应力范围 $\Delta\sigma_0 = 40$ MPa,且系数 $m = 3$,代入式(23)即可求得累积损伤。基于线性外推10倍后计算所得的累积疲劳损伤为 $3.121\ 23 \times 10^{-3}$,而基于超阈值参数模型时域外推10倍后计算所得的疲劳损伤为 $3.132\ 07 \times 10^{-3}$,相比之下,损伤增加了0.347%。

从A到B站的3个来回所对应的动应力时域信号代表498 km(3×166 km),外推10倍后对应的运营里程为4 980 km。假设疲劳失效时对应的累积损伤为1,根据式(24)对该测点的安全运营里程寿命进行评估

$$L = \frac{D_{\text{tot}}}{D} l \quad (24)$$

其中: D_{tot} 为疲劳失效时的总损伤, $D_{\text{tot}} = 1$; L 为总运营里程寿命(km); l 为样本动应力信号对应的运营里程(km)。

基于线性外推10倍后计算所得的运营里程寿命为1 595 524.84 km,而基于超阈值时域外推10倍后计算所得的运营里程寿命为1 590 002.78 km,寿命减少了5 522.06 km。可见,基于线性外推的疲劳寿命计算结果偏于危险,基于时域外推的疲劳寿命计算结果更偏于安全。

8 外推倍数与疲劳寿命评估误差的关系

时域外推是一种基于概率统计的外推方法。研究表明:当外推倍数太小时,基于时域外推的寿命评估结果与基于线性外推的寿命评估结果之间的相对误差(后续简称相对误差)会不趋于稳定;当外推倍数太大,甚至是全寿命周期对应的外推倍数时,数据

量会变得十分庞大,疲劳分析效率降低。因此,为明确外推倍数与相对误差之间的关系,并为基于时域外推的疲劳寿命评估方法确定合适的外推倍数,对原始动应力样本数据分别进行10~3 200倍的外推与疲劳寿命评估,结果如表3所示。其中,外推倍数为3 200时所得的动应力时域信号为该测点的全寿命动应力时域信号。由表3可知,在本案例中,基于时域外推的疲劳寿命评估结果比基于线性外推的疲劳寿命评估结果减少了2 670 km。

表3 各外推倍数下的部分疲劳寿命评估结果

Tab.3 Fatigue life evaluation results under different extrapolation multiple

外推倍数	累积疲劳损伤		相对误差/%
	线性外推	时域外推	
10	$3.121\ 23 \times 10^{-3}$	$3.132\ 07 \times 10^{-3}$	0.347
100	$3.121\ 23 \times 10^{-2}$	$3.125\ 82 \times 10^{-2}$	0.147
300	$9.363\ 69 \times 10^{-2}$	$9.379\ 54 \times 10^{-2}$	0.169
600	$1.872\ 74 \times 10^{-1}$	$1.875\ 93 \times 10^{-1}$	0.170
1 200	$3.745\ 48 \times 10^{-1}$	$3.751\ 74 \times 10^{-1}$	0.167
2 000	$6.242\ 46 \times 10^{-1}$	$6.253\ 21 \times 10^{-1}$	0.172
3 200(全寿命)	$9.987\ 94 \times 10^{-1}$	1.000 45	0.166

时域外推倍数与疲劳评估结果的相对误差如图18所示。可见,当外推倍数小于200时,其相对误差变化较大;当外推倍数大于600时,其相对误差稳定在0.168%。

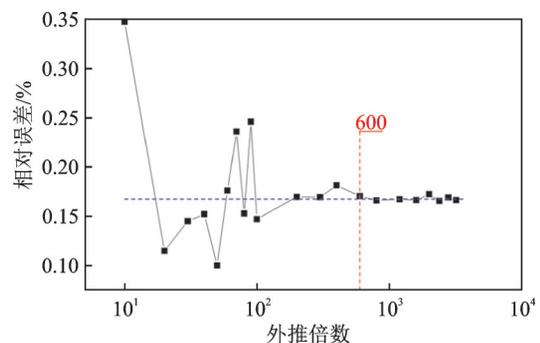


图18 时域外推倍数与疲劳评估结果的相对误差

Fig.18 Relation between time-domain extrapolation multiple and relative errors

9 结论

1) 提出了基于形状参数最小均方误差的最优阈值确定方法。在采用自助法进行寻优计算时,为保证阈值估计值的精确与稳定,需要有足够多的自助采样次数。

2) 提出了基于最小拟合误差的最优尺度参数

的确定方法。基于上述最优参数确定方法所得的参数模型,经拟合优度检验,其置信度达99%,验证了时域外推法的实用性和准确性。

3) 与常用的线性外推法相比,基于时域外推法的累积疲劳损伤提高了0.168%,安全运行里程减少了2 670 km。可见,基于时域外推法的疲劳寿命评估方法更偏于安全。值得注意的是,为保证线性外推与时域外推疲劳寿命评估结果相对误差的稳定,得到更稳定的疲劳寿命评估结果,需要保证有足够的外推倍数。

4) 提出短时载荷(即线性外推)作用下的疲劳分析结果与长时载荷作用下的疲劳分析结果之间存在误差值得引起重视,并为长时载荷信号作用下的疲劳寿命分析提供了方法参考与理论支撑。

参 考 文 献

- [1] XIU R, SPIRYAGIN M, WU Q, et al. Fatigue life assessment methods for railway vehicle bogie frames [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2020(116):1-29.
- [2] WANG J, SONG C, WU P, et al. Wheel reprofiling interval optimization based on dynamic behavior evolution for high speed trains [J]. *Wear*, 2016, 36(15):316-324.
- [3] DENG Y, DING Y, LI A, et al. Fatigue reliability assessment for bridge welded details using long-term monitoring data [J]. *Science China (Technological Sciences)*, 2011, 54(12):3371-3381.
- [4] RATHANRAJ K J, VERMA A K, SRIVIDYA A, et al. Extrapolation of service load data [C]//*Sae Commercial Vehicle Engineering Congress & Exhibition*. [S. l.]: SAE International, 2009: 4-10.
- [5] JOHANNESSON P. Extrapolation of load histories and spectra [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2006, 29(3): 209-217.
- [6] CARBONI M, CERRINI A, JOHANNESSON P, et al. Load spectra analysis and reconstruction for hydraulic pump components [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2008, 31 (3) : 251-261.
- [7] FERREIRA B Y, De HAAN L. On the block maxima method in extreme value theory: PWM estimators [J]. *Annals of Statistics*, 2015, 43(1): 276-298.
- [8] COOK N J. Towards better estimation of extreme winds [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1982, 9(3): 295-323.
- [9] WANG J, WANG Y, ZAI X, et al. Automatic determination method of optimal threshold based on the bootstrapping technology [J]. *Journal of Southeast University(English Edition)*, 2018, 34(2): 208-212.
- [10] LI S, HUANG Z, CUI W. On implementing a practical algorithm to generate fatigue loading history or spectrum from short time measurement [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2011, 15(3): 286-300.
- [11] WANG J, YOU S, WU Y. A method of selecting the block size of bmm for estimating extreme loads in engineering vehicles [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 3(1): 1-9.
- [12] 沈再阳. Matlab信号处理[M]. 北京:清华大学出版社, 2017:20-86.
- [13] ZAGORSKI M, WNEK M. Analysis of the turbine steady-state data by means of generalized pareto distribution [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(6): 2546-2559.
- [14] 史道济. 实用极值理论[M]. 天津:天津科技出版社, 2006:8-95.
- [15] CAERS J, BEIRLANT J, MAES M A, et al. Statistics for modeling heavy tailed distributions in geology: part I [J]. *Methodology, Mathematical Geosciences*, 1999, 31(4):391-410.
- [16] NAESS A, CLAUSEN P H. Combination of the peaks-over-threshold and bootstrapping methods for extreme value prediction [J]. *Structural Safety*, 2001, 23(4): 315-330.
- [17] GOMES M I, OLIVEIRA O. The bootstrap methodology in statistics of extremes-choice of the optimal sample fraction [J]. *Extremes*, 2001, 4 (4) : 331-358.
- [18] MASSEY F J. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1951, 46(253): 68-78.
- [19] BS 7608—2005 Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures [S]. [S. l.]: British Standards Institution, 2005.



第一作者简介:王秋实,男,1991年8月生,博士生。主要研究方向为机车车辆结构振动与疲劳。曾发表《Extrapolation of the dynamic stress spectrum of train bogie frame based on kernel density estimation method》(《Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures》2021, Vol.44, No.7)等论文。
E-mail:wang_qiushi_1991@163.com

通信作者简介:周劲松,男,1969年12月生,教授。主要研究方向为机车车辆动力学与控制。
E-mail:jinsong.zhou@tongji.edu.cn