

斜拉索倾角对振动法测索力的精度影响

贺文字^{1,2}, 孟凡成^{1,2}, 任伟新³

(1. 合肥工业大学土木与水利工程学院 合肥, 230009)

(2. 安徽省基础设施安全检测与监测工程实验室 合肥, 230009)

(3. 深圳大学土木与交通工程学院 深圳, 518060)

摘要 现有的基于振动的索力测试方法在推导过程中,多以水平索为模型,未考虑斜拉索倾角对索力识别精度的影响。为了分析倾角对振动法测索力的精度影响,以两端固支索为例,采用有限差分法求解索的模态参数,并由迭代法识别索力,研究倾角对索的模态参数和索力识别精度的影响。结果表明,采用第 1 阶频率识别小垂度索的索力,与采用第 1 阶或第 2 阶频率识别大垂度索的索力时,不考虑倾角的影响,索力识别的误差很大。

关键词 索力;倾角;振动法;有限差分法;迭代法
中图分类号 TH212; TH213.3

引言

斜拉索是斜拉桥的重要构件,因易腐蚀和振动等原因而受到损害,进而影响桥梁安全^[1],识别索力对斜拉桥的健康监测具有重要意义。现有索力测试的方法主要有直接法和间接法。直接法指直接测量斜拉索张力,包括拉脱法、传感器读数法和压力表测定法等。间接法是通过测定间接物理量来识别索力,包括磁通量法和振动频率法等。振动频率法由于简单高效,因而得到广泛应用^[1-2]。

振动频率法的基本原理是通过识别斜拉索的振动频率,根据索力和频率之间的特定关系间接得到索力^[1,3]。利用振动频率法识别索力精度受斜拉索的抗弯刚度、垂度效应、边界条件和倾角等因素的影响^[4]。学者们提出了考虑多种影响因素的索力计算方法。Ren 等^[5]考虑抗弯刚度和垂度影响,提出了基于基频的索力计算公式。Mehrabi 等^[6]利用有限差分原理,给出了索在抗弯刚度、垂度及阻尼影响下的数值解。李国强等^[7]考虑边界弹性约束、支座振动、垂度、抗弯刚度和集中质量等因素,采用数值法拟合得到索力计算公式。上述方法在推导过程中多以水平索为模型,未考虑倾角对索力识别精度的影响。事实上,倾角导致斜拉索沿长度在不同位置的索力是不同的,上端索力大而下端索力小,且倾角会对索的垂度产生影响,进而影响索的频率,最终影响索力识别精度。由于斜拉桥的拉索实际边界约束条件介于固支与铰支之间,并接近固支^[8],因此笔者以

两端固支索为例,研究倾角对索力识别精度的影响。

1 基本原理

1.1 斜拉索的模态方程及求解

两端固支斜拉索的模型如图 1 所示,索的弦线方向设为 x 轴,垂直于弦线方向设为 y 轴。斜拉索 y 方向的运动方程^[4]为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(H+h) \frac{\partial z}{\partial x} \right] - \frac{\partial^2 (EI\tilde{z})}{\partial x^2} + m^* g \cos\theta = m^* \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (1)$$

其中: H 为弦线方向的索力; $h(t)$ 为由振动引起的索力的增量; $z(x,t) = y(x) + v(x,t)$; y 为由索的自重引起的静挠度; $v(x,t)$ 为由振动引起的 y 方向的挠度; \tilde{z} 为沿 y 方向的挠度之和; E 为索的弹性模量; I 为索的抗弯刚度; m^* 为单位长度索的质量。

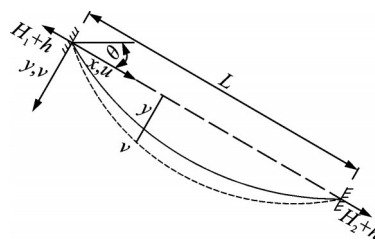


图 1 斜拉索的物理模型(单位:m)

Fig.1 The physical model of the cable (unit: m)

假定 $v(x,t) = \phi(x)q(t)$, 索的变形协调方程^[9]为

* 国家自然科学基金资助项目(51878234);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JZ2019HGPA0101)
收稿日期:2019-10-16;修回日期:2019-11-30

$$\Delta H_1 = \Delta \lambda_1 / \alpha_1 \quad (17)$$

迭代索力 H_2 为

$$H_2 = H_1 + \Delta H_1 \quad (18)$$

重复上述迭代过程,直到得到收敛的索力值 H_{k+1} 。

2 算例分析

笔者以文献[4,11]研究的4根拉索为例,

依次分析拉索倾角对索的模态参数和索力识别精度的影响。表1为4根索的物理参数和几何参数^[4,11],并引入2个特征参数 λ^2 和 ξ ,分别反应索的垂度和抗弯刚度^[12]。1号索具有较小的垂度和抗弯刚度;2号索具有较大的垂度和较小的抗弯刚度;3号索具有较小的垂度和较大的抗弯刚度;4号索具有较大的垂度和抗弯刚度。采用有限差分法计算时,将拉索等分为100个网格。

表1 4根索的物理参数和几何参数

Tab.1 Physical and geometric parameters of the four cables

索号	λ^2	ξ	$m^*/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-1})$	L/m	H_M/MN	E/GPa	$A/(10^{-3}\text{m}^2)$	$I/(10^{-6}\text{m}^4)$
1	0.79	605.5	400.0	100	2.903 6	15.988	7.850 7	4.953 5
2	50.70	302.7	400.0	100	0.725 9	17.186	7.611 0	4.609 7
3	1.41	50.5	400.0	100	26.132 54	20 826	7.863 3	4.920 4
4	50.70	50.5	400.0	100	0.725 9	0.478 34	273.45	5 950.6

2.1 模态参数

2.1.1 倾角对频率的影响

4根索的频率与倾角的关系曲线如图2所示。图中标注的频率值分别是倾角为0°,30°,60°和90°时索的频率值。对小垂度索(1号索和3号索),倾角对前两阶频率影响较小。第1阶频率随倾角的增大而小幅度减小,最大相对减小值为4.31%;第2阶频率基本不受倾角改变的影响。对大垂度索(2号索和4号索),倾角对前两阶频率产生显著影响。第1阶频率随着倾角的增大而大幅度减小;第2阶频率随着

倾角的增大,呈现先增大后降低的趋势。相比于第1阶,第2阶频率对倾角的敏感性较低。此外,倾角在0°附近,大垂度索的频率发生交叉现象^[6],即第1阶对称模态的频率等于第2阶反对称模态的频率。由于倾角的影响,导致交叉现象消失^[4],即第1阶对称模态的频率低于第2阶反对称模态的频率。

2.1.2 倾角对振型的影响

不同倾角下(0°,30°,60°)1号索(小垂度索)和2号索(大垂度索)的前两阶振型如图3,4所示。振型用无量纲的归一化振型表示。

从图3可以看出,不同倾角下,1号索振型基本相同,即倾角的改变对小垂度索的振型影响甚小。第1阶振型对称,第2阶振型反对称。

从图4可以看出,倾角对2号索(大垂度索)的振型有较大影响。水平布置的2号索的前两阶振型分别是对称和反对称的。倾角的改变破坏了振型的对称性和反对称性。当倾角为30°时,振型大幅度偏离对称或反对称。当倾角为60°时,振型又接近对称或反对称。

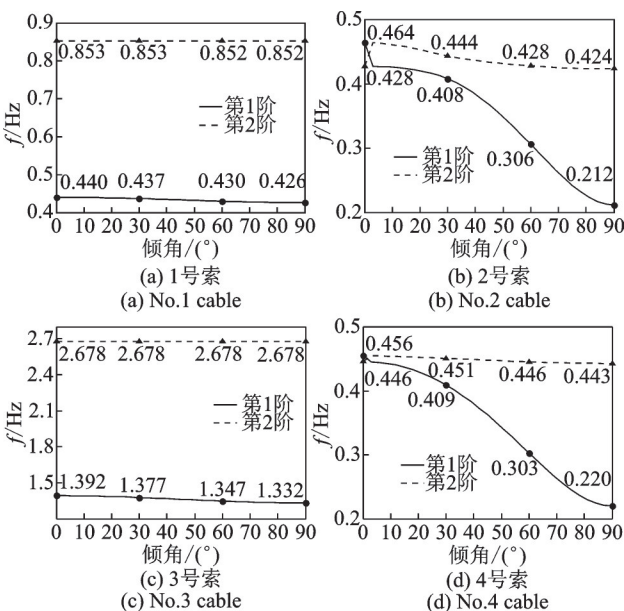


图2 4根索的频率与倾角的关系曲线

Fig.2 Frequency-inclination curve of four cables

2.2 索力识别

以上述4根索为例,研究倾角对索力识别精度的影响。倾角为30°和60°时,4根索在不考虑和考虑倾角的索力识别结果如表2,3所示。

对小垂度索(1号索和3号索),采用第1阶频率时,不考虑倾角识别的索力最大误差接近10%;采用第2阶频率时,不考虑倾角识别的索力误差均低于0.1%。对大垂度索(2号索和4号索),采用第1阶频率,不考虑倾角时,识别的索力误差很大,最大误差约为85%;采

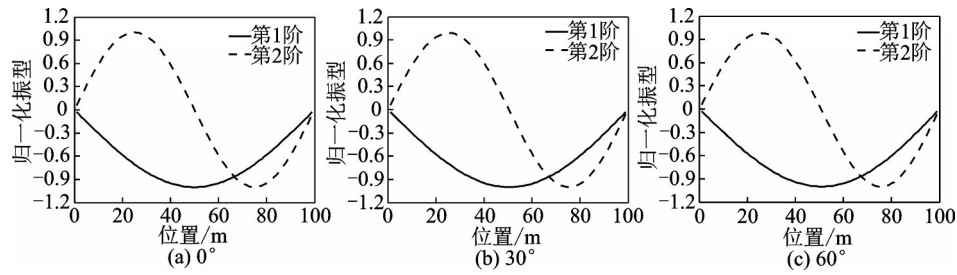


图 3 不同倾角下 1 号索的前两阶振型

Fig.3 The first two mode shapes of No.1 cable with different inclination angles

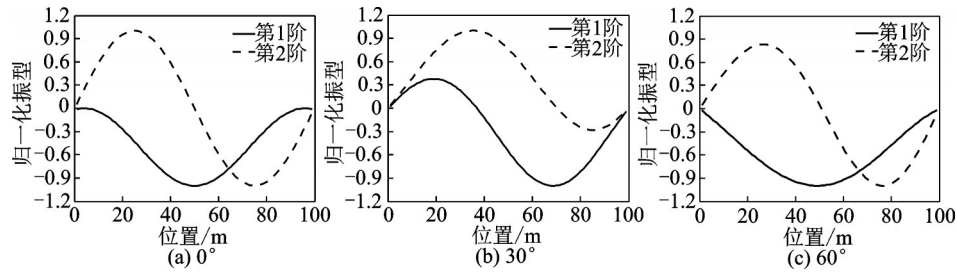


图 4 不同倾角下 2 号索的前两阶振型

Fig.4 The first two mode shapes of No.2 cable with different inclination angles

表 2 倾角为 30°索力识别结果

Tab.2 Cable force identification results with inclination of 30°

索号	阶次	f/Hz	理论索力/MN	不考虑倾角		考虑倾角	
				索力/MN	误差/%	索力/MN	误差/%
1	第 1 阶	0.437	2.903 6	2.855 3	-1.670	2.909 9	0.216
	第 2 阶	0.853		2.905 1	0.052	2.905 9	0.050
2	第 1 阶	0.408	0.725 9	0.956 9	31.830	0.742 4	2.270
	第 2 阶	0.444		0.783 1	7.890	0.737 3	1.570
3	第 1 阶	1.377	26.132 54	25.331 3	-3.070	26.123 0	-0.037
	第 2 阶	2.678		26.129 7	-0.011	26.129 8	-0.011
4	第 1 阶	0.409	0.725 9	0.908 2	25.110	0.728 0	0.283
	第 2 阶	0.451		0.742 0	2.220	0.723 8	-0.285

表 3 倾角为 60°索力识别结果

Tab.3 Cable force identification results with inclination of 60°

索号	阶次	f/Hz	理论索力/MN	不考虑倾角		考虑倾角	
				索力/MN	误差/%	索力/MN	误差/%
1	第 1 阶	0.430	2.903 6	2.741 9	-5.570	2.908 1	0.156
	第 2 阶	0.852		2.898 2	-0.183	2.900 8	-0.097
2	第 1 阶	0.306	0.725 9	0.174 8	-75.920	0.727 4	0.203
	第 2 阶	0.428		0.727 4	0.203	0.724 9	-0.141
3	第 1 阶	1.347	26.132 54	23.703 2	-9.300	26.135 3	0.011
	第 2 阶	2.678		26.129 6	-0.011	26.129 8	-0.011
4	第 1 阶	0.303	0.725 9	0.107 3	-85.220	0.728 0	0.293
	第 2 阶	0.446		0.724 7	-0.168	0.726 0	0.018

用第 2 阶频率时,不考虑倾角识别的索力最大误差接近 10%,远远大于考虑倾角识别的索力误差。

可见,考虑倾角影响的索力迭代法可以提高识别的精度。未考虑倾角的索力迭代法因没有考虑倾

角产生的索力分布不均,索力识别的误差相对较大;采用第 1 阶频率识别小垂度索的索力,与采用第 1 阶或第 2 阶频率识别大垂度索的索力时,斜拉索倾角对索力识别精度有着不可忽略的影响。

3 结论

1) 倾角对小垂度索的前两阶频率影响较小,尤其对第2阶频率,倾角的影响可以忽略;倾角对大垂度索的前两阶频率影响较大,随着倾角的增大,第1阶频率大幅度减小,第2阶频率先增大后小幅减小。

2) 倾角对小垂度索的模态振型影响甚小,第1阶振型为对称,第2阶振型为反对称;倾角对大垂度索的模态振型影响较大,随着倾角的增大,振型偏离对称性或反对称性,当倾角达到一定值时,振型又回归到对称或反对称。

3) 对小垂度索采用第1阶频率识别索力时,不考虑倾角时识别的索力误差大;采用第2阶频率识别索力时,不考虑倾角对索力识别精度影响较小。对大垂度索采用第1阶或第2阶频率,不考虑倾角时识别的索力误差均很大。因此,在索力识别过程中,要根据索的垂度和采用的频率阶次决定是否需要考虑倾角的影响。

参 考 文 献

- [1] 李柯君. 基于模态特性的未知边界条件下索力识别[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2015.
- [2] 甘泉, 黄永辉, 王荣辉, 等. 基于振动频率法的两端固支拉索索力计算实用公式[J]. 水利与建筑工程学报, 2018, 16(1): 59-65.
GAN Quan, HUANG Yonghui, WANG Ronghui, et al. Practical formulas for vibration based method of tension estimation for cables with fixed boundaries [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2018, 16(1): 59-65. (in Chinese)
- [3] 陈刚, 任伟新. 基于环境振动的斜拉桥拉索基频识别[J]. 地震工程与工程振动, 2003, 23(3): 100-106.
CHEN Gang, REN Weixin. Ambient vibration based identification of fundamental frequencies of stay cables [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2003, 23(3): 100-106. (in Chinese)
- [4] MA L. A highly precise frequency-based method for estimating the tension of an inclined cable with unknown boundary conditions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 409: 65-80.
- [5] REN W X, CHEN G, HU W H. Empirical formulas to estimate cable tension by cable fundamental frequency [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2005, 20(3): 363-380.
- [6] MEHRABI A, TABATABAI H. Unified finite difference formulation for free vibration of cables [J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(11): 1313-1322.
- [7] 李国强, 魏金波, 张开莹. 考虑边界弹性约束的索力动力检测理论与试验研究[J]. 建筑结构学报, 2009, 30(5): 220-226.
LI Guoqiang, WEI Jinbo, ZHANG Kaiying. Theoretical and experimental study on cable tension estimation by vibration method accounting for rotational end restraints [J]. Journal of Building Structures, 2009, 30(5): 220-226. (in Chinese)
- [8] 王卫锋, 韩大健. 斜拉桥的索力测试及其参数识别[J]. 华南理工大学学报, 2001, 29(1): 18-21.
WANG Weifeng, HAN Dajian. The cable tension measurement and parameter identification for cable-stayed bridge [J]. Journal of South China University of Technology, 2001, 29(1): 18-21. (in Chinese)
- [9] IRVINE H. Cable structures [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1981: 43-46.
- [10] 葛俊颖, 苏木标, 李文平. 一种测量斜拉桥拉索索力新方法——垂度法[J]. 中国铁道科学, 2018, 39(4): 63-70.
GE Junying, SU Mubiao, LI Wenping. A new method for measuring cable tension of cable-stayed bridge—cable sag method [J]. China Railway Science, 2018, 39(4): 63-70. (in Chinese)
- [11] KIM B, PARK T. Estimation of cable tension force using the frequency-based system identification method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 304(2007): 660-676.
- [12] IRVINE H, CAUGHEY T. The linear theory of free vibration of a suspended cable [J]. Royal Society, 1974, 341(1626): 299-315.



第一作者简介:贺文宇,男,1986年5月生,博士、教授。主要研究方向为桥梁健康监测。曾发表《基于间接法识别的桥梁振型的损伤定位方法》(《振动与冲击》2018年第37卷第4期)等论文。
E-mail: wyhe@hfut.edu.cn

通信作者简介:任伟新,男,1960年5月生,博士、教授。主要研究方向为桥梁健康监测。
E-mail: renwx@hfut.edu.cn