

# 基于全有限元模型的直齿轮动态响应特性研究\*

王宏伟<sup>1</sup>, 孙文磊<sup>1</sup>, 张小栋<sup>2</sup>, 周建星<sup>1</sup>, 何丽<sup>1</sup>, 牛杭<sup>2</sup>

(1. 新疆大学机械工程学院 乌鲁木齐, 830046)

(2. 西安交通大学机械工程学院 西安, 710049)

**摘要** 在直齿轮传动系统中, 啮合刚度是最重要的内部激励源, 其引起的加速度响应特征是对齿轮进行状态监测与故障诊断的重要依据。首先, 针对传统集中参数法建立的动力学方程的不足之处, 采用2节点梁单元建立了齿轮传动系统全有限元动力学模型; 其次, 考虑齿轮基圆与齿根圆不重合的情况, 采用通用齿廓曲线方程获得完整齿廓曲线的描述模型, 进而获得了不同失效形式下的齿轮啮合刚度曲线; 最后, 采用数值方法对动力学模型进行求解, 并与实验观测结果进行对比分析。仿真结果表明, 在齿轮局部故障的情况下, 其时域图形出现了以主动轮旋转周期为间隔的冲击成分, 频域中则在啮合频率附近出现了以主动轮转频为间隔的边频带, 冲击成分在时域与频域中的强度与局部故障的程度呈正相关关系。实测加速度信号与理论仿真结果呈现了一致的特点, 证明了文中所采用方法的正确性。

**关键词** 啮合刚度; 全有限元模型; 动力学模型; 能量法; 故障诊断

**中图分类号** TH17

## 引言

齿轮传动结构是机械系统中传递动力及运动的重要组件, 恶劣工况及交变载荷导致经常出现裂纹、剥落以及断齿等故障, 若不及时发现, 则会造成设备停机或二次损伤, 造成重大事故。因而, 探究齿轮传动系统动力学响应特性, 为齿轮传动系统故障检测与诊断提供理论依据是十分重要的工作。

国内外学者对齿轮啮合刚度及动力学响应特性进行了大量研究。Wan等<sup>[1]</sup>根据齿根圆与基圆不重合的特点, 利用渐开线及齿根圆角半径描述齿根曲线, 求得的齿轮处于不同故障形式时的刚度特性。雷亚国等<sup>[2]</sup>针对行星齿轮传动系统, 以圆弧曲线代替齿根过渡曲线, 利用抛物线描述裂纹形状及扩展路径, 采用解析法计算了齿轮啮合刚度并求得了动力学响应。Ma等<sup>[3]</sup>通过30°切线法确定裂纹起始位置, 并利用直线裂纹模型及曲线裂纹边界路径描述方式, 以改进能量法求得了齿轮时变刚度, 提高了求解精度。Cui等<sup>[4-5]</sup>利用通用齿廓曲线方程, 精确描述齿根部位曲线形状, 最终求得了裂纹状态下的啮合刚度与动力学响应。Liang等<sup>[6-8]</sup>讨论了齿轮点蚀故障形式下的刚度计算方法, 比较了矩形、圆形、椭圆形点蚀区域模型的响应特点, 并与有限元模型进行了对比。

Ankur等<sup>[9]</sup>利用2节点梁单元建立了齿轮传动系统的有限元动力学模型, 结合传统能量法求得啮合刚度响应。Xue等<sup>[10]</sup>分析了准静态条件下的行星齿轮传动系统扭转刚度的裂纹敏感特性, 以及耦合特性。牛杭等<sup>[11]</sup>通过矩形波代替齿轮啮合刚度, 并以纯扭转方程求解了行星齿轮传动系统中内齿圈齿根应变的响应特性, 为齿轮系统故障监测提供了一种新思路。Wang等<sup>[12]</sup>采用沿齿宽方向进行积分的计算方法对能量法计算斜齿轮啮合刚度方法进行了扩展, 使其能够快速计算斜齿轮的时变啮合刚度。

在上述研究成果上, 笔者针对其不足之处, 采用通用齿廓曲线方程求得齿根过渡曲线的准确形状, 并利用改进的能量法计算啮合刚度, 计算了正常、裂纹、剥落及断齿等故障形式下的啮合刚度曲线。采用有限元思想, 利用2节点梁单元简化转子系统, 建立了齿轮传动系统全有限元动力学方程, 最终利用数值方法进行求解。最后, 将计算结果与实验结果进行对比分析, 验证了所建立模型的准确性, 并为后续齿轮系统故障监测与诊断提供重要理论支撑。

## 1 二阶齿轮传动系统全有限元模型

齿轮传动系统中的主要因素包含齿轮、轴以及

\* 新疆维吾尔自治区科技支疆基金资助项目(2017E0276); 国家自然科学基金资助项目(51565055); 新疆维吾尔自治区研究生创新项目(XJ2019G030)

收稿日期: 2019-12-09; 修回日期: 2020-03-24

轴承,为充分考虑二阶齿轮传动系统中所有相关因素对齿轮啮合力响应造成的影响,采用有限元思想,将每个转子轴离散为多个2节点梁单元并相互耦合,进而得到整个齿轮传动系统的全有限元模型。

笔者以SQI风力涡轮机传动系统故障模拟试验台(WTDS)中二阶平行轴齿轮箱为研究对象,建立其离散模型,并对其他二阶定轴齿轮传动系统具有普适性。如图1所示,模型中共含有31个梁单元,32个节点。

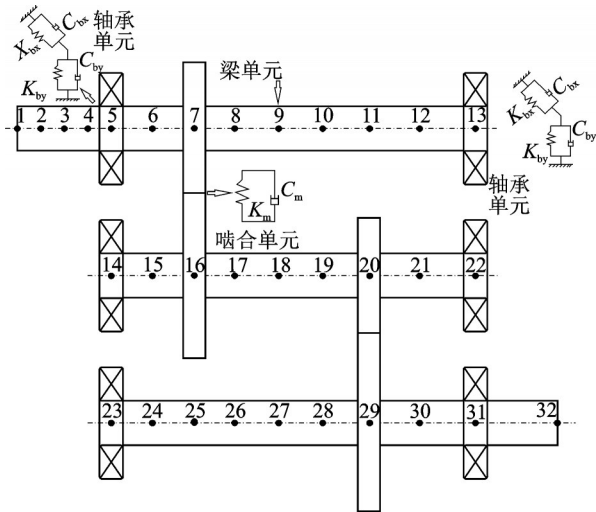


图1 二阶齿轮传动系统离散模型

Fig.1 Discrete model of two-level gear transmission system

假定梁单元长度为 $l$ ,弹性模量 $E$ ,截面惯性矩为 $J$ 。则梁单元的两个节点编号为: $i, i+1$ ,每个节点拥有3个自由度,梁单元总共拥有6个自由度,分别为沿节点坐标系中的 $x, y$ 轴平移和沿 $z$ 轴的旋转自由度,其结构如图2所示。因此,每一个梁单元的位移向量、质量矩阵及刚度矩阵可表示为式(1~3)。

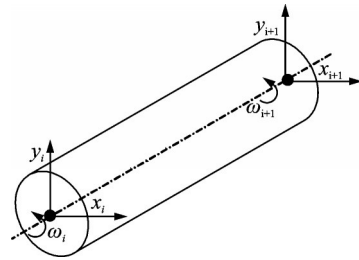


图2 梁单元*i*的结构及其节点自由度

Fig.2 Structure and DOFs of the *i*-th beam element

$$q_e = \{x_i, y_i, \omega_i, x_{i+1}, y_{i+1}, \omega_{i+1}\}^T \quad (1)$$

$$M_e = \frac{\rho A l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2J/A & 0 & 0 & -J \cdot A^{-1} \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & J \cdot A^{-1} & 0 & 0 & 2J/A \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$K_e = \frac{G}{l} \begin{bmatrix} A \cdot K^{-1} & 0 & 0 & -A \cdot K^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & A \cdot K^{-1} & 0 & 0 & -A \cdot K^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & J & 0 & 0 & -J \\ -A \cdot K^{-1} & 0 & 0 & A \cdot K^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -A \cdot K^{-1} & 0 & 0 & A \cdot K^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -J & 0 & 0 & J \end{bmatrix} \quad (3)$$

二阶齿轮传动系统中包含两对齿轮啮合单元结构,其压力角为 $\alpha$ ,连心线夹角为 $\beta$ ,以弹簧-阻尼单元代替齿轮啮合单元,如图3所示。啮合刚度矩阵

$$K_m^e = \begin{bmatrix} k_m \sin^2 \alpha & k_m \sin \alpha \cos \alpha & -k_m \sin \alpha r_p & -k_m \sin^2 \alpha & -k_m \sin \alpha \cos \alpha & -k_m \sin \alpha r_g \\ k_m \sin \alpha \cos \alpha & k_m \cos^2 \alpha & -k_m \cos \alpha r_p & -k_m \sin \alpha \cos \alpha & -k_m \cos^2 \alpha & -k_m \cos \alpha r_g \\ -k_m \sin \alpha r_p & -k_m \cos \alpha r_p & -k_m r_p^2 & k_m \sin \alpha r_p & k_m \cos \alpha r_p & k_m r_p r_g \\ -k_m \sin^2 \alpha & -k_m \sin \alpha \cos \alpha & k_m \sin \alpha r_p & k_m \sin^2 \alpha & k_m \sin \alpha \cos \alpha & k_m \sin \alpha r_g \\ -k_m \sin \alpha \cos \alpha & -k_m \cos^2 \alpha & k_m \cos \alpha r_p & k_m \sin \alpha \cos \alpha & k_m \cos^2 \alpha & k_m \cos \alpha r_g \\ -k_m \sin \alpha r_g & -k_m \cos \alpha r_g & k_m r_p r_g & k_m \sin \alpha r_g & k_m \cos \alpha r_g & k_m r_g^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$K_e = \begin{bmatrix} Kb_x & 0 \\ 0 & Kb_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

综上,将各单元的节点耦合后,可得到整个二阶齿轮传动系统的有限元动力学模型,模型中阻尼采用瑞利阻尼模型,如式(6)。根据牛顿定律,建立系

可表示为式(4)。

轴承与轴之间的作用力要表现为两个方向的支撑力,刚度矩阵 $K$ 可由式(5)表示。

$$C = \alpha M + \beta K \quad (6)$$

统动力学模型如式(7)所示,其中: $M$ 为系统质量矩阵; $x$ 为系统广义位移阵列; $C$ 为系统阻尼矩阵; $K$ 为系统刚度矩阵; $F_L$ 为系统负载力。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_L \quad (7)$$

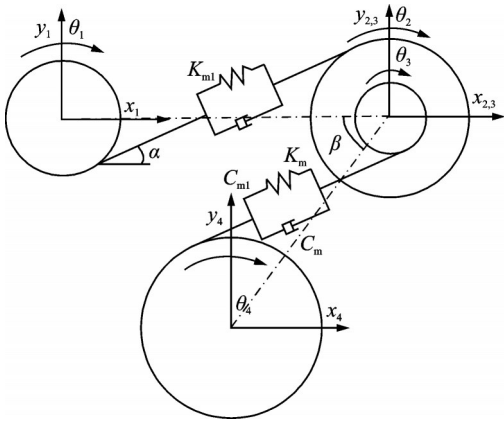


图 3 齿轮啮合单元结构

Fig.3 Structure of gear engagement unit

## 2 齿轮啮合单元刚度模型

### 2.1 轮齿齿廓曲线方程推导

根据齿条刀具与轮齿齿廓之间的共轭关系<sup>[4-8]</sup>, 设定齿轮毛坯坐标系  $xOy$  为定坐标系, 刀具坐标系为动坐标系  $X_1O_1Y_1$ , 如图 4 所示。随着轮齿切削加工过程的进行, 动坐标系  $O_1Y_1$  轴沿被加工齿轮分度圆切线方向做滚动, 则动坐标系中接触点  $M'(x_1, y_1)$  在静坐标系中的对应点为  $M(x, y)$ 。通过坐标变换, 可推导出被加工齿轮轮齿齿廓通用曲线方程。

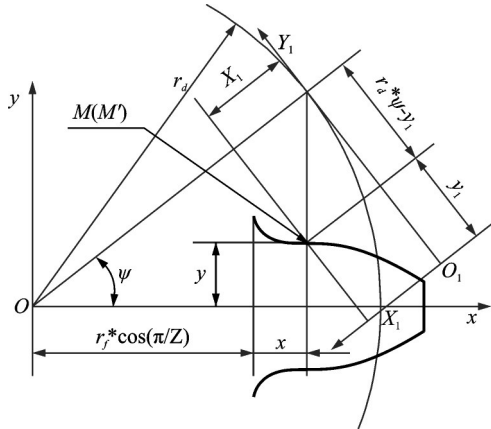


图 4 齿条刀具加工齿轮过程坐标系

Fig.4 Coordinate system of cutting gear by rack cutter

轮齿渐开线区域曲线方程

$$\begin{cases} x = \left[ r_d - \frac{1}{2}(r_d\varphi_1 - y_0) \sin(2\alpha_0) \right] \cos\varphi_1 + \\ \quad (r_d\varphi_1 - y_0) \cos^2\alpha_0 \sin\varphi_1 \\ y = \left[ r_d - \frac{1}{2}(r_d\varphi_1 - y_0) \sin(2\alpha_0) \right] \sin\varphi_1 - \\ \quad (r_d\varphi_1 - y_0) \cos^2\alpha_0 \cos\varphi_1 \end{cases} \quad (8)$$

轮齿根部过渡区域曲线方程

$$\begin{cases} x = (r_d - x_c - r_p \cos\gamma) \cos\varphi_2 + \\ \quad (r_d\varphi_2 - y_c + r_p \sin\gamma) \sin\varphi_2 \\ y = (r_d - x_c - r_p \cos\gamma) \sin\varphi_2 - \\ \quad (r_d\varphi_2 - y_c + r_p \sin\gamma) \cos\varphi_2 \end{cases} \quad (9)$$

相关参数计算方法如下

$$y_0 = \frac{\pi m}{4} + x' m \tan\alpha_0$$

$$x_c = m \left( h_a^* - \frac{c^* \sin\alpha_0}{1 - \sin\alpha_0} - x' \right)$$

$$y_c = \frac{\pi m}{4} + h_a^* m \tan\alpha_0 + r_p \cos\alpha_0$$

$$r_p = \frac{c^* m}{1 - \sin\alpha_0}$$

$$\varphi_1 \in \frac{1}{r_d} \left[ y_0 - \frac{2h_a}{\sin(2\alpha_0)}, y_c + x_c \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0\right) \right]$$

$$\varphi_2 \in \frac{1}{r_d} \left[ y_c, y_c + x_c \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0\right) \right]$$

其中:  $m$  为齿轮模数;  $x'$  为变位系数;  $h_a^*$  为齿顶高系数;  $c^*$  为齿根高系数;  $\alpha_0$  为压力角;  $r_p$  为刀具齿顶圆半径;  $x_c$  与  $y_c$  分别为刀具齿顶圆角圆弧中心在动坐标系中的坐标值;  $x_0$  与  $y_0$  分别为渐开线与齿根过渡曲线结合点在定坐标系中的坐标值;  $r_d$  为分度圆半径;  $r_f$  为齿根圆半径。  $\psi_1$  与  $\psi_2$  分别为渐开线段与齿根过渡曲线段的刀具加工滚动角。

### 2.2 齿轮啮合单元时变刚度计算

在上述推导基础上, 利用齿廓曲线方程获取各点坐标, 进而改进能量法求解齿轮时变啮合刚度。为计算方便, 此处将刚度计算积分变量转为滚动角, 其余变量与文献[13]保持一致, 如图 5 所示。

在此基础上, 得到正常齿轮啮合刚度表达式, 如式(10~14)所示。轮齿啮合区域仅在齿廓曲线的渐开线部分, 而在此部分刀具滚动角与啮合线夹角、齿轮滚动角之间的计算公式如(15)所示。

$$K_h = \frac{\pi EB}{4(1 - \nu^2)} \quad (10)$$

$$\frac{1}{K_f} = \frac{\cos^2(\alpha_0)}{EB} \left\{ L^* \left( \frac{u_f}{s_f} \right) + M^* \left( \frac{u_f}{s_f} \right) + P^* \left[ 1 + Q^* \tan^2(\alpha_0) \right] \right\} \quad (11)$$

$$\frac{1}{K_a} = \int_{\varphi_s}^{\varphi_a} \frac{\sin\alpha}{2EA_x} \dot{x} d\varphi + \int_{\varphi_s}^{\varphi_a} \frac{\sin\alpha}{2EA_{x1}} \dot{x}_1 d\varphi \quad (12)$$

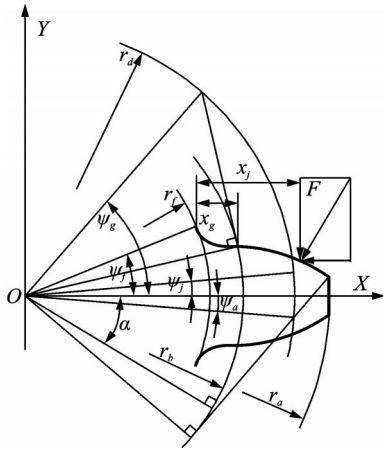


图5 轮齿啮合过程受力分析

Fig.5 Force analysis for tooth in meshing process

$$\frac{1}{K_b} = \int_{\varphi_f}^{\varphi_g} \frac{[\cos\alpha(d-x) - \sin\alpha h]^2}{2EI_x} \dot{x} d\varphi + \int_{\varphi_g}^{\varphi_a} \frac{[\cos\alpha(d-x_1) - \sin\alpha h]^2}{2EI_{x1}} \dot{x}_1 d\varphi \quad (13)$$

$$\frac{1}{K_s} = \int_{\varphi_f}^{\varphi_g} \frac{1.2 \cos^2 \alpha}{2GA_x} \dot{x} d\varphi + \int_{\varphi_g}^{\varphi_a} \frac{1.2 \cos^2 \alpha}{2GA_{x1}} \dot{x}_1 d\varphi \quad (14)$$

$$\varphi_j = \alpha_0 - \beta_j \quad (15)$$

对于裂纹齿轮,以用抛物线<sup>[6-7]</sup>代替直线描述裂纹扩展路径与受力边界线,如图6(a)所示。在此裂纹描述模型中,受裂纹影响,弯曲刚度 $K_b$ ,剪切刚度 $K_s$ 中的惯性矩及横截面积应重新计算,在裂纹边界线范围内,其惯性矩与横截面积计算公式如式(16~17)所示。裂纹边界线范围外以及总刚度的其余部分,计算方法与正常齿轮一致。

对于齿面剥落,文中以椭圆形<sup>[8]</sup>代替矩形描述剥落区域,如图6(b),(c)所示。在剥落区域,参与啮合的齿面宽度发生变化,造成惯性矩及横截面积发生变化,利用平行轴定理,可得到惯性矩及横截面积变化值计算公式,如式(18~20)所示。受剥落区域影响,弯曲刚度 $K_b$ ,剪切刚度 $K_s$ 以及轴向压缩刚度 $K_a$ 应重新计算,需在原有基础上减去变化值,并按照齿轮啮合过程对整个积分过程进行分区计算。

$$I_x = \left( \frac{x_D - x_B}{(y_D - y_B)^2} (y - y_B)^2 + x_B + h_x \right)^3 \frac{L}{12} \quad (16)$$

$$A_x = \left( \frac{x_D - x_B}{(y_D - y_B)^2} (y - y_B)^2 + x_B + h_x \right) L \quad (17)$$

$$\Delta L = 2\sqrt{L^2(B^2 - x^2)}/B^2 \quad (18)$$

$$\Delta A_x = \Delta L * \delta \quad (19)$$

$$\Delta I_x = \frac{1}{12} \Delta L * \delta^3 + \frac{A_{x0} \Delta A_x \left( h_x - \frac{\delta}{2} \right)^2}{A_{x0} - \Delta A_x} \quad (20)$$

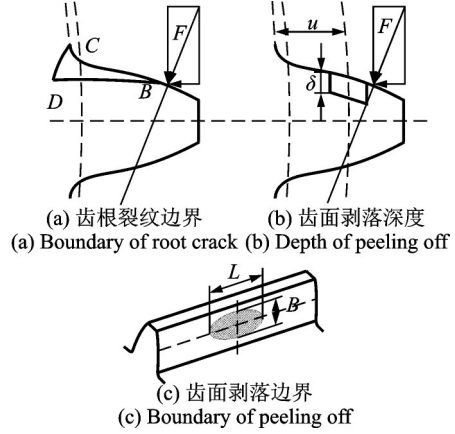


图6 齿根裂纹与剥落故障位置及尺寸说明

Fig.6 Position and dimension of root cracked and peeling off on gear tooth

根据以上推导,选择第1级传动进行计算,其参数如表1所示。

表1 齿轮及故障特征参数

Tab.1 Characteristic parameters of gear and fault area

参数名称	参数值
齿数	36/90
模数/mm	1.5
齿宽/mm	15
轴孔/mm	25.4
弹性模量/Pa	2.06E11
泊松比	0.3
压力角/(°)	20
齿根裂纹/mm	B(27.42, 1.03), C(25.04, 2.06), D(24.59, 1.10)
齿面剥落/mm	L=2, B=1, u=1.89, delta=1

由图7可知,在单双齿啮合区间边界处,刚度存在较大突变。当主动轮存在齿根裂纹故障时,轮齿承载能力降低,因此无论在单、双啮合区间内,齿轮啮合刚度明显降低。当主动轮存在剥落故障时,进入剥落区之前,轮齿承载能力不变,故其啮合刚度也与正常一致。当啮合线进入剥落区时,受轮齿横截面积变化,其啮合刚度显著降低,并且,当啮合线离开剥落区域后,依旧受其影响。最后,当主动轮存在断齿故障时,缺失的轮齿完全不能承受载荷,其啮合

刚度表现形式与裂纹相似,但剧烈程度明显上升。由此可以得出结论,刚度激励是齿轮传动系统中的一个重要激励源。

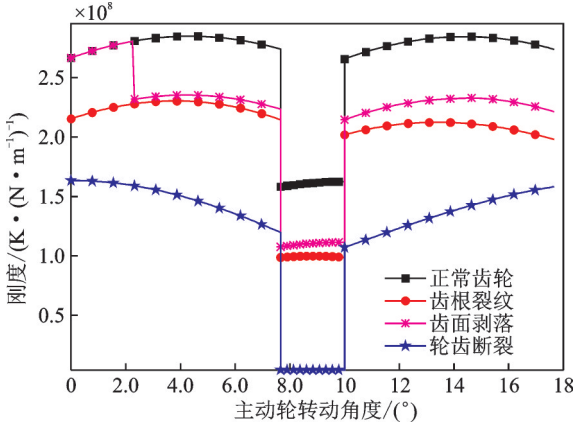


图 7 一个啮合周期内齿轮啮合刚度曲线

Fig.7 Different meshing stiffnesses in a mesh period

### 3 二阶齿轮传动系统动力学模型响应及实验验证

将得到的啮合刚度曲线带入全有限元动力学模型中,求解参数如表 2 所示,经过求解可得到第一级齿轮传动主动轮的加速度响应结果。为验证所建立模型的正确性,将求得的结果与从 WTDS 实验台齿轮箱第一级齿轮被动轴轴承座处采集到的垂直方向加速度信号进行对比分析。齿轮箱主动轴转速为 16.67 Hz(1 000 r/min),负载为 30 N·m,采样频率为 20 480 Hz,采样时间约为 10 s。实验中共采集了正常齿轮、齿根裂纹、齿面剥落以及断齿等故障形式下的信号数据。

表 2 二阶齿轮传动系统动力学模型求解参数

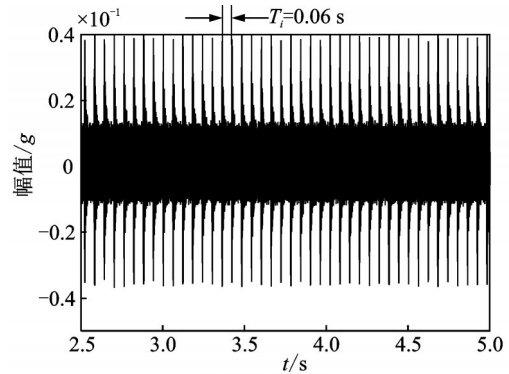
Tab.2 Parameters of solving dynamic model of two-level gear transmission system

参数名称	参数值
输入转速/Hz	16.67
第 1 级啮合频率/Hz	600
第 2 级啮合频率/Hz	193.2
负载扭矩/(N·s)	30
求解时间/s	5

#### 3.1 主动轮齿根裂纹故障响应特性

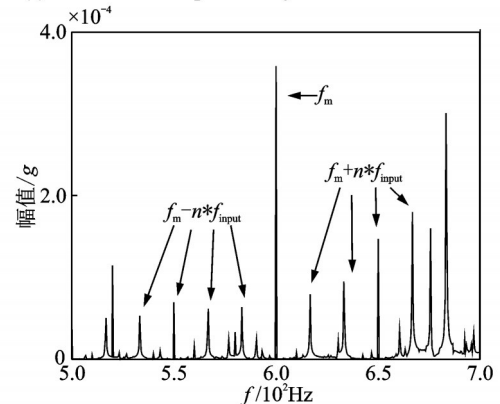
主动轮存在裂纹时,动力学模型求得的加速度响应曲线如图 8 所示。在时域图形中,存在以

主动轴旋转周期  $T_i=1/f_i=0.06$  s,为间隔的冲击成分,同时在频谱图中啮合频率附近出现了以主动轮转频  $f_{input}=16.67$  Hz,以及其倍频为间隔的边频带。实验采集的数据如图 9 所示。考虑在实验过程中,负载作用下电动机的转速可能存在不稳定现象,不利于信号分析,故通过对原始信号进行角域重采样,并进行阶次谱分析,进而提高信号分析准确度,而且阶次与转频可通过参考轴转频  $f_{input}$  相互转换。在时域图形中,图 9(a)可以观察以输入轴角域旋转周期  $R_i=1$  rev(转)为间隔冲击成分阶次谱,在阶次谱中(图 9(b)),啮合阶比 36 阶附近以 1 阶(输入轴阶比)为间隔的变频带处出现明显能量集中。由于不可避免地存在误差、噪音以及信号传递路径的影响,造成所采集的信号中还存在其他组成部分。实验信号中的大部分能量依旧集中分布于啮合阶比以及两侧以输入轴阶数为间隔的边频带处,此结果与理论模型基本保持一致,从而验证了模型的正确性。



(a) 齿根裂纹模型时域响应

(a) Time domain response of dynamic model for cracked gear

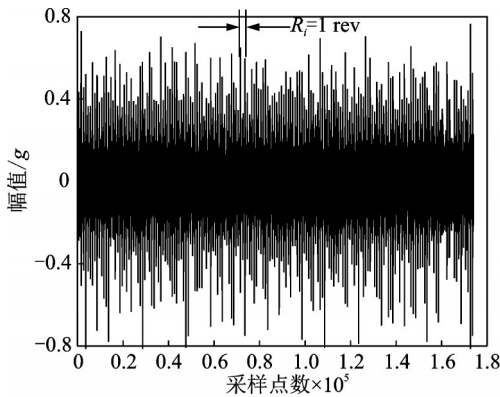


(b) 齿根裂纹模型频域响应

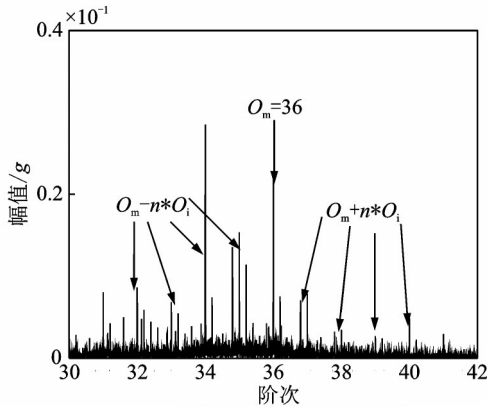
(b) Frequency domain response of dynamic model for cracked gear

图 8 主动轮齿根裂纹模型响应

Fig.8 Time and frequency domain response of dynamic model for cracked gear



(a) Time domain of real signals for cracked gear



(b) Order spectrum of real signals for cracked gear

图 9 主动轮齿根裂纹实测信号时域与阶次谱

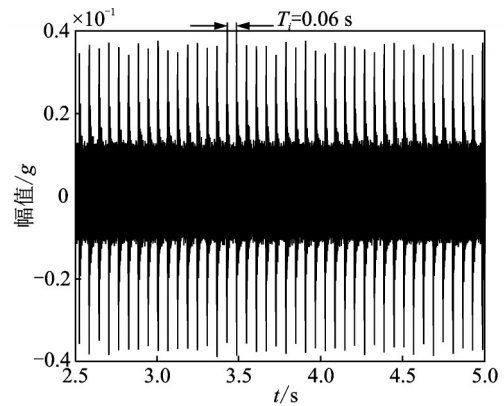
Fig.9 Time domain and order spectrum curves of real signals for cracked gear

### 3.2 主动轮剥落故障响应特性

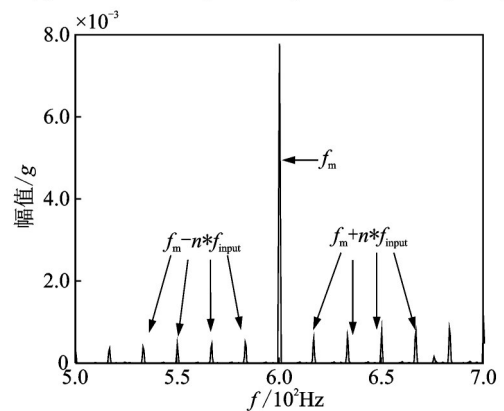
主动轮存在剥落故障时,动力学模型加速度响应曲线如图 10 所示。在时域响应与频域响应曲线与裂纹故障相似,但因齿面剥落故障形式对齿轮整体影响较小,其幅值相对较弱。这是由于齿面剥落与裂纹均属于齿轮局部故障,其特征频率应相同,但在频谱中冲击成分的强度不同。实验采集的信号如图 11 所示,阶次谱中能量集中位置与齿根裂纹相似,但其幅值相对较弱,与理论模型基本保持一致。

### 3.3 主动轮断齿故障

主动轮存在断齿故障时,由于冲击强度加大,造成时域图形形状发生明显变化,幅值大幅提升,冲击强度变化较为剧烈,如图 12 所示。虽然轮齿断裂也属于齿轮局部故障,其特征频率分布位置与裂纹及剥落相似,但在频谱中幅值发生显著变化,提升幅度巨大。实验采集的数据如图 13 所示,阶次谱中的能量集中位置处幅值发生大幅提升,与理论模型基本



(a) Time domain response of dynamic model for peeling off



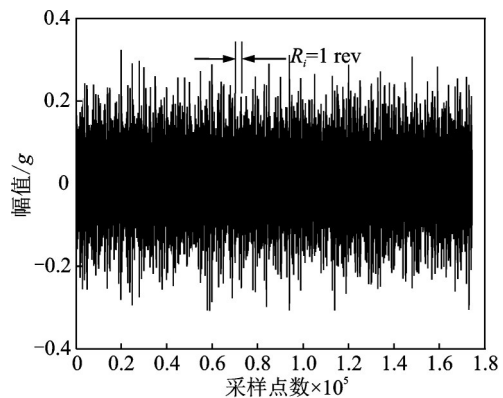
(b) Frequency domain response of dynamic model for peeling off

图 10 主动轮齿面剥落模型响应

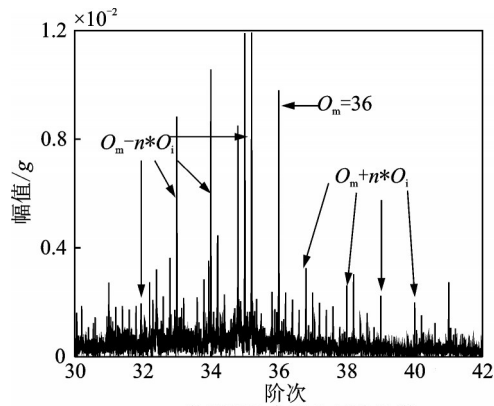
Fig.10 Time and frequency domain response of dynamic model for peeling off

保持一致。

综合上述对比分析可知,当齿轮存在局部故障时,其时域图像可观测到以主动轴旋转周期为间隔的冲击成分,并且冲击成分的强弱与局部故障的严重程度趋势一致。同时,在阶次谱中,主要能量均集中在啮合阶比的基频及倍频成分附近,并存在以主动轮转频为间隔的边频带,能量强度与局部故障的强度程度一致。

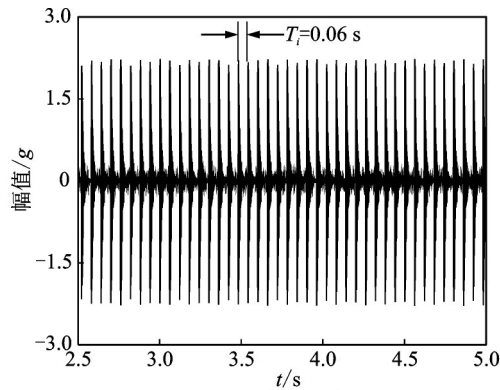


(a) Time domain response of real signals for peeling off

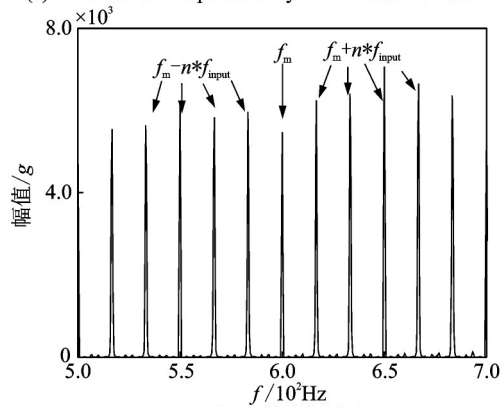


(b) 齿根裂纹实测信号阶次谱  
(b) Order spectrum response of real signals for peeling off  
图 11 主动轮齿面剥落实测信号

Fig.11 Time domain and order spectrum curves of real signals for peeling off



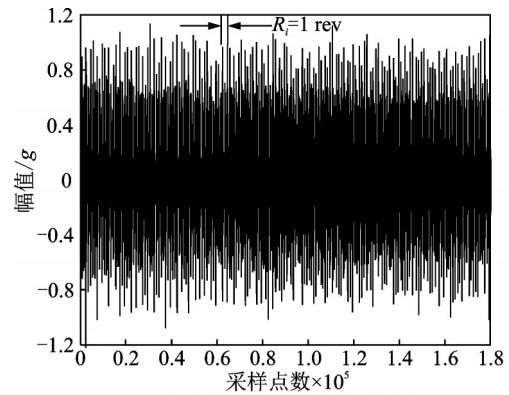
(a) 断齿模型响应  
(a) Time domain response of dynamic model for tooth broken



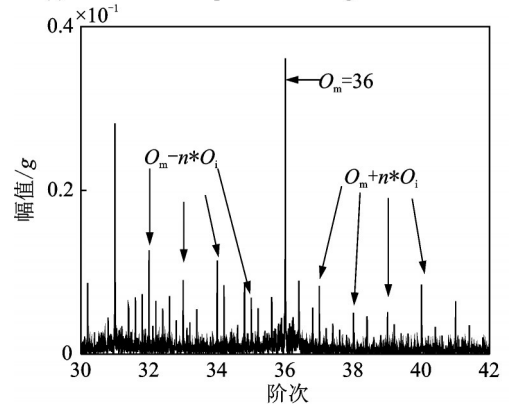
(b) 断齿模型频域响应  
(b) Frequency domain response of dynamic model for tooth broken  
图 12 主动轮断齿模型响应

Fig.12 Time and frequency domain response of dynamic model for tooth broken

由于在建立动力学模型过程中未能考虑所有的影响因素,导致模型响应与实测数据存有一定的差异,但其阶次谱的谱线分布与试验基本吻合,从而验证了模型的正确性,并为后续齿轮系统故障诊断工作提供了理论依据。



(a) 主动轮断齿实测信号时域波形  
(a) Time domain response of real signals for tooth broken



(b) 主动轮断齿实测信号阶次谱  
(b) Order spectrum response of real signals for tooth broken  
图 13 主动轮断齿实测信号

Fig.13 Time domain and order spectrum curves of real signals for tooth broken

## 4 结 论

1) 采用全有限元思想,将转子系统简化为一定数量相互耦合的二自由度梁单元,并将齿轮啮合单元简化为刚度-阻尼系统,最终建立试验台二阶定轴齿轮箱动力学模型。该模型能够将引入传动系统中更多的影响因素,从而提升动力学模型的准确度,并具有一定普适性。

2) 采用用齿廓曲线方程与能量法相结合的方法计算齿轮正常、齿根裂纹、剥落及断齿的刚度响应模型,将齿廓曲线分为齿根过度曲线及渐开线部分,分别利用通用齿廓曲线方程获取齿廓各点坐标,可进一步提高齿轮啮合时变刚度计算结果的精度。

3) 由实测信号可知,齿轮存在局部故障时,在时域图谱中,均可观测到以主动轮轴旋转周期为间隔的冲击信号,不同的故障形式造成的冲击强度明显不同,与所建立的动力学模型计算的时域响应结果基本保持一致。

4) 通过对实测信号进行阶次谱分析,在阶次谱

中,可观测到不同局部故障形式均可造成在啮合阶比附近以参考轴旋转阶数为间隔的边频带处出现能量集中,阶次谱分布形式相似,但能量幅值明显不同,与所建立的动力学模型计算得到的频谱分析结果基本保持一致。

### 参 考 文 献

- [1] WAN Z G, CAO H R, ZI Y Y, et al. An improved time-varying mesh stiffness algorithm and dynamic modeling of gear-rotor system with tooth root crack[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2014, 42: 157-177.
- [2] 雷亚国,罗希,刘宗尧,等.行星轮系动力学新模型及其故障响应特性研究[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(13): 111-122.  
LEI Yaguo, LUO Xi, LIU Zongyao, et al. A new dynamic model of planetary gear sets and research on fault response characteristics[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(13): 111-122. (in Chinese)
- [3] MA H, PANG X, FENG R J, et al. Improved time-varying mesh stiffness model of cracked spur gears[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2015, 55: 271-287.
- [4] CUI L L, ZHAI H, ZHANG F B. Research on the meshing stiffness and vibration response of cracked gears based on the universal equation of gear profile[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 94: 80-95.
- [5] CUI L L, HUANG J F, ZHAI H, et al. Research on the meshing stiffness and vibration response of fault gears under an angle-changing crack based on the universal equation of gear profile [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 105: 554-567.
- [6] LIANG X H, ZUO M J, MAYANK P. Analytically evaluating the influence of crack on the mesh stiffness of a planetary gear set [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 76: 20-38.
- [7] LIANG X H, ZUO M J, GUO Y M. Evaluating the time-varying mesh stiffness of a planetary gear set using the potential energy method [J]. *SAGE Publications*, 2014, 228(3): 535-547.
- [8] LIANG X H, ZHANG H S, LIU L B, et al. The influence of tooth pitting on the mesh stiffness of a pair of external spur gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 106: 1-15.
- [9] ANKUR S, MANOJ C, ANAND P. Effect of mesh stiffness of healthy and cracked gear tooth on modal and frequency response characteristics of geared rotor system [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 107: 261-273.
- [10] XUE S, ENTWISTLE R, MAZHAR I, et al. The spur planetary gear torsional stiffness and its crack sensitivity under quasi-static conditions[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2016, 63: 106-120.
- [11] 牛杭,张小栋,赵欣丹,等.行星齿轮箱典型故障对内齿圈齿根应变的作用机理研究[J]. *振动与冲击*, 2017, 9: 253-260.  
NIU Hang, ZHANG Xiaodong, ZHAO Xindan, et al. Action mechanism of planetary gearbox's typical faults on tooth root strain of ring gear[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 9: 253-260. (in Chinese)
- [12] WANG Q B, ZHAO B, FU Y, et al. An improved time-varying mesh stiffness model for helical gear pairs considering axial mesh force component[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 106: 413-429.
- [13] SAINOT P, VELEX P. Contribution of gear body to tooth deflections-a new bidimensional analytical formula [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2004, 126 (4) : 748-752.



**第一作者简介:**王宏伟,男,1986年4月生,博士生。主要研究方向为机械系统状态监测与故障诊断。

E-mail:wanghongwei\_xju@126.com

**通信作者简介:**孙文磊,男,1962年10月生,博士、教授。主要研究方向为数字化设计与制造及风力发电机状态监测。

E-mail:sunwenxi@163.com