

局域共振型声子晶体梁的动态模型和带隙*

汤璐嘉^{1,2}, 吕延军^{1,2}, 刘成¹, 郭城¹

(1. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院 西安, 710048)

(2. 华中科技大学数字制造装备与技术国家重点实验室 武汉, 430074)

摘要 建立了一种具有边界条件的局域共振型声子晶体梁的理论模型, 其中声子晶体简支梁连接有周期分布的弹簧振子结构。根据 Hamilton 原理得到了该结构的动力学方程, 采用 Rayleigh-Ritz 方法求得了该结构的动态特性以及局域共振型带隙的数值结果。所得到的结果同已有文献中的实验结果具有较好的一致性, 说明所提出的理论模型是可行的。根据所建立的理论模型, 分析了梁的长度和晶格常数对带隙的影响。可以看出: 当声子晶体的晶格常数相对于梁的长度较小时, 结构的频响特性中具有明显的带隙, 在弹簧振子的固有频率处有反共振峰出现, 并且始终位于带隙范围内; 而当晶格常数相对于梁的长度较大时, 结构的带隙情况较为复杂, 且受边界条件的影响较大。

关键词 简支梁; 声子晶体; 弹簧振子系统; 局域共振型带隙

中图分类号 TH113.1

引言

近年来, 声子晶体等具有周期结构的新型复合材料受到了广泛的关注^[1-5]。当声波或弹性波在声子晶体结构中传播时, 带隙范围内的波会受到抑制, 因此声子晶体在结构减振降噪方面具有广泛的应用前景。目前, 关于声子晶体带隙的产生机理主要有布拉格散射机理和局域共振机理^[6-8], 其中局域共振型声子晶体可以在较低频率范围内形成带隙, 因此具有重要的研究意义。温激鸿等^[9-10]将声子晶体简化为结构周期性的弹簧振子, 在研究无限周期弹簧振子结构振动带隙的基础上, 运用数值计算和振动实验的方法分析了有限周期弹簧振子结构的振动和传输特性。同时, 运用理论计算、有限元仿真和实验验证相结合的研究方法, 对 1D~3D 声子晶体纵向振动及 1D 和 2D 声子晶体弯曲振动的带隙特性及减振特性进行了研究, 并对声子晶体的带隙机理进行了初步探讨。通过将声子晶体的周期性结构引入到细直梁的结构设计中, 温激鸿等^[11]构造了二组元变截面的周期性结构细直梁, 推导了细直梁弯曲振动中的弹性波能带结构的计算方法, 并采用有限元法对有限周期结构条件下的振动传输特性进行了仿真, 分析了晶格尺寸、材料组份比、截面尺寸对振动

带隙的影响。郁殿龙等^[12-13]针对 1D 声子晶体和 2D 声子晶体薄板, 运用平面波展开法分别计算了 1D 声子晶体的带隙结构和 2D 声子晶体薄板的振动能带结构, 并仿真分析了 1D 声子晶体横波对带隙的影响及 2D 声子晶体薄板的振动频率响应。Beli 等^[14]提出了一种带互连局部谐振器的梁和板超材料结构, 运用 Timoshenko 梁和 Mindlin-Reissner 板模型计算了其能带结构和动态强迫响应。同时, 通过改变局部谐振器的互连特性, 对带隙进行了参数化分析。吴健等^[15]设计了一种多频局域共振型声子晶体板结构, 基于平面波展开法建立了其弯曲波带隙计算理论模型, 分析了其带隙特性, 并通过激光扫描测振仪测试证实了该结构的两个低频带隙。Qian^[16]通过结合平面波展开法、Euler-Bernoulli 梁理论和非局域理论, 研究了具有尺寸效应的压电声子晶体的纳米带隙特性, 分析了热电耦合、尺寸效应和几何参数对带隙的影响。上述研究采用了传统的平面波展开法来对声子晶体的弹性波带隙进行计算, 但该方法存在收敛速度慢的问题。为此, 温激鸿等^[17]将声子晶体中的元胞简化为了有限自由度的弹簧振子结构, 基于集中质量法提出了 1D 声子晶体弹性波带隙的快速计算方法。通过比较该方法与传统平面波展开法的计算结果和收敛性, 表明了该方法具有较快的计

* 国家自然科学基金资助项目(51775428); 陕西省重点研发计划资助项目(2020GY-06); 数字制造装备与技术国家重点实验室开放课题资助项目(DMETKF2017014)

收稿日期: 2019-09-01; 修回日期: 2019-12-12

算收敛速度。在文献[13]的研究工作基础上,刘铁权等^[18]基于辛数学方法,探讨了1D声子晶体的晶格振动,确定了波矢与本征值的色散关系,并通过本征值计数法求解了特征频率,从而得到了1D声子晶体的禁带区间。蔡力等^[19]通过分析声子晶体带隙边缘振动模式,揭示了其带隙特性和变化规律,讨论了一维声子晶体细直梁结构的弯曲振动,并通过振动实验对其振动传输特性进行了测试,为带隙特性研究和降噪设计提供了思路。陈圣兵等^[20]针对局域共振声子晶体,给出了含压电分列阵列的局域共振梁带隙计算模型,运用传递矩阵法计算了弯曲波传播常数,通过比较传统模型的计算结果,发现构建的模型可以有效提高局域共振带隙的计算精度。齐晓巧等^[21]研究了空间梁声子晶体的带隙结构,通过求解梁单元的振动方程,并结合声子晶体梁的力与位移连续性条件和 Bloch 定理,推导得到了声子晶体的色散方程和带隙特性。Kuo-Chih 等^[22]研究了声子晶体中点缺陷模式对弯曲波群速度的影响,并运用转移矩阵法和超单元技术,从理论上得到了缺陷模式的能带结构和群速度。另外,通过建立高灵敏度光纤布拉格光栅传感系统和测量位移透射率,证明了带隙内局域缺陷模式的存在。

但是,在目前声子晶体模型的研究中,一般并不考虑模型的边界条件。为此,笔者建立具有边界条件的局域共振型声子晶体梁的动态模型,依据 Hamilton 原理,采用 Rayleigh-Ritz 方法对该结构的动态特性进行研究。将得到的数值结果同已有文献中的实验结果进行比较,并分析结构的带隙情况。

1 理论模型

图1给出了局域共振型声子晶体梁的理论模型。图1中,等截面简支梁长度为 L ,弹性模量和转动惯量分别为 E 和 J ,密度和横截面积分别为 ρ 和 A 。不失一般性,假设该简支梁共连接有 S 个弹簧-质量系统, M_s 和 k_s 为弹簧-质量系统的质量和刚度, a_s 为连接点的坐标。根据所示坐标系,可将梁的横向振动响应用 $u(x,t)$ 表示,质量块的位移用 $v_s(t)$ 表示,且假设集中简谐激励 $F \cos(\omega t)$ 作用于梁上的点 a_F 处。因此,可将声子晶体梁的总动能 T 和总势能 U 表示为

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} \rho A u^2(x,t) dx + \sum_s \frac{1}{2} M_s v_s^2(t) \quad (1)$$

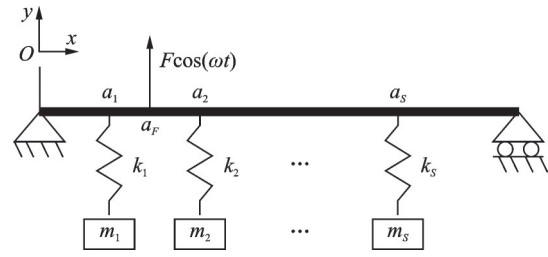


图1 声子晶体简支梁示意图

Fig.1 Schematic diagram of the phononic crystal beam

$$U = \int_0^L \frac{1}{2} EJ \left[\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right]^2 dx + \sum_s \frac{1}{2} k_s [v_s(t) - u(a_s, t)]^2 \quad (2)$$

采用 Euler-Bernoulli 模型构建梁的动力学模型。若集中简谐激励作用于 $x = a_F$ 处,则其所做的功可以表示为

$$W = F \cos(\omega t) u(a_F, t) \quad (3)$$

假设该结构在简谐激励作用下的动态响应也具有简谐形式,因此假设

$$u(x, t) = u(x) \cos(\omega t) \quad (4)$$

$$v_s(t) = v_s \cos(\omega t) \quad (5)$$

该结构动态模型应符合 Hamilton 原理,则有

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) dt = 0 \quad (6)$$

假设 t_1 和 t_2 时刻系统的位移已知,并选择 t_1 和 t_2 时刻之间的间隔为一个时间周期,则可得到简谐情况下该结构激励和响应的变分方程

$$\delta \left\{ \frac{1}{2} M_s \omega^2 v_s^2 - \int_0^L \frac{1}{2} \rho A \omega^2 u^2(x) dx + \sum_s \int_0^L \frac{1}{2} EJ \left[\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx + F u(a_F) - \sum_s \frac{1}{2} k_s [v_s - u(a_s)]^2 \right\} = 0 \quad (7)$$

对于简支边界条件,梁的横向振动响应须满足

$$u(0) = u(L) \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 u(0)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(L)}{\partial x^2} = 0 \quad (9)$$

笔者采用 Rayleigh-Ritz 方法进行求解,假设简支梁的横向振动为

$$u(x) = \sum_n c_n \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (10)$$

此处所假设的横向振动试函数已经满足系统边界条件。将所假设的梁的横向振动表达式代入变分方程中,可以得到

$$\int_0^L \rho A \omega^2 \sum_m c_m \sin \frac{m\pi x}{L} \sum_n \sin \frac{n\pi x}{L} \delta c_n dx + \sum_s M_s \omega^2 v_s \delta v_s + F \sum_n \sin \frac{n\pi a_F}{L} \delta c_n - \int_0^L EJ \sum_m \left(-\frac{m^2 \pi^2 c_m}{L^2} \sin \frac{m\pi x}{L} \right) \times \sum_n \left(-\frac{n^2 \pi^2 \delta c_n}{L^2} \sin \frac{n\pi x}{L} \right) dx - \sum_s k_s (v_s - \sum_m c_m \sin \frac{m\pi a_s}{L}) (\delta v_s - \sum_n \sin \frac{n\pi a_s}{L} \delta c_n) = 0 \quad (11)$$

利用正弦函数的正交性,可得

$$\frac{L}{2} \rho A \omega^2 \sum_n c_n \delta c_n + \sum_s M_s \omega^2 v_s \delta v_s - \sum_s k_s (v_s - \sum_m c_m \sin \frac{m\pi a_s}{L}) (\delta v_s - \sum_n \sin \frac{n\pi a_s}{L} \delta c_n) - \frac{L}{2} EJ \sum_n \frac{n^4 \pi^4 c_n}{L^4} \delta c_n + F \sum_n \sin \frac{n\pi a_F}{L} \delta c_n = 0 \quad (12)$$

因此,根据变分 δc_n 和 δv_s 的任意性可以得到

$$\sum_s k_s (v_s - \sum_m c_m \sin \frac{m\pi a_s}{L}) \sin \frac{n\pi a_s}{L} + \frac{L}{2} \rho A \omega^2 c_n - \frac{L}{2} EJ \frac{n^4 \pi^4}{L^4} c_n = -F \sin \frac{n\pi a_F}{L} \quad (13)$$

$$M_s \omega^2 v_s - k_s (v_s - \sum_m c_m \sin \frac{m\pi a_s}{L}) = 0 \quad (14)$$

令 $\Phi = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_N \ v_1 \ v_2 \ \dots \ v_S]^T$, 可以将以上两式重新整理为矩阵形式,即有

$$(M\omega^2 + K)\Phi = F \quad (15)$$

其中

$$M = \begin{bmatrix} M^1 & 0 \\ 0 & M^2 \end{bmatrix}_{(N+S) \times (N+S)} \quad (16)$$

$$\begin{cases} M_{ij}^1 = \frac{L}{2} \rho A \delta_{ij} \\ M_{st}^2 = \delta_{st} M_s \end{cases} \quad (17)$$

$$K = \begin{bmatrix} K^1 & B^T \\ B & K^2 \end{bmatrix}_{(N+S) \times (N+S)} \quad (18)$$

$$K_{ij}^1 = -\frac{L}{2} EJ \frac{j^4 \pi^4}{L^4} \delta_{ij} - \sum_s k_s \sin \frac{i\pi a_s}{L} \sin \frac{j\pi a_s}{L} \quad (19)$$

$$K_{st}^2 = -k_s \delta_{st} \quad (20)$$

$$B_{st} = k_s \sin \frac{i\pi a_s}{L} \quad (21)$$

$$F = \begin{bmatrix} F^1 \\ F^2 \end{bmatrix}_{(N+S) \times 1} \quad (22)$$

$$F_i^1 = -F \sin \frac{i\pi a_F}{L} \quad (23)$$

$$F_s^2 = 0 \quad (24)$$

以上矩阵形式中, δ_{ij} 为 Kronecker 符号, i 和 j 的变化范围为 $1 \sim N$, s 和 t 的变化范围为 $1 \sim S$, 且矩阵 M 和 K 均为实对称矩阵。求解式(15)即可以得到该结构在集中载荷作用下的动态响应。

此外,当外载荷为零时,求解式(25)可得该耦合系统的各阶固有频率以及对应的振型

$$(M\omega^2 + K)\Phi = 0 \quad (25)$$

2 数值计算

2.1 局域共振型声子晶体梁的动态特性

本节将对局域共振型声子晶体梁的动态特性进行计算,并同文献[2]中的结果进行比较。计算时,取梁的参数如下: $L=1.0$ m, $EJ=0.336\ 25$ Nm²; $\rho A=0.053\ 1$ kg/m。文献[2]中的实验模型长度为 0.48 m,而本研究中为了满足 Euler-Bernoulli 模型,将梁的长度进行了延长。此外,每个弹簧振子的质量 $m=0.013$ kg,刚度 $k=125\ 352.0$ N/m,周期弹簧振子结构之间的晶格常数 $\Delta a=0.08$ m,并对称地连接于梁上。当简谐激励作用点 $a_F=0.3L$,梁上某点 $x=0.7L$ 处的响应和激励之间的频率响应特性如图2所示,此时激励点和响应点之间共有5个弹簧振子结构。

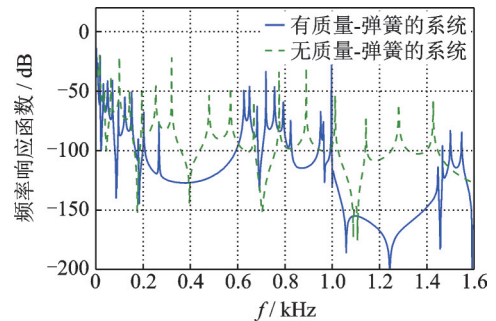


图2 有周期结构和无周期结构时声子晶体梁的频率响应曲线

Fig.2 Frequency responses of the phononic beam with and without the periodic structure

图2中绘制了有和无弹簧振子系统时,梁上两点之间的频率响应特性。在频率段 $200 \sim 600$ Hz 和 $1\ 000 \sim 1\ 460$ Hz 之间,结构上激励点和响应点之间弹性波的传递有较大幅度的衰减,这与文献[2]中的实验结果比较接近。此外,由于不是无限周期结构的形式,所以带隙范围内的弹性波并不能完全阻隔。从图2中还可以看出,相比于无周期结构的情况,周期结构梁在带隙范围内的固有频率数减少了,

即周期结构使得原结构在带隙范围内发生共振的可能减小。

2.2 关键参数对带隙的影响

本节将对梁的长度 L 和声子晶体的晶格常数 Δa 对梁动态特性的带隙的影响进行研究。梁和弹簧振子的物理参数仍然采用前节的参数,当梁的长度 L 和弹簧振子之间的晶格常数 Δa 发生变化时,对结构的动态特性进行数值计算。为了和上节一致,系统激励点和响应点的位置对称的设置在梁中心的两侧,并且激励点和响应点之间始终保持有5个弹簧振子结构。首先考虑梁长度发生变化时的情况,当弹簧振子之间的晶格常数 $\Delta a = 0.08$ m时,图3给出了梁长度 $L = 1.5, 3.0, 4.0, 5.0$ m时,结构上激励点和响应点之间的频率响应曲线。从图3中可以看出,在1 200 Hz内,周期结构梁有明显的带隙存在。但 $L = 1.5$ m和 $L = 3.0, 4.0, 5.0$ m结构频响特性在低频范围有一定不同。在250~1 000 Hz范围内,当 $L = 1.5$ m时有一个明显的峰值。 $L = 3.0, 4.0, 5.0$ m时,系统的频率响应特性具有明显的带隙。在带隙范围内,频率494 Hz处都有反共振峰出现,而该频率就是单个弹簧振子的固有频率。也就是说,当梁的长度较大时,尽管随着梁长度的变化,梁自身的固有频率会发生变化,但声子晶体的带隙形式是比较接近的。

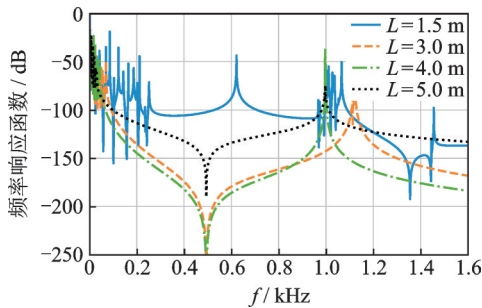


图3 长度变化时梁的频率响应特性($\Delta a = 0.08$ m)

Fig.3 Frequency responses of the beam considering the different beam lengths ($\Delta a = 0.08$ m)

为了研究弹簧振子的晶格常数 Δa 发生变化时结构的频率响应特性,假设梁的长度 $L = 2.0$ m,绘制了 $\Delta a = 0.04, 0.06, 0.08$ m时结构的频率响应特性,如图4所示。由图4可以看出,当弹簧振子间的间隙减小时,结构频率响应特性中带隙范围将增加,这与声子晶体结构的特点是吻合的。与图3类似,在频率494 Hz处,也就是单个弹簧振子的固有频率处有反共振峰存在。下面考虑梁长度 L 较小时的情

况,图5绘制了 $L = 1.2$ m时系统的频率响应特性。当 $\Delta a = 0.04$ m时,结构的带隙类似于图4中的曲线。当 $\Delta a = 0.06$ m时,结构的带隙也非常明显,但没有极值出现,并且带隙的范围要小于 $\Delta a = 0.04$ m的情况。当 $\Delta a = 0.08$ m时,结构的带隙情况则较为复杂。

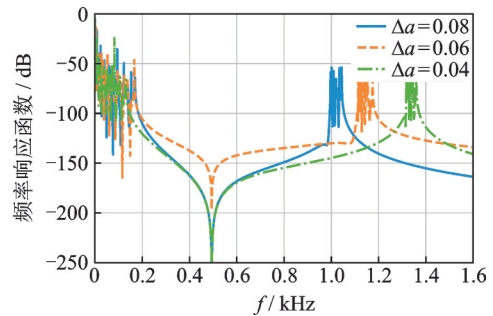


图4 弹簧振子晶格常数变化时梁的频率响应特性($L = 2.0$ m)

Fig.4 Frequency responses of the beam considering the different lattice constants ($L = 2.0$ m)

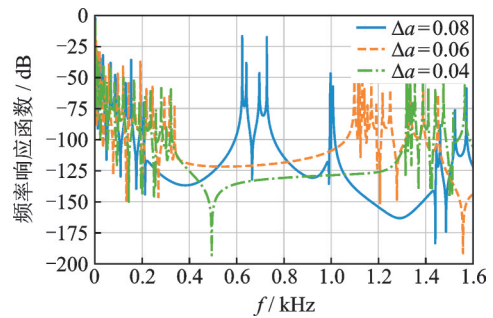


图5 弹簧振子晶格常数变化时梁的频率响应特性($L = 1.2$ m)

Fig.5 Frequency responses of the beam considering the different lattice constants ($L = 1.2$ m)

根据以上的数值结果可以看出,对于声子晶体简支梁而言,其带隙可分为两种情况。当 $\Delta a/L$ 值较小时,结构的带隙较为明显,并且在单个弹簧振子的固有频率处有反共振峰出现。随着弹簧振子之间间隙的减小,带隙的范围也逐渐增加。当 $\Delta a/L$ 值较大时,结构的带隙表现的较为复杂,即边界条件对带隙的影响较大。

3 结束语

笔者建立了声子晶体简支梁的理论模型以研究局域共振型声子晶体梁的带隙,简支梁上平均分布有一系列的弹簧振子系统。根据Hamilton原理建立了声子晶体简支梁的理论模型,并采用Rayleigh-

Ritz方法对其求解,最终得到该结构的动态特性。将数值结果同已有文献中的实验结果进行比较,二者之间具有较好的一致性。进一步对梁的长度和声子晶体的晶格常数对带隙的影响进行分析,当晶格常数相对于梁长度较小时,结构的带隙较为明显。在弹簧振子结构的固有频率处,频率响应函数有反共振峰出现,并且位于带隙范围内。当晶格常数减小时,带隙范围增大。而当晶格常数相对于梁长度较大时,结构的带隙情况则较为复杂,受边界条件影响较大。

参 考 文 献

- [1] 钱登辉,史治宇,吴静红. 贴附型局域共振声子晶体双层板的带隙特性[J]. 振动、测试与诊断, 2019, 39(3): 484-494.
QIAN Denghui, SHI Zhiyu, WU Jinghong. Bandgap properties in stubbed-on locally resonant phononic crystal double panel structures [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(3): 484-494. (in Chinese)
- [2] 王刚,温激鸿,温熙森,等. 细直梁弯曲振动中的局域共振带隙[J]. 机械工程学报, 2005, 41(10): 107-110.
WANG Gang, WEN Jihong, WEN Xisen, et al. Locally resonant elastic wave band gaps in flexural vibrations of slender beams[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(10): 107-110. (in Chinese)
- [3] 文岐华,左曙光,魏欢. 多振子梁弯曲振动中的局域共振带隙[J]. 物理学报, 2012, 61(3): 034301.
WEN Qihua, ZOU Shuguang, WEI Huan. Locally resonant elastic wave band gaps in flexural vibration of multi-oscillators beam [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(3): 034301. (in Chinese)
- [4] 陈荣. 基于减振器的周期振子动态性能研究[J]. 船舶工程, 2014, 36(S1): 70-73, 94.
CHEN Rong. Research on dynamic characteristics of periodic structure based on rubber absorbers [J]. Ship Engineering, 2014, 36(S1): 70-73, 94. (in Chinese)
- [5] LIU M, ZHU W D. Modeling and analysis of in-plane and out-of-plane elastic wave propagation in a phononic crystal circular beam [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 462: 114886.
- [6] 喻浩,陈荣. 周期弹簧振子结构的局域共振带隙和布拉格带隙特征研究[J]. 船舶工程, 2017, 39(5): 41-44.
YU Hao, CHEN Rong. Study on locally resonance and bragg band gap characteristics of periodic mass spring structure [J]. Ship Engineering, 2017, 39(5): 41-44. (in Chinese)
- [7] 宁荣辉,朱石坚,翁雪涛,等. 有限周期结构梁弯曲振动特性研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2018, 42(4): 686-690.
NING Ronghui, ZHU Shijian, WENG Xuetao, et al. Flexural vibration characteristics of finite periodic structure beams [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2018, 42(4): 686-690. (in Chinese)
- [8] GENG Q, CAI T Y, LI Y M. Flexural wave manipulation and energy harvesting characteristics of a defect phononic crystal beam with thermal effects [J]. Journal of Applied Physics, 2019, 125(3): 035103.
- [9] 温激鸿,王刚,刘耀宗,等. 周期弹簧振子结构振动带隙及隔振特性研究[J]. 机械工程学报, 2005, 41(2): 205-209.
WEN Jihong, WANG Gang, LIU Yaozong, et al. Research on vibration band gaps and characteristic of vibration isolation of periodic mass-spring structure [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(2): 205-209. (in Chinese)
- [10] 温激鸿,王刚,郁殿龙,等. 声子晶体振动带隙及减振特性研究[J]. 中国科学(E辑:技术科学), 2007, 37(9): 1126-1139.
WEN Jihong, WANG Gang, YU Dianlong, et al. Research on vibration band gaps and vibration isolation characteristics of phonon crystal [J]. Science in China (Series E: Technological Sciences), 2007, 37(9): 1126-1139. (in Chinese)
- [11] 温激鸿,郁殿龙,王刚,等. 周期结构细直梁弯曲振动中的振动带隙[J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 1-6.
WEN Jihong, YU Dianlong, WANG Gang, et al. Elastic wave band gaps in flexural vibrations of straight beams [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(4): 1-6. (in Chinese)
- [12] 郁殿龙,刘耀宗,邱静,等. 一维声子晶体振动特性与仿真[J]. 振动与冲击, 2005, 24(2): 92-94.
YU Dianlong, LIU Yaozong, QIU Jing, et al. Vibration property and simulation of one dimension phononic crystals [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(2): 92-94. (in Chinese)
- [13] 郁殿龙,刘耀宗,王刚,等. 二维声子晶体薄板的振动特性[J]. 机械工程学报, 2006, 42(2): 150-154.
YU Dianlong, LIU Yaozong, WANG Gang, et al. Vibration property of two dimension phononic crystals thin plate [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(2): 150-154. (in Chinese)
- [14] BELI D, ARRUDA J R F, RUZZENE M. Wave propagation in elastic metamaterial beams and plates with interconnected resonators [J]. International Journal

- of Solids and Structures, 2018, 139: 105-120.
- [15] 吴健, 白晓春, 肖勇, 等. 一种多频局域共振型声子晶体板的低频带隙与减振特性[J]. 物理学报, 2016, 65(6): 209-219.
WU Jian, BAI Xiaochun, XIAO Yong, et al. Low frequency band gaps and vibration reduction properties of a multi-frequency locally resonant phononic plate[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(6): 209-219. (in Chinese)
- [16] QIAN D H. Bandgap properties of a piezoelectric phononic crystal nanobeam based on nonlocal theory [J]. Journal of Materials Science, 2019, 54(5): 4038-4048.
- [17] 温激鸿, 王刚, 刘耀宗, 等. 基于集中质量法的一维声子晶体弹性波带隙计算[J]. 物理学报, 2004, 53(10): 3384-3388.
WEN Jihong, WANG Gang, LIU Yaozong, et al. Lumped-mass method on calculation of elastic band gaps of one-dimensional phononic crystals [J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(10): 3384-3388. (in Chinese)
- [18] 刘铁权, 邓子辰, 周加喜. 基于辛数学方法的一维声子晶体禁带计算[J]. 振动与冲击, 2010, 29(12): 102-105, 241.
LIU Tiequan, DENG Zichen, ZHOU Jiayi. Symplectic method for calculation of band gap of one-dimensional phononic crystals [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(12): 102-105, 241. (in Chinese)
- [19] 蔡力, 韩小云, 温熙森. 一维声子晶体振动带隙的带边模式研究[J]. 机械工程学报, 2011, 47(9): 90-96.
CAI Li, HAN Xiaoyun, WEN Xisen. Research on the band-edge mode of vibration band gap of one-dimensional phononic crystal [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9): 90-96. (in Chinese)
- [20] 陈圣兵, 王刚. 可调谐局域共振梁带隙模型改进[J]. 振动与冲击, 2017, 36(14): 121-125.
CHEN Shengbing, WANG Gang. Band-gap model improvement for tunable locally resonant beams [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(14): 121-125. (in Chinese)
- [21] 齐晓巧, 李团结, 张震, 等. 空间梁声子晶体带隙结构[J]. 光子学报, 2017, 46(10): 156-163.
QI Xiaoqiao, LI Tuanjie, ZHANG Zhen, et al. Research of band-gap structure of the spatial beam phononic crystal [J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(10): 156-163. (in Chinese)
- [22] KUO-CHIH C, ZHANG Z Q, WANG H X. Experimental study on slow flexural waves around the defect modes in a phononic crystal beam using fiber bragg gratings [J]. Physics Letters A, 2016, 380(47): 3963-3969.



第一作者简介: 汤璐嘉, 女, 1995年1月生, 硕士。主要研究方向为机电系统的性能分析、测试与控制。
E-mail: tanglujia1220@outlook.com

通信作者简介: 吕延军, 男, 1972年5月生, 博士、教授、博士生导师。主要研究方向为非线性动力学与控制、工业润滑与工程摩擦学等。
E-mail: yanjunlu@xaut.edu.cn

欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管, 南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办, 是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献, 包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等, 不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊, 双月刊, 每逢双月末出版, 每本定价 30 元, 全年 180 元。欢迎订阅和投稿, 欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址: 南京市御道街 29 号 邮政编码: 210016 电话: (025)84893332

邮发代号: 28-239 E-mail: qchen@nuaa.edu.cn 网址: http://zdc.nuaa.edu.cn