

刚性体惯性参数识别方法研究*

郭晓航¹, 王攀¹, 邓兆祥^{1,2}, 罗渊³

(1.重庆大学汽车工程学院 重庆,400044)

(2.汽车噪声振动和安全技术国家重点实验室 重庆,401122)

(3.重庆长安汽车股份有限公司 重庆,400023)

摘要 为快速精确获取刚性体惯性参数,对基于频响函数的刚性体惯性参数识别方法展开了研究。首先,对惯性参数识别算法进行了研究,并借助多体动力学仿真分析进行了验证;其次,深入分析了影响该识别方法精度的主要因素和影响规律,分析表明激励点和响应点的坐标误差以及激励方向对识别精度影响较大;最后,完成了惯性参数识别实验装置的设计,并进行实验研究。实验结果表明:刚体质量以及质心位置识别精度在4%以内,转动惯量以及惯性积识别精度均在10%以内,识别精度和效率满足工程实际需求。

关键词 振动;刚体;参数识别;频响函数

中图分类号 TH113.1

引言

刚体惯性参数(质量、质心位置、转动惯量和惯性积)是机械动态仿真分析、悬置系统设计优化、多体动力学仿真预测以及确定、评价产品结构性能的重要参数^[1]。因此,结构惯性参数的高效、准确识别是非常重要的。传统惯性参数识别方法有落体测试法、三线摆法^[2]及三维实体模型计算法等。落体测试法以及三线摆法测试时需要特定的实验设备,对于大型的复杂结构测量难度较大,效率较低^[3]。三维实体模型计算法必须建立实体三维模型,对于像发动机等复杂结构建立准确的三维模型是非常困难的^[4]。质量线法是利用频响函数的质量线来识别刚体惯性参数,识别过程忽略了系统刚度和阻尼^[1,3,5]。因为实验中系统刚度^[6]和阻尼的存在,此识别方法识别精度较低。

基于频响函数的直接参数识别法^[7]受到广大学者的关注。直接参数识别法是将系统刚度和阻尼作为未知量,基于频响函数刚体固有频率频带范围识别系统惯性参数^[8]。系统刚度和阻尼也参与计算,识别算法比较理想。在频响函数中,系统固有频率处的信噪比较高,数据测量也较为可靠。为了解决传统识别方法的问题,笔者采用直接参数识别算法,设计实验

装置,来提高刚体惯性参数识别精度和识别效率。

1 刚体惯性参数识别方法

在外界激励下,刚体做微小振动,系统在原点的动力学方程可以表示为

$$M\ddot{X}_0(t) + KX(t) + C\dot{X}_0(t) = F_0(t) \quad (1)$$

其中: M 为质量矩阵; K 为刚度矩阵; C 为阻尼矩阵; F_0 为原点处的广义力向量; X 为原点处的位移向量。

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_c & -my_c \\ 0 & m & 0 & -mz_c & 0 & mx_c \\ 0 & 0 & m & my_c & mx_c & 0 \\ 0 & -mz_c & my_c & J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ mz_c & 0 & mx_c & -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -my_c & mx_c & 0 & -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F_0 = \{f_x, f_y, f_z, M_x, M_y, M_z\}^T \quad (3)$$

$$X_0 = \{x_0, y_0, z_0, \alpha, \beta, \gamma\}^T \quad (4)$$

在 j 点的激励力的大小为 f_j ,激励点的坐标为 $\{x_j, y_j, z_j\}$,激励方向与 x, y, z 轴的夹角分别为 θ_{xj}, θ_{yj} 和 θ_{zj} ,在原点处产生的激励力为

$$F_0 = T_{j0} f_j \quad (5)$$

* 重庆市技术创新与应用发展专项资助项目(cstc2019jscx-zdztzxX0042)

收稿日期:2019-08-21;修回日期:2020-03-10

$$T_{j0} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{xj} \\ \cos\theta_{yj} \\ \cos\theta_{zj} \\ -z_j \cos\theta_{yj} + y_j \cos\theta_{zj} \\ -x_j \cos\theta_{zj} + z_j \cos\theta_{xj} \\ -y_j \cos\theta_{xj} + x_j \cos\theta_{yj} \end{bmatrix} \quad (6)$$

假设发动机做微小振动, j 点激励在原点 O 产生的加速度响应为 \ddot{X}_0 , 在响应点 i 处产生的加速度为

$$a_i = T_{i0} \ddot{X}_0 \quad (7)$$

其中: $a_i = \{a_{xi}, a_{yi}, a_{zi}\}^T$ 。

$$T_{i0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_i & -y_i \\ 0 & 1 & 0 & -z_i & 0 & x_i \\ 0 & 0 & 1 & y_i & -x_i & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\ddot{X}_0 = (T_{i0}^T T_{i0})^{-1} T_{i0}^T a_i \quad (9)$$

将式(1)两边进行傅里叶变换^[9]得

$$(M - K/\omega^2 - jC/\omega) \ddot{X}_0(\omega) = F_0(\omega) \quad (10)$$

$$(M - K/\omega^2 - jC/\omega) H_0(\omega) = T_{j0} \quad (11)$$

其中: $H_0(\omega) = T_a H_{ij}(\omega)$; $T_a = (T_{i0}^T T_{i0})^{-1} T_{i0}^T$;

$H_{ij}(\omega) = \left(\frac{a_i(\omega)}{F_j(\omega)} \right)$ 为系统响应点 i 和激励点 j 之间的频率响应函数。

分别取 p 和 q 两个不相等的频率代入式(11)得

$$(M - K/\omega_p^2 - jC/\omega_p) H_0(\omega_p) = T_{j0} \quad (12)$$

$$(M - K/\omega_q^2 - jC/\omega_q) H_0(\omega_q) = T_{j0} \quad (13)$$

式(12)两侧同时取共轭得

$$(M - K/\omega_p^2 + jC/\omega_p) \overline{H}_0^T(\omega_p) = T_{j0} \quad (14)$$

当质量矩阵和刚度矩阵为对称阵时, 对式(12)两侧同时乘 $\omega_q H_0^T(\omega_q)$, 式(13)两侧同时乘 $\omega_p H_0^T(\omega_p)$, 可得

$$H_0^T(\omega_p) (K + \omega_p \omega_q M) H_0(\omega_q) = A_{pq} \quad (15)$$

其中:

$$A_{pq} = \frac{\omega_p \omega_q^2 \overline{H}_0^T(\omega_q) T_{j0} - \omega_p^2 \omega_q H_0^T(\omega_p) T_{j0}}{\omega_q - \omega_p}$$

对式(13)两侧同时乘 $\omega_p \overline{H}_0^T(\omega_p)$, 式(14)两侧同时乘 $\omega_q H_0^T(\omega_q)$, 可得

$$\overline{H}_0^T(\omega_p) (K - \omega_p \omega_q M) H_0(\omega_q) = B_{pq} \quad (16)$$

其中

$$B_{pq} = \frac{\omega_p \omega_q^2 \overline{H}_0^T(\omega_p) T_{j0} + \omega_p^2 \omega_q H_0^T(\omega_q) T_{j0}}{-(\omega_q + \omega_p)}$$

当 $p \geq 6$ 且 $q \geq 6$ 时, 由式(15)和式(16)得

$$Y_1^T K Y_2 + \omega_p Y_1^T M Y_2 \omega_q = A_{pq} \quad (17)$$

$$\overline{Y}_1^T K Y_2 + \omega_p \overline{Y}_1^T M Y_2 \omega_q = B_{pq} \quad (18)$$

由式(17)和式(18)将 K 矩阵消掉可得

$$AMB = F \quad (19)$$

其中: $B = Y_2 \omega_q$;

$$A = Y_1^T (Y_1 \overline{Y}_1)^{-1} Y_1 \omega_p \overline{Y}_1^T + \omega_q Y_1^T;$$

$$F = A_{pq} - Y_1^T (Y_1 \overline{Y}_1)^{-1} Y_1 B_{pq}$$

式(19)通过矩阵理论 Kronecker 积理论将质量矩阵求解出来。

2 惯性参数识别实验装置设计及分析

2.1 惯性参数识别装置设计与原理

惯性参数识别装置由托盘、质量块和橡胶悬置组成^[3], 质量块固定在托盘上形成一个整体, 托盘通过4个橡胶悬置固定在大地上。被测物体形状复杂, 激励点和响应点的坐标和角度会引入较大误差, 采用激励和响应都在托盘上, 可以避免误差, 提高结果精度。托盘和质量块作为一个刚性体, 在托盘上布置激励点和响应点, 得到频率响应函数^[10], 带入识别算法中可以求得系统的质量矩阵, 得到刚体各个惯性参数。

2.2 惯性参数识别仿真分析

在多刚体动力学软件 ADAMS 建立仿真模型, 如图1所示。仿真时取了3个激励点和4个响应点, 3个激励点分别为不在同一点的 x, y, z 轴3个方向, 可以保证把系统所有模态振型^[11]激发出来。激励采用正弦扫频激励信号, 设置完成仿真模型参数后, 在 ADAMS 振动模块中提取激励点和响应点的频率响应函数带入识别算法程序中, 识别结果以及识别误差如表1所示。

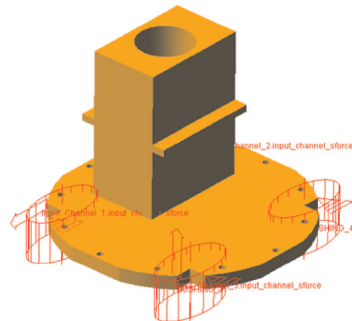


图1 多体动力学仿真模型

Fig.1 Multi-body dynamics simulation model

表1 待测体的惯性参数误差

Tab.1 Inertial parameters error of the object to be measured

识别参数	方向	参考值	识别值	误差/%
质量/kg		18.55	18.55	0
质心/mm	x_c	80	79.60	0.51
	y_c	50	49.89	0.23
	z_c	125	125.06	0.05
转动惯量/(kg·m ²)	J_{xx}	0.423	0.423	0
	J_{yy}	0.529	0.528	0.19
	J_{zz}	0.239	0.238	0.42
惯性积/(kg·m ²)	J_{xy}	0.074	0.074	0
	J_{xz}	0.185	0.158	0
	J_{yz}	0.116	0.115	0.86

2.3 识别结果影响因素分析

2.3.1 激励点和响应点坐标误差的影响

由于力锤的敲击和传感器的安装^[12-13]都是一个平面,所以力锤的敲击坐标和传感器的安装坐标不可能是一个点,总会有坐标误差。因此,在程序计算时,把所有激励点和响应点坐标分别加入0.5~5 mm的误差进行运算,其激励点和响应点的坐标误差与系统惯性参数识别结果的关系如图2和图3所示。

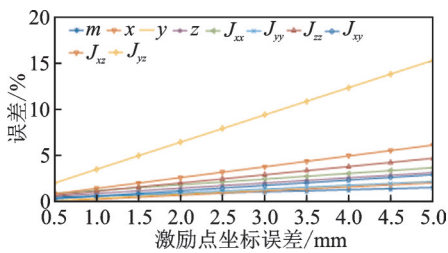


图2 激励点坐标误差对识别精度的影响

Fig.2 Influence of excitation point coordinate error on recognition accuracy

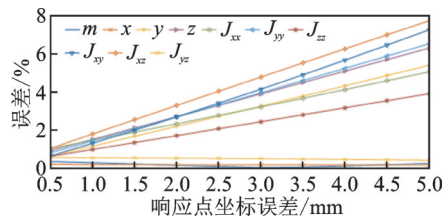


图3 响应点坐标误差对识别精度的影响

Fig.3 Influence of response point coordinate error on recognition accuracy

2.3.2 激励角度与传感器安装角度误差的影响

在实验中,传感器安装和力锤敲击总会有角度

的误差。程序计算时,在所有激励点上的力锤激励角度和所有响应点上的传感器安装角度加入0.5°~5°的误差。其激励角度和传感器安装角度误差与系统惯性参数识别误差关系如图4和图5所示。

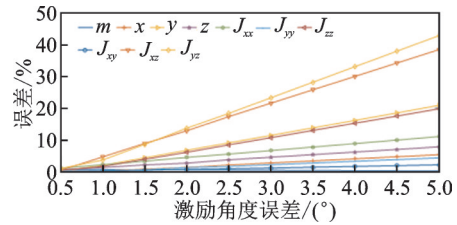


图4 激励角度误差对识别精度的影响

Fig.4 Influence of excitation angle error on recognition accuracy

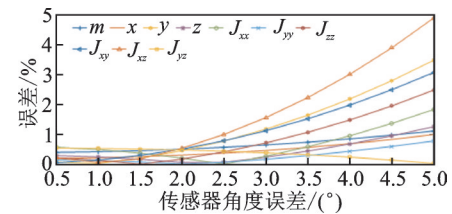


图5 传感器安装角度误差对识别精度的影响

Fig.5 Influence of sensors installation angle error on recognition accuracy

2.3.3 噪声的影响

在频率响应函数测量过程中,在激励端和响应端都会存在噪声,从而影响识别结果精度。在测得的频率响应函数幅值中加入0.5%~5%的随机误差,惯性参数识别误差与频响函数随机误差关系如图6所示。

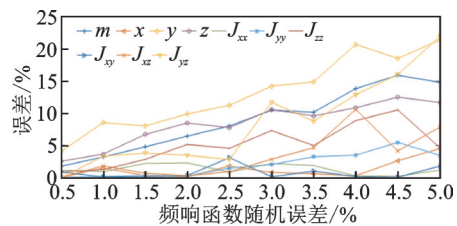


图6 频响函数随机误差对识别精度的影响

Fig.6 Influence of random error of frequency response function on recognition accuracy

3 惯性参数识别装置

3.1 实验

实验设备分别有笔记本电脑、一套B&K振动测试仪器(包括力锤、三向传感器、前端、放大器、连接线若干)及待测质量块系统。按照2.2节的仿真模型搭建实验平台,托盘和质量块均为表面平整光滑

的钢块,托盘和质量块固定在一起,可以看作一个刚体。托盘通过 4 个橡胶悬置块固定在型材钢架上^[14],如图 7 和图 8 所示。



图 7 B&K 振动测试仪器
Fig.7 B&K vibration tester

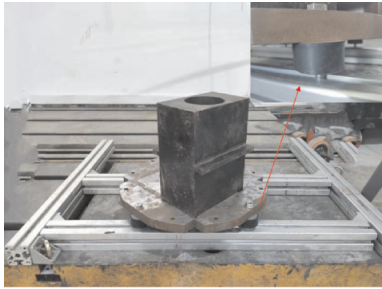


图 8 实验装置
Fig.8 Experimental device

3.2 识别结果分析

实验测得所有激励点和响应点之间的频率响应函数,所有测点的频率响应函数幅值如图 9 所示,相干函数如图 10 所示。固有频率附近的频响函数信噪比较高,因此选取 6 阶刚体模态固有频率附近的频响函数进行计算。由图 10 相干函数可知,在计算频带中的相干函数值接近 1,说明测得的频响函数较为可靠。质量系统实验结果及误差如表 2 所示。经计算,减去托盘惯性参数后的质量块的识别结果及误差如表 3 所示。

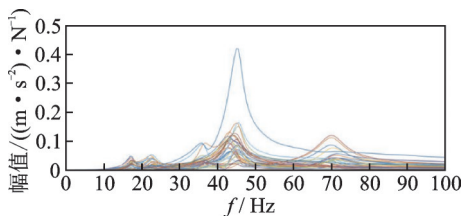


图 9 所有测点频率响应函数幅值
Fig.9 FRF for all measuring points

表 2 和表 3 实验结果表明,系统质量以及质心位置的识别误差在 3% 以内,转动惯量和惯性积的识别误差均在 9% 以内。由于系统转动惯量和惯性

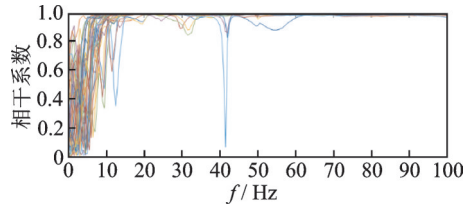


图 10 所有测点相干函数
Fig.10 Coherence of all measuring points

表 2 质量系统的惯性参数误差
Tab.2 Inertial parameters error of mass system

识别参数	方向	参考值	识别值	误差/%
质量/kg		33.06	32.77	0.88
质心/mm	x_c	93.17	92.26	0.98
	y_c	76.34	74.60	2.28
	z_c	74.52	72.88	2.20
转动惯量/(kg·m ²)	J_{xx}	0.708	0.686	3.11
	J_{yy}	0.814	0.845	3.81
	J_{zz}	0.806	0.855	6.08
惯性积/(kg·m ²)	J_{xy}	0.249	0.265	6.43
	J_{xz}	0.201	0.205	1.99
	J_{yz}	0.132	0.121	8.33

表 3 质量块的惯性参数误差

Tab.3 Inertial parameters error of mass block

识别参数	方向	参考值	识别值	误差/%
质量/kg		18.55	18.26	1.56
质心/mm	x_c	80	78.16	2.30
	y_c	50	48.27	3.46
	z_c	125	122.84	1.72
转动惯量/(kg·m ²)	J_{xx}	0.423	0.401	5.20
	J_{yy}	0.529	0.560	5.86
	J_{zz}	0.239	0.259	8.37
惯性积/(kg·m ²)	J_{xy}	0.074	0.080	8.11
	J_{xz}	0.185	0.189	2.16
	J_{yz}	0.116	0.105	9.48

积数值较小,且受到激励点响应点坐标误差等因素的影响较大,所以识别结果误差更大一点。将托盘的惯性参数减去,计算出托盘上质量块的惯性参数识别结果中,质量和质心位置的识别误差在 4% 以内,转动惯量和惯性积中最大识别误差为 9.48%。

4 结论

1) 激励点和响应点坐标误差对系统的转动惯量和惯性积的识别精度影响较大,而对质心位置以及质量识别精度影响较小。激励角度误差对所有惯

性参数识别影响较大,尤其是系统惯性积。直接参数识别法对系统噪声的影响比较敏感,其中对质量和质心位置的识别影响较大。

2) 实验装置采用标准托盘将待测刚体托起形成一个整体,将激励点和响应点都布置在托盘上,既减小了激励点和响应点的坐标误差,又减小了力锤敲击角度和传感器安装角度误差,提高了识别精度。

3) 实验结果表明,笔者采用惯性参数识别方法与实验装置识别刚体惯性参数,实验操作简单,识别精度和效率较高。

参 考 文 献

- [1] 高云凯,冯海星,方剑光,等.基于质量线法的驾驶室惯性参数识别试验研究[J].振动与冲击,2013(16):193-197.
GAO Yunkai, FENG Haixing, FANG Jianguang, et al. Experimental study on identification of inertia parameters of truck cab based on mass line method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013(16):193-197. (in Chinese)
- [2] HOU Z C, LU Y N, LAO Y X, et al. A new trifilar pendulum approach to identify all inertia parameters of a rigid body or assembly [J]. Mechanism & Machine Theory, 2009,44(6):1270-1280.
- [3] 罗渊,王攀.复杂结构刚体惯性参数识别方法与试验[J].重庆大学学报,2018,41(10):9-18.
LUO Yuan, WANG Pan. Rigid body inertia parameter identification method and experiment for complex structures [J]. Journal of Chongqing University, 2018, 41(10):9-18. (in Chinese)
- [4] XU C, DING K, YANG Z. Identification of engine inertia parameters on the basis of frequency response functions [J]. International Journal of Vehicle Design, 2012,60(1/2):121-137.
- [5] FREGOLENT A, SESTIERI A. Identification of rigid body inertia properties from experimental data [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 1996, 10(6):697-709.
- [6] MALEKJAFARIAN A, ASHORY M R, KHATIBI M M, et al. Rigid body stiffness matrix for identification of inertia properties from output-only data [J]. European Journal of Mechanics / A Solids, 2016,59:85-94.
- [7] 徐传燕.发动机惯性参数和激励力的振动识别方法研究[D].广州:华南理工大学,2012.
- [8] 何宇翔.基于试验模态的结构惯性参数识别方法研究[D].南京:南京航空航天大学,2018.
- [9] MUCCHI E, FIORATI S, GREGORIO R D, et al. Determining the rigid-body inertia properties of cumbersome systems: comparison of techniques in time and frequency domain [J]. Experimental Techniques, 2011,35(3):36-43.
- [10] MALEKJAFARIAN A, ASHORY M R, KHATIBI M M. Identification of inertia properties from the results of output-only modal analysis [J]. Archive of Applied Mechanics, 2013,83(6):923-937.
- [11] 张勇,侯之超.考虑振型修正的识别惯性参数的一种模态模型方法[J].振动工程学报,2016(3):436-443.
ZHANG Yong, HOU Zhichao. Identification of rigid body inertia properties by utilizing modal parameters [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016(3):436-443. (in Chinese)
- [12] KLOEPPER R, OKUMA M. Experimental identification of rigid body inertia properties using single-rotor unbalance excitation [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K: Journal of Multi-Body Dynamics, 2009,223(4):293-308.
- [13] LEE H, LEE Y B, PARK Y S. Response and excitation points selection for accurate rigid-body inertia properties identification [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 1999,13(4):571-592.
- [14] BRANCATI R, RUSSO R, SAVINO S. Method and equipment for inertia parameter identification [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2010, 24(1):29-40.



第一作者简介:郭晓航,男,1992年1月生,硕士。主要研究方向为汽车振动与噪声控制。

E-mail:875655688@qq.com

通信作者简介:王攀,男,1977年9月生,博士、副教授。主要研究方向为汽车系统动力学与控制、汽车振动噪声控制。

E-mail:wangpan@cqu.edu.cn