

# 基于 Kriging 预测模型的五轴机床动态特性场分析\*

吴 石, 刘涛瑞, 刘献礼, 李成志, 王春风

(哈尔滨理工大学先进制造智能化技术教育部重点实验室 哈尔滨, 150080)

**摘要** 为了准确预测机床的加工空间动态特性,首先,建立双转台五轴机床不同加工空间的动力学模型和 Kriging 预测模型;其次,根据试验模态分析结果,修正了机床滑动结合面的刚度,分析了 81 个工作位置的机床模态;最后,选取机床动态特性变异函数,基于三维 Kriging 预测模型分析了双转台五轴机床不同加工空间的系统固有频率。结果表明:随着摆台摆角的变化,双转台五轴机床加工空间中的系统固有频率变化范围为 46.2~52.9 Hz;当摆台摆角为 0°时,系统固有频率最小;当摆台摆角为 45°时,振动幅值最大;机床的加工空间动态特性预测能够为加工路径规划和刀具姿态选择提供技术支持。

**关键词** 五轴机床;加工空间;动态特性;Kriging 预测模型

**中图分类号** TH164; TG543

## 引 言

超精密机床动态特性对机床加工精度有着重要影响。在实际加工过程中机床通常会因为自身激励或者外界因素而产生振动<sup>[1]</sup>,尤其在薄壁叶片加工过程中,振动的产生会在刀尖处被放大从而影响加工质量,造成加工精度和质量变差。

近年来,国内外许多学者对机床动态特性进行了研究。刘海涛等<sup>[2]</sup>针对机床在广义加工空间中动态特性的变化规律,提出机床广义模态和广义刚度场的概念,为优化四轴以上的机床加工姿态提供了理论依据。蔡力钢等<sup>[3]</sup>对多重约束下重型机床主轴进行了有限元建模与模态分析,为机床整机的建模提供了理论基础。Luo<sup>[4]</sup>提出了五轴数控系统刚柔耦合模型,并基于该模型研究了梁结构对其动态特性的影响。Zhu 等<sup>[5]</sup>提出了基于单元结构的机床动态特性分析方法,通过该方法建立的模型得到了明显改进。Deng 等<sup>[6]</sup>对广义空间的机床动态响应模型进行了动态分析,以聚焦频率范围内  $x, y, z$  方向主轴前端的动态柔度来表征机床的整体动态特性。Baumann 等<sup>[7]</sup>在考虑机床配置和加工路径的基础上,分析了机床动力学行为,使工件在加工过程中的表面质量得到了显著改善。Qin 等<sup>[8]</sup>提出了改进识别节点动态刚度的方法,建立了考虑刚度的机床动力学模型。王福乾等<sup>[9]</sup>基于有限元仿

真方法对五轴数控机床进行建模仿真,完善边界条件后得到了较高精度的仿真结果。可见,随着机床建模方法的不断改进,机床有限元模型仿真的精度不断提高。工件加工中,机床运动部件在不同的空间位置形成了加工空间,根据加工空间中有限观点的动态特性可以拟合出整个加工空间的动态特性场,以便进行加工路径规划和刀具姿态控制等。Hu 等<sup>[10]</sup>提出了一种平滑插补方法,对机床动态特性进行了插值计算,为未知加工空间下模态的数据拟合提供了新的方法。Gao 等<sup>[11]</sup>提出了一种基于 Kriging 预测模型的近似模型,构建了机床的动态特性谱。李天箭等<sup>[12]</sup>利用空间统计学拟合出机床的动态频谱。文献[13-15]在空间拟合的研究中运用了 Kriging 预测模型,这为研究机床加工空间动态特性提供了相对精确的预测方法。

笔者基于双转台五轴机床的动力学模型,根据试验模态分析结果,修正了机床结合面的刚度,分析了不同加工空间的机床模态。基于三维 Kriging 插值方法建立了机床加工空间的基础模态场,分析了机床基础模态的四维空间云图。该方法不仅能提高拟合精度,还能对加工空间中任意位姿进行快速精确拟合。

## 1 五轴机床模型与 Kriging 模型建立

Kriging 预测模型<sup>[16]</sup>可根据已知的空间样本拟

\* 国家自然科学基金资助项目(51720105009, 51675146);黑龙江省自然科学基金资助项目(E2018048)

收稿日期:2020-10-06;修回日期:2021-03-13

合出未知的空间对象相关信息,其本质上是一种回归算法的改进,利用协方差衡量空间各点的相关程度,其模型包含线性回归和变异函数 2 部分。以机床主轴末端为中心,设中心点为  $x_{14}$ ,边长为 300 mm 的正方体作为加工空间,加工空间由 27 个观测点  $x_i$  组成。图 1 为机床坐标原点示意图。五轴机床观测点空间位置如图 2 所示。

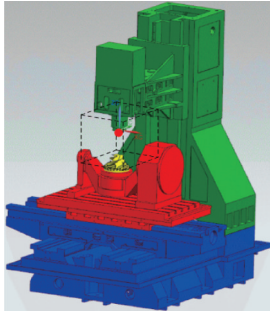


图 1 机床坐标原点示意图  
Fig.1 Schematic diagram of machine coordinate origin

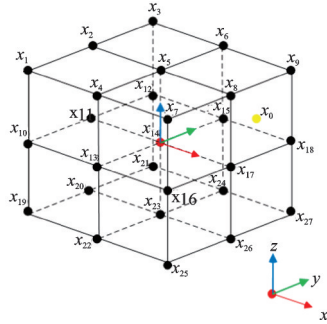


图 2 五轴机床观测点空间位置  
Fig.2 Spatial position of observation points of five axis machine tool

设当机床主轴移动到观测点的位置时,机床的固有频率为  $z(x_i)$ 。设双转台五轴机床的加工空间任一点  $z^*(x)$  为

$$z^*(x) = \sum_{i=1}^{27} \lambda_i z(x_i) \quad (1)$$

其中:  $\lambda_i$  为权重系数,表示加工空间 27 个空间样本点  $x_i$  对观测值  $z(x_i)$  的估计值  $z^*(x)$  的贡献程度。

该权重系数应满足 2 个条件:无偏性和最优性。

无偏性为

$$\sum_{i=1}^{27} \lambda_i = 1 \quad (2)$$

最优性为

$$\sigma_E^2 = E[Z(x_0) - Z^*(x_0)]^2 = E\left[Z(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i\right]^2 \quad (3)$$

将方差  $\sigma_E^2$  用谐方差函数表示为

$$\sigma_E^2 = \gamma(x_0, x_0) + \sum_{i=1}^{27} \sum_{j=1}^{27} \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) - 2 \sum_{i=1}^{27} \lambda_i \gamma(x_i, x_0) \quad (4)$$

为了使估计方差最小,基于拉格朗日乘数原理求条件极值,令

$$F = \sigma_E^2 - 2\mu \left( \sum_{i=1}^{27} \lambda_i - 1 \right) \quad (5)$$

求  $F$  对权系数  $\mu$  和  $\lambda_i$  的偏导数,并令其为 0,得到 Kriging 方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = 2 \sum_{j=1}^{27} \lambda_j \gamma(x_i, x_j) - 2\gamma(x_i, x_0) - 2\mu = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \mu} = -2 \left( \sum_{i=1}^{27} \lambda_i - 1 \right) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

整理后得

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{27} \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = 2\gamma(x_i, x_0) \\ \sum_{i=1}^{27} \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (7)$$

将式(7)代入式(4),得到 Kriging 方差为

$$\sigma_E^2 = \sum_{i=1}^{27} \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \gamma(x_0, x_0) + \mu \quad (8)$$

上述过程可用矩阵形式表示,令

$$K = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \gamma(x_1, x_2) & \cdots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \gamma(x_2, x_1) & \gamma(x_2, x_2) & \cdots & \gamma(x_2, x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n, x_1) & \gamma(x_n, x_2) & \cdots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \gamma(x_0, x_1) \\ \gamma(x_0, x_2) \\ \vdots \\ \gamma(x_0, x_n) \\ 1 \end{bmatrix}, \text{则 Kriging 方程组为}$$

$$\begin{cases} K\lambda = D \\ \lambda = K^{-1}D \\ \sigma_E^2 = \lambda^T D - \gamma(x_i, x_i) \end{cases} \quad (9)$$

对矩阵  $K$  和列向量  $D$  的求解公式为

$$\begin{cases} \gamma(x_1, x_2) = \gamma(x_2, x_2) = \cdots = \gamma(x_n, x_n) = C_0 + C \\ \gamma(x_i, x_j) = C_0 + C - \gamma(h) \quad (i \neq j) \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\gamma(h)$  为变异函数值。

## 2 双转台五轴机床的模态分析

双转台五轴数控机床的滑动结合面对其动态特性影响较大,笔者基于弹簧阻尼等效法设定等效结合面的刚度与阻尼参数;固定结合面对其动态特性影响较小,设定为绑定约束。

五轴机床的三维模型与网格划分如图 3 所示。首先,将 UG 软件建立的三维模型图导入 ANSYS 中<sup>[17]</sup>,设定各结合面和部件的边界条件,双转台五轴数控机

床的固定结合面主要以螺栓联接为主,设定为默认形式。表1为机床结合面刚度。对于滑动结合面,在其接触面之间设置弹簧单元。然后,对双转台五轴数控机床进行整机网格划分并进行无关性验证,其网格模型如图3(b)所示,网格单元数为353 966。

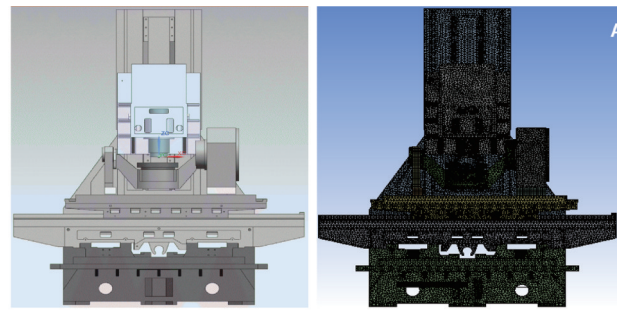
表1 机床结合面刚度

Tab.1 Rigidity of machine tool joint surface

结合面类型	结合面结构	轴向刚度/ ( $\text{N}\cdot\mu\text{m}^{-1}$ )	法向刚度/ ( $\text{N}\cdot\mu\text{m}^{-1}$ )
直线导轨副	摇篮与床身	—	348
	滑轨与横梁	—	326
	主轴与滑轨	—	304
	滑轨与立柱	—	305
滚珠丝杠副	摇篮与床身	267	—
	滑轨与主轴	262	—
	滑轨与横梁	253	—
	滑轨与立柱	257	—

## 2.1 不同加工空间下机床模态仿真

基于结构静力学计算得到机床整体应力分布状



(a) 三维模型图 (b) 网格模型图  
(a) Three-dimensional model diagram (b) Grid model diagram

图3 五轴机床的三维模型与网格划分

Fig.3 3D model and mesh generation of five axis machine tool

态,将其应力作为影响因素,在模态分析过程中结合部的非线性特征将会被忽略。图1所示,机床主轴末端为坐标原点,确立了机床加工空间的坐标原点,并以坐标原点(中心点 $x_{14}$ )为中心,设边长为300 mm的正方体为加工空间,每个空间有27个观测点,当摆台转角 $\theta=0^\circ$ , $\theta=45^\circ$ 和 $\theta=90^\circ$ 时,共有81( $27\times 3$ )个观测位置点。当摆台转角 $\theta=0^\circ$ 时,主轴末端在4个空间位置点的1阶模态如图4所示。

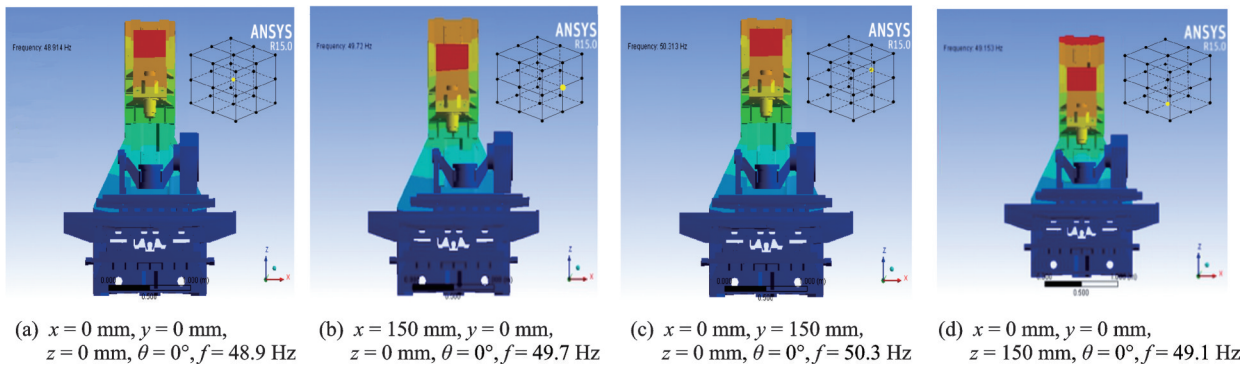


图4 主轴末端在4个空间位置点的1阶模态

Fig.4 The first-order mode with the end of the spindle at 4 spatial locations

在确定了机床的各个轴运动方向的情况下,通过控制变量法控制机床沿其中一个方向运动,观察到机床在每个方向上运动一阶固有频率都会发生变化,且变化量都不相同,因此需要对各轴的固有频率变化量进行深入研究。

## 2.2 相同加工空间下机床模态分析

对双转台五轴机床主轴末端81个空间位置进行模态分析。以机床主轴末端在坐标原点 $x=0\text{ mm}$ , $y=0\text{ mm}$ , $z=0\text{ mm}$ , $\theta=0^\circ$ 为例,双转台五轴机床的前6阶模态仿真结果如图5所示,其前6阶

模态参数与振型如表2所示。基于同样的方法对主轴末端81个不同加工位置进行模态分析,双转台五轴机床的1阶固有频率如表3所示。

## 3 机床动态特性场预测

为了得到双转台五轴数控机床加工空间动态特性的变化规律,基于Kriging预测模型,根据已知加工空间27个观测点的动态特性拟合出整个加工空间的动态特性场。表4为Kriging变异函数模型。



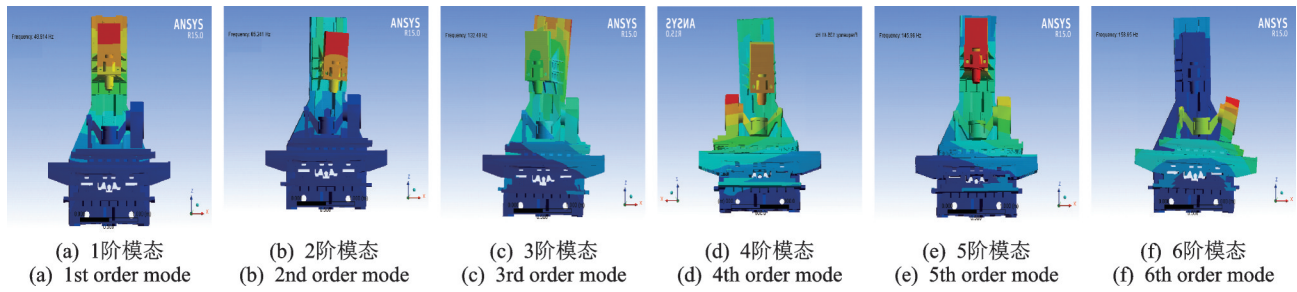


图 5 机床的前 6 阶模态仿真结果

Fig.5 Simulation results of the first 6 modes of the machine tool

表 2 双转台五轴机床前 6 阶模态参数与振型

Tab.2 The first 6-order modal parameters and mode shapes of a five-axis machine tool with a double turntable

模态阶数	$f/\text{Hz}$	振型
1	48.9	主轴箱弯曲振动
2	65.2	主轴箱扭转振动
3	130.5	立柱扭转振动
4	135.4	立柱扭转振动
5	145.9	立柱弯曲振动
6	158.7	工作台横向振动

表 3 主轴末端不同位置下机床 1 阶固有频率

Tab.3 The first-order natural frequency of the machine tool at different positions of the spindle end

主轴末端位置参数/mm			摆台角度/ $^{\circ}$		
$x$	$y$	$z$	0	90	-90
-150	-150	-150	48.7	51.1	50.1
-150	-150	0	50.3	49.4	48.4
-150	-150	150	50.0	48.0	48.0
-150	0	-150	48.4	52.4	51.4
-150	0	0	48.4	50.8	49.8
-150	0	150	49.7	47.3	47.3
-150	150	-150	52.5	51.5	51.5
-150	150	0	51.4	49.4	49.4
-150	150	150	49.9	47.9	47.9
0	-150	-150	49.5	52.1	49.9
0	-150	0	49.6	48.6	47.6
0	-150	150	48.1	47.1	47.4
0	0	-150	49.2	51.3	50.3
0	0	0	48.9	49.9	49.9
0	0	150	49.2	48.4	49.7
0	150	-150	51.9	52.9	49.9
0	150	0	50.3	49.4	47.4
0	150	150	48.2	47.2	47.2
150	-150	-150	51.2	52.2	48.2
150	-150	0	50.7	50.7	46.7
150	-150	150	48.2	48.2	46.2
150	0	-150	48.7	51.5	49.5
150	0	0	49.7	49.2	48.2
150	0	150	48.4	48.3	47.3
150	150	-150	50.5	52.5	48.5
150	150	0	49.9	50.9	47.9
150	150	150	47.2	48.2	46.2

### 3.1 Kriging 预测模型变异函数的选择

选取表 3 中摆台在  $0^{\circ}$  时的 27 个空间点作为位置变量的输入,利用交叉检验方法选取  $x_5, x_{14}, x_{23}$  作为估值点,得到这 3 个点的平均误差,从而选取适合该机床工作空间的变异函数。

由表 4 可知,通过交叉检验方法求得了 4 种变异函数的平均误差。选择误差最小的高斯变异函数作为 Kriging 预测模型的变异函数,将建立的高斯函数 Kriging 预测模型代入式(10),可以求出基台值从而得到矩阵  $K$  和列向量  $D$  里所有  $\gamma(x_i, x_j)$  的值,将其代入式(9),得到 27 个空间位置下对应的权重系数,从而对  $x_0$  点进行估值。

### 3.2 双转台五轴机床动态特性分析

根据过往的数据及经验可知,1 阶模态对机床结构的振动影响最大。因此,笔者以 1 阶模态分析为主,将得到的 1 阶模态数据导入 Kriging 预测模型进行数据拟合,以高斯变异函数作为 Kriging 预测模型的变异函数,建立双转台五轴数控机床加工空间 1 阶固有频率场和振动的最大幅值场。当摆台转角  $\theta=0^{\circ}$  时,五轴机床加工空间的 1 阶固有频率分布如图 6 所示。在切削激励下该加工空间的最大振动幅值分布如图 7 所示。图 8,9 为摆台在不同转角时五轴机床加工空间的 1 阶固有频率和最大振动幅值的分布情况。其中: $x, y, z$  轴的取值范围均为  $-150\sim 150\text{ mm}$ 。

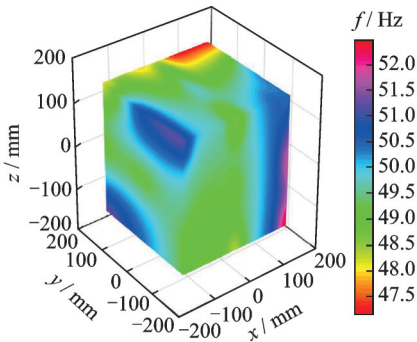
机床的 1 阶固有频率在工作空间内是变化的。当摆台转角  $\theta=0^{\circ}$  时,对  $x, y, z$  轴切片,找出每个切片中出现最多的频率值,各轴的固有频率变化如图 10 所示。可以看出, $x$  轴和  $z$  轴的频率变化较大, $y$  轴的频率变化较小。当摆台转角分别为  $\theta=-90^{\circ}, \theta=-45^{\circ}, \theta=0^{\circ}, \theta=45^{\circ}, \theta=90^{\circ}$  时,加工空间的固有频率场变化如图 11 所示。

机床在 1 阶固有频率下的最大振幅也在工作空间内变化,当摆台转角  $\theta=0^{\circ}$  时对  $x, y, z$  轴切

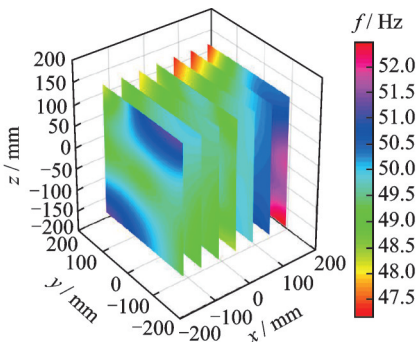
表 4 Kriging 变异函数模型  
Tab.4 Kriging variogram model

变异函数理论模型	变换后线性模型	估值点	估值频率/Hz	平均误差
球状模型 $\gamma(h) = \begin{cases} 0 & (h=0) \\ C_0 + C(\frac{3}{2}\frac{h}{a} - \frac{1}{2}\frac{h^3}{a^3}) & (0 < h \leq a) \\ C_0 + C & (h > 0) \end{cases}$	$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	$x_5$ $x_{14}$ $x_{23}$	40.0 37.2 30.2	0.287
指数模型 $\gamma(h) = \begin{cases} 0 & (h=0) \\ C_0 + C(1 - e^{-\frac{h}{a}}) & (h > 0) \end{cases}$	$y = b_0 + b_1x_1$	$x_5$ $x_{14}$ $x_{23}$	41.0 44.3 34.5	0.205
高斯模型 $\gamma(h) = \begin{cases} 0 & (h=0) \\ C_0 + C(1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}}) & (h > 0) \end{cases}$	$y = b_0 + b_1x_1$	$x_5$ $x_{14}$ $x_{23}$	45.2 47.2 45.2	0.089
幂函数模型 $\gamma(h) = Ah^\theta \quad (0 < \theta < 2)$	$y = b_0 + b_1x_1$	$x_5$ $x_{14}$ $x_{23}$	32.1 33.7 29.2	0.371

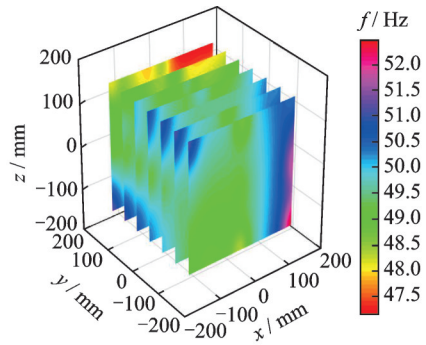
片,找出每个切片中出现最大的振动幅值,各轴的振动幅值变化如图 12 所示。可以发现,y 轴和 z 轴的频率变化较大,x 轴的频率变化较小。当摆台转角分别为  $\theta = -90^\circ, \theta = -45^\circ, \theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ$  时,摆台的振动幅值变化情况如图 13 所示。



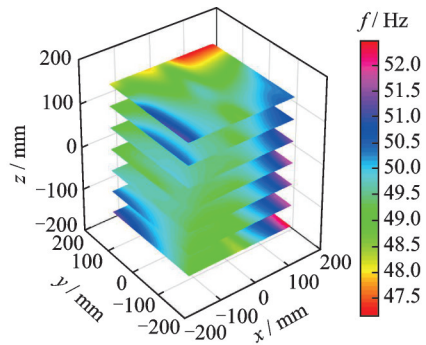
(a) 加工空间的 1 阶固有频率场  
(a) The first-order natural frequency field of the processing space



(b) 1 阶固有频率场的 x 向分布  
(b) The x-direction distribution of the first-order natural frequency field



(c) 1 阶固有频率场的 y 向分布  
(c) The y-direction distribution of the first-order natural frequency field



(d) 1 阶固有频率场的 z 向分布  
(d) The z-direction distribution of the first-order natural frequency field

图 6 摆台在  $\theta = 0^\circ$  时加工空间 1 阶固有频率分布

Fig. 6 The first-order natural frequency distribution of the processing space of the swing table at  $\theta = 0^\circ$

通过图 10, 11 可以看出,该机床在工作时应尽量使 x 轴向导轨停留在中部,优先进给 y 轴,减少 z 轴导轨和摆台的运动来降低超精密加工中机床动态特性变化对精度带来的不利影响。通过图 12, 13 可

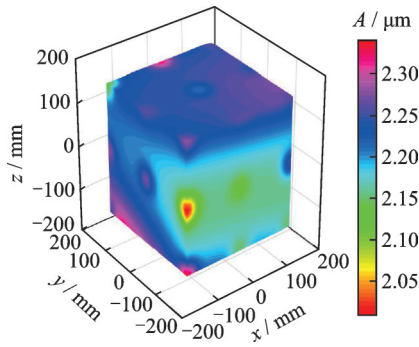
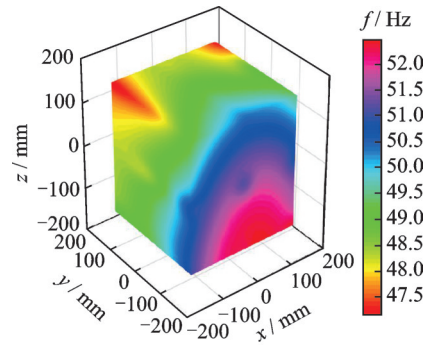


图 7 摆台在  $\theta=0^\circ$  时加工空间的最大幅值分布

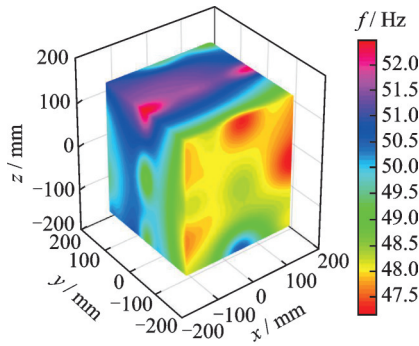
Fig.7 The maximum amplitude distribution of the processing space when the table is set at  $\theta=0^\circ$



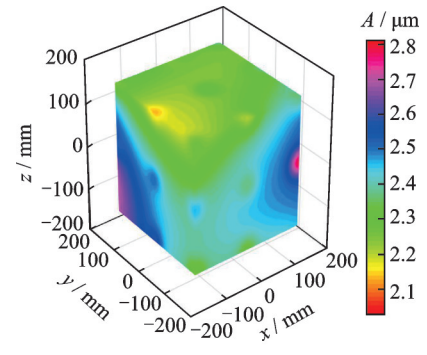
(d)  $\theta=90^\circ$

图 8 摆台在不同摆角时加工空间的 1 阶固有频率分布

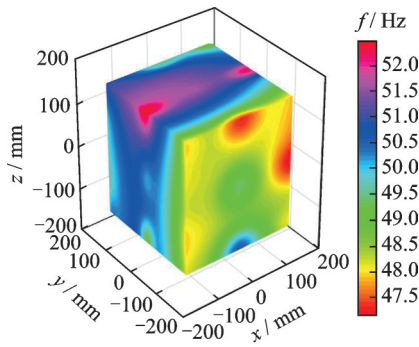
Fig.8 The first order natural frequency field of the machining space with different swing angles



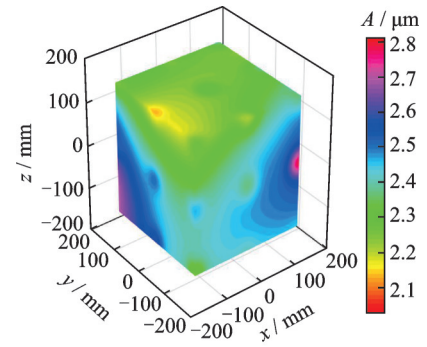
(a)  $\theta=-45^\circ$



(a)  $\theta=-90^\circ$



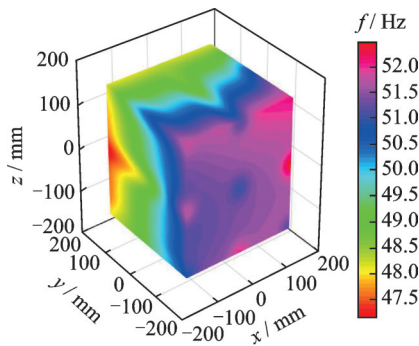
(b)  $\theta=45^\circ$



(b)  $\theta=90^\circ$

图 9 摆台在不同摆角时加工空间的最大幅值分布

Fig.9 The maximum amplitude field of the machining space of the swing table at different swing angles



(c)  $\theta=-90^\circ$

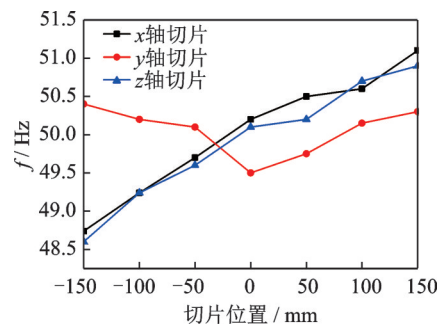


图 10  $\theta=0^\circ$  时各轴的固有频率

Fig.10 Natural frequency variation along each axis during table swing



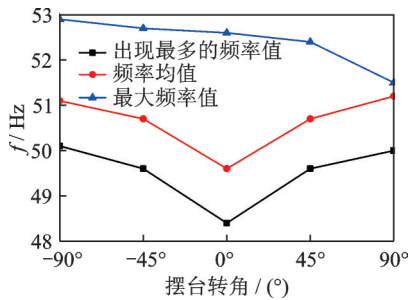


图11 摆台在不同摆角时加工空间的固有频率场

Fig.11 The change of natural frequency field of machining space with different swing angles

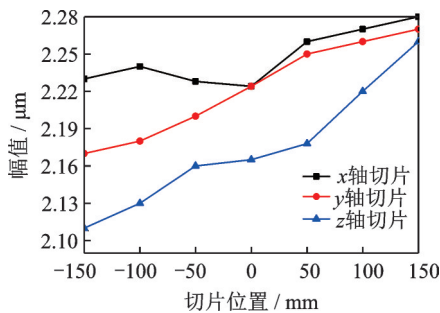
图12 摆台  $\theta = 0^\circ$  时沿各轴的振动幅值变化

Fig.12 Variation of vibration amplitude along each axis during table swing

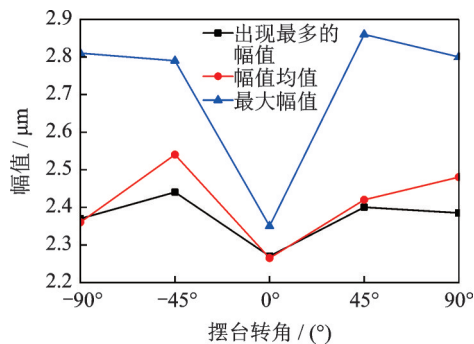


图13 摆台在不同摆角时加工空间的振动幅值变化

Fig.13 Variation of vibration amplitude of machining space with different swing angles

可以看出,当摆台转角  $\theta = 0^\circ$  时,机床的振动幅值变化量最小,随着摆台转动角度的增大,振动幅值呈先增大后减小的趋势。

## 4 结论

1) 基于五轴双转台机床的三维模型,根据试验模态分析结果修正了机床滑动结合面的刚度,分别对加工空间内的81个不同加工位置进行了前6阶的模态仿真分析。根据空间统计学方法,以高斯变异函数作为变异函数,基于三维Kriging预测模型拟合出摆台摆角分别为  $-90^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  和  $90^\circ$  时,五

轴双转台机床加工空间的1阶固有频率分布,得到了双转台五轴机床的加工空间动态特性场。

2) 当摆台摆角为  $0^\circ$ 、加工空间  $x=150$  mm,  $y=-150$  mm,  $z=-150$  mm 时,固有频率为 51.2 Hz,在此加工位置处系统的固有频率最大,幅值为  $2.13 \mu\text{m}$ 。通过  $x$ ,  $y$ ,  $z$  三轴切片可以看出,  $x$  轴的频率变化量为 2.6 Hz,  $y$  轴的频率变化量为 0.8 Hz,  $z$  轴的频率变化量为 2.5 Hz。可见,  $x$ ,  $z$  轴在运动过程中的模态变化较大,因此在加工过程中应优先给  $y$  轴,减小  $x$ ,  $z$  轴的移动。摆台的摆角变化也会对机床的固有频率产生影响,随着摆角的变化,机床的固有频率变化范围在 1.5 Hz 左右。

3) 当摆台摆角在  $45^\circ$ 、加工空间  $x=150$  mm,  $y=-150$  mm,  $z=-150$  mm 时,系统振动幅值为  $2.87 \mu\text{m}$ ,此时幅值变化最大,在此加工位置处的系统固有频率为 49.2 Hz。通过  $x$ ,  $y$ ,  $z$  三轴切片可以看出,  $x$  轴的振动幅值变化量为  $0.05 \mu\text{m}$ ,  $y$  轴的振动幅值变化量为  $0.1 \mu\text{m}$ ,  $z$  轴的振动幅值变化量为  $0.15 \mu\text{m}$ 。可见,  $y$ ,  $z$  轴在运动过程中的振动幅值变化较大;摆台摆角的变化也会对机床的固有频率产生影响,随着摆角的变化,机床的振动幅值变化范围在  $0.13 \mu\text{m}$  左右。

4) 该研究结果为超精密机床的动力学设计提供了设计分析方法,为加工路径规划和刀具姿态选择提供了技术支持。

## 参 考 文 献

- [1] LI L X, ZHONG J L, WANG H J, et al. Machine tool chatter test and analysis [J]. The Journal of Engineering, 2019, 2019(23): 8880-8883.
- [2] 刘海涛,赵万华. 基于广义加工空间概念的机床动态特性分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(21): 54-60.  
LIU Haitao, ZHAO Wanhua. Dynamic characteristic analysis of machine tool based on generalized machining space concept [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(21): 54-60. (in Chinese)
- [3] 蔡力钢,马仕明,赵永胜,等. 多约束状态下重载机械式主轴有限元建模及模态分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(3): 165-173.  
CAI Ligang, MA Shiming, ZHAO Yongsheng, et al. Finite element modeling and modal analysis of heavy-duty mechanical spindle under multiple constraints [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(3): 165-173. (in Chinese)
- [4] LUO W P. Dynamic characteristics of five-axis CNC machine tools [J]. Applied Mechanics and Materials,

- 2013(385/386): 743-746.
- [5] ZHU P H, CHEN L H. A novel method of dynamic characteristics analysis of machine tool based on unit structure [J]. Science China Technological Sciences, 2014, 57(5): 1052-1062.
- [6] DENG C Y, LIU Y, ZHAO J, et al. Analysis of the machine tool dynamic characteristics in manufacturing space based on the generalized dynamic response model [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 92: 1411-1424.
- [7] BAUMANN J, SIEBRECHT T, WIEDERKEHR P. Modelling the dynamic behavior of a machine tool considering the tool-position-dependent change of modal parameters in a geometric-kinematic simulation system [J]. Procedia CIRP, 2017, 62: 351-356.
- [8] QIN Y, DONG G H, YIN G F, et al. Research on modeling and identification of machine tool joint dynamic characteristics [J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2019, 13(3):1-15.
- [9] 王福乾,米洁,杨庆东. 基于测试与仿真的机床整机动态特性研究[J]. 机械设计与制造, 2020(4):79-82.  
WANG Fuqian, MI Jie, YANG Qingdong. Dynamic characteristics of machine tool based on test and simulation [J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2020 (4): 79-82. (in Chinese)
- [10] HU Q, CHEN Y P, JIN X L, et al. A real-time C3 continuous local corner smoothing and interpolation algorithm CNC machine tools [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2019, 141 (4): 1-37.
- [11] GAO X S, ZHANG Y D. Dynamic characteristic analysis of whole machine tools based on Kriging model [J]. Journal of Central South University, 2013, 20 (11): 3094-3102.
- [12] 李天箭,丁晓红. 基于空间统计学的机床动力学特性[J]. 机械工程学报, 2015, 51(21):87-93.
- LI Tianjian, DING Xiaohong. Dynamic characteristics of machine tools based on spatial statistics [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(21): 87-93. (in Chinese)
- [13] VARATHARAJAN R, VASANTH K, GUNASEKARAN M, et al. An adaptive decision based kriging interpolation algorithm for the removal of high density salt and pepper noise in images [J]. Computers & Electrical Engineering, 2018, 70(8):447-461.
- [14] ZHONG X, KEALY A, DUCKHAM M. Stream Kriging: incremental and recursive ordinary Kriging over spatiotemporal data streams [J]. Computers & Geosciences, 2016, 90(5): 134-143.
- [15] 邓聪颖,苗建国,杨闪闪,等. 基于Kriging模型的数控机床空间切削稳定性[J]. 振动、测试与诊断, 2019, 39(3): 495-502.  
DENG Congying, MIAO Jianguo, YANG Shanshan, et al. Spatial cutting stability of CNC machine tools based on Kriging model [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(3): 495-502. (in Chinese)
- [16] RYU J S, KIM M S, CHA K J, et al. Kriging interpolation methods in geostatistics and DACE model [J]. KSME International Journal, 2002, 16 (5) : 619-632.
- [17] ZHAO H T, YANG J G, SHENG J H. Simulation of thermal behavior of a CNC machine tool spindle [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 67(6):1003-1010.



**第一作者简介:**吴石,男,1971年8月生,博士、教授。主要研究方向为机械动力学及在机测量等。曾发表《复杂曲面模具加工系统综合刚度场建模与分析》(《机械工程学报》2016年第52卷第23期)等论文。

E-mail: wushi971819@163.com