

# 基于双树复小波变换与样本熵的自适应降噪法<sup>\*</sup>

刘嘉辉, 秦仙蓉, 王玉龙, 孙远韬, 张 氢

(同济大学机械与能源工程学院 上海, 201804)

**摘要** 为了实现工程机械结构监测信号降噪效果的评价,将样本熵的概念引入双树复小波分解中,提出基于双树复小波变换(dual-tree complex wavelet transform, 简称DT-CWT)与样本熵(sample entropy, 简称SE)相结合的监测信号自适应降噪方法(DT-CWT-SE)。首先,采用双树复小波变换对含有噪声的监测信号进行多层分解;其次,分别计算双树复小波分解所得的各尺度细节分量样本熵与相邻尺度细节分量的样本熵的差值,通过比较相邻各尺度样本熵之差的大小确定双树复小波最优分解层数;最后,根据各尺度样本熵的变化规律确定各层小波系数的降噪阈值,对降噪后的小波系数进行重构以实现信号自适应降噪。仿真分析与实验对比结果表明:该方法对监测信号去噪较彻底,且降噪后的信号失真度小,降噪效果以及保留原信号信息完整性的能力明显优于传统小波阈值降噪法。

**关键词** 双树复小波变换; 样本熵; 自适应降噪; 小波阈值降噪; 监测信号

**中图分类号** TH215

## 引 言

由于工程监测环境、设备以及人为因素等影响,大型机械装备的结构监测信号往往受到背景噪声的干扰。当机械装备的结构产生损伤或故障时,噪声干扰会使反映结构健康、轻微损伤或严重故障的特征信息被噪声污染,有效信息被弱化且难以获取。此外,噪声通常具有非线性、非平稳性和随机性,会导致结构监测信号产生畸变,掩盖结构的实际健康状态,影响结构健康状态特征的挖掘<sup>[1]</sup>。因此,对监测信号进行降噪,提高信噪比是有效提取结构健康状态特征信息、实现结构故障诊断的前提。然而,由于多数的大型工程机械长期处于低速重载的循环工作状态,使其结构监测信号也呈现非平稳性、非线性特点,加大了降噪难度,传统消噪方法的去噪效果并不理想。

目前,非平稳信号的降噪方法主要有小波阈值法、经验模态分解、奇异值分解和双树复小波变换等。崔治等<sup>[2]</sup>采用小波熵确定超声信号在小波阈值降噪中的自适应最优分解层数,有效去除了含噪超声信号中的噪声,不仅提高了信噪比,而且更有效地保留了原始信号中的有用成分。沈微等<sup>[3]</sup>针对噪声背景下的振动信号采用同步挤压小波变换,通过自相关系数峰度阈值法二次剔除经同步挤压小波变换

和瞬时频率复杂度筛选后的分量,最终实现对原始信号的消噪。吴定海等<sup>[4]</sup>利用小波尺度间的相关性来增强信号中的有用信息,并与分块阈值相结合进行联合降噪,通过双树复小波包变换的空域和邻域联合降噪方法,有效抑制低信噪比下信号中的噪声干扰。曲巍巍等<sup>[5]</sup>提出一种噪声方差估计的新方法,基于此方法,将小波阈值法应用到反求工程的降噪中,使得实际信号在降噪后的光滑性和特征保持上均有较好的效果。Daubechies 等<sup>[6]</sup>以小波变换为基础,通过对小波系数进行压缩重组的方法抑制噪声以实现高精度、高分辨率的时频分析。Thakur 等<sup>[7]</sup>分析了同步挤压小波变换的稳定性对信号的有界扰动和高斯白噪声具有鲁棒性,适用于工程中普遍存在的噪声或非均匀采样数据的降噪,亦能用于识别时变频率。张培林等<sup>[8]</sup>提出基于双树复小波的自适应油液磨粒超声回波信号降噪方法,对实测超声回波信号进行降噪处理。

工程监测信号含大量背景噪声,其成分复杂且信噪比较低,而且信噪比及噪声方差无法预知。噪声消除的不充分则会影响有效信息的提取,而过分降噪会将原信号中的有用信息一起滤掉,从而引起信号失真。针对实际工程监测信号降噪过程中的这些问题,笔者提出基于双树复小波变换与样本熵相结合的监测信号自适应降噪方法。根据双树复小波

<sup>\*</sup> 上海市科委资助项目(15DZ1161203)

收稿日期:2020-01-02;修回日期:2020-04-25

分解所获得的监测信号各尺度样本熵变化确定分解最优层以及降噪阈值,重构降噪后的小波系数与尺度系数,在实现信号自适应消噪的同时减少信号失真,较好地保留原信号中的有效成分。

## 1 基本理论

### 1.1 样本熵

熵是表征系统无序状态的一种测度,可以定量描述系统的复杂度,当系统的状态发生变化的时候,其熵值也会随之改变。样本熵反映了时间序列的复杂度和无规律程度,样本熵值越大,表明该信号时间序列成分越复杂,自相似性越低,取值越随机。样本熵值越小,意味着该时间序列的自相似度越高,序列就越规律<sup>[9]</sup>。

$x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  表示  $N$  个数据点的离散的时间序列,那么样本熵<sup>[10]</sup>可以定义为

$$SE(m, r, N) = -\ln \left[ \frac{B^{m+1}(r)}{B^m(r)} \right] \quad (1)$$

其中:  $B^m(r)$  为两组序列在容差下能匹配  $m$  个点的概率;  $B^{m+1}(r)$  为两组序列能匹配  $m+1$  个点的概率。

设定一组  $m$  维的向量组

$$\{x_m(1), x_m(2), \dots, x_m(N-m+1)\} \quad (2)$$

其中:  $x_m(i) = \{x(i), x(i+1), \dots, x(i+m-1)\}$ ,  $1 \leq i \leq N-m+1$ 。

当  $1 \leq i \leq N-m$  时,  $B^m(r)$  和  $B^{m+1}(r)$  计算分别如下

$$B^m(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} B_i^m(r) \quad (3)$$

$$B^{m+1}(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} B_i^{m+1}(r) \quad (4)$$

其中:  $B_i$  为  $d[x_m(i), x_m(j)] \leq r$  ( $1 \leq j \leq N-m+1, j \neq i$ ) 的数量;  $r$  为给定的容差。

定义向量  $x_m(i)$  和向量  $x_m(j)$  之间的距离  $d[x_m(i), x_m(j)]$

$$d[x_m(i), x_m(j)] = \max_{k=0, \dots, m-1} (|x(i+k) - x(j+k)|) \quad (5)$$

通过上述的计算过程即可得到序列的样本熵。实际应用中  $N$  为有限长度,由式(1)可知,  $m$  和  $r$  的大小与样本熵的结果相关。当  $m=1$  或  $2$ ,  $r=0.1\sigma \sim 0.25\sigma$  ( $\sigma$  为离散的时间序列  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  的标准差)时,样本熵才有统计意义。本研究选择  $m=2, r=0.2\sigma$ 。

### 1.2 双树复小波变换

双树复小波变换由实部树和虚部树的两个并行的实小波变换构成。双树复小波的构造<sup>[11]</sup>可表示为

$$h(t) = h_h(t) + ih_g(t) \quad (6)$$

其中:  $h_h(t), h_g(t)$  为两个实小波;  $i$  为复数单位。

经过双树复小波变换的实部树和虚部树的联合重构信号可表示为

$$x(t) = d_j(t) + c_j(t) \quad (7)$$

其中:  $d_j(t)$  和  $c_j(t)$  为实部树和虚部树的联合。

$$d_j(t) = 2^{\frac{j-1}{2}} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_j^{\text{Re}}(t) h_h(2^j t - n) + i \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_j^{\text{Im}}(t) h_g(2^j t - k) \right] \quad (8)$$

$$c_j(t) = 2^{\frac{j-1}{2}} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_j^{\text{Re}}(t) h_g(2^j t - n) + i \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_j^{\text{Im}}(t) h_h(2^j t - k) \right] \quad (9)$$

其中:  $d_j^{\text{Re}}(t)$  和  $c_j^{\text{Re}}(t)$  分别为实部树小波变换的小波系数和尺度系数;  $d_j^{\text{Im}}(t)$  和  $c_j^{\text{Im}}(t)$  分别为虚部树小波变换的小波系数和尺度系数。

双树复小波变换分解的小波系数  $d$  和尺度系数  $c$  表示为

$$d_j^h(t) = d_j^{\text{Re}}(t) + id_j^{\text{Im}}(t) \quad (10)$$

$$c_j^h(t) = c_j^{\text{Re}}(t) + ic_j^{\text{Im}}(t) \quad (11)$$

其中:  $j$  为分解层数;  $J$  为最大分解层数。

综上,双树复小波变换的分解和重构实现了实部树和虚部树的信息互补,既能保持信号的完全重构性,又提高了计算效率,具有比传统小波分解更高效的优良特性。

## 2 双树复小波与样本熵自适应降噪

### 2.1 双树复小波分解最优层的确定

在实际应用中,双树复小波分解的层数对信号降噪效果具有重要影响。双树复小波变换将原始信号分解为小波系数和尺度系数,即细节分量和近似分量两部分,而噪声主要集中在细节分量(高频部分)上。噪声的能量会随分解层数的增加逐渐衰减,主要表现为噪声经分解后的小波系数越来越小,但这并不代表分解层数越多越好。分解层数越多,信号的信噪比反而下降,同时会使得有用信息丢失造成信号失真;分解层数过少,使得信号降噪不彻底,这又会影响到有效信息的提取。因此,对于不同信噪

比的监测信号存在降噪效果相对较好的一个最优分解层数。

如果分解层数达到 $j$ 层,细节分量中噪声的含量与 $j-1$ 层分解基本无差别,此时不需再继续分解,第 $j-1$ 层就是最优的分解层数<sup>[12]</sup>。由此可知,要确定分解最优层数,将监测信号中不同分解层数的噪声含量表示出来是关键,其次再逐层对噪声含量进行比较。由1.1节可知,样本熵可以表征噪声大小,样本熵值越大,噪声含量也越多。确定监测信号自适应分解最优层数的步骤如下:

- 1) 设置初始双树复小波分解层数 $j(j > 2)$ ;
- 2) 采用双树复小波变换对监测信号进行 $j$ 层分解;
- 3) 分别计算各分解层的细节分量的样本熵,依次求出相邻分解层细节分量样本熵之差的绝对值;
- 4) 比较相邻分解层细节分量样本熵之差的绝对值大小,若第 $j$ 层信号和第 $j-1$ 层信号细节分量样本熵之差的绝对值均小于前 $j-1$ 层的相邻分解层细节分量的样本熵之差的绝对值,则分解层数为 $j$ ,此时停止分解;否则令 $j=j+1$ ,返回步骤2。

## 2.2 双树复小波降噪阈值自适应选择

由2.1节分析可知,在双树复小波分解过程中,噪声的能量会随着分解层数的增加逐渐衰减,导致小波系数越来越小,样本熵值也越来越小。在确定了双树复小波最优分解层数后,为了更充分地抑制噪声,对双树复小波降噪阈值的选择需要考虑噪声的变化特征。因此,降噪阈值的合理选择对降噪效果尤为重要。若阈值选取过大会导致原始信号的有效信息被过分滤掉;若阈值选取过小又造成降噪不充分。在阈值降噪中较为常用的是Donoho提出的通用阈值原则,由于噪声的小波系数会随分解尺度的增大而减小,传统的小波阈值选择并没有考虑分解尺度变化对阈值选取的影响。笔者采用改进的通用阈值原则<sup>[13]</sup>

$$\lambda_j = \frac{\sigma \sqrt{2 \log N}}{\log(j+1)} \quad (12)$$

其中: $j$ 为分解层数; $N$ 为第 $j$ 层小波系数的长度; $\sigma$ 为信号中的噪声方差,其估算为小波系数模 $|W_{j,k}|$ 的中值与常数0.6745的比值<sup>[13]</sup>。

该阈值的改进不仅考虑了未知噪声方差情况下的统计学分布特征,而且考虑了噪声在不同分解层数之间的差异以及不同分解尺度对阈值选择的影响。

双树复小波和样本熵自适应降噪的流程如图1所示。

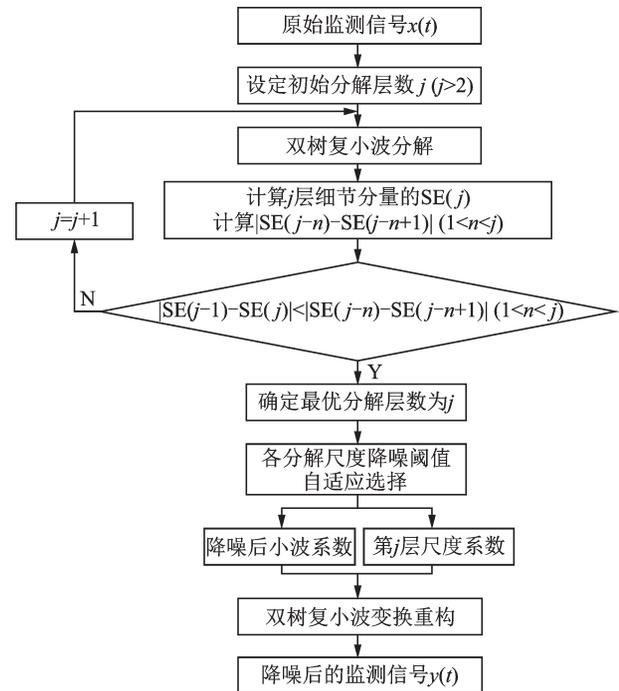


图1 DT-CWT-SE自适应降噪法流程

Fig.1 Process of DT-CWT-SE adaptive denoising

## 3 仿真分析

### 3.1 信号的噪声与样本熵关系

构造非平稳的结构监测仿真信号

$$x(t) = 2\sin(10\pi t) + \sin(6\pi t + 1.5\pi) + \frac{2}{1 + e^{-0.5t}} \quad (13)$$

该仿真信号具有S型函数趋势,与实际工程中结构监测信号趋势相似,采样频率为100 Hz,采样时长为10 s。向原始仿真信号中添加不同信噪比的白噪声以及有色噪声,并计算不同噪声情况下的样本熵值,图2为信号的样本熵随噪声标准差的变化。

由图2可以看出,监测信号的样本熵随着噪声标准差的增大而增大,随信噪比的增大而减小。当信号中存在除了白噪声外的有色噪声成分时,样本熵值依然会随着噪声水平的增多而增大,但增长速率缓慢,这说明样本熵对只有白噪声的变化程度比对白噪声和有色噪声同时存在时的变化程度更为敏感。图3所示为不同信噪比信号的样本熵变化规律。

由图3可知,信号的信噪比与样本熵值成反比,

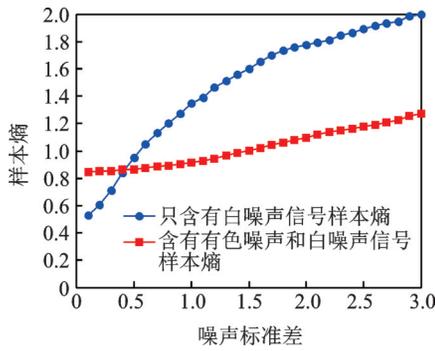


图2 不同标准差的噪声的样本熵变化

Fig.2 The change of sample entropy with standard deviation of noise for different kinds of noise

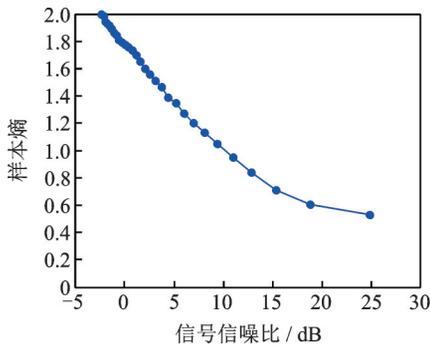


图3 样本熵随信号信噪比的变化

Fig.3 The change of sample entropy with SNR

这说明当信号信噪比越高即信号中的有效成分越来越凸显时,样本熵值会相应降低,因此样本熵可以表征信号中噪声的含量。

### 3.2 DT-CWT-SE降噪效果对比及评价

为了定量比较笔者提出的方法与传统小波阈值降噪的效果差别,选择3个降噪效果的评价指标,即均方根误差(root mean square error, 简称RMSE)、信噪比(signal noise ratio, 简称SNR)及样本熵。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x(i) - y(i)]^2} \quad (14)$$

$$SNR = 10 \log \frac{\sum_{i=1}^n y(i)^2}{\sum_{i=1}^n [x(i) - y(i)]^2} \quad (15)$$

其中: $x(i)$ 为原始信号; $y(i)$ 为降噪后的信号; $n$ 为信号长度。

RMSE表征降噪前后信号的区别,SNR代表降噪效果,SE代表降噪前后信号样本熵的大小。评价标准为降噪后信号的RMSE和SE越小越接近原始信号,SNR越大降噪效果越显著。

为了验证该方法能够用于实际工程机械结构监

测的位移、速度及加速度等信号的降噪中,现对3.1小节中构造的仿真信号进行降噪,仿真信号以加速度为例进行说明。分别向仿真信号添加2 dB和15 dB信噪比的白噪声及有色噪声的混合噪声,对含有噪声的信号分别进行双树复小波分解,图4为双树复小波分解不同尺度下的样本熵值曲线以及降噪阈值随分解尺度变化曲线。

由图4可以看出,双树复小波不同分解尺度的样本熵与降噪阈值均存在明显差异,因此需要确定最优分解层数和降噪阈值。根据第2节方法确定最优分解层数为4层,不同信噪比信号经过DT-CWT-SE降噪后的时域对比结果如图5所示。

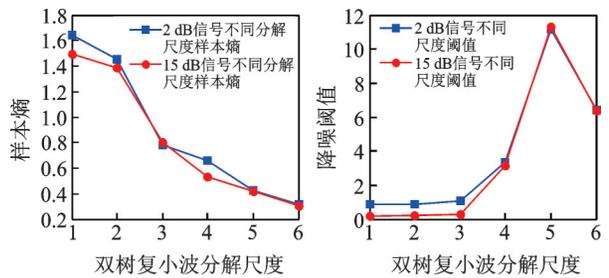
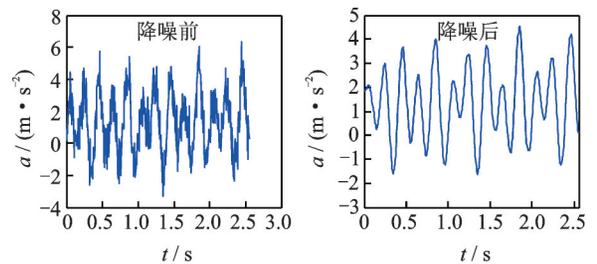
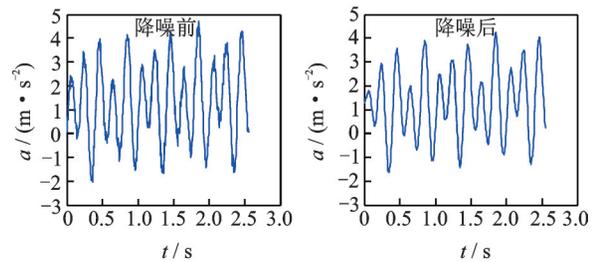


图4 样本熵及降噪阈值随DT-CWT分解尺度变化

Fig.4 The change of sample entropy and denoising threshold with decomposed scale of DT-CWT



(a) Comparison of 2 dB SNR signal after denoising



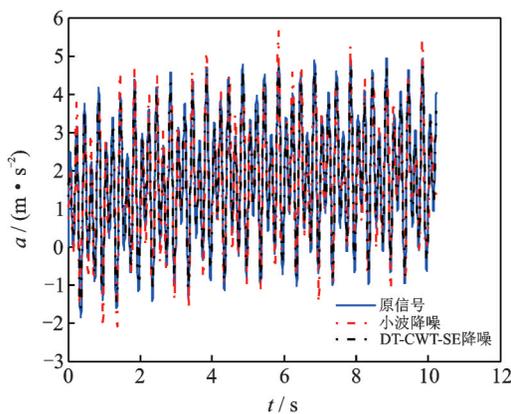
(b) Comparison of 15 dB SNR signal after denoising

图5 不同信噪比信号DT-CWT-SE降噪效果对比  
Fig.5 Comparison of denoising effect by DT-CWT-SE for different SNR signal

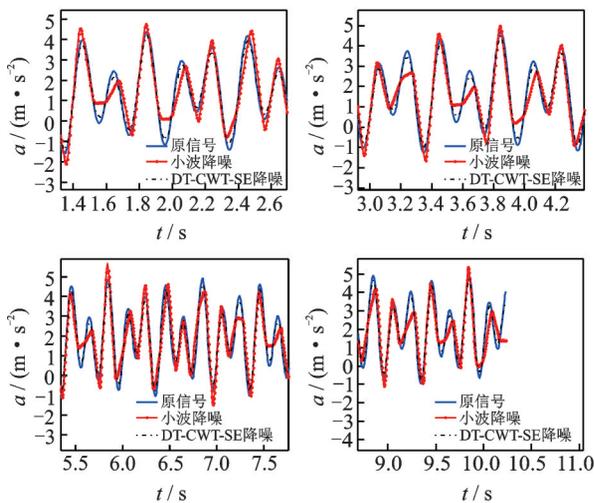
由图5可知,在信号信噪比不同的情况下,DT-CWT-SE自适应降噪法均能很好地消除噪声,降噪

后的信号比较平滑,降噪效果显著。由此可见,该方法对于中低信噪比的信号降噪程度较好,既能消除噪声又不过分降噪。

为了更进一步说明本研究方法降噪效果的优越性,分别采用小波阈值降噪和DT-CWT-SE自适应降噪对2 dB的低信噪比信号进行去噪。为便于比较,选择Daubechies小波基,小波分解层数设为4层,小波阈值选取2.2小节中改进的通用阈值,阈值函数选择软阈值,则两者对比结果如图6所示。



(a) 小波阈值和DE-CWT-SE降噪后的信号与原信号对比  
(a) Comparison of original signal with the DT-CWT-SE and wavelet threshold denoising signal



(b) 不同降噪方法降噪后的信号局部放大对比  
(b) Local comparison between the denoising signal and the original signal of different methods

图6 不同降噪方法降噪后的信号与原信号对比

Fig.6 Comparison between the denoising signal and the original signal of different methods

由图6(a)可以看出,小波阈值降噪与DT-CWT-SE降噪均能达到明显的去噪效果。图6(b)是图5(a)的4处局部放大对比图,由图6(b)可知,两者降噪后保留原信号的程度存在差异。DT-CWT-SE降

噪后的信号几乎与原信号重合,保留了原信号的成分,基本不存在失真;而小波阈值降噪使降噪后的信号存在明显失真。小波阈值降噪和DT-CWT-SE自适应降噪后信号的SNR, RMSE和SE对比如表1所示。

由表1可知,不同噪声水平下,经DT-CWT-SE降噪后的信号信噪比由2 dB提升至14.9 dB及15 dB提升至26.5 dB,降噪后信噪比与小波阈值降噪相比有所提高,样本熵值低于小波阈值降噪。特别是经DT-CWT-SE降噪后的信号与原信号均方根误差远远小于小波阈值降噪,说明经DT-CWT-SE降噪后的信号几乎没有丢失原信号的信息,较好地保留了原信号的有效成分。由此可见,笔者提出的方法消噪效果明显优于传统小波阈值去噪。

#### 4 工程监测信号实验分析

大型工程机械装备的结构监测信号受背景噪声影响,其信噪比较低,且噪声成分复杂,有效去除背景噪声是挖掘监测信号中的特征信息的重要前提。由于结构监测信号为低频信号,外部环境和装备本身产生的背景噪声不利于后续对结构状态的判断与识别,特别是结构的健康状态有所变化或产生轻微损伤时,损伤特征与噪声混合较难区分。噪声消除的不充分会影响结构健康状态特征的挖掘,而过分降噪会将原信号中所关注的结构状态变化的有用信息一起滤掉,从而引起信号失真。本研究降噪的目的在于实现结构监测信号自适应降噪的同时减少信号失真,尽可能多地保留所关注的结构状态的有用信息,分离出与状态变化无关的成分,便于后续结构状态特征的提取。由于实际的工程监测信号信噪比未知,因此本研究提出的3个评价标准中的样本熵能够很好地表征噪声变化特征,可以用来评价降噪效果。

为了验证本研究降噪方法在工程应用中的有效性,选择上海某港口某型号的岸桥前大梁靠机房垂直方向上的结构监测信号,传感器被安装在前大梁内部,测点如图7所示。采集信号的传感器为加速度传感器,采样频率为100 Hz,截取时长为20 s的一段监测信号,对该监测信号采用DT-CWT-SE法进行去噪,确定的最优分解层为3层。小波阈值降噪和DT-CWT-SE降噪前后对比结果如图8所示。

由图8可以看出,原结构监测信号经过DT-CWT-SE降噪后比小波阈值降噪后更加平滑,背景噪声被去除的更加彻底。

表 1 不同方法对仿真信号的降噪效果对比

Tab.1 The denoising effect of simulation for different methods

降噪方法	2 dB 信噪比仿真信号			15 dB 信噪比仿真信号		
	SNR/dB	RMSE	SE	SNR/dB	RMSE	SE
小波阈值降噪	13.887	0.076	0.358	23.315	0.048	0.329
DT-CWT-SE 降噪	14.857	$5.184 \times 10^{-7}$	0.349	26.515	$5.578 \times 10^{-8}$	0.321

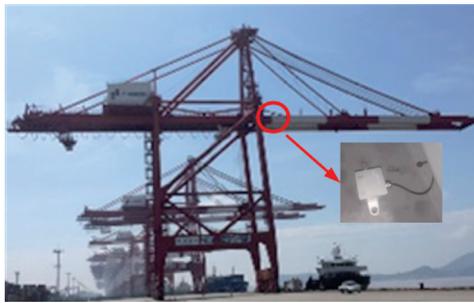


图 7 岸桥实际监测

Fig.7 Monitoring of quayside container crane

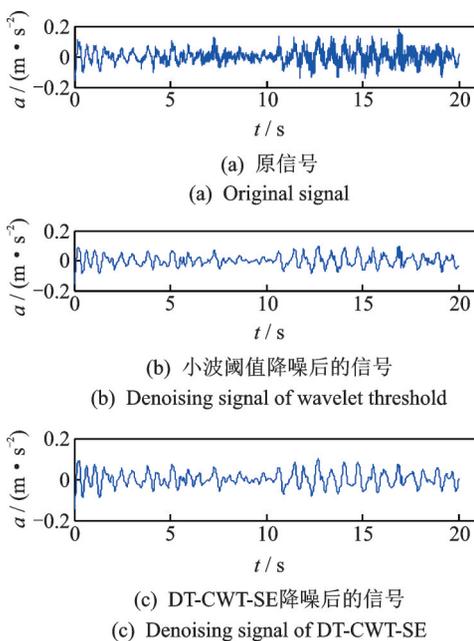


图 8 不同降噪方法降噪后的信号与原信号对比

Fig.8 Comparison between the denoising signal and the original signal of different methods

经过计算,原监测信号的样本熵值为 1.520,表 2 定量给出了两种方法降噪效果的对比。由表 2 可知,小波阈值降噪和 DT-CWT-SE 降噪均使原信号的样本熵值有所减小,说明两种方法均能滤除原信号的背景噪声。DT-CWT-SE 降噪后的信噪比较小波阈值降噪的信噪比有所提高,样本熵值有所减小,这表明采用 DT-CWT-SE 降噪不仅能够有效去除噪声,而且去除噪声后均方根误差远小于小波阈值降噪,说明 DT-CWT-SE 降噪的去噪效果以及保留原信号中有效信息完整性的能力要明显优于传统

小波阈值降噪。

表 2 监测信号降噪效果对比与评价

Tab.2 The evaluation indexes of denoising effect for monitoring signal

评价指标	小波降噪	DT-CWT-SE 降噪
SNR/dB	4.884	6.781
RMSE	$7.709 \times 10^{-4}$	$6.744 \times 10^{-8}$
SE	0.463	0.432

## 5 结束语

样本熵可以表征监测信号中噪声含量的大小以及噪声的变化,样本熵与噪声方差成正比,和监测信号的信噪比成反比,即样本熵值越大,噪声含量越多。本研究利用双树复小波变换的优势结合样本熵,提出 DT-CWT-SE 监测信号自适应降噪法,利用样本熵的变化规律进行双树复小波分解最优层确定和各分解尺度降噪阈值的量化。仿真分析和实验对比结果表明,该方法对噪声消除比较彻底,且降噪后的信号失真度小,能较完整地保留原信号中的有用信息,降噪效果明显优于传统的小波阈值降噪。

## 参 考 文 献

- [1] 王亚娟,李怀良,庾先国,等.一种集成经验模态分解的样本熵阈值微地震信号降噪方法[J].物探与化探,2019,43(5):1083-1089.  
WANG Yajuan, LI huailiang, TUO Xianguo, et al. A denoising method for microseismic signal based on the ensemble empirical mode decomposition of sample entropy threshold [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2019,43(5): 1083-1089. (in Chinese)
- [2] 崔治,李加升.基于小波熵自适应最佳分解层数确定算法[J].仪表技术与传感器,2015(6):127-130.  
CUI Zhi, LI Jiasheng. Determination algorithm of optimal decomposition level via wavelet entropy [J]. Instrument Technique and Sensor, 2015 (6) : 127-130. (in Chinese)
- [3] 沈微,陶新民,高珊,等.基于同步挤压小波变换的振动

- 信号自适应降噪方法[J].振动与冲击,2018,37(14):239-247.
- SHEN Wei, TAO Xinmin, GAO Shan, et al. Self adaptive denoising algorithm for vibration signals based on synchrosqueezed wavelet transforms [J]. Journal of Shock and Vibration, 2018, 37(14): 239-247. (in Chinese)
- [4] 吴定海,王怀光,张培林,等.基于双树复小波包变换的空域和邻域联合降噪[J].华中科技大学学报(自然科学版),2015,43(4):17-21.
- WU Dinghai, WANG huaiguang, ZHANG Peilin, et al. Denoising combined with spatial domain and neighborhood based on dual tree complex wavelet packet transform [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2015, 43(4): 17-21. (in Chinese)
- [5] 曲巍巍,高峰.基于噪声方差估计的小波阈值降噪研究[J].机械工程学报,2010,46(2):28-33.
- QU Weiwei, GAO Feng. Study on wavelet threshold denoising algorithm based on estimation of noise variance [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(2): 28-33. (in Chinese)
- [6] DAUBECHIES I, LU J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30 (2): 243-261.
- [7] THAKUR G, BREVDO E, FUČKAR N S, et al. The synchrosqueezing algorithm for time-varying spectral analysis: robustness properties and new paleoclimate applications[J]. Signal Processing, 2013, 93(5):1079-1094.
- [8] 张培林,李一宁,徐超,等.润滑油磨粒超声回波信号的双树复小波自适应降噪[J].北京理工大学学报,2015,35(9):908-912.
- ZHANG Peilin, LI Yining, XU Chao, et al. The adaptive de-noising based on dual-tree complex wavelet transform for ultrasonic echo signal of wear debris in lubricant oil[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2015, 35(9): 908-912. (in Chinese)
- [9] 何勇,张祥金,姚宗辰.改进样本熵最优小波包阈值选择算法在信号降噪中的应用[J].兵器装备工程学报,2019,40(3):149-154.
- HE Yong, ZHANG Xiangjin, YAO Zongchen. Improved optimal threshold selection algorithm applied to denoising [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019, 40(3): 149-154. (in Chinese)
- [10] 吕勇,李友荣,肖涵,等.基于加权相空间重构降噪及样本熵的齿轮故障分类[J].振动工程学报,2009,22(5):462-466.
- LÜ Yong, LI Yourong, XIAO Han, et al. Gear fault classification based on weighted phase space reconstruction and sample entropy [J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(5): 462-466. (in Chinese)
- [11] 李辉,郑海起,唐力伟.基于改进双树复小波变换的轴承多故障诊断[J].振动、测试与诊断,2013,33(1):53-59.
- LI Hui, ZHENG Haiqi, TANG Liwei. Bearing multi-faults diagnosis based on improved dual-tree complex wavelet transform [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(1): 53-59. (in Chinese)
- [12] 闫晓玲,董世运,徐滨士.基于最优小波包Shannon熵的再制造电机转子缺陷诊断技术[J].机械工程学报,2016,52(4):7-12.
- YAN Xiaoling, DONG Shiyun, XU Binshi. Flaw diagnosis technology for remanufactured motor rotor based on optimal wavelet packet Shannon entropy [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(4): 7-12. (in Chinese)
- [13] 许子非,李春,杨阳,等.基于改进小波阈值及多重分形的风力机轴承振动信号分析[J].热能动力工程,2019,34(9):191-198.
- XU Zifei, LI Chun, YANG Yang, et al. Vibration signals analysis of the bearing of wind turbine based on improved threshold and multi-fractal [J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2019, 34(9): 191-198. (in Chinese)



**第一作者简介:**刘嘉辉,女,1992年9月生,博士生。主要研究方向为机械结构健康监测与故障预警。

E-mail: liujiahui0011@163.com

**通信作者简介:**秦仙蓉,女,1973年5月生,教授、博士生导师。主要研究方向为机械动力学与工程结构抗风。

E-mail: tqjin@tongji.edu.cn