

# 基于裂缝分形特征的钢混梁疲劳损伤精细评估\*

何浩祥, 郑家成, 廖李灿, 程时涛

(北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室 北京, 100124)

**摘要** 为了改进传统损伤检测和识别方法在精度和实用性等方面的不足,基于分形理论和图像处理技术,提出提取桥梁关键部分表观裂缝特征和分形盒维数的方法,通过建立表观裂缝分形维数和典型力学参数之间的函数关系实现损伤评估。为了验证该方法的有效性,开展 T 型钢筋混凝土简支梁的疲劳加载试验。采用分形理论建立不同疲劳加载和损伤状态下的裂缝分形维数与跨中挠度、一阶频率和静动刚度等实测参数的函数,明确分形维数与损伤指数的匹配关系。结果表明,基于分形维数的损伤评估具有良好的准确性和鲁棒性,可以通过传统物理参数与裂缝分形维数的稳定函数关系对桥梁疲劳损伤进行精细化评估。

**关键词** 疲劳荷载;损伤评估;分形理论;分形维数;图像处理

**中图分类号** U448.21; TU375.1; TH825

## 引言

运营状态下钢筋混凝土桥梁损伤状态的快速和精准评估是目前的研究热点。裂缝的分布和形态发展是表征桥梁损伤的直观信息。若通过无人机拍照等方式采集桥梁裂缝图像,利用图像识别技术提取裂缝数量及分布特征,进而判别损伤发展情况,可有效提升桥梁检测工作效率及精度<sup>[1]</sup>。

基于计算机视觉技术和图像处理技术的裂缝识别方法发展迅速,但研究大多局限于识别与提取裂缝信息,未建立裂缝损伤量化指标以及与传统的疲劳损伤参数之间的联系,难以直接指导损伤评估。在承受静动力荷载和累积损伤的过程中,混凝土结构的裂缝特征和其他部分参数均表现出了较为敏感的分形特征<sup>[2]</sup>,采用分形维数作为裂缝特征与损伤状态之间的关联参数是适宜的。Hadjileontiadis 等<sup>[3]</sup>提出了一种基于分形维数的桥梁结构裂缝识别方法,证实了表观裂缝的大小与分形维数有关。曹茂森等<sup>[4]</sup>证实了损伤的钢筋混凝土结构的表观裂缝分布具有分形特性。Adhikari 等<sup>[5]</sup>利用数字图像的分形维数来追踪表观缺陷。

目前,混凝土结构损伤领域关于分形理论的应用主要包括 3 个方面:①研究混凝土结构断裂面的粗糙程度,建立分形维数与材料物性的关系<sup>[6-8]</sup>;②

定性分析混凝土结构损伤后表观裂缝统计意义上的分形特性,证明混凝土结构表观裂缝分布和复杂度可用分形维数描述<sup>[9-10]</sup>;③分析混凝土结构在分级静力荷载下,表观裂缝分形维数与构件外部荷载、跨中挠度和裂缝宽度等参数的变化关系。文献[11-12]研究发现,随着荷载等级的增加,结构裂缝开展延伸,分形维数迅速增大。然而,能否用分形理论描述疲劳荷载下结构表观裂缝演化过程还有待研究。此外,目前的研究尚未通过理论分析建立钢筋混凝土构件的刚度和损伤指数与表观裂缝的定量关系,利用分形理论进行疲劳损伤精准识别与评估的研究亟需加强。

笔者通过 T 型钢筋混凝土简支梁桥模型的等幅疲劳加载试验,研究了疲劳损伤下桥梁结构表观裂缝分形维数与跨中挠度、自振频率、静动刚度、损伤指数等物理量的关系,并建立了经验函数,为桥梁的疲劳损伤评定提供新的思路和方法。

## 1 裂缝损伤对分形维数的影响

对于在役钢筋混凝土结构,其初始破坏直接表现为表观裂缝的发展,裂缝的数量、拓展和分布直接反映了结构的性能退化及损伤演变。根据表观裂缝的开展状况评估桥梁结构的损伤程度具有重要意

\* 国家重点研发计划资助项目(2017YFC1500604);国家自然科学基金资助项目(51878017)

收稿日期:2020-04-26;修回日期:2020-06-05

义。在浇筑成型时,钢筋混凝土桥梁内部存在很多孔隙与微裂纹,这些初始缺陷在疲劳荷载的作用下不断扩展延伸,导致表面出现裂缝。疲劳损伤累积的过程也是裂缝发展延伸的过程,该过程可以分为3个阶段<sup>[13]</sup>。第1阶段为混凝土结构内部的微裂纹随着疲劳加载迅速扩展延伸,结构表面出现微裂缝。第2阶段为结构表面裂缝稳定发展并且相互连接、贯通。当疲劳损伤继续增加,表面裂缝的宽度、长度与复杂程度都迅速增加,损伤指数急剧上升,结构将进入疲劳损伤的第3阶段,即失稳破坏阶段。可见,在损伤累积的过程中始终伴随着表面裂缝的演化扩展。钢筋混凝土桥梁在外荷载作用下以弯曲变形为主,梁的侧面和底部率先出现裂缝,随着裂缝的开展,桥梁结构受压区高度减小,最终混凝土被压碎,钢筋断裂。因此,桥梁侧面和底部裂缝的开展是桥梁损伤的一个重要特征。描述裂缝特征的传统术语很难精确地表征裂缝的不规则程度。分形理论可以描述裂缝的非线性发展特征,为基于表面裂缝的结构损伤研究提供了一种新的工具。笔者采用分形维数来描述裂缝的开展与复杂程度,并建立其与传统损伤指数的量化关系。

分形集的不规则性使其与经典的点集产生区别,而度量分形集不规则性的指数就是分形维数,分形维数可以用试验手段来计算。由于Hausdorff维数难以计算,因此在其基础上发展了信息维数、容量维数、关联维数、自相似维数和盒计维数等。盒计维数由于计算方法简单得到了广泛应用<sup>[14]</sup>。

笔者先将裂缝分布图进行预处理,采用盒计维数法计算分形维数,基本步骤是:①采用边长 $r$ 的正方形网格覆盖图片,统计含有裂缝的网格数 $N$ ;②逐级缩小 $r$ ,获取每一级有裂缝的网格数 $N$ ;③绘制 $\log N - \log(1/r)$ 曲线。该曲线斜率即为所求分形维数 $D_f$ ,计算公式为

$$D_f = d(\ln N) / d(-\ln r) \quad (1)$$

其中: $d$ 表示对该函数求微分。

若该曲线呈非线性,则说明不具备统计意义上的分形特征,则不能采用分形理论进行分析。

## 2 T型简支梁疲劳试验

为了研究钢筋混凝土桥梁在承受疲劳荷载并逐渐破坏时,表面裂缝的分形维数和损伤特征之间的

函数关系及演化过程,制作了缩尺比例为1:4的T型公路桥梁模型。试件加载装置与配筋如图1所示。试件在跨中纯弯区未配置箍筋,为了保证试件不发生剪切破坏,在两端弯剪区分别配置多根等间距箍筋,腹筋采用整体式箍筋。试验加载方案采用三分点对称加载形式。

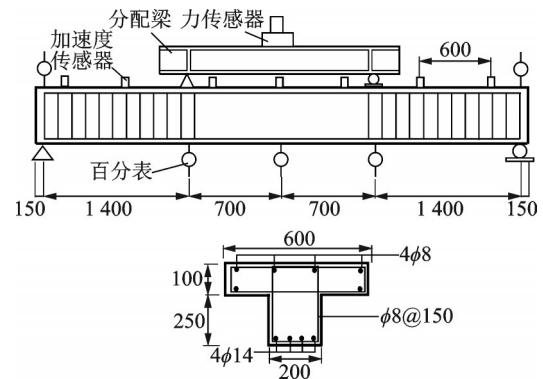


图1 试件加载装置及配筋(单位:mm)

Fig.1 Specimen loading device and reinforcement (unit: mm)

采用电液式脉动疲劳试验机对试件进行疲劳循环加载试验。在疲劳加载过程中,先加静载至最小荷载值,然后由疲劳试验机施加给定的振幅进行交替加载。理论计算得到的极限荷载值 $P_u$ 为106.39 kN,上限疲劳荷载 $P_{max} = 0.6P_u = 63.83$  kN,下限疲劳荷载 $P_{min} = 0.12P_u = 12.77$  kN,加载频率为3 Hz。每疲劳循环1万次停止加载并卸载至0,再进行一次静载幅值为上限疲劳荷载 $P_{max}$ 的加载,测量并记录 $P=0$ 和 $P_{max}$ 对应的试件跨中及加载点位移。采用高清摄像机拍摄模型跨中侧面混凝土裂缝图像,采用锤击法测其自振频率,观察疲劳损伤现象,之后进行下一级加载,直到总的疲劳荷载循环次数达到疲劳寿命或预先设定的次数。试验现场照片如图2所示。



图2 试验现场照片

Fig.2 Photos of test site

### 3 表观裂缝图像处理方法

由于现场条件所限,光照不均匀、拍摄不稳定以及噪声干扰等因素影响了识别精度,在对原始裂缝图像进行损伤分析之前需要先做图像预处理。笔者利用平滑处理方法去除原始图像中的环境噪声与冗余信息,降低图像的信息量。采用加权平均值法将采集到的彩色图像转换为灰度图像,在不改变图像亮度等级分布的情况下,缩小图像像素点的变化范围,从而减少计算量,计算公式为

$$V = 0.3R + 0.59G + 0.11B \quad (2)$$

其中: $V$ 为像素值; $R$ 、 $G$ 和 $B$ 分别为彩色图像中红、绿和蓝的分量值。

在桥梁结构损伤前期,微小密集的表观裂缝与粗糙的混凝土背景难以辨别,为了提高识别的精准度,需要对图像进行修正。笔者采用直方图均衡化方法增强灰度值范围的对比度,扩大图像的灰度差,实现凸显裂缝的目的。裂缝图像中的随机噪声对小损伤情况下的识别影响较大,中值滤波去噪方法在降噪的同时引起的模糊效应较低,故对于图像去噪处理具有良好效果。中值滤波算法可以表示为

$$y_{ij} = \text{Med} \left\{ f_{ij} \right\}_A \quad (3)$$

其中: $y_{ij}$ 为目标数列的中值; $A$ 为框架窗口,笔者选取 $3 \times 3$ ;  $\{f_{ij}\}$ 为像素灰度值数列。

只要确定了窗口函数 $A$ ,即可求出图像中任一像素的灰度。原始图像与处理后图像对比如图3所示。原始图像像素较高,环境噪声影响大,难以直接识别裂缝信息。经过处理后的图像增强了裂缝与背景的对对比度,显著降低了混凝土纹理的干扰。

### 4 分形维数与损伤特征的关系

传统桥梁检测技术存在数据采集困难、精度较低、耗时长以及影响桥梁运营使用等问题。桥梁的应变和挠度在车载和复杂环境作用下,波动性明显且不稳定,因此较难快速、直接地反映损伤信息。虽然可根据频率、振型和阻尼比等结构模态参数的变化来评估结构损伤,但在实际条件下模态参数受温、湿度等环境因素影响较大,直接利用不能满足工程精度要求。以小波分析为代表的现代信号处理技术在实际复杂结构中的动态识别精度仍需提高,且通常需要基于精准的有限元模型来实现统计模式识

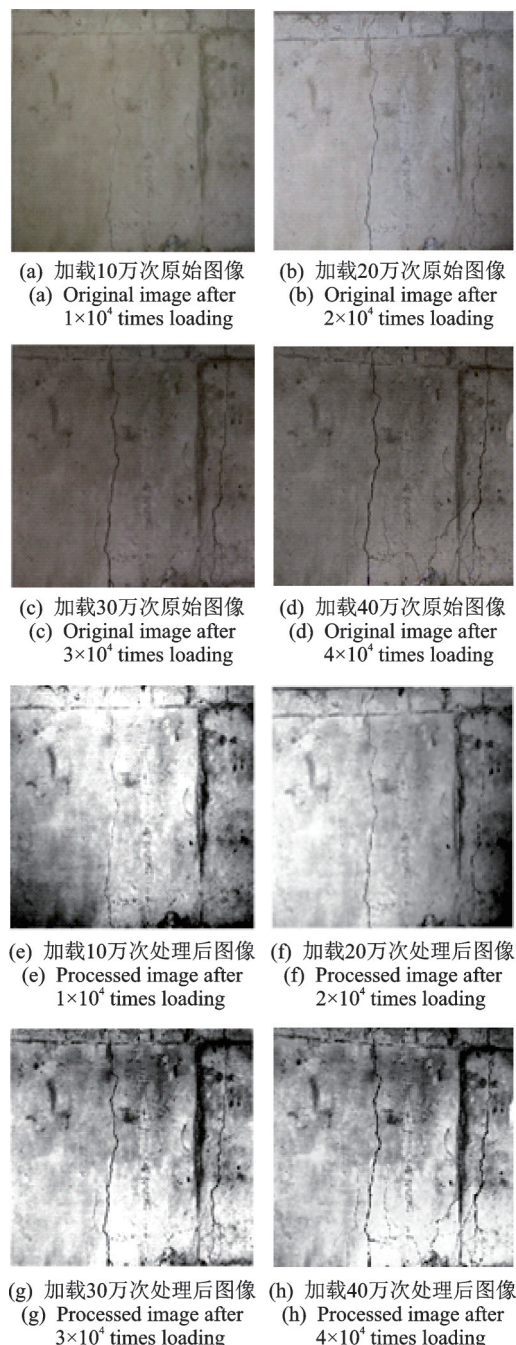


图3 原始图像与处理后图像对比

Fig.3 Comparison of original images and processed images

别,因而应用受到限制。利用卡尔曼滤波法等物理参数识别方法尚难以实现复杂结构和非线性结构的识别。

以上方法均是从结构宏观力学参数和动力信号方面研究结构损伤状态,与之不同的是,桥梁疲劳裂缝直接体现了材料和构件在微观层面的损伤状态,且其发展既与损伤演变过程密切相关,也与结构整体性能有关。通过桥梁裂缝图像采集和分析技术获

得关键部位的裂缝特征和分形维数已具备技术基础。然而,如果不能建立裂缝分形维数与诸如挠度、频率、刚度和损伤指数等损伤特征参数的函数关系或经验公式,仍然难以实现精准损伤评估。有鉴于此,笔者根据试验数据和理论公式,建立钢混筒支梁桥的分形维数与损伤特征参数的关系,为深入研究裂缝发展与损伤演化之间的联系提供新的手段。

#### 4.1 分形维数的计算

笔者根据不同疲劳加载次数后采集到的表观裂缝图像,通过盒计维数法计算钢筋混凝土构件各疲劳分级加载后表观裂缝的分形维数。不同加载次数下的  $\log N - \log(1/r)$  关系曲线如图4所示。可以看出,试件在不同工况下  $\log N$  与  $\log(1/r)$  成线性关系,证明在一定标度范围内,模型表观裂缝分布满足自相似性,具有统计意义上的分形特征。

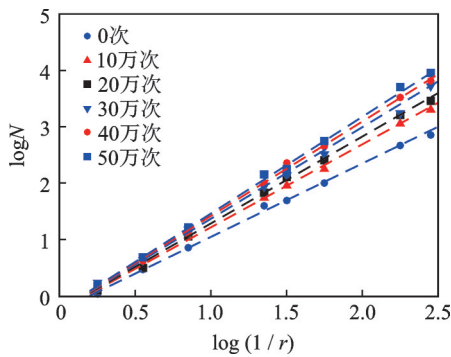


图4 不同加载次数下的  $\log N - \log(1/r)$  曲线

Fig.4  $\log N - \log(1/r)$  curve under different loading times

图5为各工况下表观裂缝分形维数与疲劳加载次数的关系曲线。可见,随着疲劳加载次数增加,模型表观裂缝形状越不规则,分形维数越大。因此,可用分形维数表征试件裂缝的发展状况。

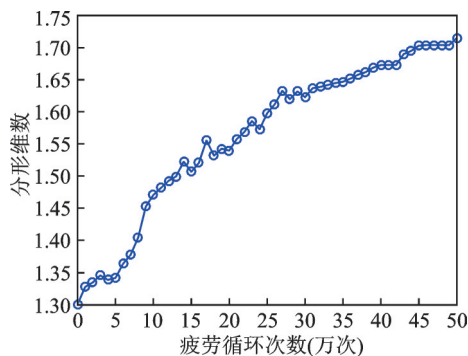


图5 分形维数与疲劳加载次数的关系曲线

Fig.5 Relationship between fractal dimension and fatigue cycle

#### 4.2 分形维数与跨中挠度的关系

在疲劳荷载作用下,桥梁的挠度或竖向变形的变化可以直接反映其疲劳性能的演变趋势。图6为跨中挠度变化曲线。

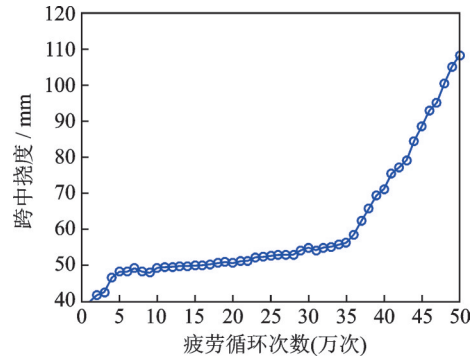


图6 跨中挠度变化曲线

Fig.6 Deflection curve of mid-span

从图6可以看出,疲劳损伤的演变呈现出3个阶段类线性发展规律:在疲劳加载6万次以前,曲线斜率较大,挠度迅速增大;随着疲劳加载次数增多,挠度变化率逐渐平缓,该阶段为试件损伤稳定发展阶段;继续加载至即将破坏后,挠度变化率进一步显著增大,表明试件进入失稳破坏阶段。随着加载次数的增加,跨中挠度  $\Delta$  逐渐增大,分形维数  $D_f$  呈升高趋势。因此,T型梁试件破坏状态下的裂缝分布可用分形理论进行描述。同时,裂缝数量越多、发展越充分且分布越不规则,分形维数越大。

通过采集到的数据得到类似条件下的桥梁跨中挠度与分形维数关系的通用回归关系式为

$$\Delta = m \exp(D_f/n) + p \quad (4)$$

其中: $\Delta$ 为挠度; $D_f$ 为试件裂缝分形维数; $m$ 、 $n$ 和 $p$ 为待定常数,在本试验中分别为53.34、-9.615和0.0231。

试验结果表明,试件表观裂缝分形维数与跨中挠度具有指数回归关系,这与文献[11-12]的研究结果具有相同的规律。因此,可以用表观裂缝分形维数描述钢筋混凝土简支梁构件疲劳损伤后挠度变化趋势。根据式(4)拟合的跨中挠度与分形维数的关系曲线如图7所示,发现其与实测挠度值较吻合。

#### 4.3 分形维数与静刚度的关系

混凝土的疲劳裂纹扩展规律与刚度退化的趋势类似<sup>[15]</sup>。在疲劳荷载下,混凝土内部损伤和残余变形不断累积,混凝土与钢筋之间的黏结力逐渐退

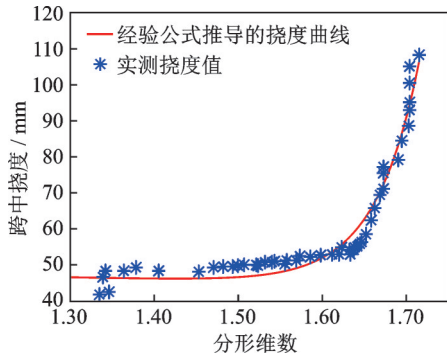


图 7 跨中挠度与分形维数的关系曲线

Fig.7 Relationship between deflection and fractal dimension

化。刚度可以反映结构的损伤程度,但对于运营状态下的大型桥梁,其刚度变化难以直接准确获得。因此,建立表观裂缝分形维数与结构刚度的关联性具有重要意义。构件刚度分为静刚度和动刚度,静刚度表示在静荷载下试件抵抗变形的能力,较为常用,而动刚度表示构件在特定动态激励下抵抗变形的能力。

对于梁式构件,其静刚度可用竖向弯曲刚度来表征,其物理意义为试件发生单位曲率变化时所能承受的弯矩。可根据实测的荷载-位移曲线计算各试件在不同加载工况下的静刚度,计算公式为

$$B_i = \lambda \frac{Pbl_0^2}{2\Delta} \quad (5)$$

其中: $B_i$ 为试件静刚度; $P$ 为竖直荷载; $l_0$ 为梁的计算跨度; $b$ 为加载点到支座的距离; $\Delta$ 为跨中竖向挠度; $\lambda$ 为挠度系数。

$\lambda$ 与荷载形式和约束形式有关,采用图乘法计算本试验条件下 $\lambda = \frac{1}{24} \left( 3 - \frac{4a^2}{l_0^2} \right)$ ,其中: $a$ 为加载点到支座中线的距离。将式(4)和式(5)联立,得到静刚度和分形维数的经验函数为

$$B_i = \frac{\lambda Pbl_0^2}{2[m \exp(D_i/n) + p]} \quad (6)$$

静刚度与疲劳加载次数的关系如图 8 所示。在加载过程中,静刚度 $B_i$ 与分形维数 $D_i$ 表现出明显的非线性,这是由于分形维数 $D_i$ 与表观裂缝的长度、数量及裂缝的分布复杂程度有关。疲劳损伤初期,静刚度 $B_i$ 迅速下降,损伤微裂纹扩展延伸,分形维数 $D_i$ 同步增长。随着试件损伤累积,疲劳破坏进入第 2 阶段,静刚度 $B_i$ 退化速度减缓,试件表观裂缝稳定增加,分形维数 $D_i$ 表现出平稳增长的规律。当试

件进入失稳破坏阶段,表观裂缝大幅度开展,裂缝深度和分布的复杂程度均显著提高,分形维数 $D_i$ 迅速增大。可见,在损伤累积的过程中,分形维数值始终逐渐上升,其变化规律可为损伤评估提供支持。

静刚度与分形维数的关系如图 9 所示。可见,通过式(6)得到的静刚度曲线与真实值的散点数据变化规律比较吻合,在积累一定的经验数据后,利用实测的分形维数可以精准预测静刚度,这为结构承载力评定、静刚度推演和损伤评估提供了新方法。

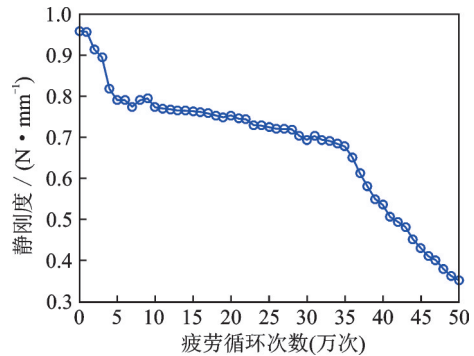


图 8 静刚度与疲劳加载次数的关系

Fig.8 Relationship between static stiffness and loading times

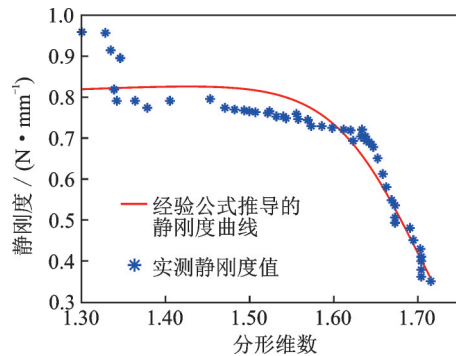


图 9 静刚度与分形维数的关系

Fig.9 Relationship between static stiffness and fractal dimension

#### 4.4 分形维数与频率及动刚度的关系

在基于动力测试的桥梁损伤识别方法中,固有频率是最易获得的物理参数,由于其物理意义明确且分析方法成熟而得到广泛应用。受实际环境因素和噪声影响,结构频率实测结果随机性强,严重影响了评定精度。若能根据试验数据建立分形维数与竖向频率的关系,进而研究分形维数与动刚度的关系,可为损伤评定提供一种新思路。通过对锤击信号进行 Fourier 变换,得到结构的自振频率,笔者在本研

究中只选取一阶竖向频率进行分析。图 10 为一阶频率与分形维数的关系。可以看出,简支梁模型的一阶频率与分形维数呈线性负相关。相应的通用拟合函数为

$$f = \omega D_f + z \quad (7)$$

其中: $f$ 为一阶自振频率; $D_f$ 为分形维数; $\omega$ 和 $z$ 为拟合参数,本试验取值分别为 $-18.64$ 和 $37.22$ 。

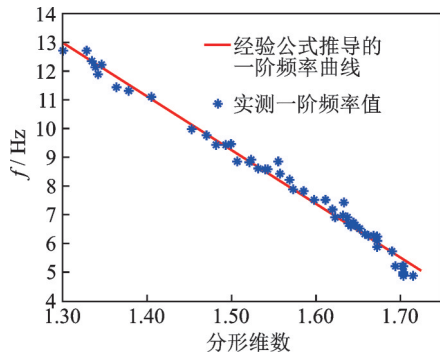


图 10 一阶频率与分形维数的关系

Fig.10 Relationship between frequency and fractal dimension

由分形维数推导得到的一阶频率曲线与实测频率值比较接近,拟合效果较好。随着试件疲劳损伤累积,模型频率下降较明显,分形维数增长较快,表明试件损伤稳定增长,裂缝逐渐发展。结构损伤后其自振频率会降低,对应动刚度也会减小,且动刚度与静刚度的物理内涵不同,其下降规律与自振频率有关。在考虑结构阻尼比与刚度的变化并忽略质量变化的情况下,简支梁动刚度 $K_d$ 的计算公式为

$$K_d = M \frac{4f^2 l_0^4}{\pi^2} \quad (8)$$

其中: $K_d$ 为试件的动刚度; $M$ 为试件质量; $l_0$ 为试件有效跨度; $f$ 为一阶竖向频率。

在试件质量及跨度已知的前提下,只需获取频率即可推算试件的动刚度。将式(7)代入式(8),得到分形维数与动刚度的经验关系式为

$$K_d = M \frac{4l_0^4}{\pi^2} (\omega D_f + z)^2 \quad (9)$$

动刚度与分形维数的关系如图 11 所示。可见,通过分形维数和经验公式可较准确地估算试件动刚度,且二者为二次负相关关系,也可以视为近似线性关系。对于因环境恶劣或条件不便造成难以直接采集固有频率的大型桥梁,可以先通过无人机等设备采集其表观裂缝图片,在进行图像处理计算图像盒维数,通过分形维数和动刚度的经验公式便可直

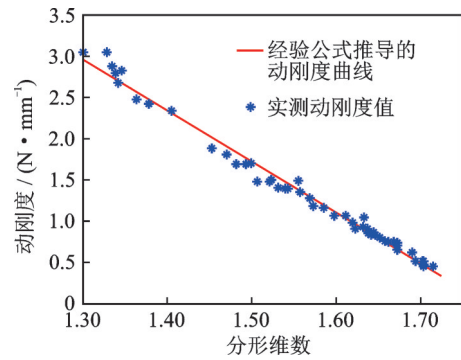


图 11 动刚度与分形维数的关系

Fig.11 Relationship between dynamic stiffness and fractal dimension

接对结构做出初步损伤评估。

## 4.5 分形维数与损伤指数的关系

### 4.5.1 基于静刚度退化的损伤演化分析

设采用静刚度的退化率来表征结构损伤的静力损伤指数为 $D_s$ ,其计算公式为

$$D_s = 1 - \frac{K_{sd}}{K_{s0}} \quad (10)$$

其中: $K_{s0}$ 和 $K_{sd}$ 分别为试件的初始静刚度和不同损伤状态下的实时静刚度。

当采用弯曲刚度表示静刚度时,相应的刚度分别为 $B_0$ 和 $B_d$ 。将式(4)代入式(10),得到以分形维数为变量的静力损伤指数,即

$$D_s = 1 - \frac{\lambda P b l_0^2}{2B_0 [m \exp(D_f/n) + \rho]} \quad (11)$$

基于静刚度的损伤演化如图 12 所示,表明静力损伤指数的变化呈指数型上升趋势。静力损伤指数与分形维数的关系如图 13 所示。由于经验函数与真实的静刚度退化率数据基本一致,因此可利用分形盒维数推测试件静力损伤指数。

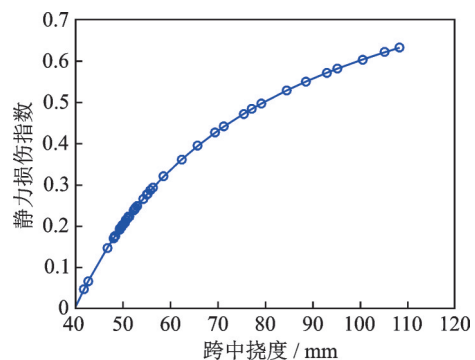


图 12 基于静刚度的损伤演化

Fig.12 Damage evolution based on static stiffness

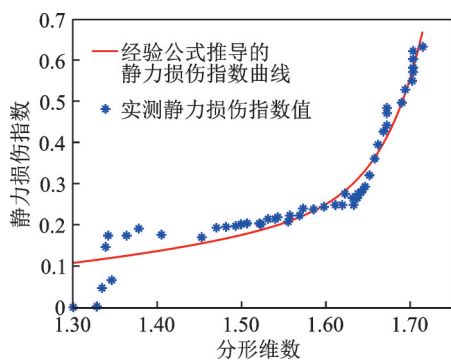


图 13 静力损伤指数与分形维数的关系

Fig.13 Relationship between static damage index and fractal dimension

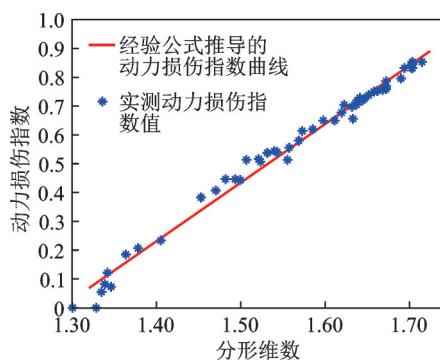


图 15 动力损伤指数与分形维数的关系

Fig.15 Relationship between dynamic damage index and fractal dimension

#### 4.5.2 基于动刚度退化的损伤演化分析

定义基于动刚度的动力损伤指数为

$$D_d = 1 - \frac{K_{dd}}{K_{d0}} = 1 - \left(\frac{f_d}{f_0}\right)^2 \quad (12)$$

其中:  $K_{d0}$  为试件的初始动刚度;  $K_{dd}$  为试件的实时动刚度;  $f_0$  与  $f_d$  分别为试件初始一阶频率及不同损伤状态下的实时一阶频率。

将式(7)代入式(12),得到分形维数推演的动力损伤指数公式为

$$D_d = 1 - \left(\frac{\tau w D_f + z}{f_0}\right)^2 \quad (13)$$

基于动刚度的损伤演化如图 14 所示,发现动力损伤指数同挠度的演化规律与静力损伤指数  $D_s$  的有所差别,这是由于二者的物理内涵不同。

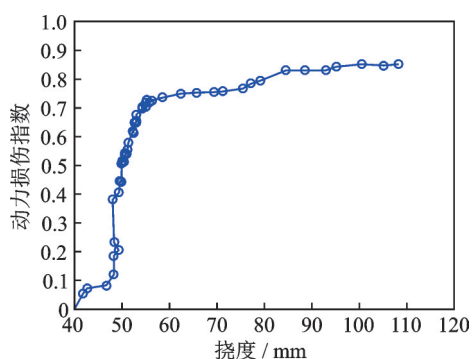


图 14 基于动刚度的损伤演化

Fig.14 Damage evolution based on dynamic stiffness

采用式(13)计算的动态损伤指数与分形维数的关系曲线如图 15 所示。可见,式(13)可以精准反映动力损伤指数随分形维数的变化规律,可在实际工程的损伤评价中应用和推广。

通过上述分析可认为,分形维数与简支梁竖向挠度、频率、刚度和损伤指数之间均存在较明确而稳

定的函数关系。采用类似方法,通过分析大量试验数据和实际桥梁检测数据,并借鉴以上函数关系式及其广义形式建立不同类型梁桥的分形维数与损伤参数的关系,进而完善基于分形理论和图像处理技术的桥梁损伤检测技术。

## 5 结 论

1) 混凝土结构在疲劳荷载下的表观裂缝分布具有统计意义性的分形特征,可以用分形维数来描述裂缝的开展和结构损伤演变过程。

2) 建立了不同损伤状态下力学参数与分形维数的经验函数关系。结果表明,在不同疲劳加载次数下,跨中挠度逐渐增大,刚度持续下降,分形维数迅速增长,且其与跨中挠度、静刚度和静力损伤指数呈现指数增长的关系,其与一阶自振频率为线性关系,与动刚度和动力损伤指数的关系为二次负相关。通过上述函数关系和实测参数反演损伤指数,为桥梁损伤精细化评估提供了新的思路和方法。

3) 对于简支梁桥,上述结果具有良好的借鉴意义。在计算机视觉技术和人工智能技术快速发展的背景下,基于分形理论和裂缝特征的桥梁损伤识别具有广阔的应用前景。对于大型复杂桥梁,其裂缝分形特征与损伤之间的关系尚需通过试验进行深入研究。

## 参 考 文 献

[1] 钟新谷,彭雄,沈明燕. 基于无人机成像的桥梁裂缝宽度识别可行性研究[J]. 土木工程学报, 2019, 52(4): 56-65.  
ZHONG Xingu, PENG Xiong, SHEN Mingyan. Study on the feasibility of identifying concrete crack

- width with images acquired by unmanned aerial vehicles [J]. China Civil Engineering Journal, 2019, 52(4): 56-65. (in Chinese)
- [2] 丁一宁, 马跃, 郝晓卫. 基于分形理论分析裂缝形态对纤维/混凝土渗透性的影响[J]. 复合材料学报, 2020, 37(2):1-12.  
DING Yining, MA Yue, HAO Xiaowei. Investigation on the effect of crack geometry on the permeability of fiber reinforced concrete based on fractal theory[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2020, 37(2): 1-12. (in Chinese)
- [3] HADJILEONTIADIS L J, DOUKAB E, TROCHIDISC A. Fractal dimension analysis for crack identification in beam structures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(3): 659-674.
- [4] 曹茂森, 任青文. 钢筋混凝土结构损伤检测的分形特征因子[J]. 土木工程学报, 2005, 38(12): 59-64.  
CAO Maosen, REN Qingwen. Damage detection of reinforced concrete structures based on fractal characteristic factor [J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(12): 59-64. (in Chinese)
- [5] ADHIKARI R S, MOSELHI O, BAGCHI A, et al. Tracking of defects in reinforced concrete bridges using digital images [J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2016, 30(5):1-15.
- [6] ISSA M A, ISLAM M S. Fractal dimension—a measure of fracture roughness and toughness of concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(1): 125-137.
- [7] MECHTCHERINE V. Fracture mechanical behavior of concrete and the condition of its fracture surface [J]. Cement and Concrete Research, 2009, 39(7): 620-628.
- [8] ERDEM S, BLANKSON M A. Fractal-fracture analysis and characterization of impact-fractured surfaces in different types of concrete using digital image analysis and 3D nanomap laser profilometry [J]. Construction and Building Materials, 2013, 40(2): 70-76.
- [9] 李艳艳, 戎贤, 王铁成. 高强箍筋混凝土梁裂缝分布的分形特征[J]. 工程力学, 2009, 26(S1): 72-76.  
LI Yanyan, RONG Xian, WANG Tiecheng. Fractal characteristics of crack distribution of concrete beams with high strength stirrup [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(S1): 72-76. (in Chinese)
- [10] 谢明, 吉延峻, 刘方. 型钢混凝土结构粘结界面的分形特性试验研究[J]. 硅酸盐通报, 2019, 38(2): 459-464.  
XIE Ming, JI Yanjun, LIU Fang. Study on fractal behavior between shape steel and concrete in SRC structure [J]. Bulletin of The Chinese Ceramic Society, 2019, 38(2): 459-464. (in Chinese)
- [11] 栾海洋, 范颖芳, 王大为, 等. 基于分形理论的CFRP布增强混凝土梁抗弯性能研究[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 160-168.  
LUAN Haiyang, FAN Yingfang, WANG Dawei, et al. Study on the flexural behavior of the CFRP-reinforced concrete beam with fractal theory [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(4): 160-168. (in Chinese)
- [12] 蒋赏, 徐港, 赵恬悦. 冻融损伤混凝土梁抗力性能演化的裂缝分形特征[J]. 水电能源科学, 2018, 36(1): 124-127.  
JIANG Shang, XU Gang, ZHAO Tianyue. Fractal characteristics of fracture resistance evolution of concrete beam subjected to freeze-thaw damage [J]. Water Resources and Power, 2018, 36(1): 124-127. (in Chinese)
- [13] 林燕清, 欧进萍. 混凝土多级等幅疲劳的变形发展规律试验研究[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 1999(1): 11-17.  
LIN Yanqing, OU Jinping. Experimental study on fatigue deformation of plain concrete under multi-stage constant amplitude loading [J]. Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture, 1999(1): 11-17. (in Chinese)
- [14] LOPES R, BETROUNI N. Fractal and multifractal analysis: a review [J]. Medical Image Analysis, 2009, 13(4): 634-649.
- [15] 汤红卫, 李士彬, 朱慈勉. 基于刚度下降的混凝土梁疲劳累积损伤模型的研究[J]. 铁道学报, 2007, 29(3): 84-88.  
TANG Hongwei, LI Shibin, ZHU Cimian. A fatigue cumulative damage model of RC beam based on stiffness degradation [J]. Journal of the China Railway Society, 2007, 29(3): 84-88. (in Chinese)



**第一作者简介:**何浩祥,男,1978年5月生,博士、教授。主要研究方向为结构健康监测和减震控制。曾发表《基于滑动统计特征的信号非平稳度评价和比较》(《振动、测试与诊断》2018年第4期)等论文。

E-mail: hhx7856@163.com