第 42 卷第 3 期
2022 年 6 月

振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

Vol. 42 No. 3
Jun.2022

DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2022.03.019

基于改进同步提取GST的结构瞬时频率识别*

王航航[1]，　张　健[2]，　袁平平[1]，　任伟新[3]

（1.江苏科技大学土木工程与建筑学院　镇江，212100）
（2.江苏科技大学船舶与海洋工程学院　镇江，212100）
（3.深圳大学土木与交通工程学院　深圳，518061）

摘要　为了提高结构振动响应信号时频分析及瞬时参数识别的精度，对广义 S 变换（generalized S-transform，简称 GST）进行改进，结合同步提取算法，提出了一种新形式的同步提取广义 S 变换。利用单自由度 Duffing 非线性系统和两层剪切框架结构模型的数值算例验证了该方法的正确性。设计时变拉索试验，分别采集结构在线性和正弦拉力变化下的加速度响应信号，利用改进同步提取广义 S 变换对信号进行瞬时频率识别，进一步验证了该方法的准确性。数值模拟和试验结果表明，该方法能有效识别非线性结构和时变结构的瞬时频率，具有较好的稳定性。

关键词　时变信号；瞬时频率；改进同步提取广义 S 变换；参数优化；时频分析
中图分类号　TN911.6；TU311.3

引　言

在实际工程中，由于结构的质量、刚度和阻尼等参数随着时间变化，所以其响应一般为非平稳信号[1]。时频分析技术能较好地描述时间和频率之间的变化关系，是处理非平稳信号的有效方法。但是，经典的时频分析技术有其固有的缺点，例如：短时傅里叶变换[2]（short-time Fourier transform，简称 STFT）由于每个窗函数的宽度均不变，导致其在分析非平稳信号时的能力较差；Wigner-Ville 分布[3]（Wigner-Ville distribution，简称 WVD）在处理多分量信号时受到了交叉项的影响，频率波峰会产生虚假频率；对于非平稳信号，连续小波变换[4]（continuous wavelet transform，简称 CWT）在跟踪瞬时频率时会产生模糊的时频脊线。理想的时频脊线的能量更集中，没有交叉干扰项影响，可读性强[5]。Stockwell 等[6]结合 STFT 和 CWT 的优点，提出了 S 变换（S-transform，简称 ST），由于 ST 的窗函数固定不变，导致在实际应用中受到限制。文献[7-10]对其进行改进，提出了广义 S 变换。文献[8,10]对 GST 的窗函数进行改进，通过能量最大集中原理给出了 GST 窗函数的参数优化算法。Daubechies 等[11]提出同步挤压小波变换（synchro squeezed wavelet transform ，简称 SSWT），该方法能提高时频能量的集中度，并能进行信号重构，但时频分辨率较低。Chen 等[12]将 GST 和同步挤压变换（synchro squeeze transform，简称 SST）相结合，提出了同步挤压广义 S 变换（synchro squeezing generalized S-transform，简称 SSGST）。Yu 等[13]提出了同步提取变换（synchro extracting transform，简称 SET）。文献[14]对其不断改进，使 SET 时频分辨率显著提高。康佳星[15]将 GST 和 SET 相结合，提出了同步提取广义 S 变换（synchro extracting generalized S-transform，简称 SEGST），但没有给出窗函数的参数优化算法。

笔者对 GST 的窗函数进行了改进，根据能量集中度（concentration measure，简称 CM）选取窗函数的参数。结合 SET，提出了一种新的改进同步提取广义 S 变换（improved synchro extracting generalized S-transform，简称 ISEGST）。在数值模拟方面，对 Duffing 非线性结构和两层剪切框架结构模型的瞬时频率进行识别。在试验方面，设计拉索时变试验，对拉力线性变化和余弦变化时拉索的加速度响应信号进行瞬时频率识别。将 ISEGST 识别的频率与 SST，SET 识别的频率以及理论频率进行对比分析，来验证提出方法的有效性。

* 国家自然科学基金资助项目（51979130）；江苏省自然科学基金资助项目（BK20191460）；江苏省高等学校自然科学研究基金资助项目（20KJB560016）
收稿日期：2020-07-01；修回日期：2020-07-27

1 理论基础

1.1 ST及其改进

ST是STFT和CWT结合起来的一种时频分析方法，其特点是引入了宽度和频率成反比的高斯窗[6]，表达式为

$$S(\tau,f)=\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x(t)\mathrm{e}^{\frac{-(t-\tau)^2f^2}{2}}\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi ft}\mathrm{d}t \quad (1)$$

其中：$S(\tau,f)$为ST；$x(t)$为原始信号。

当对$S(\tau,f)$的τ进行积分，得到信号的傅里叶变换，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty}S(\tau,f)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-(t-\tau)^2f^2}{2}}\mathrm{d}\tau\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi ft}\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi ft}\mathrm{d}t=X(f) \quad (2)$$

ST可看作是对信号$x(t)$的傅里叶谱的变换

$$S(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[H(\alpha+f)\,\mathrm{e}^{\frac{-2\pi^2\alpha^2}{f^2}}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\alpha\tau}\mathrm{d}\alpha \quad (3)$$

$$H(\alpha+f)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi(f+\alpha)t}\mathrm{d}t \quad (4)$$

其中：$H(\alpha+f)$为信号$x(t)$的傅里叶谱。

$g(t,f)$对应的频域表达式为

$$G(\alpha,f)=\mathrm{e}^{\frac{-2\pi^2\alpha^2}{f^2}} \quad (5)$$

ST具有完全可逆性，其逆变换为

$$x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}S(\tau,f)\mathrm{d}\tau\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi f\tau}\mathrm{d}f \quad (6)$$

在ST中，令$\sigma(f)=1/\lambda|f|^p$，则GST表示为

$$\mathrm{GST}(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x(t)\frac{\lambda|f|^p}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-\lambda^2f^{2p}(t-\tau)^2}{2}}\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi ft}\mathrm{d}t \quad (7)$$

文献[8,10]分别令$\sigma(f)=\frac{mf^p+k}{f^r}$和$\sigma(f)=\frac{m}{p+f^r}$来改进窗函数，但上述方法只能通过$f^p$或$f^r$描述$\sigma(f)$，未涉及到各阶次。基于上述原因，令$\sigma(f)=1/m(f+p)^r$，该方法可以通过$\{f^r,f^{r-1},f^{r-2},\cdots,f,f^0\}$对$\sigma(f)$进行描述。$g(t)$可表示为

$$g(t)=\frac{m(f+p)^r}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-m^2(f+p)^{2r}t^2}{2}} \quad (8)$$

将改进后的窗函数代入ST，得到改进广义S变换(improved generalized S-transform，简称IGST)的表达式为

$$\mathrm{IGST}(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x(t)\frac{m(f+p)^r}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-m^2(f+p)^{2r}(t-\tau)^2}{2}}\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi ft}\mathrm{d}t \quad (9)$$

其中：m,p,r为调节因子，用来调解窗函数的大小。

当$m=1,p=0,r=1$时，IGST为传统的ST。在改进的窗函数中，$g(t,f)$对应的频域表达式为

$$G(\alpha,f)=\mathrm{e}^{\frac{-2\pi^2\alpha^2}{m^2(f+p)^{2r}}} \quad (10)$$

IGST在频域的表达式为

$$\mathrm{IGST}(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[H(\alpha+f)\,\mathrm{e}^{\frac{-2\pi^2\alpha^2}{m^2(f+p)^{2r}}}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\alpha\tau}\mathrm{d}\alpha \quad (11)$$

1.2 同步提取算法

根据SET原理[13]，只需保留时频脊线附近的能量，剔除其余发散能量，则ISEGST为

$$\mathrm{ISEGST}(\tau,f)=\mathrm{IGST}(\tau,f)\cdot\delta(f-\omega_i(t,f)) \quad (12)$$

其中：δ为同步提取算子。

$$\delta(f-\omega_i(t,f))=\begin{cases}1 & (f=\omega_i(t,f))\\ 0 & (f\neq\omega_i(t,f))\end{cases} \quad (13)$$

由式(13)可知，需要利用$\mathrm{IGST}(\tau,f)$来计算每一时频系数对应的瞬时频率[12]$\omega_i(t,f)$

$$\omega_i(\tau,f)=\begin{cases}f+\dfrac{\mathrm{i}\partial_\tau\mathrm{IGST}(\tau,f)}{2\pi\mathrm{IGST}(\tau,f)} & (|\mathrm{IGST}(\tau,f)|>0)\\ \infty & (|\mathrm{IGST}(\tau,f)|=0)\end{cases} \quad (14)$$

由式(14)可得

$$f-\omega_i(t,f)=-\frac{\mathrm{i}\partial_\tau\mathrm{IGST}(\tau,f)}{2\pi\mathrm{IGST}(\tau,f)} \quad (15)$$

其中：

$$\partial_\tau\mathrm{IGST}(\tau,f)=\frac{\partial\mathrm{IGST}(\tau,f)}{\partial\tau}=\mathrm{i}2\pi\int_{-\infty}^{+\infty}\left[X(\alpha+f)\,\alpha\,\mathrm{e}^{\frac{-2\pi^2\alpha^2}{m^2(f+p)^{2r}}}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\alpha\tau}\mathrm{d}\alpha \quad (16)$$

考虑到实际情况的计算误差，同步提取算子δ的计算式为

$$\delta(f-\omega_i(t,f))=\begin{cases}1 & \left(\left|\mathrm{Re}\left(-\dfrac{\mathrm{i}\partial_\tau\mathrm{IGST}(\tau,f)}{2\pi\mathrm{IGST}(\tau,f)}\right)\right|<\dfrac{\Delta f}{2}\right)\\ 0 & \left(\left|\mathrm{Re}\left(-\dfrac{\mathrm{i}\partial_\tau\mathrm{IGST}(\tau,f)}{2\pi\mathrm{IGST}(\tau,f)}\right)\right|\geqslant\dfrac{\Delta f}{2}\right)\end{cases} \quad (17)$$

ISEGST的计算式为

$$\mathrm{ISEGST}(\tau,f)=\begin{cases}\mathrm{IGST}(\tau,f) & \left(\left|\mathrm{Re}\left(-\dfrac{\mathrm{i}\partial_\tau \mathrm{IGST}(\tau,f)}{2\pi \mathrm{IGST}(\tau,f)}\right)\right|<\dfrac{\Delta f}{2}\right)\\ 0 & \left(\left|\mathrm{Re}\left(-\dfrac{\mathrm{i}\partial_\tau \mathrm{IGST}(\tau,f)}{2\pi \mathrm{IGST}(\tau,f)}\right)\right|\geqslant\dfrac{\Delta f}{2}\right)\end{cases} \tag{18}$$

其中：$\Delta f=f_i-f_{i-1}$，表示频率间隔，本研究中频率间隔为1。

由于ISEGST的计算结果是基于IGST的，所以计算结果也取决于IGST的时频聚集性是否理想。

2　数值模拟

2.1　自由振动下的非线性结构

为了研究该方法在分析非平稳信号时的能力，采用经典的单自由度Duffing方程来模拟非线性结构的振动

$$\ddot{x}+0.04\dot{x}+x+0.01x^3=0 \tag{19}$$

初始条件 $x_0=10$，$\dot{x}=0$，采用Runge-Kutta法求得结构位移响应，时长 $t=150$ s，间隔 $\Delta t=0.1$ s。Duffing系统的位移响应如图1所示。

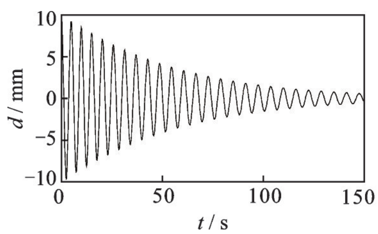

图1　Duffing系统的位移响应

Fig.1　Displacement response of Duffing system

在IGST中，通过优化算法得到 $m=3$，$p=2.163$，$r=0.619$。图2为Duffing系统位移响应的时频图。该信号的瞬时频率在振动的初始阶段由0.21 Hz逐渐下降，最后趋于水平，稳定在0.16 Hz。这说明在初始阶段由于结构的位移大、能量高、非线性程度强，故频率变化较快。随着结构响应的减弱，频率和能量也随之减弱，导致时频图的能量脊线开始弱化。SST，SET和ISEGST的变化趋势基本一致，但SST在结构振动初始阶段出现了毛刺。

通过极值法提取瞬时频率如图3所示。可以看出，SET和ISEGST在端点处频率的识别存在一定差异，但与理论值较为接近，而SST的毛刺现象较为严重，不能有效识别其频率。整体而言，SET和ISEGST的处理结果更为理想。

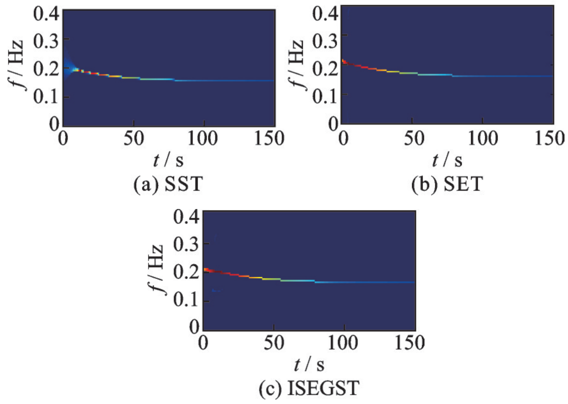

图2　Duffing系统位移响应的时频图

Fig.2　Time-frequency diagram of displacement reponse of Duffing system

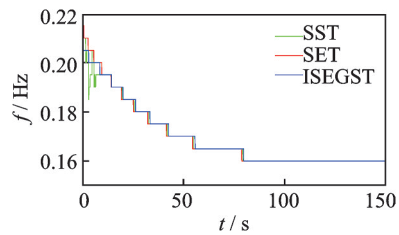

图3　Duffing系统位移响应的瞬时频率

Fig.3　Instantaneous frequency of displacement reponse of Duffing system

2.2　强迫振动下两层框架剪切模型

为了验证该方法对多自由度体系频率识别的可行性，采用如图4所示的两层剪切框架结构进行验证。表1为该结构的具体参数。

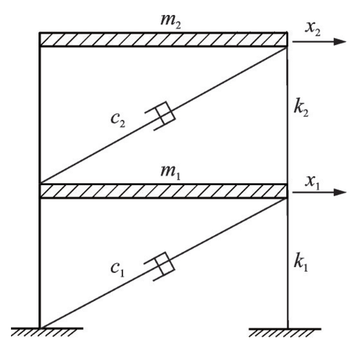

图4　两层剪切框架结构

Fig.4　Two-layer shear frame structure

表1　两层剪切框架结构具体参数

Tab.1　Parameters of two-layer shear frame struure

层　号	质量/kg	阻尼系数/(kN·s·m^{-1})	初始刚度/(kN·m^{-1})
第1层	2.75×10^5	5.58×10^2	2.5×10^5
第2层	1.63×10^5	1.65×10^2	1.25×10^5

相应的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1+(c_1+c_2)\dot{x}_1-c_2\dot{x}_2+(k_1+k_2)x_1-k_2x_2=f_1 \\ m_2\ddot{x}_2-c_2\dot{x}_1+c_2\dot{x}_2-k_2x_1+k_2x_2=f_2 \end{cases} \tag{20}$$

其中：刚度满足以下条件，即

$$k_1=\begin{cases} 2.5\times10^5 & (0\leqslant t<4) \\ \left[2.5-0.06(t-4)-0.1\sin\left[\frac{\pi}{2}(t-4)\right]\right]10^5 & (4\leqslant t<16) \\ 1.78\times10^5 & (16\leqslant t<30) \end{cases}$$

$$k_2=\begin{cases} 1.25\times10^5 & (0\leqslant t<4) \\ [1.25-0.15(t-4)]10^5 & (4\leqslant t<8) \\ 0.65\times10^5 & (8\leqslant t<30) \end{cases}$$

采用1940年EL-Centro地震波和对该框架结构进行激励，并用Runge-Kutta法求得结构的位移、速度及加速度响应。其中，采样频率为50 Hz，采样时间为30 s。第1层结构位移响应如图5所示。对第1层结构位移进行时频分析，通过优化算法得到IGST的参数为$m=3$，$p=2.144$，$r=0.625\,8$。图6为EL-Centro地震波激励下的时频图。图7为EL-Centro地震波激励下的频率识别结果。

通过对比发现：SST，SET和ISEGST的时频分析结果与理论频率基本保持一致；通过极值法对SST，SET和ISEGST进行脊线提取，可以看出SST的毛刺效应明显，SET和ISEGST的结果更为光滑；在时频图的端点处，ISEGST的处理结果更为理想。综上所述，ISEGST能够对刚度变化的结构进行较为准确的频率识别，是一种可行的时频分析方法。

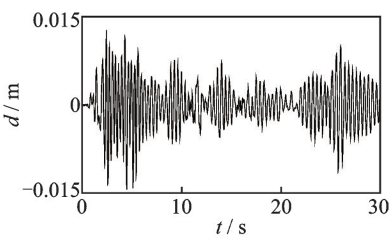

图5　EL-Centro地震波激励下第1层位移响应

Fig.5　Displacement response of the first layer under EL-Centro earthquake

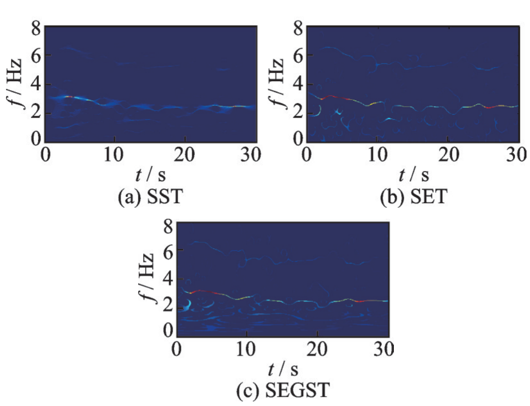

图6　EL-Centro地震波激励下的时频图

Fig.6　Time-frequency diagram under EL-Centro earthquake

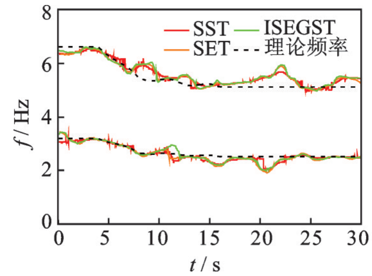

图7　EL-Centro地震波激励下的频率识别结果

Fig.7　Frequency identification result under EL-Centro earthquake

3　试　验

为了验证ISEGST算法在实际结构中频率识别的准确性，设计了一个刚度随时间变化的拉索结构进行试验验证[16]。该结构一端固定在反力架上，另一端施加拉力，在拉索中间安装加速度传感器，采样频率为600 Hz。在试验过程中用冲击锤敲击拉索并采集数据。拉索是长度$L=4.55$ m的钢绞线，规格为7Φ5，弹性模量$E=1.95\times10^5$ MPa，截面面积$A=1.374\times10^{-4}$ m^2。试验通过改变施加在钢索上的拉力进而改变结构的刚度，试验前会对拉索施加预拉力。

为了近似得到理论频率的曲线，首先，测出各恒定拉力作用下结构的振动响应，通过峰值法求解各拉力作用下的基频，得到拉力与基频之间的关系；然后，根据时间、拉力、基频的对应关系，通过三次样条插值法拟合出时间与基频的近似关系曲线，即理论频率脊线。试验分别施加随时间线性变化和正弦变换的2种拉力，采集时变结构的振动响应，利用SST，SET和ISEGST这3种方法进行对比分析，并与得到的理论结果进行对比，以验证ISEGST在结构瞬时频率识别时的准确性。图8为试验设计图。图9为拉索试验装置图。

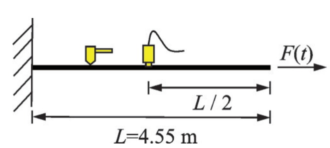

图8　试验设计图

Fig.8　Test design

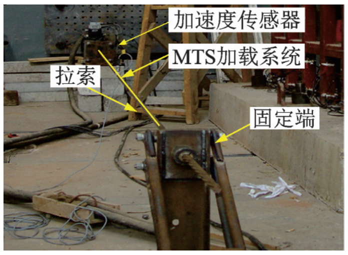

图 9　拉索试验装置

Fig.9　Cable test device

3.1　拉力随时间线性变化

在拉索上施加线性变化的拉力，起始拉力为20 kN，增加速度为1.67 kN/s，同时用冲击锤锤击拉索，采集加速度信号，采集时间为6 s。实测线性变化的拉力如图10所示，其加速度响应如图11所示。

在IGST中，通过优化算法得到$m=2.901\,5$，$p=2.272\,3$，$r=0.475\,1$。图12为拉力线性变化的时频图。在试验初始阶段，由于振幅大，能量脊线明显，到后期信号衰弱，信号的幅值变小，信噪比减小，能量脊线会减弱。通过图12(a)看出，SST在端点处的识别效果较差；对比图12(b)，(c)发现，SET和ISEGST识别效果差别不大，能够达到时频分析的效果。

图13为拉力线性变化的频率识别结果。可以看出，SST在端点处的频率识别有毛刺现象，识别效果不如SET和ISEGST，而ISEGST和SET的提取结果与理论值更为接近。试验结果表明，ISEGST的提取结果与理论值基本保持一致，且与其他时频分析结果相差不大，可用于拉力线性变化结构的频率识别。

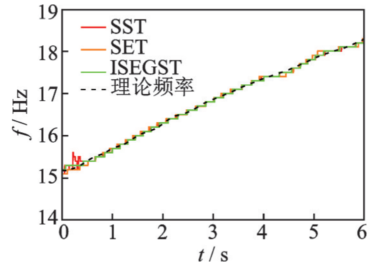

图 13　拉力线性变化的频率识别结果

Fig.13　Frequency identification result under linear change of tension

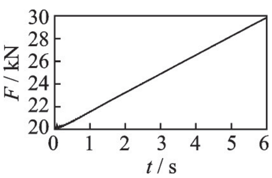

图 10　实测线性变化的拉力

Fig.10　Measured linear changing tension

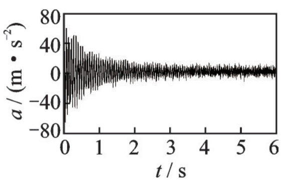

图 11　拉力线性变化的加速度响应

Fig.11　Acceleration response under linear change of tension

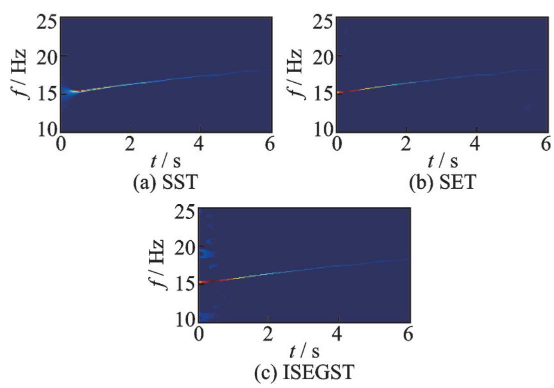

图 12　拉力线性变化的时频图

Fig.12　Time-frequency diagram under linear change of tension

3.2　拉力随时间正弦变化

对拉索施加正弦变化的拉力，误差为±4 kN，并用冲击锤锤击拉索，测得正弦变化的拉力如图14所示，其加速度响应曲线如图15所示。

采用同样的方法进行时频分析，在IGST中，通过优化算法得到$m=2.747\,8$，$p=2.044\,2$，$r=0.520\,2$。图16为拉力正弦变化的时频图。拉力正

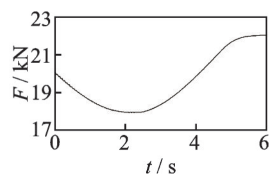

图 14　实测正弦变化的拉力

Fig.14　Measured force under sinusoidal change of tension

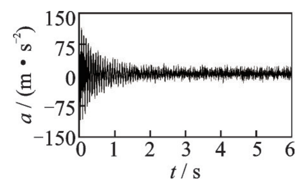

图 15　拉力正弦变化的加速度响应

Fig.15　Acceleration response under sinusoidal change of tension

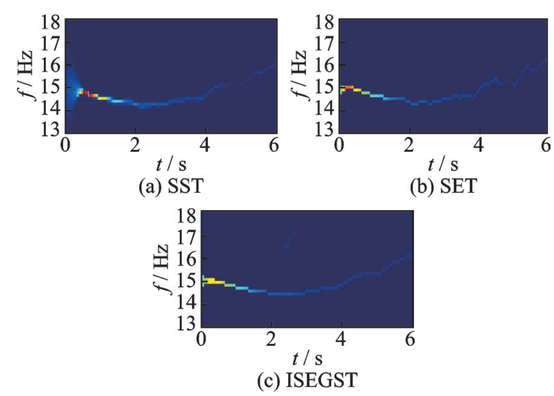

图 16　拉力正弦变化的时频图

Fig.16　Time-frequency diagram under sinusoidal change of tension

弦变化的频率识别结果如图 17 所示。可见,ISEGST,SET 和 SST 的结果与理论结果基本保持一致,能有效识别拉力正弦变化结果的频率,但 ISEGST 的识别结果波动更小,平滑性更高。

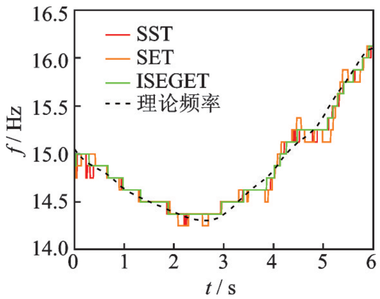

图 17 拉力正弦变化的频率识别结果

Fig.17 Frequency identification result under sinusoidal change of tension

4 结 论

1) 结合能量集中度,所提出方法可通过参数优化算法直接得到 IGST 中窗函数的参数,计算效率显著提高。

2) ISEGST 兼顾了 GST 和 SET 的优势,提高了时频能量的聚集性,识别出的时频曲线更加清晰。数值模拟和试验结果表明,该方法能有效识别非线性结构和时变结构的瞬时频率,是一种可行的时频分析方法。

参 考 文 献

[1] 刘景良,郑锦仰,郑文婷,等.基于改进同步挤压小波变换识别信号瞬时频率[J].振动、测试与诊断,2017,37(4):814-821.
LIU Jingliang, ZHENG Jinyang, ZHENG Wenting, et al. Instantaneous frequency identification based on improved synchrosqueezing wavelet transform[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(4): 814-821. (in Chinese)

[2] ZHU X, ZHANG Z, GAO J, et al. Two robust approaches to multicomponent signal reconstruction from STFT ridges[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 115: 720-735.

[3] DJUROVIC I, STANKOVIC L. An algorithm for the Wigner distribution based instantaneous frequency estimation in a high noise environment [J]. Signal Processing, 2004, 84(3): 631-643.

[4] YANG Y, PENG Z, ZHANG W, et al. Parameterised time-frequency analysis methods and their engineering applications: a review of recent advances [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 119: 182-221.

[5] ZHU X, ZHANG Z, GAO J, et al. Synchroextracting chirplet transform for accurate IF estimate and perfect signal reconstruction [J]. Digital Signal Processing, 2019, 93: 172-186.

[6] STOCKWELL R G, MANSINHA L, LOWE R. Localization of the complex spectrum: the S-transform [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 998-1001.

[7] LI D, CASTAGNA J, GOLOSHUBIN G. Investigation of generalized S-transform analysis windows for time-frequency analysis of seismic reflection data[J]. Geophysics, 2016, 81(3): V235-V247.

[8] MOUKADEM A, BOUGUILA Z, OULD-ABDESLAM D, et al. A new optimized Stockwell transform applied on synthetic and real non-stationary signals [J]. Digital Signal Processing, 2015, 46: 226-238.

[9] XUE W, ZHU J, RONG X, et al. The analysis of ground penetrating radar signal based on generalized S-transform with parameters optimization [J]. Journal of Applied Geophysics, 2017, 140: 75-83.

[10] ZIDELMAL Z, HAMIL H, MOUKADEM A, et al. S-transform based on compact support kernel[J]. Digital Signal Processing, 2017, 62: 137-149.

[11] DAUBECHIES I, LU J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2): 243-261.

[12] CHEN H, LU L, XU D, et al. The synchrosqueezing algorithm based on generalized S-transform for high-precision time-frequency analysis[J]. Applied Sciences, 2017, 7(8): 769.

[13] YU G, YU M, XU C. Synchroextracting transform [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 8042-8054.

[14] CHEN P, WANG K, ZUO M J, et al. An ameliorated synchroextracting transform based on upgraded local instantaneous frequency approximation[J]. Measurement, 2019, 148: 106953.

[15] 康佳星.同步提取变换算法的改进研究及其在地震信号分析中的应用[D]. 成都:成都理工大学,2018.

[16] WANG C, REN W X, WANG Z C, et al. Instantaneous frequency identification of time-varying structures by continuous wavelet transform [J]. Engineering Structures, 2013, 52: 17-25.

第一作者简介:王航航,男,1994 年 4 月生,硕士生。主要研究方向为结构参数识别。
E-mail:justwanghh@163.com

通信作者简介:袁平平,男,1989 年 3 月生,博士、讲师。主要研究方向为结构参数识别及模型修正。
E-mail:yuanpingping@just.edu.cn