

基于稀疏表示以及图谱理论的故障诊断方法*

刘新厂¹, 林建辉², 陈春俊^{2,3}, 孙琦²

(1. 成都工业学院汽车与交通学院 成都, 644000)

(2. 西南交通大学机械工程学院 成都, 610031)

(3. 轨道交通运维技术与装备四川省重点实验室 成都, 610031)

摘要 针对图傅里叶变换(graph Fourier transform, 简称GFT)方法在提取轮对轴承故障特征信号的过程中, 将信号中包含的部分噪声成分提取出来, 从而对故障诊断结果产生影响这一问题, 提出了一种基于稀疏表示以及图谱理论相结合的轮对轴承故障诊断方法。首先, 根据具有局部损伤的滚动轴承振动信号特点构造合适的过完备字典库; 其次, 采用正交匹配追踪法求解系数实现对振动信号的稀疏表示; 最后, 通过图傅里叶变换方法将信号中含有的冲击分量集中到图谱域的高阶区域, 从而对轮对轴承故障进行诊断。通过仿真数据以及试验数据处理结果, 对提出方法的有效性进行了验证。

关键词 轮对轴承; 稀疏表示; 图傅里叶变换; 故障诊断
中图分类号 TH133

引言

为了保证列车的正常行驶, 需要对轮对轴承故障进行检测与诊断^[1-2]。文献[3]采用傅里叶变换方法对振动信号进行频谱分析, 但实际采集到的振动信号大多为非平稳信号。文献[4]采用小波变换以及改进的小波变换方法对非平稳信号进行分析, 取得了一定成果。由于小波变换及其改进算法在分析非平稳信号时, 太过依赖母小波的选取, 故文献[5]提出了经验模态分解(empirical mode decomposition, 简称EMD), 该方法在旋转机械故障诊断中取得了很好的结果^[6]。Liu等^[7]基于EMD和最小二乘支持向量机(least squares support vector machines, 简称LS-SVM), 实现了对轴承故障的检测。为了解决EMD过程中存在的缺陷, 学者们对其进行改进, 提出了集合经验模态分解(ensemble empirical mode decomposition, 简称EEMD)算法^[8]、互补集合经验模态分解(complementary ensemble empirical mode decomposition, 简称CEEMD)^[9]以及自适应白噪声的完整经验模态分解(complementary ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, 简称CEEMDAN)^[10]。

对非平稳信号进行分析的算法包括: 局部均值

分解(local mean decomposition, 简称LMD)^[11]、经验小波变换(empirical wavelet transform, 简称EWT)^[12]和变分模态分解(variational mode decomposition, 简称VMD)^[13]算法。Cheng等^[14]运用LMD方法进行旋转机械故障诊断。Liu等^[15]将局部均值分解与多尺度熵算法相结合进行轴承故障诊断。EMD, EEMD, LMD采用数据驱动的方法进行信号分析, 没有考虑故障特征的具体形式。EWT通过建立自适应小波基对信号进行分解, 增加了信号中故障特征的匹配能力。Cao等^[16]应用EWT对轮对轴承故障进行诊断。Pan等^[17]提出了一种基于EWT的经验小波变换算法。VMD较好地解决了EMD过程中产生的模态混叠以及误分类问题^[18]。Zhang等^[19]采用VMD方法对轴承故障进行检测。但是, 当背景噪声过大时, 不能获得准确的模态分解层数, 从而导致信号的丢失以及过分解问题。

图谱理论在流形学习以及图信号处理领域取得了巨大进展^[20]。Ou等^[21]利用GFT方法提取旋转轴承振动信号中的冲击成分, 实现了轴承故障检测。但是, 当信号中含有较强的噪声时, 经GFT提取到的冲击成分受到噪声影响, 影响分析结果。目前, 稀疏表示算法在图像处理^[22]、语音识别^[23]以及压缩感

* 国家自然科学基金资助项目(51975487); 轨道交通运维技术与装备四川省重点实验室开放基金资助项目(2020YW003, 2019 YW003); 成都工业学院引进人才科研启动项目(2021RC003)

收稿日期: 2020-07-11; 修回日期: 2020-11-04

知^[24]方面取得了巨大进展,一些学者开始将稀疏表示算法应用到信号去噪问题上^[25]。基于以上原因,笔者提出了一种基于稀疏表示以及图谱理论相结合的轮对轴承故障诊断方法。

1 GFT 以及稀疏表示理论

1.1 稀疏表示理论

Mallet等^[26]提出信号稀疏表示理论,其基本思想是从过完备字典库中选取一定数量的原子对信号进行重组,从而得到信号更为简洁的表达方式。该方法广泛应用于信号的压缩和编码。其基本原理为:任意向量 $x \in \mathbf{R}^n$ 都可以表示为 $x = D\alpha$,其中: $D \in \mathbf{R}^{n \times q}$,为字典矩阵; $\alpha \in \mathbf{R}^q$,为稀疏系数向量^[27]。

稀疏系数向量 α 的优化求解方程为

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_0 \text{ subject to } \|x - D\alpha\|_2^2 \leq \epsilon \quad (1)$$

其中: $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数; $\epsilon \geq 0$,为近似稀疏的容差。

1.1.1 字典的构建

笔者对具有局部损伤的滚动轴承信号进行分析,过完备稀疏字典的原子用单自由度二阶系统单位脉冲响应函数来描述。字典原子 $d_y \in \mathbf{R}^n$ ($y=1, 2, \dots, q$),为字典 D 中的任意一列,其表达式为

$$d_y(t) = \exp\left[\frac{-2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} f_d(t-\tau)\right] \sin[2\pi f_d(t-\tau)] \quad (t \geq \tau) \quad (2)$$

其中: f_d 为轴承和传感器系统的固有阻尼频率; ζ 为系统的阻尼比; τ 为冲击响应产生时刻。

1.1.2 稀疏系数的求解

本研究稀疏系数求解算法采用的是正交匹配追踪算法。假设采集到的信号为 y ,信号稀疏度为 K ,重构后的原子集合为 Φ ,稀疏系数向量 α 的 K 阶近似结果为 $\hat{\alpha}$,残差为 r ,索引集 Λ 用来存储残差和字典矩阵原子集中最大值对应的角标,初始残差 $r_0 = y$,索引集 $\Lambda_0 = \emptyset$,初始 $i=1$ 。稀疏系数求解过程如下。

1) 找出残差 r_{i-1} 和字典矩阵原子 d_j 集中最大值对应的角标 λ 的求解公式为

$$\lambda_i = \arg \max_{j=1,2,\dots,N} |\langle r_{i-1}, d_j \rangle| \quad (3)$$

2) 更新索引集 $\Lambda_i = \Lambda_{i-1} \cup \lambda_i$,重构后的原子集合 $\Phi_i = [\Phi_{i-1}, d_{\lambda_i}]$;

3) 由最小二乘法得到稀疏系数向量 α 的 K 阶近似结果,计算公式为

$$\hat{\alpha} = \arg \min \|y - \Phi_i \hat{\alpha}\|_2 \quad (4)$$

4) 通过式(5)更新残差 r_i

$$r_i = y - \Phi_i \hat{\alpha} \quad (i = i + 1) \quad (5)$$

5) 判断是否满足 $i > K$,如果满足,则停止迭代;否则重复上述过程。

1.2 图傅里叶变换理论

时间序列信号可运用路图信号 $G = \{V, E, W\}$ 进行表示。 $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_N\}$,为顶点的集合; N 为振动信号个数; $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_N\}$,为边的集合;顶点间的关系可通过一个邻接矩阵 W 表示。 w_{ij} 为邻接矩阵中第 i 行、第 j 列的元素,计算公式^[21]为

$$w_{ij} = \|v_i - v_j\| \quad (6)$$

图傅里叶变换理论的变换过程如下。

1) 将采集到的机械振动信号用路图信号 G 进行表达,求解出参数 V, E 和 W 。

2) 求解拉普拉斯矩阵 L ,其计算公式为

$$L = D - W \quad (7)$$

其中: D 为度对角矩阵; d_i 为顶点的度数。

拉普拉斯矩阵计算公式为

$$d_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij} \quad (8)$$

3) 为了求解拉普拉斯特征值 λ_l 以及特征向量 x_l ,需要对 L 进行标准正交分解,计算公式为

$$Lx_l = \lambda_l x_l \quad (l = 0, 1, \dots, N-1) \quad (9)$$

4) 图信号为一个向量,定义为 $f(n) \in \mathbf{R}^n$; $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\} \rightarrow \mathbf{R}^n(f(1), f(2), \dots, f(N))$ 。 $\hat{f}(l)$ 表示图信号 $f(n)$ 的图傅里叶变换,表达式为

$$\hat{f}(\lambda_l) = \langle f, x_l \rangle = \sum_{n=1}^N x_l(n) * f(n) \quad (l = 0, 1, \dots, N-1) \quad (10)$$

均方根为0.3的高斯白噪声的时域图和GFT图谱如图1所示。从图1(b)可以看出,高斯白噪声具有高频聚集性。可见,振动信号中的冲击成分经GFT处理后,集中在图谱域的高阶次区域。但是,高斯白噪声信号经过GFT之后,也会有很多成分集中在图谱域的高阶区域,所以当信号中含有较强的噪声时,经GFT提取到的冲击成分会受到噪声的影响。基于以上原因,笔者将图谱理论以及稀疏表示方法相结合对轮对轴承故障进行诊断。

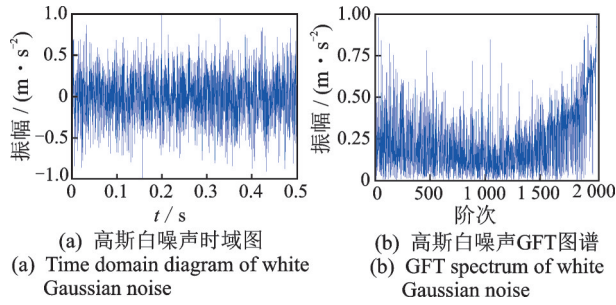


图1 均方根为0.3的高斯白噪声的时域图和GFT图谱
Fig.1 Time domain and GFT spectra of Gaussian white noise with root mean square of 0.3

2 轴承故障诊断流程

运用稀疏表示法对具有局部损伤的轮对轴承振动信号进行重构,采用GFT方法对信号进行处理,将信号中的脉冲分量集中在GFT图谱的高阶区域。通过对脉冲分量进行分析,获得故障频率,从而实现轮对轴承的故障诊断。轴承故障诊断流程如下。

1) 构造一个过完备字典。根据采集信号的特点,构造一个合适的过完备字典。本研究中过完备字典的字典原子如式(2)所示。

2) 稀疏系数求解。本研究中稀疏系数采用正交匹配追踪法求解。

3) 提取信号中的脉冲分量。利用GFT方法得到信号的图谱系数,利用图谱系数在GFT图谱的高阶区域重建不同的脉冲分量。

4) 基于这些脉冲分量对轮对故障进行诊断。计算脉冲分量的希尔伯特包络谱,获得包络谱值最大的脉冲分量。对冲击分量进行分析,检测出滚动轴承的故障频率,实现轴承故障诊断。

3 仿真

运用笔者提出的方法对仿真信号进行分析。仿真信号 $s(t)$ 为

$$s(t) = h(t) + x(t) + n(t) \quad (11)$$

其中: $x(t)$ 为谐波信号; $n(t)$ 为随机噪声信号。

文献[28]指出,具有局部故障的旋转轴承冲击信号 $h(t)$ 通过求解得到

$$h(t) = \sum_{m=0}^{M-1} B_m \exp[-\beta(t - mT)] \times \cos[2\pi f_{rc}(t - mT)] u(t - mT) \quad (12)$$

其中: $m=0, 1, \dots, M-1$,为脉冲信号中含有脉冲的个数; B_m 为第 m 个脉冲的幅值; T 为脉冲时间间隔; f_{rc} 为共振频率; β 为结构阻尼比; $u(t)$ 为单位阶跃函数。

谐波信号 $x(t)$ 为

$$x(t) = 0.5\sin(2\pi f_1 t) + 0.5\sin(2\pi f_2 t) \quad (13)$$

其中: f_1 和 f_2 为信号 $x(t)$ 的谐波信号频率。

仿真过程中总的采样点数为2 048,采样时间间隔为1/4 096,信号故障频率为 $f_c=1/T=50$ Hz。仿真信号含有24个脉冲,每个脉冲幅值为0.6,脉冲时间间隔为1/50,共振频率为420 Hz,结构阻尼比为1 200,谐波信号频率 f_1 和 f_2 分别为200和400。图2为仿真信号 $s(t)$ 的时域图以及希尔伯特包络谱。可以看到,信号 $x(t)$ 中的谐波成分明显,但转子轴承的冲击成分被淹没在噪声之中。

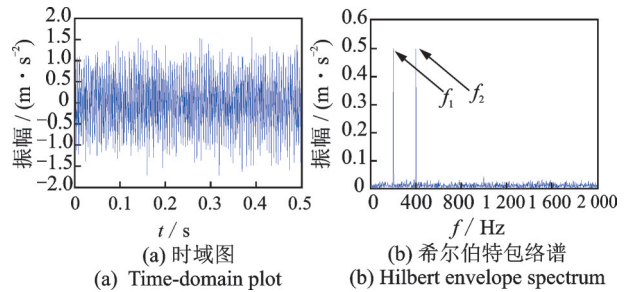


图2 仿真信号 $s(t)$ 的时域图以及希尔伯特包络谱
Fig.2 Time-domain plot and hilbert envelope spectrum diagram of simulation signal $s(t)$

构造稀疏表示字典对信号进行信号重组。图3为稀疏表征重构信号以及信号误差。

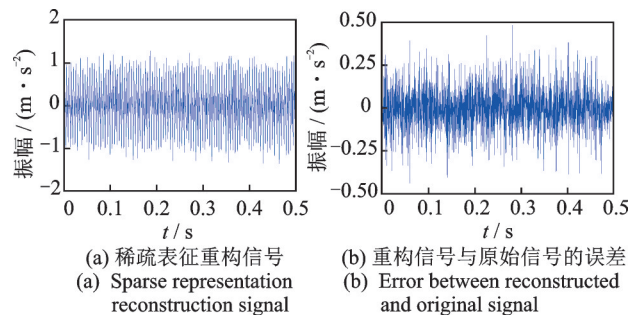


图3 稀疏表征重构信号以及信号误差
Fig.3 The signal error and the reconstructed signal

通过GFT算法对重构信号进行处理,得到图谱系数的倒序排列。图4为信号的图傅里叶变换图。

GFT图谱中的前 k 个特征向量重构可以获得 k 个冲击分量,本研究中 $k=200$ 。对 k 个冲击分量分别求解Hilbert包络谱,得到 k 个包络谱,并对故障特征频率处的包络谱值依次排序。特征频率处包络谱值的排序如图5所示。可以看出,当 $k=81$ 时,特征频率处的包络谱值最大。

特征频率处的包络谱值最大时对应的冲击分量为最终提取的故障冲击分量。图6为图傅里叶变换

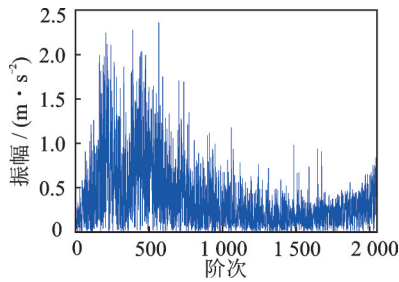


图 4 信号的图傅里叶变换图

Fig.4 Graph Fourier transform of signal

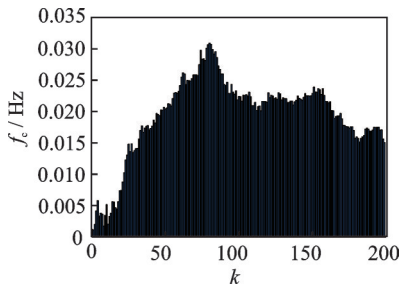


图 5 特征频率处包络谱值的排序

Fig.5 Sequence diagram of envelope spectrum values at characteristic frequencies

后重构信号的时频图。从图 6(b)中的局部放大图可以看到一个幅值为 0.030 89 的尖峰,此时频率值恰好为故障特征频率,信噪比为 0.0111。

图 7 为本研究方法对仿真信号处理后得到的故

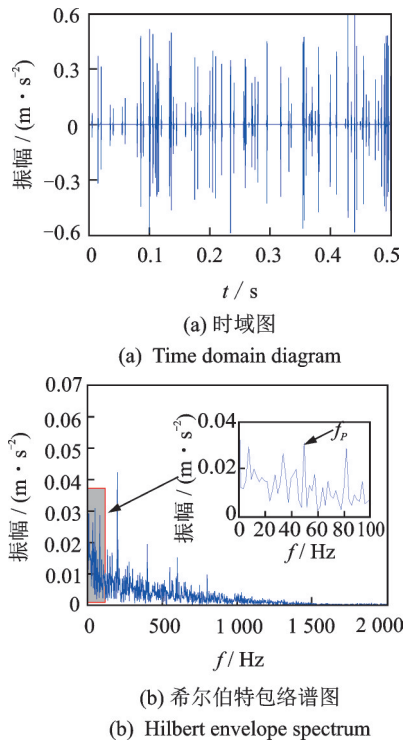


图 6 图傅里叶变换后重构信号的时频图

Fig.6 Time frequency diagram of reconstructed signal after Fourier transform

障冲击分量的时频图。对比图 6(a)、图 7(a)可以发现,用本研究方法得到的信号中含有的杂乱信号相对较少。从图 7(b)中的局部放大图可以看到一个幅值为 0.028 76 的尖峰,此时频率值恰好为故障特征频率,信噪比为 0.007 3。

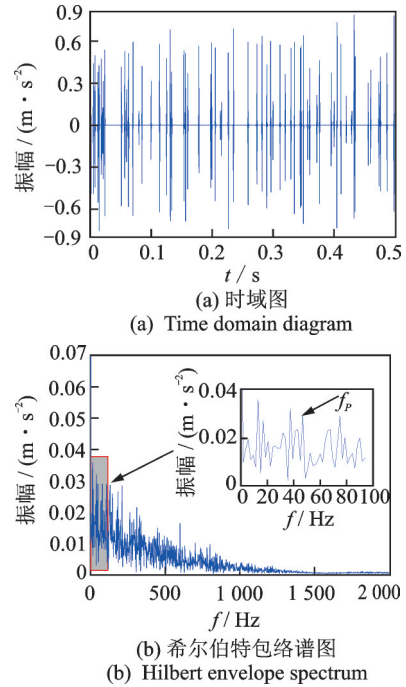
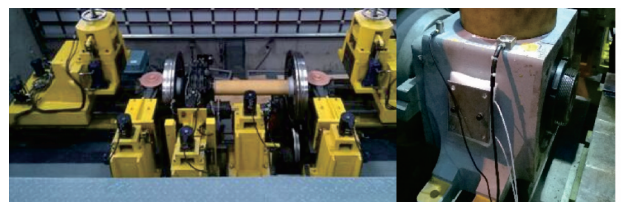


图 7 本研究方法对仿真信号处理后得到的故障冲击分量的时频图

Fig.7 The time domain diagram of fault impact component obtained after signal processing is processed by the fault diagnosis method of sparse representation and spectrum theory

4 试验

运用基于稀疏表示以及图谱理论的故障诊断方法对轮对轴承试验台上获得的轴箱振动加速度数据进行处理。轮对轴承试验台及传感器安装位置如图 8 所示。轴箱轴承外圈人工缺陷如图 9 所示。图 10 为轴箱振动加速度的时域图以及频谱图。



(a) 轮对轴承试验台 (b) 轮对轴承试验台传感器
(a) Wheel set bearing test bench (b) Wheel set bearing test bed sensor

图 8 轮对轴承试验台及传感器安装位置

Fig.8 Wheel set bearing test bench and installation position diagram of sensor



图 9 轮对轴承外圈人工缺陷

Fig.9 Artificial defect of outer ring of wheel set bearing

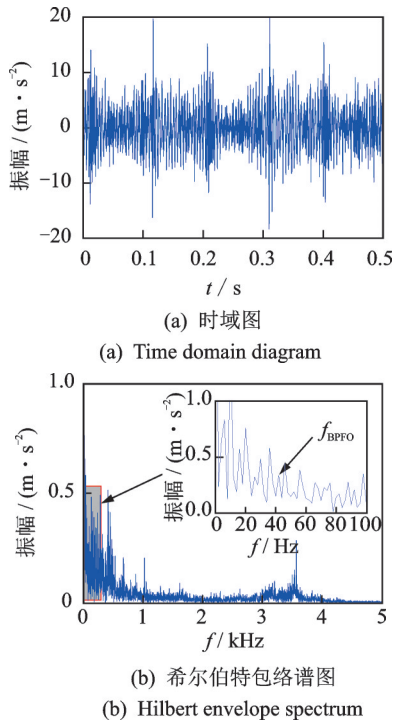


图 10 轴箱振动加速度的时域图以及频谱图

Fig.10 Time domain and spectrum diagram of vibration acceleration of axle box

运用本研究方法对轴箱振动加速度信号进行处理。稀疏表征结果以及与原始信号误差如图 11 所示。

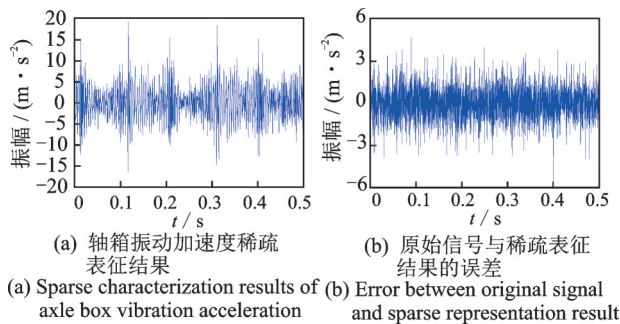


图 11 稀疏表征结果以及与原始信号误差

Fig.11 Error between sparse characterization results and original signal

含有外圈故障的轴箱轴承故障频率 f_{BPFO} 为

$$f_{BPFO} = \frac{N_b}{2} \left(1 - \frac{B_d}{P_d} \cos \phi \right) f_0 \quad (14)$$

其中: N_b 为轴承滚子个数; P_d 为节圆直径; B_d 为滚动体直径; ϕ 为接触角。

试验台所用轴承的滚子个数为 19, 滚子直径为 26.9 mm, 分度圆直径为 180 mm, 接触角为 0.157 1 rad。

重构信号的图傅里叶变换如图 12 所示。冲击分量通过特征向量进行重构, 得到的冲击分量个数为 200。对 200 个冲击分量分别求解 Hilbert 包络谱, 得到各自的包络谱。对故障特征频率处的包络谱值依次排序。特征频率处包络谱值的排序如图 13 所示。可以看到, 当 $k=116$ 时, 特征频率处的包络谱值最大。

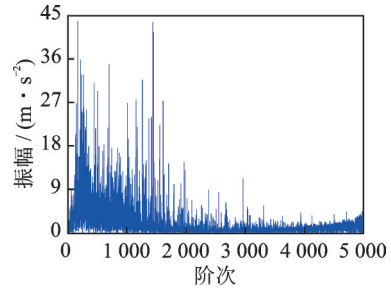


图 12 重构信号的图傅里叶变换

Fig.12 Graph Fourier transform of reconstructed signal

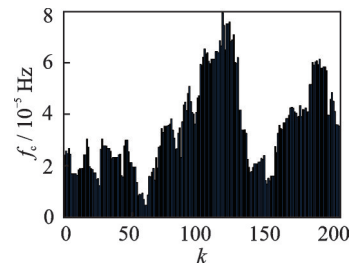


图 13 特征频率处包络谱值排序

Fig.13 Sorting diagram of envelope spectrum values at characteristic frequency

图 14 为 $k=116$ 时故障冲击信号的时频图。从图 14(b) 中可以看到一个幅值为 0.125 2 的尖峰, 尖峰对应的频率为故障特征频率, 此时的信噪比为 0.009 2。

图 15 为本研究方法对试验数据处理后得到的故障冲击分量的时频图。对比图 14(a)、图 15(a) 发现, 用本研究方法得到的信号中含有的杂乱信号相对较少。从图 15(b) 中的局部放大图可以看到, 在故障特征频率处的信噪比为 0.008 1。通过对比发现, 本研究方法可以凸显故障频率, 并且提高故障冲击分量的信噪比。

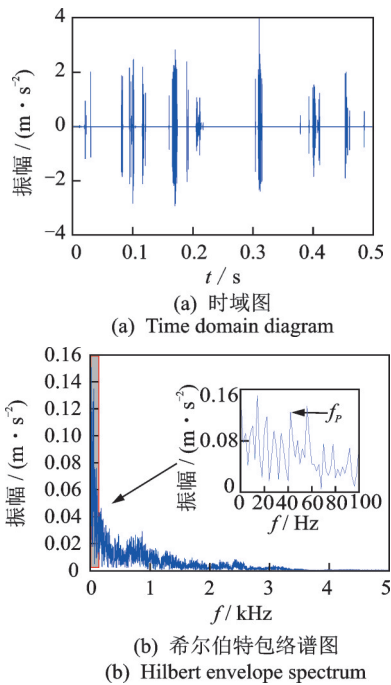


图14 $k=116$ 时故障冲击信号的时频图
Fig.14 Time frequency diagram of fault impulse signal when $k=116$

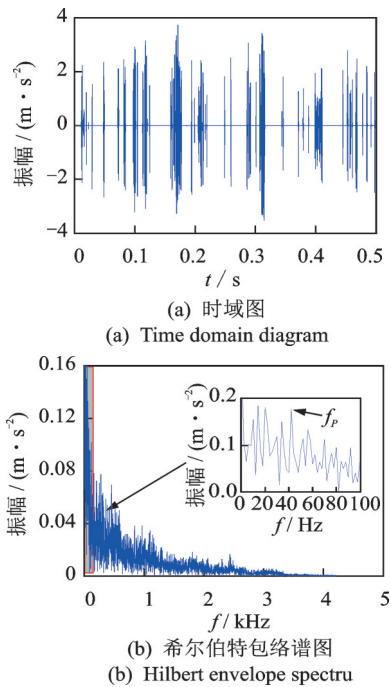


图15 本研究方法对试验数据处理后得到的故障冲击分量的时频图
Fig.15 The time-frequency diagram of the fault impact component obtained from the experimental data using the fault diagnosis method based on sparse representation and spectrum theory

5 结束语

采用稀疏表示重组信号,增强信号中的微弱故

障成分。对于冲击信号的高频聚集性,利用GFT方法提取信号中的冲击信号成分。运用基于稀疏表示以及图谱理论的故障诊断方法对仿真信号以及试验台采集信号进行处理。可以看出,所提出方法能够凸显故障信号并提高故障频率信号的信噪比。

参 考 文 献

- [1] LI Z P, CHEN J L, ZI Y Y, et al. Independence-oriented VMD to identify fault feature for wheel set bearing fault diagnosis of high speed locomotive [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 85: 512-529.
- [2] DING J M, ZHAO W T, MIAO B R, et al. Adaptive sparse representation based on circular-structure dictionary learning and its application in wheelset-bearing fault detection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 111:399-422.
- [3] KANKAR P, SHARMA S, HARSHA S. Rolling element bearing fault diagnosis using wavelet transform [J]. Neurocomputing, 2011, 74: 1638-1645.
- [4] SUN H L, HE Z J, ZI Y Y, et al. Multiwavelet transform and its applications in mechanical fault diagnosis - a review FEB 3 [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 43(1/2): 1-24.
- [5] HUANG E, SHEN Z, LONG S, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society A, 1998, 454(1971): 903-995.
- [6] DYBAŁA J, ZIMROZ R. Rolling bearing diagnosing method based on empirical mode decomposition of machine vibration signal [J]. Applied Acoustics, 2014, 77: 195-203.
- [7] LIU X F, BO L, LUO H I. Bearing faults diagnostics based on hybrid LS-SVM and EMD method [J]. Measurement, 2015, 59: 145-166.
- [8] WU Z, HUANG E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1): 1-41.
- [9] YEH J, SHIEH J, HUANG E. Complementary ensemble empirical mode decomposition: a novel noise enhanced data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2010, 2(2): 135-156.
- [10] TORRES M, COLOMINAS M, SCHLOTTHAUER G, et al. A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise [C] //Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2011 IEEE

- International Conference. [S.l.]: IEEE, 2011: 4144-4147.
- [11] SMITH J. The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2005, 2: 443-454.
- [12] GILLES J. Empirical wavelet transform [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(16): 3999-4010.
- [13] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [14] CHENG J S, YANG Y, YANG Y. A rotating machinery fault diagnosis method based on local mean decomposition [J]. Digital Signal Processing, 2012, 22(2): 356-366.
- [15] LIU H H, HAN M H. A fault diagnosis method based on local mean decomposition and multi-scale entropy for roller bearings[J]. Mechanism Machine Theory, 2014, 75: 67-78.
- [16] CAO H R, FAN F, ZHOU K, et al. Wheel-bearing fault diagnosis of trains using empirical wavelet transform[J]. Measurement, 2016, 82: 439-449.
- [17] PAN J, CHEN J L, ZI Y Y, et al. Mono-component feature extraction for mechanical fault diagnosis using modified empirical wavelet transform via data-driven adaptive Fourier spectrum segment [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 72: 160-183.
- [18] MOHANTY S, GUPTA K, RAJU K. Comparative study between VMD and EMD in bearing fault diagnosis [C]//Industrial and Information Systems (ICIIS), 2014 9th International Conference. [S. l.]: IEEE, 2014: 1-6.
- [19] ZHANG S F, WANG Y X, HE S L, et al. Bearing fault diagnosis based on variational mode decomposition and total variation denoising[J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(7): 075101.
- [20] DONG X W, THANOU D, FROSSARD P, et al. Learning Laplacian matrix in smooth graph signal representations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(23): 6160-6173.
- [21] OU L, YU D J, YANG H J. A new rolling bearing fault diagnosis method based on GFT impulse component extraction [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 81: 162-182.
- [22] DO M, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multi-resolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [23] GEMMEKE J, VIRTANEN T, HURMALAINEN A. Exemplar-based sparse representations for noise robust automatic speech recognition [J]. IEEE Processing Audio Speech Language, 2011, 19(7): 2067-2080.
- [24] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52: 489-509.
- [25] 付宇, 殷逸冰, 左洪福. 一种基于稀疏分解的静电信号去噪方法[J]. 航空动力学报, 2018, 33(11): 2573-2582.
- FU Yu, YIN Yibing, ZUO Hongfu. Denoising method for electrostatic digital based on sparse decomposition [J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(11): 2573-2582.(in Chinese)
- [26] MALLAT S, ZHANG Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [27] YIN H T. Sparse representation based pansharpening with details injection model [J]. Signal Processing, 2015, 113: 218-227.
- [28] LIANG M, BOZCHALOOI I. An energy operator approach to joint application of amplitude and frequency-demodulations for bearing fault detection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(5): 1473-1494.



第一作者简介:刘新厂,男,1987年4月生,博士、讲师。主要研究方向为轨道交通领域的机械故障诊断方法。

E-mail:kuanxin07@163.com

通信作者简介:陈春俊,男,1967年5月生,教授、博士生导师。主要研究方向为轨道交通设备测试、诊断与控制。

E-mail:cjchen@swjtu.edu.cn