

# 基于 KDE 的构架应力谱外推与疲劳寿命评估\*

王秋实<sup>1,2</sup>, 周劲松<sup>1</sup>, 肖忠民<sup>2</sup>, 官 岛<sup>1</sup>, 张展飞<sup>1</sup>, 王腾飞<sup>1</sup>, 孙 煜<sup>1</sup>

(1. 同济大学铁道与城市轨道交通研究院 上海, 201804)

(2. 南洋理工大学机械与航空航天工程学院 新加坡, 639798)

**摘要** 获取动应力谱是对车辆结构进行疲劳分析的重要前提,其分析结果的准确性受动应力谱的完整性和充分性的影响。在保留载荷的概率分布特征的前提下,有必要将动应力测试数据从小样本外推至大样本。对转向架构架的应力谱外推和疲劳寿命评估进行了研究,并以某地铁转向架测点为分析案例。首先,对二维核密度估计(kernel density estimation,简称 KDE)中最优带宽的确定方法进行了讨论;其次,提出了采用矩阵型灰色关联度分析方法对外推前后的雨流矩阵的接近性关联度与相似性关联度进行量化评价;最后,提出基于多样本核密度动应力谱外推的疲劳寿命评估方法。结果表明:与基于实测数据的评估结果相比,基于核密度外推的疲劳寿命评估结果的相对误差为-4.17%,安全运营里程减少了 $2.13 \times 10^4$  km。基于核密度估计的外推精度满足工程实践的要求,且评估结果更偏于安全,对保证车辆安全运营十分有益。

**关键词** 转向架构架;核密度估计;核密度外推;应力谱;疲劳寿命

**中图分类号** TH113.1; U270.1<sup>+2</sup>

## 引 言

动应力谱作为疲劳寿命评估的基础,其完整性与充分性会直接影响评估结果的准确性<sup>[1]</sup>。然而,由于测试成本高、难度大,轨道车辆的动应力采集都是小样本数据采集<sup>[2]</sup>。传统基于小样本数据的疲劳寿命评估方法相当于是对小样本数据进行了线性外推,然而简单的线性外推既不能充分体现载荷的概率分布特性,也未能预测结构在长时服役中可能出现的较大载荷值,使基于短时载荷下的疲劳评估结果难以反映结构在长时载荷下的抗疲劳服役性能。因此,开展载荷外推技术的研究十分重要。在现有的外推方法中,时域外推法与核密度外推法均能实现载荷的频次与幅值的外推<sup>[3-4]</sup>。其区别在于,时域外推法可以保留原载荷顺序,但计算效率不高<sup>[5]</sup>。由于通常不考虑载荷顺序对疲劳分析结果的影响,相比之下,分析效率高、理论清晰的核密度外推法得到了广泛应用。

Sliverman<sup>[6]</sup>将核密度的思想引入样本外推理论。文献[7-8]将核密度外推理论推广至载荷谱的预测与编制。Wang等<sup>[9]</sup>结合核密度外推模型对不同运行工况下的半轴实测载荷时间历程进行了外

推。陈道云等<sup>[10]</sup>应用核密度估计理论对列车关键部位动应力实测数据进行处理,获得与实测曲线总体走势一致的估计谱。Ma等<sup>[11]</sup>基于扩散的核密度估计方法,获得列车转向架构架的载荷谱分布,且与实际分布接近。宋清椿等<sup>[12]</sup>应用该理论进行了农业机械结构载荷谱的编制及疲劳寿命预测。Wu等<sup>[13]</sup>应用核密度估计方法对多样本载荷历程进行外推,得到更符合实际载荷情况的外推结果。上述研究中,对于核密度外推前后的载荷谱的关联性的评价始终偏于主观,缺乏系统性分析。另外,对于二维核密度外推问题应该采用二维的关联性分析方法。因此,二维核密度外推优度的量化评价方法有待补充。

笔者基于核密度估计理论,以某构架转臂定位安装座焊缝附近某测点为分析案例,对应力谱外推与疲劳寿命评估开展研究。

## 1 理论分析

### 1.1 核密度估计

核密度估计是用以描述随机变量分布特征的概率统计理论<sup>[14]</sup>。设 $X_i(i=1,2,\dots,n)$ 为实测样本,则任意点 $x$ 的核密度估计函数为

\* 国家自然科学基金资助项目(51805373);国家留学基金资助项目(202106260138)

收稿日期:2020-11-26;修回日期:2021-02-23

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (1)$$

其中: $n$ 为样本数; $h$ 为固定带宽; $K(\cdot)$ 为核函数,表示的是影响范围 $x \in (X_i - h, X_i + h)$ 内数据点 $x$ 到中心点 $X_i$ 之间的距离与概率权重大小的关系。

由式(1)可知,核函数 $K(\cdot)$ 与带宽 $h$ 是核密度估计的重要元素。常用的核函数有矩形核、高斯核以及Epanechnikov核等。研究表明,带宽固定时,基于不同核函数的估计结果差别不大<sup>[15]</sup>。笔者选择Epanechnikov核进行研究,可表示为

$$K(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(1 - x^2) & (x^2 \leq 1) \\ 0 & (x^2 > 1) \end{cases} \quad (2)$$

## 1.2 最优固定带宽

带宽 $h$ 是影响核密度估计精度的关键参数<sup>[16]</sup>。采用积分均方误差(mean integrated square error,简称MISE)来综合评价拟合概率密度分布 $\hat{f}(x)$ 与真实概率密度分布 $f(x)$ 的误差,即

$$\begin{aligned} \alpha &= E\left[\int (\hat{f}(x) - f(x))^2 dx\right] = \\ &E\left[\int \left(\frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) - f(x)\right)^2 dx\right] = \\ &\beta + o\left(\frac{1}{nh}\right) + o(h^4) \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\alpha$ 为积分均方误差计算值; $E(\cdot)$ 为数学期望值; $\beta$ 为渐近积分均方误差(asymptotic mean integrated square error,简称AMISE)计算值; $o(\cdot)$ 为残余高阶项。

在实际应用中一般舍去高阶项,则渐近积分均方误差可表示为

$$\beta = \frac{h^4}{4} \left( \int x^2 K(x) dx \right)^2 \int f''(x)^2 dx + \frac{1}{nh} \int K^2(x) dx \quad (4)$$

当 $\beta$ 取最小值时,表示拟合误差最小。对式(4)关于 $h$ 的导数,并令其等于0,可解得最优带宽 $h_{opt}$ ,表示为

$$h_{opt} = \left\{ \frac{\int K^2(x) dx}{n \left( \int x^2 K(x) dx \right)^2 \int f''(x)^2 dx} \right\}^{1/5} \quad (5)$$

由于实际概率密度函数 $f(x)$ 未知,式(5)中的 $\int f''(x)^2 dx$ 无法直接求得。基于不同的 $\int f''(x)^2 dx$ 确定方法,最优固定带宽的计算方法有交叉验证法

(cross validation,简称CV)<sup>[17]</sup>、拇指法(rules-of-thumb,简称ROT)<sup>[18]</sup>和L阶直接插入法( $l$ -stage direct plug-in,简称LDPI)<sup>[19]</sup>。笔者基于这3种最优固定带宽确定方法进行研究对比。

## 1.3 自适应带宽

实际应用中,由于固定带宽 $h$ 的适应性较差,因此引入带宽自适应因子 $\lambda_i$

$$\lambda_i = \left[ \frac{\rho(X_i)}{\prod_{i=1}^n \rho(X_i)} \right]^{-0.5} \quad (6)$$

$$\rho(X_i) = b_i / \sum_{i=1}^n b_i \quad (7)$$

其中: $b_i, \rho(X_i)$ 为数据点 $X_i$ 出现的次数和概率。

将式(8)代入式(1),得到自适应带宽的概率密度分布函数的表达式为

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh\lambda_i} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h\lambda_i}\right) \quad (8)$$

将上述一维核密度估计理论推广至二维,即为雨流矩阵估计。 $\hat{f}(x; H)$ 的概率密度表达式为

$$\hat{f}(x; H) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |H|^{-1/2} K\left[H^{-1/2}(x - X_i)\right] \quad (9)$$

其中: $x, X_i$ 分别代表数据点 $(x, y)$ 、核中心点 $(X_i, Y_i)$ ; $H$ 代表二维带宽矩阵 $\begin{bmatrix} (\lambda_i h)^2 & 0 \\ 0 & (\lambda_i h)^2 \end{bmatrix}$ 。

设定相应的外推倍数,对核密度估计所得的概率密度函数进行蒙特卡洛模拟,可获得外推后的雨流矩阵。

## 2 矩阵型灰色关联度

灰色关联度分析的基本思想是根据2组序列曲线的几何形状来判断不同序列之间的联系是否紧密<sup>[20]</sup>。通过2个指标来描述2组序列曲线(曲面)的关联度:①接近性关联度,用于表征2组序列在数值上的接近程度;②相似性关联度,用于表征2组序列在变化趋势上的相似程度。

与一维灰色关联度分析对象不同,外推前后的雨流矩阵为二维的。对2个矩阵之间的关联度分析与评价称作矩阵型灰色关联度分析。

### 2.1 接近性矩阵与相似性矩阵

设矩阵 $Z_i, Z_j$ 分别为

$$Z_i = \begin{pmatrix} z_i(1,1) & z_i(1,2) & \cdots & z_i(1,n) \\ z_i(2,1) & z_i(2,2) & \cdots & z_i(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_i(m,1) & z_i(m,2) & \cdots & z_i(m,n) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$Z_j = \begin{pmatrix} z_j(1,1) & z_j(1,2) & \cdots & z_j(1,n) \\ z_j(2,1) & z_j(2,2) & \cdots & z_j(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_j(m,1) & z_j(m,2) & \cdots & z_j(m,n) \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中: $i, j$ 表示随机样本的标号。

对序列进行无量纲化,使其数量级相近,则需通过算子  $D$  对系统行为特征映射量进行处理。这里采用均值化变换方法,即

$$Z' = ZD = \begin{pmatrix} z'(1,1) & z'(1,2) & \cdots & z'(1,n) \\ z'(2,1) & z'(2,2) & \cdots & z'(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z'(m,1) & z'(m,2) & \cdots & z'(m,n) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$z'(x,y) = z(x,y)d = z(x,y) / \frac{1}{mn} \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n z(x,y) \quad (13)$$

其中: $m, n$ 为矩阵的行数和列数; $z(x,y)$ 为矩阵的第  $x$  行、第  $y$  列的元素; $z'(x,y)$ 为均值化变换后的矩阵第  $x$  行、第  $y$  列的元素。

根据式(12)和式(13),均值化变换后的矩阵表示为  $Z'_i, Z'_j$ ,且矩阵的几何特征如图 1 所示(以局部  $5 \times 5$  维度矩阵为例说明)。其中: $AB(BC)$ 表征矩阵第 I 维度; $AD(BC)$ 表征矩阵第 II 维度。对于接近性关联度分析,则关注  $A_iA_j, B_iB_j, C_iC_j, D_iD_j$  的空间距离关系;对于相似性关联度分析,则关注  $A_iB_i$  与  $A_jB_j, B_iC_i$  与  $B_jC_j, C_iD_i$  与  $C_jD_j, D_iA_i$  与  $D_jA_j$  的斜率关系。

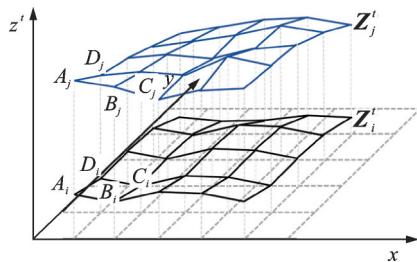


图 1 矩阵几何特征

Fig.1 Geometric characteristics of matrix

具体分析如下:令  $e_{ij}(x,y) = z'_i(x,y) - z'_j(x,y)$ , 其中: $x=1, 2, \dots, m; y=1, 2, \dots, n$ 。得到矩阵  $Z'_i$  与  $Z'_j$  的接近性矩阵  $e_{ij}$  为

$$e_{ij} = Z'_i - Z'_j = \begin{pmatrix} e_{ij}(1,1) & e_{ij}(1,2) & \cdots & e_{ij}(1,n) \\ e_{ij}(2,1) & e_{ij}(2,2) & \cdots & e_{ij}(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{ij}(m,1) & e_{ij}(m,2) & \cdots & e_{ij}(m,n) \end{pmatrix} \quad (14)$$

令  $\Delta z_i^I(x,y) = z'_i(x+1,y) - z'_i(x,y), \Delta z_j^I(x,y) = z'_j(x+1,y) - z'_j(x,y), \Delta e_{ij}^I(x,y) = \Delta z_i^I(x,y) - \Delta z_j^I(x,y)$ , 其中: $x=1, 2, \dots, m-1; y=1, 2, \dots, n$ 。设矩阵中 2 个相邻元素的间距为 1, 可得矩阵  $Z'_i$  与  $Z'_j$  在第 I 维度的相似性矩阵  $\Delta e_{ij}^I$  为

$$\Delta e_{ij}^I = \Delta Z'_i - \Delta Z'_j = \begin{pmatrix} \Delta e_{ij}^I(1,1) & \Delta e_{ij}^I(1,2) & \cdots & \Delta e_{ij}^I(1,n) \\ \Delta e_{ij}^I(2,1) & \Delta e_{ij}^I(2,2) & \cdots & \Delta e_{ij}^I(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta e_{ij}^I(m,1) & \Delta e_{ij}^I(m,2) & \cdots & \Delta e_{ij}^I(m,n) \end{pmatrix} \quad (15)$$

令  $\Delta z_i^{II}(x,y) = z'_i(x,y+1) - z'_i(x,y), \Delta z_j^{II}(x,y) = z'_j(x,y+1) - z'_j(x,y), \Delta e_{ij}^{II}(x,y) = \Delta z_i^{II}(x,y) - \Delta z_j^{II}(x,y)$ , 其中: $x=1, 2, \dots, m; y=1, 2, \dots, n-1$ 。得到矩阵  $Z'_i$  与  $Z'_j$  在第 II 维度的相似性矩阵  $\Delta e_{ij}^{II}$  为

$$\Delta e_{ij}^{II} = \Delta Z'_i - \Delta Z'_j = \begin{pmatrix} \Delta e_{ij}^{II}(1,1) & \Delta e_{ij}^{II}(1,2) & \cdots & \Delta e_{ij}^{II}(1,n) \\ \Delta e_{ij}^{II}(2,1) & \Delta e_{ij}^{II}(2,2) & \cdots & \Delta e_{ij}^{II}(2,n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta e_{ij}^{II}(m,1) & \Delta e_{ij}^{II}(m,2) & \cdots & \Delta e_{ij}^{II}(m,n) \end{pmatrix} \quad (16)$$

## 2.2 接近性关联度与相似性关联度

根据上述接近性矩阵  $e_{ij}$  与第 I 维度的相似性矩阵  $\Delta e_{ij}^I$ 、第 II 维度的相似性矩阵  $\Delta e_{ij}^{II}$ , 求解矩阵  $Z'_i$  与  $Z'_j$  的接近性关联度与相似性关联度。

$\epsilon_{ij}$  为基于矩阵 2 范数的接近性关联度, 公式为

$$\epsilon_{ij} = 1 / \left( 1 + \|e_{ij}\|_2 \right) \quad (17)$$

$\mu_{ij}$  为基于矩阵 2 范数的相似性关联度, 公式为

$$\mu_{ij} = 1 / \left[ 1 + 0.5 \left( \| \Delta e_{ij}^I \|_2 + \| \Delta e_{ij}^{II} \|_2 \right) \right] \quad (18)$$

其中:  $\|e_{ij}\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}(e_{ij}^T \cdot e_{ij})}$ ;

$$\| \Delta e_{ij}^I \|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}((\Delta e_{ij}^I)^T \cdot \Delta e_{ij}^I)}$$

$$\| \Delta e_{ij}^{II} \|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}((\Delta e_{ij}^{II})^T \cdot \Delta e_{ij}^{II})}$$

接近性关联度  $\epsilon_{ij}$  与相似性关联度  $\mu_{ij}$  具有以下性质: ① 规范性:  $0 < \epsilon_{ij} \leq 1, 0 < \mu_{ij} \leq 1$ ;  $\epsilon_{ij}$  计算值越大, 表明矩阵  $Z'_i$  与  $Z'_j$  的数值越接近;  $\mu_{ij}$  计算值越大, 表明矩阵  $Z'_i$  与  $Z'_j$  的形状越相似。② 平移变换影响:  $\epsilon_{ij}$  不仅

与矩阵  $Z_i$  与  $Z_j$  的形状有关,还与其所处的空间位置有关; $\mu_{ij}$  仅与矩阵  $Z_i$  与  $Z_j$  的形状有关,平移变换并不能改变的  $\mu_{ij}$  值。

### 3 案例分析

如图 2 所示,笔者以某转向架构架转臂定位安装座焊缝附近某点的实测动应力信号为研究对象,验证基于核密度估计的外推方法与灰色关联度分析方法。

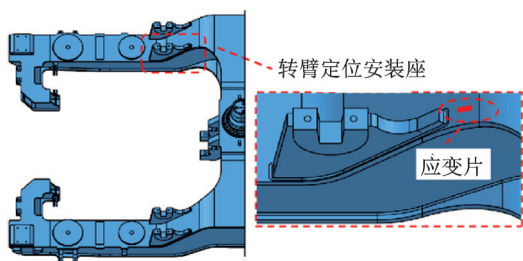


图 2 转臂定位座局部图

Fig.2 Partial diagram of the rotary arm positioning seat

#### 3.1 信号采集与前处理

为了获得转臂定位安装座的抗疲劳使用性能,对测试点附近进行清洗与打磨,并粘贴应变片。运行中产生的动应变信号通过机箱与电脑完成采集。最后,将所测动应变信号转为动应力信号。

对于轨道车辆来说,随着车轮踏面粗糙度的增加,车辆的振动水平也随之上升<sup>[21]</sup>。若以车轮镟修初期的动应力测量结果进行疲劳寿命评估会偏于危险,反之又会偏于保守。因此,最理想的是基于整个镟修周期测量结果进行的应力谱外推与疲劳寿命评估。

然而,轨道车辆全镟修周期为  $20 \times 10^4$  km~ $30 \times 10^4$  km,整个镟修周期的动应力跟踪测试难度太大、成本太高。因此,本测试方案考虑对该测点进行每  $6 \times 10^4$  km 一次的动应力测试,共 3 次。工况为车辆正常运营,速度等级在 120 km/h~160 km/h,不中途停车。采样频率为 2 560 Hz,获得代表该测点在镟轮初、中、末期的 3 组动应力时域信号。对应力信号进行前处理,消除噪声、零漂与奇异点的影响。图 3 为动应力时域信号,表明该测点在 A 站与

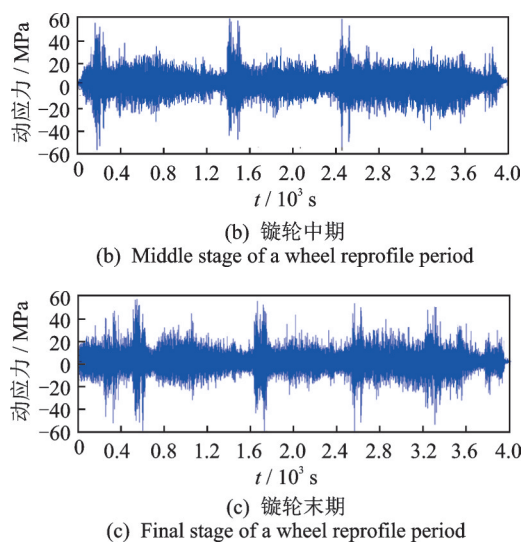
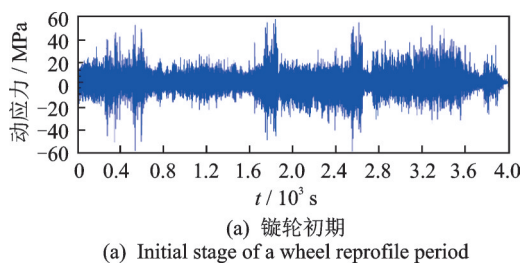


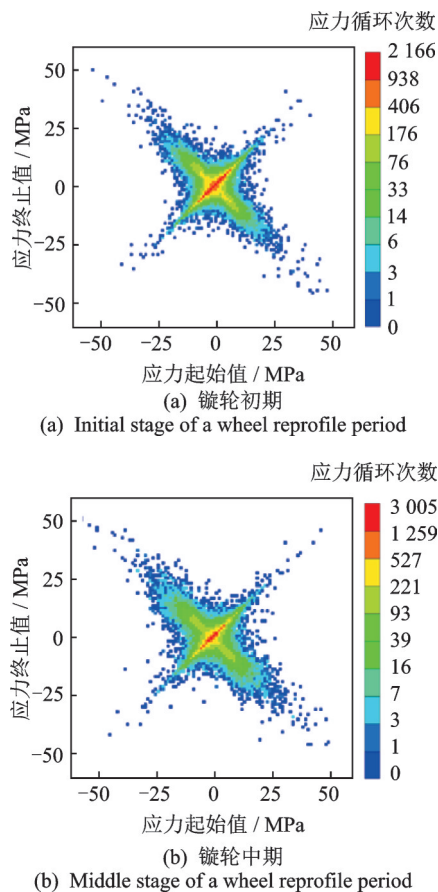
图 3 动应力时域信号

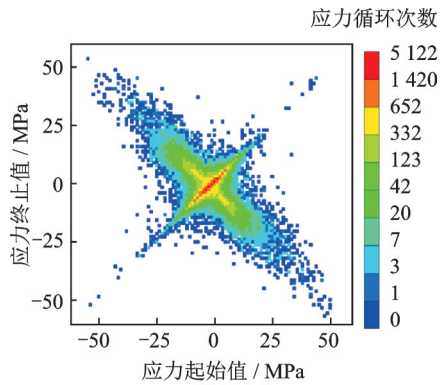
Fig.3 Time domain signals of dynamic stress

B 站之间一个来回的动应力信号,约为 166 km。

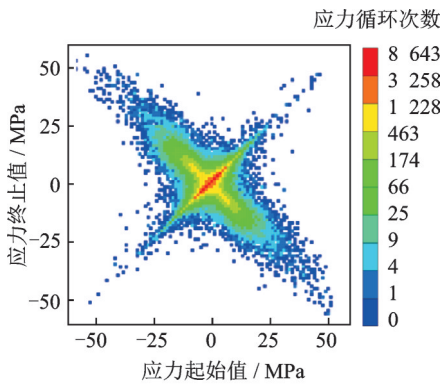
#### 3.2 多样本雨流矩阵

通过对图 3 所示的动应力时域信号进行雨流计数,得到镟轮前、中、末期的雨流矩阵,如图 4 所示。可以看出,在一个镟轮周期内,动应力变化范围随着运营里程的增加而扩大。这表明车辆转向架构架的受力环境会随着车轮踏面磨耗的增加而越来越恶劣。





(c) Final stage of a wheel reprofile period



(d) Rain-flow matrix for combination

图4 初值-终值雨流矩阵

Fig.4 From-to rain-flow matrix

将辙轮初期、中期、末期的数据进行等权重组合,组合后的雨流矩阵如图4(d)所示,代表结构在一个辙轮周期受力特征的应力谱。

### 3.3 核密度外推与检验

根据核密度理论,选择3种最优固定带宽的分析方法:交叉验证法、拇指法、L阶直接插入法分别对图4(d)进行100倍外推。应用矩阵灰色关联度分析理论对基于上述3种外推方法下、外推前后的雨流矩阵的灰色关联度进行分析与对比。

表1为基于3种外推方法下的灰色关联度分析结果,其灰色接近性关联度几乎一致。这表明:从外推前后矩阵的灰色接近性的角度来看,3种方法均适用;从外推前后矩阵的灰色相似性关联度的角度

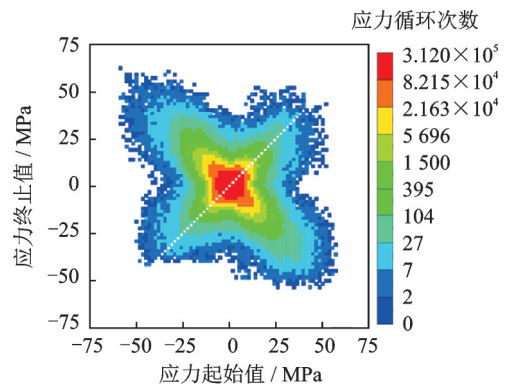
表1 灰色关联度分析结果

Tab.1 Gray incidence degree analysis results

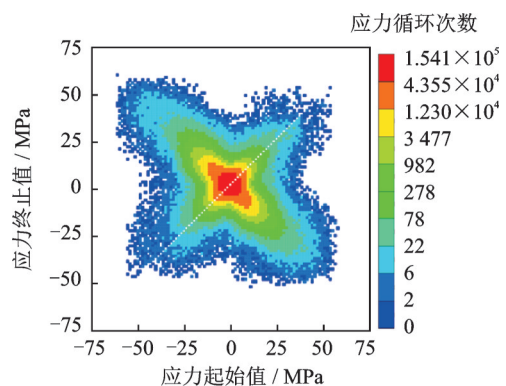
方法	接近性关联度	相似性关联度
CV	0.140	0.130
ROT	0.142	0.139
LDPI	0.141	0.150

来看,基于L阶直接插入法外推前后矩阵的灰色相似性关联度最高,而交叉验证法与拇指法则的灰色相似性关联度分别降低了7.33%和13.3%。因此,综合考虑外推前后数据的接近性与相似性,采用基于L阶直接插入法的固定带宽确定方法最好。

笔者选择该最优带宽确定方法对应力数据进行核密度外推与疲劳寿命研究。核密度外推后的初值-终值雨流矩阵如图5所示。为分析该转臂定位安装座焊缝测点的抗疲劳服役性能,设计了4个外推方案进行对比:①对辙轮前期的动应力数据进行300倍核密度外推,如图5(a)所示;②对辙轮中期的动应力数据进行300倍核密度外推,如图5(b)所示;③对辙轮末期的动应力数据进行300倍核密度外推,如图5(c)所示;④对组合后的雨流矩阵进行100倍核密度外推,如图5(d)所示。上述4个外推方案的动应力谱所对应的运营里程一致,以便后续进行疲劳分析与比较。当然,外推倍数可根据实际情况进行设置。例如:将车辆的全寿命里程除以跟踪测试的里程,可得到对应于全寿命里程的外推倍数。由于计算量较大且方便作图比较,此处以外推300倍为例。由图5可以看出,辙修前、中、后期的动应力雨流矩阵的分布云图差异明显。



(a) Initial stage of a wheel reprofile period



(b) Middle stage of a wheel reprofile period

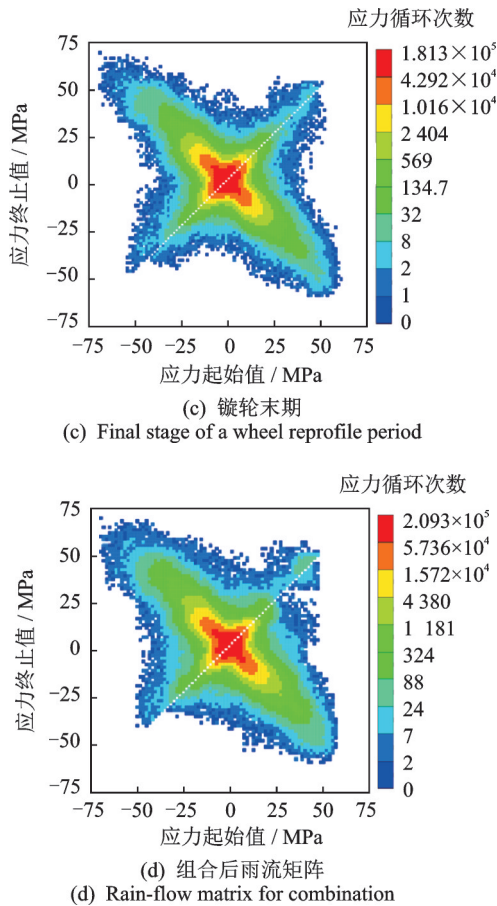


图 5 核密度外推后的初值-终值雨流矩阵  
Fig.5 From-to rain-flow matrix after KDE extrapolation

根据外推后的雨流矩阵绘制外推后的动应力谱,如图 6 所示。可看出,相比于外推前的幅值频次曲线,外推后的幅值频次曲线更平顺,表明其完整性更好。基于该测点在镟修前、中、后期的动应力核密度外推结果在幅值、频次上差异较大,因此仅以其中一个样本数据进行疲劳寿命评估,评估结果将缺乏充分性。

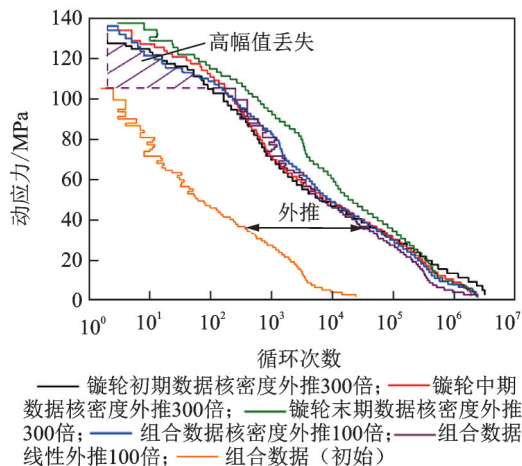


图 6 外推后的动应力谱  
Fig.6 Dynamic stress spectrum after extrapolation

### 3.4 疲劳寿命评估

根据图 6 所得的外推 300 倍的动应力谱进行疲劳损伤计算。基于 Palmgren-Miner 线性损伤准则,其累积疲劳损伤的计算式为

$$D = \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^N \frac{n_i(\Delta\sigma_i)}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N_0} \left( \frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_0} \right)^m \quad (19)$$

外推 300 倍后的动应力谱对应的运营里程为 49 800 km (166 km × 300), 则安全运营里程计算式为

$$L = \frac{D_{tot}}{D} l \quad (20)$$

其中:  $D$  为应力谱对应的累积疲劳损伤;  $\Delta\sigma_i$  为应力范围, 即  $\Delta\sigma_i = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ ;  $n_i$  为应力范围  $\Delta\sigma_i$  的实际循环次数;  $N$  为分析样本总共的循环次数;  $N_i$  为应力范围  $\Delta\sigma_i$  对应的疲劳极限循环次数;  $C, m$  为 S-N 曲线的常系数;  $D_{tot}$  为疲劳失效时的总损伤,  $D_{tot} = 1$ ;  $L$  为总运营里程寿命 (km);  $l$  为样本动应力信号对应的运营里程 (km)。

对于构架这类典型的焊接结构, 参照 BS 7608—2015 焊接结构疲劳分析规范, 考虑其为 F 级<sup>[22]</sup>。当双对数 S-N 曲线拐点处的循环次数  $N_0 = 10^7$  时, 对应的疲劳应力范围  $\Delta\sigma_0 = 40$  MPa, 且系数  $m = 3$ , 代入式 (19) 和式 (20), 可得安全运营里程寿命。

表 2 为基于 4 种应力谱外推方案的疲劳寿命评估结果对比。结果表明, 基于镟轮初期、中期和末期的寿命评估结果相差较大。例如, 基于镟轮初期的疲劳寿命评估结果是基于镟轮末期的 2.5 倍, 结论偏于危险, 相反又过于保守。因此, 基于集中在某一时间段内的数据进行疲劳分析不能充分反映实际情况。

表 2 基于 4 种应力谱外推方案的疲劳寿命评估结果对比  
Tab.2 Comparison of fatigue life assessment results based on four extrapolation schemes of dynamic stress spectrum

评估结果	方 案			
	初期	中期	末期	组合
疲劳寿命/ $10^4$ km	75.35	56.55	30.24	49.03
相对误差/%	47.27	10.53	-40.89	-4.17

基于原始组合数据的疲劳寿命评估结果为  $51.17 \times 10^4$  km, 相当于是对初始应力谱做了线性外推。与之相比, 基于镟轮前期 (图 5(a))、中期 (图 5(b)) 的矩阵外推结果所计算的安全运营里程寿命增大了

47.27%和10.53%,评估结果偏于危险。基于铰轮末期(图5(c))的矩阵外推结果计算的安全运营里程寿命减少了40.89%,评估结果过于保守。

常用的线性外推只能反映某个时间片刻内的载荷分布情况,与实际情况不符。核密度应力谱外推能预测到一些在测试过程中未检测到、出现概率比较低、但对疲劳损伤贡献较大的载荷。经计算,基于核密度外推后的组合雨流矩阵(图5(d))评估所得的安全运营里程减少了4.17%,安全运营里程寿命减少了21 316 km,其结果更偏于安全,对保证车辆结构运营安全有益。

## 4 结 论

1) 对核密度估计中3种最优带宽的确定方法进行对比研究。结果表明:从外推前后矩阵的灰色接近性角度来看,3种方法的外推结果差异不大;从外推前后矩阵的灰色相似性关联度的角度来看,基于L阶直接插入法外推前后矩阵的灰色相似性关联度最高。

2) 基于铰修前、中、后期的动应力核密度外推结果在幅值、频次上存在较大差异,这表明基于集中在某一时间段内的数据进行疲劳分析不能充分反映真实情况。

3) 相比基于线性外推的疲劳评估结果,基于组合雨流矩阵核密度外推结果的安全运营里程减少了4.17%,安全运营里程寿命减少了21 316 km。因此,基于核密度估计的多样本应力谱外推的疲劳寿命评估更符合实际、偏于安全。

## 参 考 文 献

- [1] BAEK S H, CHO S S, JOO W S. Fatigue life prediction based on the rainflow cycle counting method for the end beam of a freight car bogie[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2008, 9(1): 95-101.
- [2] WANG Q, ZHOU J, GONG D, et al. The influence of the motor traction vibration on fatigue life of the bogie frame of the metro vehicle [J]. *Shock and Vibration*, 2020, 2020: 1-11.
- [3] JOHANNESSON P. Extrapolation of load histories and spectra [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2006, 29(3): 209-217.
- [4] ZHANG X, KING M L, HYNDMAN R J. A Bayesian approach to bandwidth selection for multivariate kernel density estimation [J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2006, 50(11):3009-3031.
- [5] 王秋实,周劲松,宫岛,等.基于动应力时域外推的构架疲劳寿命评估方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2021, 41(4):762-771.  
WANG Qiushi, ZHOU Jinsong, GONG Dao, et al. Fatigue life assessment method of frame based on time-domain extrapolation for dynamic stress [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2021, 41(4): 762-771.(in Chinese)
- [6] SLIVERMAN B W. On a Gaussian process related to multivariate probability density estimation [J]. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 1976, 80: 135-144.
- [7] SOCIE D F, POMPETZKI M A. Modeling variability in service loading spectra [J]. *Probabilistic Aspects of Life Predictions*, 2004(1450): 46-57.
- [8] RATHANRAJ K J, SRIVIDYA A, VERMA A K, et al. Rescaled range analysis of service load data [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D-Journal of Automobile Engineering*, 2010, 224(D3): 361-367.
- [9] WANG J, LI Y, JIANG Z. Non-parametric load extrapolation based on load extension for semi-axle of wheel loader[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, 9(3):1-12.
- [10] 陈道云,孙守光,李强.一种新的高速列车动应力谱分布估计方法[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(8):109-114.  
CHEN Daoyun, SUN Shouguang, LI Qiang. A new dynamic stress spectrum distribution estimation method of high-speed train [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(8): 109-114. (in Chinese)
- [11] MA S, SUN S, WANG B, et al. Estimating load spectra probability distributions of train bogie frames by the diffusion-based kernel density method [J]. *International Journal of Fatigue*, 2020, 132:1-14.
- [12] 宋清椿,宋正河,杜岳峰.基于非参数雨流外推法的车架载荷谱与疲劳寿命分析[J]. *中国农业大学学报*, 2019, 24(2):154-160.  
SONG Qingchun, SONG Zhenghe, DU Yuefeng. Load spectrum and fatigue life analysis of frame based on non-parametric rainflow extrapolation method [J]. *Journal of China Agricultural University*, 2019, 24(2): 154-160. (in Chinese)
- [13] WU H, LI F, WU P, et al. Application of kernel density estimation to extrapolating the fatigue loads on a high-speed train [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2019, 58(8):1212-1225.
- [14] WAND M P, JONES M C. Comparison of smoothing

- parameterizations in bivariate kernel density estimation [J]. Journal of the American Statistical Association, 1993, 88(422):520-528.
- [15] 王秋实,周劲松,宫岛,等.基于核密度应力谱外推的转向架构架疲劳寿命评估[J].交通运输工程学报,2021,21(6):278-288.  
WANG Qiushi, ZHOU Jinsong, GONG Dao, et al. Fatigue life assessment of bogie frame based on kernel density extrapolation for stress spectrum [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(6): 278-288.(in Chinese)
- [16] HEIDENREICH N B, SCHINDLER A, SPERLICH S. Bandwidth selection for kernel density estimation: a review of fully automatic selectors[J]. AStA Advances in Statistical Analysis, 2013, 97(4):403-433.
- [17] SCOTT D W, TERRELL G R. Biased and unbiased cross-validation in density estimation [J]. Journal of the American Statistical Association, 1987, 82(400): 1131-1146.
- [18] CAO R, CUEVAS A, MANTEIGA W G. A comparative study of several smoothing methods in density estimation [J]. Computational Stats & Data Analysis, 1994, 17(2):153-176.
- [19] SHEATHER S J, JONES M C. A reliable data-based bandwidth selection method for kernel density estimation [J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1991, 53(3):683-690.
- [20] 刘思峰,谢乃明,JEFFERY F. 基于相似性和接近性视角的新型灰色关联分析模型[J].系统工程理论与实践,2010(5):881-887.  
LIU Sifeng, XIE Naiming, JEFFERY F. On new models of grey incidence analysis based on visual angle of similarity and nearness [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010(5): 881-887.(in Chinese)
- [21] POLACH O, NICKLISCH D. Wheel/rail contact geometry parameters in regard to vehicle behavior and their alteration with wear [J]. Wear, 2016, 366(3): 200-208.
- [22] BS 7608—2005 Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures [S]. [S. l.]: British Standards Institution, 2005.



**第一作者简介:**王秋实,男,1991年8月生,博士生。主要研究方向为车辆随机振动与疲劳研究。曾发表《Fatigue life assessment method of bogie frame with time-domain extrapolation for dynamic stress based on extreme value theory》(《Mechanical Systems and Signal Processing》2021, Vol.159)等论文。  
E-mail: wang\_qiushi\_1991@163.com

**通信作者简介:**周劲松,男,1969年12月生,博士、教授。主要研究方向为机车车辆动力学与控制。  
E-mail: jinsong.zhou@tongji.edu.cn

## 欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管,南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办,是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献,包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等,不拘泥于行业和测试项目。

本刊为EI Compendex数据库收录期刊和中文核心期刊,双月刊,每逢双月末出版,每本定价30元,全年180元。欢迎订阅和投稿,欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址:南京市御道街29号 邮政编码:210016 电话:(025)84893332

邮发代号:28-239 E-mail:qchen@nuaa.edu.cn 网址:http://zdc.nuaa.edu.cn