

# 结合 EMD 和 LSF 的振动信号降噪方法的研究\*

赵 博, 李 鹤

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

**摘要** 针对原始振动加速度信号中存在的低频趋势项信号在通过数学积分变换时存在严重失真的问题,提出了采用最小二乘法(least squares fit,简称 LSF)和经验模态分解(empirical mode decomposition,简称 EMD)相结合的方法,实现过滤原始信号中干扰信号的目的。该方法通过对经验模态分解得到的固有模态函数(intrinsic mode function,简称 IMF)去除趋势项后进行重构以达到信号降噪的目的。采用该方法分别对模拟信号和某型号干式真空泵的振动实测数据进行了降噪处理,再进行信号积分变换,通过对比证明了该方法能够弥补单一方法在处理信号低频趋势项时的不足,提高了振动信号分析的可靠性。

**关键词** 经验模态分解;最小二乘法;固有模态函数;干式真空泵;振动信号

**中图分类号** TH36; TN911

## 引 言

现代机械故障诊断的研究内容主要包含对故障发生的物理或化学机理的研究、对故障诊断信号处理和对分类方法以及诊断逻辑方面的研究<sup>[1]</sup>。目前,广泛采用了通过机械的振动水平来判断机械设备运行状态的方法。由于加速度传感器使用更方便、价格更便宜、操作方法更灵活,所以在振动测试中普遍采用加速度传感器<sup>[2]</sup>。在实际故障诊断中,往往也需要使用到速度信号或位移信号。理论上可以通过对加速度信号进行积分得到速度信号和位移信号,但在实际应用中,如果不经处理直接对实验信号进行积分,会使得到的速度信号、位移信号严重失真,可靠性很差<sup>[3]</sup>。通常将这种信号中周期大于记录长度、会使时域信号相关分析或频域信号功率谱产生很大失真的信号成分称为趋势项<sup>[4]</sup>。最小二乘法、平局斜率法、差分法、低通滤波法和经验模态分解法是几种常用的去除趋势项的方法,但这些方法也都存在着各自的不足:前 4 种方法较为依赖事先对信号趋势项的判断,不适用于复杂变化趋势;而经验模态分解虽然具有很强的适应性,但也存在模态重叠和端点效应等问题<sup>[5]</sup>。

为了提高振动信号提纯的精度,笔者提出了一种结合 EMD 和数据拟合的信号过滤提纯方法,该方法采用三次多项式拟合过滤 EMD 分解后低频分

量中的杂质信号,并应用于某型号干式真空泵的振动测试信号处理中予以验证。

## 1 理论基础

EMD 方法是一种针对非平稳信号的解析方法,该方法能将任意复杂信号分解为若干固有模态函数与一个信号余量的和<sup>[6]</sup>

$$x(t) = \sum_{i=1}^N \text{IMF}_i + \text{res} \quad (1)$$

其中: $N$ 为固有模态函数总个数;res 为信号余量。

模态混叠是指不同时间尺度特征成分被分解到一个特征模态函数分量,或者同一时间尺度成分出现在不同的特征模态函数中的现象<sup>[7]</sup>。每个 IMF 都是通过计算上、下包络信号的局部平均值计算出的。但信号的端点不能同时包含最大值和最小值,所以上、下包络会在数据的两端发散,这种发散会随着运算而影响整个数据,这就是 EMD 方法的端点效应<sup>[8]</sup>。相较于 EMD 分解中高频分量极值点分布密集,低频分量中极值点间距较大,端点效应的影响更为显著<sup>[9]</sup>。EMD 分解中产生的模态混叠和端点效应会对低频 IMF 分量,尤其是余量的分解造成不利的影,所以在信号处理中只把余量作为趋势项是不完全、不精确的。因此,对于 EMD 分解中的余量和临近的低频 IMF 分量进行进一步分析和处理十分必要<sup>[10]</sup>。

\* 国家自然科学基金资助项目(51675091)

收稿日期:2020-04-27;修回日期:2020-06-18

## 2 基于数据拟合的 EMD 分解

为了弥补 EMD 方法在处理信号中低频趋势项的不足,笔者在 EMD 过程中引入了最小二乘法拟合趋势项,其原理如下:

1) 采用经典经验模态分解的方法进行 EMD 分解,得到频率由大到小的一系列 IMF 分量以及残余分量;

2) 判断各 IMF 分量是否产生模态混叠,即是否混杂有趋势项,采用最小二乘法对 IMF 分量和余量进行端点延拓和数据拟合,以达到抑制端点效应和完整提取趋势项的目的;

3) 将各 IMF 分量通过数据拟合提取得到的趋势项去除,并重构原始数据信号,达到数据提纯的目的。

基于数据拟合的 EMD 分解方法的步骤流程图如图 1 所示。

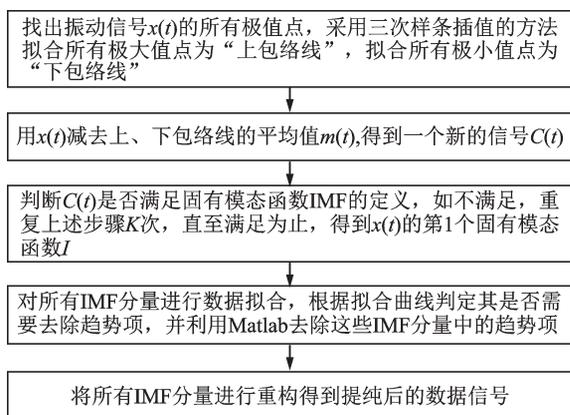


图 1 基于数据拟合的 EMD 分解方法流程图

Fig.1 Flow chart of EMD decomposition method based on data fitting

利用 Matlab 去除这些 IMF 分量中的趋势项的算法如下:用  $x(t)(t=1, 2, \dots, N)$  标识各 IMF 分量,设定采样频率为  $f_s$ ,采用  $K$  阶多项式  $y(t)$  进行多项式拟合

$$y(t) = \sum_{k=1}^K b_k x^k \quad (t=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

其中:  $b_k$  为多项式系数;  $N$  为 IMF 总个数。

根据最小二乘法原理,当拟合多项式  $y(t)$  与原函数  $x(t)$  各个点的插值的残差平方和最小,即函数  $E$  最小

$$E = \sum_{t=1}^N [x(t) - y(t)]^2 = \sum_{t=1}^N \left( \sum_{k=0}^K x(t) - b_k x^k \right)^2 \quad (3)$$

根据数学原理可知,当  $E$  存在最小值时,  $E$  对  $b_j$  的偏导数为 0,据此可以得到拟合趋势项系数  $b_k$ ,进而得到趋势项拟合多项式。多项式的阶次并不是越

高越好,高阶次虽然能提高一部分精度,但计算也会越复杂,同时阶次过大时容易产生龙格现象,影响计算精度<sup>[11]</sup>。因此,笔者选择三次多项式作为趋势项函数,消除趋势项后的 IMF 分量为

$$\text{IMF}(t) = x(t) - y(t) \quad (4)$$

将所有 IMF 分量进行重构得到提纯后的数据信号  $x'(t)$  为

$$x'(t) = \sum_{i=1}^M \text{IMF}_i + \sum_{N-M+1}^N \text{IMF}_i \quad (5)$$

其中:  $N$  为 IMF 总个数;  $M$  为需要去除趋势项的 IMF 分量个数。

## 3 实例验证

### 3.1 模拟信号分析

构造 1 条由 3 个正弦信号和 1 个噪声信号叠加合成的模拟信号,其信号构成为

$$y(t) = at + \sum_{i=1}^3 b_i \sin(2\pi f_i t) \quad (6)$$

其中:  $a$  为噪声分量斜率;  $b_i$  为各分量幅值;  $f_i$  为各分量频率。

各参数大小如表 1 所示。

表 1 模拟信号参数

Tab.1 Analog signal parameter

参数	数值
斜率	$a=0.5$
幅值	$b_i = 2 \quad (i=1, 2, 3)$
频率	$f_1 = 50 \text{ Hz}, f_2 = 100 \text{ Hz}, f_3 = 200 \text{ Hz}$

设定采样频率为 1 024 Hz,采样时间为 1 s,最终模拟得到的信号时域图如图 2 所示,信号频域图如图 3 所示。EMD 分解结果如图 4 所示,模拟信号经 EMD 法分解共得到 4 个 IMF 分量和 1 个余量,对每个 IMF 进行傅里叶变换,结果如图 5 所示。经分析可知:  $\text{IMF}_1, \text{IMF}_2$  和  $\text{IMF}_3$  分别对应模拟信号中 200, 100 和 50 Hz 的分量;  $\text{IMF}_5$  表示模拟信号中的线性趋势项;  $\text{IMF}_4$  分量的频率介于  $\text{IMF}_3$  和线性趋

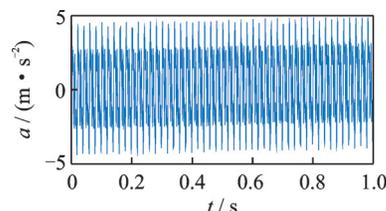


图 2 模拟信号时域图

Fig.2 Time domain analog signal diagram

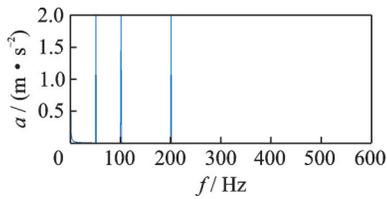


图3 模拟信号频域图

Fig.3 Frequency domain diagram of analog signal

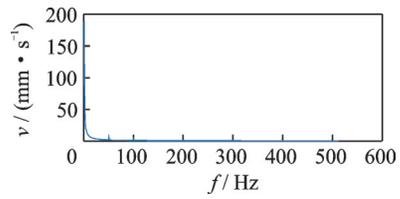


图7 积分信号频域图

Fig.7 Integral signal spectra

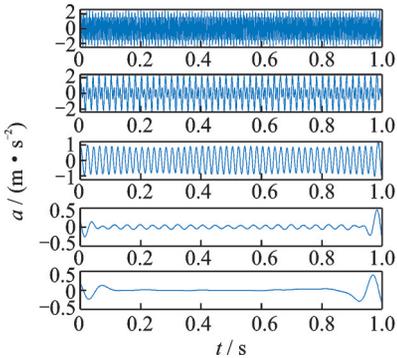


图4 模拟信号的EMD分解结果

Fig.4 EMD decomposition results of analog signals

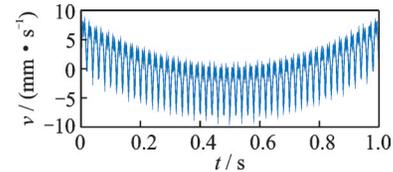


图8 积分信号时域图(去趋势项后)

Fig.8 Integral signal time domain diagram (remove trend items)

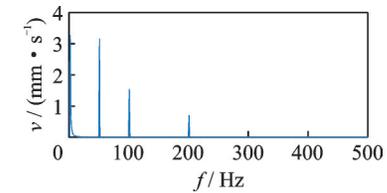


图9 积分信号频域图(去趋势项后)

Fig.9 Integral signal spectra (remove trend items)

对比图 6、图 7 与图 8、图 9 可以看出,信号去除趋势项后积分得到的信号在 0 Hz 附近的幅值明显减小,精度得到了明显提高,说明所提方法对于去除信号中的低频趋势项效果显著。

### 3.2 实测信号分析

以某干式真空泵进气口处振动实测信号为例,在真空泵实际测试中,低频趋势项主要是由传感器固有特性或环境变化引起的,这种不确定而又无法避免的低频趋势项由单一的 EMD 方法不能有效解决,故笔者引入了最小二乘法来完善。其实验环境、设备等条件如表 2 所示。进气口测点布置如图 10 所示。采集到的振动加速度原始信号如图 11 所示。

表 2 实验测试设备

Tab.2 Experimental test equipment

项目	描述
数据采集设备	Metravib 公司数据采集器
传感器	DJB 公司 7263 型加速度传感器
数据处理软件	dBFA Suit 4.9
采样频率/Hz	51 200
采样时间/s	0.2
真空泵转速/(r·s <sup>-1</sup> )	100

势项之间,可以认为是它们混叠的结果。下面讨论趋势项对于信号积分的影响。

对模拟信号  $y(t)$  进行一次积分,得到时域图和频域图如图 6、图 7 所示,可以看出该积分信号失真较为严重。

采用第 2 节中的方法去除模拟信号中的趋势项,得到去趋势项信号  $y'(t)$ ,一次积分后得到时域图和频域图如图 8、图 9 所示。

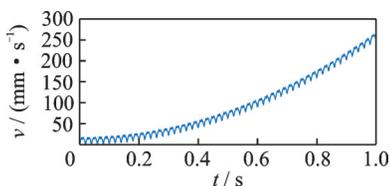


图6 积分信号时域图

Fig.6 Integral signal time domain diagram



图 10 进气口测点位置

Fig.10 Position of measurement of air inlet

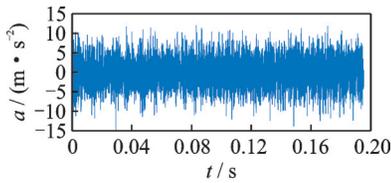


图 11 振动加速度原始信号

Fig.11 Original signal of vibration acceleration

对原始信号直接积分得到速度时域信号和频域信号,如图 12、图 13 所示。由图可以看出,原始加速度信号直接积分得到的速度信号存在着较大的趋势项,这些趋势项主要存在于低频区域,近似于直流分量。根据这样的数据进行故障分析会存在很大的偏差,下面采用笔者提出的方法进行提纯,以验证它的效果。

对原始信号进行经验模态分解,得到如图 14 所示的 10 个 IMF 分量,再对各分量进行三次多项式拟合,结果如图 15 所示。由图可知,随着 IMF<sub>1</sub> 至余量 res 各分量频率不断降低,趋势项的表现也越来越明显。采用第 2 节中提出的方法,使用 Matlab 软件对 IMF<sub>7</sub> 到余量 res 分别采用三次曲线拟合的方法去除趋势项,得到 IMF'<sub>7</sub>~res',再将它们与 IMF<sub>1</sub>~IMF<sub>6</sub> 进行重构,得到新的振动信号  $x'(t)$ 。

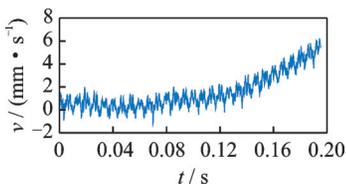


图 12 速度信号时域图

Fig.12 Speed time domain signal diagram

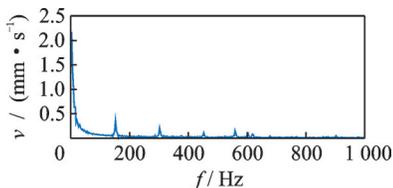


图 13 速度信号频域图

Fig.13 Velocity signal spectrum

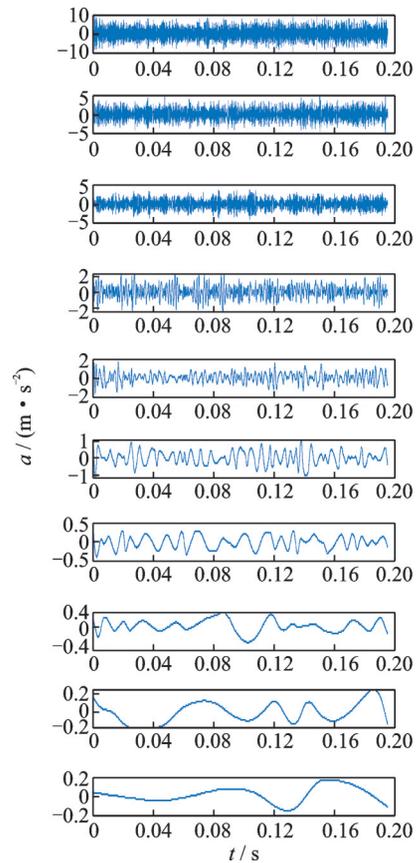
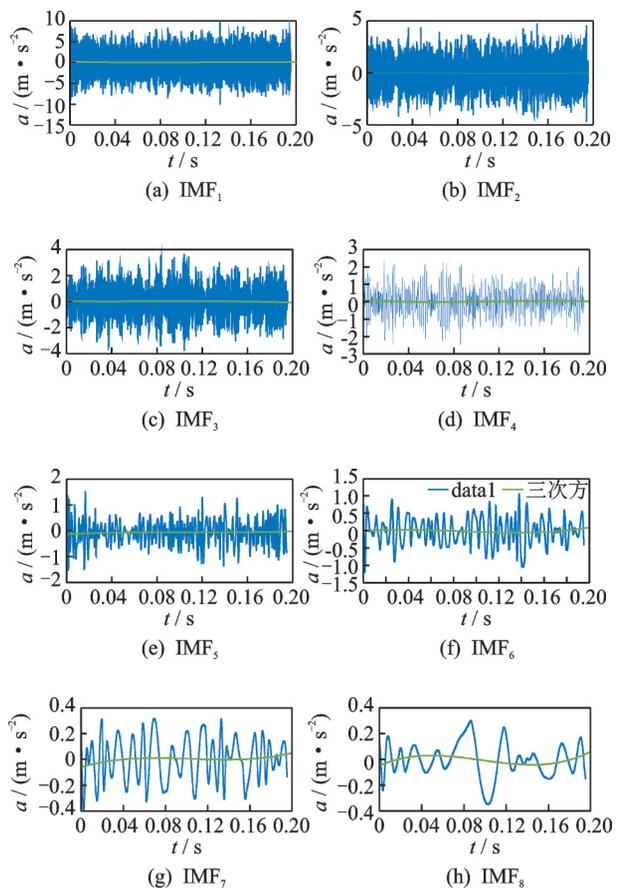


图 14 EMD 分解结果

Fig.14 Results of the EMD



(g) IMF<sub>7</sub>

(h) IMF<sub>8</sub>

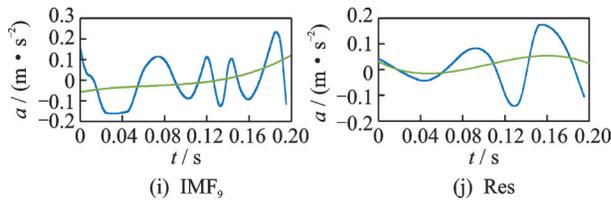


图15 IMF分量三次拟合曲线图

Fig.15 Cubic fitting curve of IMF components

将 $x'(t)$ 进行积分得到去噪后的速度信号,并和由原始信号直接积分得到速度信号分别在时域和频域进行对比,结果如图16、图17所示。由图可以看出,采用笔者提出的数据降噪方法可以有效去除振动信号中的低频趋势项,使积分信号更加可靠,有效降低了零点附近直流分量的值,方法效果显著。

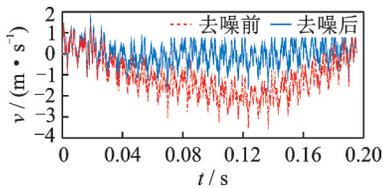


图16 去噪前后的速度时域对比图

Fig.16 Velocity time domain contrast map drop before and after noise reduction

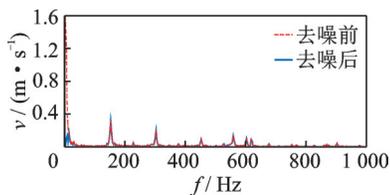


图17 去噪前后的速度频域对比图

Fig.17 Comparison of velocity frequency domain before and after noise reduction

## 4 结束语

提出了一种将经验模态分解法与数据拟合相结合的降噪方法,对所有固有模态函数进行数据拟合,以此判断各分量是否需要去除趋势项,并将提纯后的各IMF分量进行重构以达到提纯数据的目的。该方法既利用了EMD分解采用自适应分解带来的显著优势,又能在一定程度上抑制低频分量中的端点效应和模态混叠对信号积分的影响。以模拟信号和某干式真空泵进气口处的振动实测信号进行了验证,证明了这一方法的有效性。

## 参 考 文 献

[1] DING Y, HE W, CHEN B, et al. Detection of faults in rotating machinery using periodic time-frequency sparsity [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 382: 357-378.

- [2] ZAK G, WYLOMANSKA A, ZIMROZ R. Local damage detection method based on distribution distances applied to time-frequency map of vibration signal[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2018, 54(5): 4091-4103.
- [3] 郝如江,李非. EMD端点效应抑制方法[J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(2): 341-345.  
HAO Rujiang, LI Fei. End effect suppression method of EMD [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(2): 341-345. (in Chinese)
- [4] WANG T, LIU G. An improved method to solve the end effect of EMD and its application on vibration signal [C] // 2009 International Conference on Mechatronics and Automation. Changchun: IEEE, 2009.
- [5] 邓蕾,胡小林,李锋,等. 基于支持向量机的BS-EMD端点效应消除方法[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(3): 344-347.  
DENG Lei, HU Xiaolin, LI Feng, et al. End effect elimination method of BS-EMD based on support vector machine [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(3): 344-347. (in Chinese)
- [6] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings A, 1998, 454(1971): 903-995.
- [7] LIU Z, ZHANG Z. The improved algorithm of the EMD endpoint effect based on the mirror continuation [C] // 2016 Eighth International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA). Macau: IEEE, 2016.
- [8] ZHAI M Y. Seismic data denoising based on the fractional Fourier transformation [J]. Journal of Applied Geophysics, 2014, 109: 62-70.
- [9] RATO R T, ORTIGUEIRA M D, BATISTA A G. On the HHT, its problems, and some solutions [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 22(6): 1374-1394.
- [10] 张志刚,石晓辉,施全,等. 基于改进EMD和谱峭度法滚动轴承故障特征提取[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(3): 478-482.  
ZHANG Zhigang, SHI Xiaohui, SHI Quan, et al. Fault feature extraction of rolling bearing based on improved EMD and spectral kurticness method [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(3): 478-482. (in Chinese)
- [11] LI W, ZHENG H, SUN G H. The moving least squares based numerical manifold method for vibration and impact analysis of cracked bodies [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 190: 410-434.



第一作者简介: 赵博,男,1990年11月生,博士生。主要研究方向为机械设计及理论、机械振动故障与诊断等。  
E-mail: zhaobo140108@163.com