

# 惯容-橡胶复合隔振器动力学建模及参数识别

温华兵, 张坤, 刘伟, 答浩

(江苏科技大学能源与动力学院 镇江, 212003)

**摘要** 针对惯容-橡胶复合隔振器已有数学模型不精确的问题,考虑隔振器的恢复力,建立基于力-位移关系的非线性数学模型。在力学特性试验的基础上,将Bouc-Wen模型应用于惯容-橡胶复合隔振器以模拟其迟滞特性,采用遗传算法对数学模型中的未知参数进行识别,利用不同幅值和频率的试验数据对结果进行检验,并应用Simulink工具箱对识别结果进行数值仿真验证。结果表明:遗传算法可以准确识别出模型中的未知参数,激励频率为0.1~5 Hz时,试验值和仿真值的上、下幅值最大偏差分别为7.9%和8.3%;在10 Hz频段内,通过模型得到的传递率与试验传递率之间的平均误差为8%,均与试验数据有较高吻合度,验证了惯容-橡胶复合隔振器Bouc-Wen模型的正确性。

**关键词** 惯容器; 隔振器; Bouc-Wen模型; 遗传算法; 参数识别

**中图分类号** TU112.59<sup>+</sup>6

## 引言

船舶航行中主机和螺旋桨等主要机械设备会引起振动,振动不仅会危害船舶安全运行,影响仪器仪表和设备的正常使用,同时也会损害船员的身心健康,因此良好的减振系统对船舶至关重要<sup>[1]</sup>。

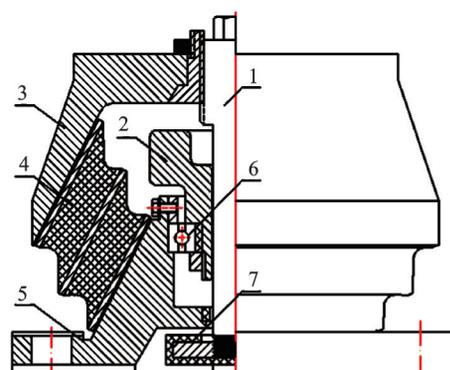
目前,船舶机械设备最常采用的隔振措施是在设备和基础之间安装隔振器<sup>[2]</sup>,但大多数隔振器的低频减振效果不佳。为改善隔振器在低频领域的隔振效果,文献[3]将具有“通高频、阻低频”力学特性的惯容器引入到橡胶隔振器中,开发了一款惯容-橡胶复合隔振器。相比传统橡胶隔振器,复合隔振器中的惯容器在工作时提供虚质量,相当于增加了参振质量,具有良好的宽频减振性能,在船舶动力机械减振特别是低频减振方面有显著效果<sup>[4]</sup>。高精度的理论模型对优良的工程应用性能至关重要。文献[5]将复合隔振器建模为刚度、阻尼及惯容器并联,对其隔振特性进行了研究,但该模型没有考虑恢复力的存在,导致模型不全面、不准确。为进一步研究惯容-橡胶复合隔振器的性能并提高其应用价值,完善其数学模型具有重要的研究意义。

笔者以惯容-橡胶复合隔振器为研究对象,考虑隔振器恢复力,拟将经典Bouc-Wen模型应用于惯容-橡胶复合隔振器以模拟其迟滞特性,在对惯容-橡胶复合隔振器进行力学特性试验的基础上,建立基

于力-位移关系的非线性数学模型,采用遗传算法对惯容-橡胶复合隔振器Bouc-Wen模型中的未知参数进行识别,并应用Matlab中的Simulink工具箱对识别结果进行数值仿真以验证其正确性。

## 1 非线性建模

本研究所用的惯容-橡胶复合隔振器,其结构如图1所示,其中飞轮的惯质系数 $b=841$  kg。



1-丝杠; 2-飞轮; 3-顶盖; 4-金属橡胶组件;  
5-底座; 6-轴承; 7-限位块

图1 惯容-橡胶复合隔振器结构图

Fig.1 Structural diagram of inerter-rubber vibration isolator

贯穿螺栓与飞轮组成滚珠丝杠副,飞轮向外套装着轴承,轴承外圈嵌装在底座上。隔振器工作时,贯穿螺栓上下移动,带动飞轮旋转,从而将振动能量

\* 江苏省科技厅产业前瞻与共性关键技术资助项目(BE2017120)

收稿日期:2020-06-09;修回日期:2020-07-23

储存在飞轮中,同时与惯容器组件并联支撑的橡胶提供了恢复力,可以让贯穿螺栓往复运动。因此,惯容-橡胶复合隔振器是一种非线性阻尼器,建模时必须考虑其迟滞特性。

Bouc<sup>[6]</sup>提出一种通过一阶微分方程来模拟迟滞非线性系统的迟滞模型。Wen<sup>[7]</sup>在其基础上进行改进,产生 Bouc-Wen 模型。Bouc-Wen 模型能够很好地模拟各种迟滞特性,计算方便,通用性强,适合参数的分析处理,在迟滞系统建立领域应用广泛。

笔者将 Bouc-Wen 模型应用于惯容-橡胶复合隔振器,以此模拟其迟滞特性,建立基于力-位移关系曲线的惯容-橡胶复合隔振器的非线性数学模型。如图 2 所示。

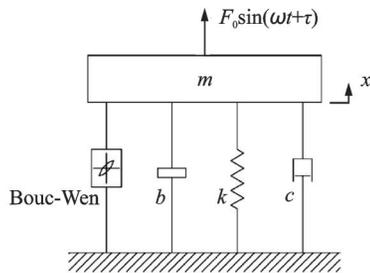


图 2 惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型

Fig.2 Bouc-Wen model of inerter-rubber vibration isolator

惯容-橡胶复合隔振器的运动方程描述为

$$(m + b)\ddot{x} + c\dot{x} + akx + (1 - \alpha)kz = F_0 \sin(\omega t + \tau) \quad (1)$$

其中: $m$ 为参振质量; $b$ 为惯质系数; $k$ 为弹簧单元的刚度系数; $c$ 为惯容-橡胶复合隔振器的阻尼性能; $akx$ 表示恢复力中弹性力部分; $(1 - \alpha)kz$ 表示迟滞的组成部分; $\alpha$ 表示迟滞线的非线性强弱程度。

迟滞变量  $z$  表示为

$$\dot{z} = A\dot{x} - \gamma|\dot{x}|z|z|^{n-1} - \beta\dot{x}|z|^n \quad (2)$$

其中: $A, \gamma, \beta, n$ 为迟滞环参数,它们影响迟滞环的形状和大小<sup>[8]</sup>。

为便于后续处理,通过数学变换将式(2)写成

$$\dot{z} = \dot{x} \left[ \alpha - (\gamma + \beta \operatorname{sgn}(xz)) |z|^n \right] \quad (3)$$

模型中未知参数有 7 个: $c, k, \alpha, A, \gamma, \beta$  和  $n$ 。为确定惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型,需对其进行参数识别,故需要试制实物并进行动态试验。

## 2 惯容-橡胶复合隔振器力学特性试验

惯容-橡胶复合隔振器的实物图和主要组件如图 3 所示。



(a) 实物图  
(a) Physical diagram



(b) 金属橡胶复合件  
(b) Metal rubber component



(c) 底座与惯容器  
(c) Base and inerter

图 3 惯容-橡胶复合隔振器

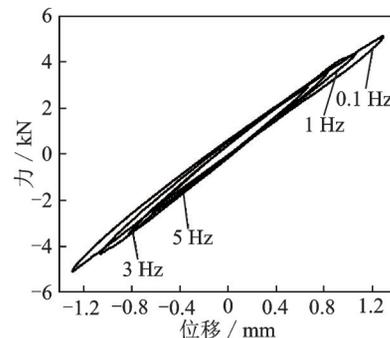
Fig.3 Inerter-rubber vibration isolator

如图 4 所示,在美国通用电液伺服力学性能测试试验台上对惯容-橡胶复合隔振器进行多组动态测试,通过试验测得隔振器在不同激励性质下的特性,用于动力学模型的参数识别和模型验证。激励采用正弦输入信号  $F = F_0 \sin(2\pi ft)$ ,其中: $F$ 为力信号; $t$ 为时间; $F_0$ 为力幅值; $f$ 为频率。共进行 4 组试验,分别为: $F_0 = 5 \text{ kN}, f = 0.1 \text{ Hz}$ ;  $F_0 = 4.5 \text{ kN}, f = 1 \text{ Hz}$ ;  $F_0 = 3.5 \text{ kN}, f = 3 \text{ Hz}$ ;  $F_0 = 3 \text{ kN}, f = 5 \text{ Hz}$ 。各个力幅值和频率激励下的位移-力和速度-力曲线如图 5 所示。



图 4 惯容-橡胶复合隔振器动态试验

Fig.4 Dynamic test of inerter-rubber vibration isolator



(a) 位移-力试验曲线  
(a) Displacement-force test curve

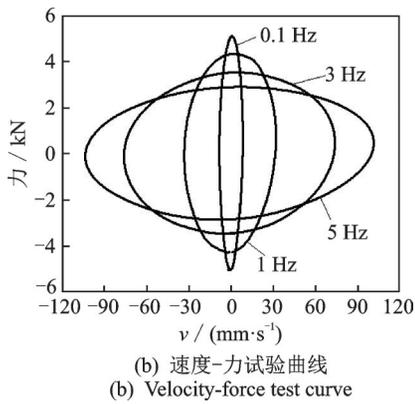


图5 惯容-橡胶复合隔振器力学特性试验结果

Fig.5 Test results of inerter-rubber vibration isolator

### 3 惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型参数识别

惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型中需要识别的参数众多,辨识难度较大,因此笔者采用擅长多变量优化和全局搜索技术的遗传算法工具箱进行参数识别。遗传算法是一种随机搜索、逐渐寻优的全局优化算法<sup>[9-10]</sup>,它借用生物遗传学的观点,通过自然选择、交叉、变异等作用机制,模拟自然界中“物竞天择、适者生存”的进化过程来寻求最优解<sup>[11]</sup>。遗传算法因其计算速度快、操作简单且效果理想而被广泛应用在数学模型参数识别、函数优化和机器人学习等领域。

#### 3.1 遗传算法参数设置

惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型函数为非线性约束问题,主要采用扩大化的拉格朗日遗传算法,Matlab 中遗传算法的命令为

$$[x, f_{\text{val}}] = \text{ga} \left( \begin{array}{l} @f_{\text{fit}}, N_{\text{vars}}, A, b, A_{\text{eq}}, \\ b_{\text{eq}}, L_B, U_B, C_{\text{nonl}}, O_p \end{array} \right) \quad (4)$$

其中: $x$ 为最终值到达的点; $f_{\text{val}}$ 为适应度函数的最终值; $\text{ga}$ 为遗传算法函数; $f_{\text{fit}}$ 为适应度函数; $N_{\text{vars}}$ 为待求未知参数的个数; $A$ 为不等式约束矩阵; $b$ 为不等式约束向量; $A_{\text{eq}}$ 为等式约束矩阵; $b_{\text{eq}}$ 为等式约束向量; $L_B$ 为 $x$ 的下限值; $U_B$ 为 $x$ 的上限值; $C_{\text{nonl}}$ 为 $\text{ga}$ 的非线性约束表达结构参数; $O_p$ 为 $\text{ga}$ 的结构参数。

$\text{ga}$ 的线性约束表达为

$$\begin{cases} Ax \leq b \\ A_{\text{eq}}x = b_{\text{eq}} \\ L_B \leq x \leq U_B \end{cases} \quad (5)$$

$\text{ga}$ 的非线性约束表达为

$$\begin{cases} c_i(x) \leq 0 & (i = 1, 2, \dots, m) \\ c'_i(x) = 0 & (i = m + 1, m + 2, \dots, mt) \end{cases} \quad (6)$$

判断识别准确程度的标准是仿真结果和试验数据之间的吻合程度,即适应度函数值<sup>[12]</sup>。惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型的适应度函数为

$$f_{\text{fit}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (F_i^{\text{exp}} - F_i^{\text{sim}})^2 / m} \quad (7)$$

其中: $m$ 为试验数据点个数; $F_i^{\text{exp}}$ 为试验数据值; $F_i^{\text{sim}}$ 为模型仿真值。

经过仿真试验发现,在其余各参数保持固定不变的情况下,参数的单调递增和单调递减都会引起迟滞环形状或力幅值的单调变化,这种特殊的单调特性使得目标函数足够小,得到的结果就应在全局最优解的附近。因此,本研究采用逐渐缩小参数取值范围来提高辨识准确度。Simulink 中设置识别的控制参数如下:采用初始种群数为 50;选择算法采用随机均匀分布选择;交叉采用分散交叉的方法,交叉概率取 0.8;变异采用高斯函数方法,尺度取 0.5,压缩取 0.7;迭代次数取 500 次。

#### 3.2 参数识别结果

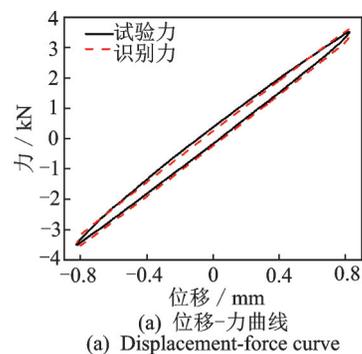
利用在力幅值 $F_0$ 为 3.5 kN、频率为 3 Hz 的正弦激励下得到的试验数据,识别出惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型的各个参数,如表 1 所示。

表1 各参数识别结果

Tab.1 Identification result of each parameter

参数	$c$	$k$	$\alpha$	$A$	$\gamma$	$\beta$	$n$
取值	1.11	3 810.52	1.1	8.25	33.09	-5.79	0.19

为确定参数识别的准确性,绘制如图 6 所示的参数模型位移-力和速度-力曲线图。由图可见,惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型仿真值与试验值贴近,仿真与试验吻合度较高,说明所采用的惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型能够表征惯容-橡胶复合隔振器的力学特性,参数识别精度较高。



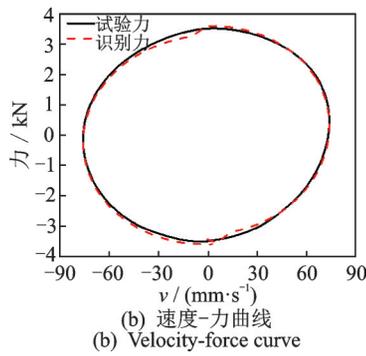


图 6 模型仿真值与试验值对比(3.5 kN, 3 Hz)  
Fig.6 Comparison of model simulation and test values (3.5 kN, 3 Hz)

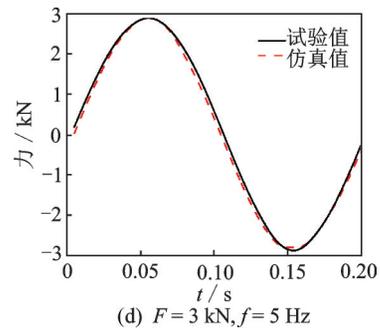


图 7 不同激励下仿真值与试验值数据对比  
Fig.7 Comparison of simulation and test under different excitations

## 4 模型验证

### 4.1 仿真值与试验值对比

各力幅值和频率输入时惯容-橡胶复合隔振器输出力的仿真值和试验值如图 7 所示。

仿真与试验结果的上、下幅值如表 2 所示。表 2 中偏差的计算公式为

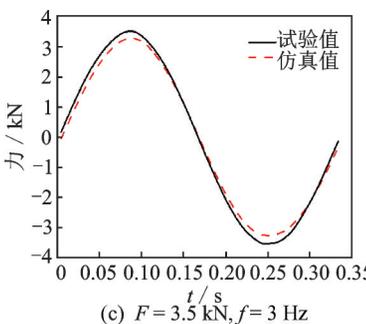
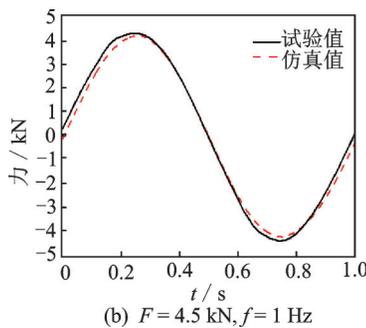
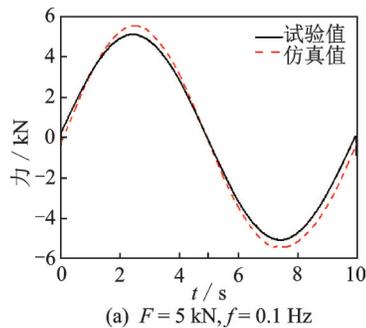
$$E_r = |1 - A^{\text{exp}}/A^{\text{sim}}| \quad (8)$$

其中: $E_r$ 为偏差; $A^{\text{exp}}$ 为试验幅值; $A^{\text{sim}}$ 为仿真幅值。

表 2 隔振器输出力幅值

Tab.2 The output force amplitude of the vibration isolator

f/Hz	对象	仿真值/kN	试验值/kN	偏差/%
0.1	上幅值	5.546	5.109	7.9
	下幅值	-5.464	-5.106	6.6
1.0	上幅值	4.194	4.299	2.5
	下幅值	-4.196	-4.367	4.1
3.0	上幅值	3.272	3.505	7.1
	下幅值	-3.277	-3.551	8.3
5.0	上幅值	2.912	2.907	0.2
	下幅值	-2.831	-2.892	2.1



结果表明,激励频率为 0.1~5 Hz 时,隔振器输出力的试验值与仿真值吻合良好,上幅值最大偏差为 7.9%,下幅值均方根值的最大偏差为 8.3%。这些误差的产生是由于通过识别参数而得到的数学模型,虽然基本可以模拟惯容-橡胶复合隔振器的迟滞特性,但与实际情况还存在一定的差别,导致仿真与试验结果存在微小的偏差。由此可见,惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型的仿真结果不仅与进行参数识别选取的试验数据基本吻合,而且与其他幅值和频率正弦激励下的惯容-橡胶复合隔振器的响应试验数据也吻合较好,验证了本研究模型的正确性。

### 4.2 复合隔振器的传递率

在振动试验台上将惯容-橡胶复合隔振器预加载 20 kN 的力,在此基础上进行振幅为 3.5 kN 的正弦激励,分别从 1 Hz 激励到 10 Hz,复合隔振器的参数如表 3 所示。经过分析,可以得到如表 4 所示的各个频率复合隔振系统的传递率试验点记录。

在 Simulink 中的惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型中输入同样的激励,输入的激励力经过隔振系统隔振后可得到其输出力的幅值,输出力幅值与输入力幅值之比即为隔振系统的传递率。

表3 惯容-橡胶复合隔振器参数

Tab.3 Parameters of inerter-rubber vibration isolator

橡胶动刚度/ (kN·mm <sup>-1</sup> )	橡胶 损耗因子	参振 质量/kg	惯质 系数/kg
5.3	0.09	2 000	841

表4 试验点记录

Tab.4 Experimental point records

f/Hz	传递率	f/Hz	传递率
1	1.09	6	1.72
2	1.13	7	2.70
3	1.29	8	2.75
4	1.38	9	1.46
5	1.56	10	1.23

图8为试验与仿真传递率之间的对比,结果表明,在10 Hz频段内,通过本研究数学模型得到的传递率与试验传递率之间的平均误差为8%,所以惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen模型具有较高的准确性,基本能满足工程上的应用。

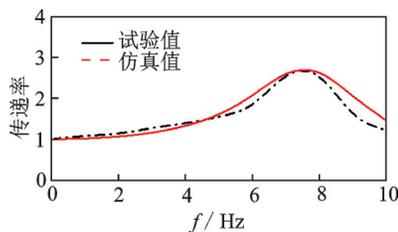


图8 仿真与试验传递率对比

Fig.8 Comparison of simulation and test transfer rate

## 5 结论

1) 将惯容-橡胶复合隔振器建模为刚度、阻尼、惯容器及恢复力并联,建立惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen模型,采用遗传算法对该模型的未知参数进行识别,确定了7个未知参数的值。

2) 试制出惯容-橡胶复合隔振器样机,并进行了台架试验。应用 Matlab 中的 Simulink 工具箱,采用数值仿真的方法对识别结果进行验证。结果显示,激励频率为 0.1~5 Hz 时,试验值和仿真值的上、下幅值最大偏差分别为 7.9% 和 8.3%,均与试验数据有较高吻合度。在 10 Hz 频段内,通过惯容-橡胶复合隔振器 Bouc-Wen 模型得到的传递率与试验传递率之间的平均误差为 8%,验证了该模型的正确性。

## 参 考 文 献

[1] 朱石坚,何琳.船舶机械振动控制[M].北京:国防工业出版社,2006:3-12.

- [2] 张向慧.粘弹阻尼材料迟滞非线性特性的试验研究[J].实验技术与管理,2002,19(3):34-36.  
ZHANG Xianghui. Experimental study on hysteretic nonlinear characteristics of viscoelastic damping materials [J]. Experimental Technology and Management, 2002, 19(3): 34-36. (in Chinese)
- [3] 温华兵,郭俊华,吕珏,等.一种具有宽频减振性能的惯容与橡胶复合减振器:中国, CN201510849097.8 [P]. 2015-11-27.
- [4] 孙晓强,陈龙,汪少华,等.滚珠丝杠式惯容器非线性建模与参数辨识[J].振动、测试与诊断,2016,36(2):329-334.  
SUN Xiaoqiang, CHEN Long, WANG Shaohua, et al. Nonlinear modeling and parameter identification of ball screw inerter [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(2): 329-334. (in Chinese)
- [5] WEN H, LI Y, ZHANG K, et al. Vibration performance improvement of D/G-set employing inerter-rubber vibration isolator [J]. Journal of Marine Engineering & Technology, 2021, 20(4): 243-253.
- [6] BOUC R. Forced vibration of mechanical systems with hysteresis [C] //Processing of the 4th International Conference on Nonlinear Oscillation. Prague, Czechoslovakia: [s.n.], 1967.
- [7] WEN Y K. Method of random vibration of hysteretic system [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1976, 102(2): 249-263.
- [8] 丁旭杰.非线性隔振抗冲器的设计与建模研究[D].上海:上海交通大学,2008.
- [9] KRISTINSSON K. System identification and control using genetic algorithms [J]. System, Man and Cybernetics, 1992, 22(5): 1033-1046.
- [10] SCHNEIDER T R. A genetic algorithm for the identification of conformationally invariant regions in protein molecules [J]. Acta Crystallographica Section D: Biological Crystallography, 2002, 58(2): 195-208.
- [11] 雷音杰,张善文. MATLAB 遗传算法工具箱及应用 [M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2014:34-72.
- [12] 王小平,曹立明.遗传算法——理论、应用和软件实现 [M]. 西安:西安交通大学出版社,2000:12-25.



第一作者简介:温华兵,男,1977年6月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为船舶轮机设备及系统的振动噪声控制。曾发表《新型空心结构阻振质量的阻振性能实验》(《振动、测试与诊断》2016年第36卷第2期)等论文。  
E-mail: wen-huabing@163.com