

# 导弹模态试验中双模态现象的分析与仿真验证

商霖, 张海瑞, 宋志国

(中国运载火箭技术研究院 北京, 100076)

**摘要** 针对导弹模态试验中出现的主振偏角较大的“双模态”现象,采用三分段法构建了用于模拟导弹模态试验系统的壳-梁-质量-弹簧单元组合有限元模型。通过试验分析与仿真模拟,提出并论证了导弹模态主振偏转的主要原因是舱段间对接面连接刚度方向偏离了象限线。依据试验分析结果,提出了影响导弹模态特性的相关结论。根据仿真模拟结果,得到了主振模态偏转的两个前提性条件。从工程应用的角度,给出了模态参数的使用说明,建议了舱段对接面的设计和位置。研究结果对导弹双模态现象的规避和消弱具有一定的工程指导意义。

**关键词** 双模态现象;象限线;主振方向;模态偏转;连接刚度

**中图分类号** TJ760.1; TH113.1

## 引言

导弹模态分析是载荷环境设计和姿态控制设计的基础,在工程研制中占有至关重要的地位。国内外导弹、火箭失败案例中多次出现了因设计中未充分考虑弹性模态而导致的姿态失控,最终自毁。目前,国内外弹/箭动力学建模、模型修正和确认以及相关验证的研究已经成熟。潘忠文等<sup>[1]</sup>从蒙皮加筋圆柱壳结构动力学建模、液体推进剂动力学模拟及局部振型斜率预示等方面总结了火箭动力学建模技术的研究成果,并对后续研究提出了一些建议。王建民等<sup>[2]</sup>采用三维建模的方法克服了常规梁模型对运载火箭三维结构简化带来的弊端,提出了硬壳与半硬壳结构、夹芯结构、发动机架及发动机、燃料液体、非结构质量和舱段间连接等多种建模方法。邱吉宝等<sup>[3]</sup>提出了子结构试验建模综合技术,解决了大型运载火箭的模型修正问题,实现了仿真模型预示与产品试验结果的一致性。

航天飞行器模态特性受飞行环境、试验边界和测试系统等影响比较明显。唐晓峰等<sup>[4]</sup>研究了非平面形状的细长体飞行器在自由边界条件下的热模态特性。汤波等<sup>[5]</sup>分析了悬挂工装对运载火箭模态的影响。闫松等<sup>[6]</sup>利用激光测振系统和机器人平台对液体火箭发动机进行了三维扫描振动测试,以避免传感器质量对模态特性的影响。近年来,随着弹种的增多、结构的多样化和快速连接方式的应用等,导

弹模态渐趋复杂多变,出现了很多不常见的现象,如模态主振方向偏角达 $40^\circ$ 的“双模态”现象。

为了探究导弹主振偏转的主要影响因素,从设计上规避主振偏转或降低偏转角度,降低姿控设计难度,笔者从试验和仿真的角度出发,对导弹双模态现象进行了研究。首先,通过已有导弹模态试验结果的分析,提出了影响模态特性的两个猜测性认识;其次,采用有限元仿真手段研究舱段上截面刚度和舱段间对接面连接刚度变化对模态特性的影响,进而验证所提猜测,并得到主振偏转的两个前提性条件;最后,研究了主振偏转的形成机理,给出了模态参数的使用说明,并从工程设计的角度提出了改进措施。

## 1 导弹双模态现象

导弹模态分析的主要工作是利用试验或仿真的手段获取导弹模态参数,主要包括频率、阻尼比、模态振型及振型斜率等,并用于姿控稳定性分析。导弹姿控设计时,传统方式是采用俯仰(沿弹体 I-III 象限线)、偏航(沿弹体 II-IV 象限线)和滚转(绕弹体纵向)的三通道设计<sup>[7]</sup>,因此需要按通道方向提供模态参数。工程上,因弹体结构在俯仰和偏航两个象限上的差别设计(如 II-IV 象限线上的局部开口),同时受试验边界(如沿 I-III 象限线上的悬吊)和激励方向(如沿 I-III 或 II-IV 象限线)的影响等,通常可以得

到较为明确的、沿象限线的模态参数。已有模态试验表明,当沿 I-III 或 II-IV 象限线激励导弹时会出现如图 1 所示的双峰现象,导弹振动工程中称之为“双模态”现象<sup>[8]</sup>。图 1 所示两个较为接近的峰值频率分别对应了导弹的两个主模态频率,模态试验中可通过调整两个象限线的激励力大小,实现激励方向的偏转,进而得到图 1 两个峰值频率分别对应的、纯的主模态振动,即图 2 所示单峰现象。调整所得角度称为主振方向偏离象限线的角度,即主振偏角。

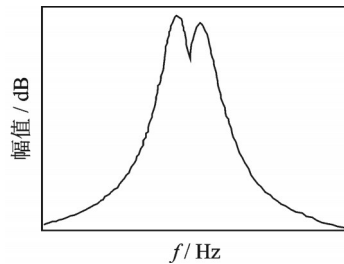


图 1 双峰频响曲线

Fig.1 Bimodal frequency response curve

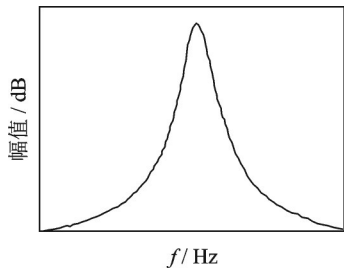


图 2 单峰频响曲线

Fig.2 Unimodal frequency response curve

导弹主振方向偏离象限线的现象,从根源上来说,是沿象限线的双模态特性引起的,因此笔者把主振方向偏离象限线,即主振偏转的现象,称为“双模态”现象。针对这类现象,以往因主振偏角较小,不到  $10^\circ$ ,常规做法是采用偏离象限线较近的主振方向模态参数代替相应象限线的模态参数,提供姿控专业进行设计。当主振偏角达  $40^\circ$  时,姿控设计仍采用主振方向模态参数代替象限线模态参数的传统做法是不合理的。此外,由于主振偏角较大导致弹上关键位置振型斜率在主方向和交联方向上数值较大,也给姿控设计带来了很大的压力。

## 2 导弹模态试验

### 2.1 试验简介

试验前,首先在导弹表面 I-III 象限线布置三向加速度传感器,分布间距小于所在舱段长度的  $1/5$ ,

同时在舱段对接面左、右位置也布置传感器;其次,采用橡皮绳在导弹前、后吊点进行吊装,通过调节橡皮绳刚度实现导弹的水平悬吊,模拟自由-自由边界;最后,在弹头和弹尾均加装沿 I-III 和 II-IV 象限线的激励器,如图 3 所示。

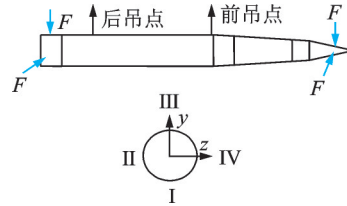


图 3 模态试验的悬吊状态、激励方向及象限线定义

Fig.3 Suspension state and excitation direction and definition of quadrant line in modal test

试验时,首先采用步进正弦法激励导弹头、尾获取各测点的频响曲线,从频响曲线中提取模态参数,并通过振型的动画显示确定模态的基本特性;其次,采用正弦调谐法获取导弹横向前 3 阶模态参数,主要包括共振频率、阻尼比和模态振型等;最后,在共振频率点上定频激励采集弹上关键截面位置的振型斜率。

### 2.2 试验结果

选取导弹横向前 3 阶的共振频率、模态振型和主振方向等,考虑到每阶模态的两向主振动的共振频率、模态振型和主振方向等均一致,仅研究主振方向偏离 I-III 象限线的主模态。表 1 给出了导弹零秒和末秒状态下其横向前 3 阶的共振频率和主振方向。为便于对比,还给出了零秒状态下导弹翻转  $90^\circ$  时横向 1 阶的共振频率和主振方向。通过对比表 1 数据,可以发现:

1) 导弹零秒时, I-III 象限线竖直(正常放置)状态和 I-III 象限线水平(翻转  $90^\circ$ )状态获取的共振频率基本一致,但横向 1 阶主振偏角却相差很大,而两种状态下导弹整体的质量分布和刚度分布均完全一致;

2) 导弹末秒状态由于没有装药质量,其共振频率相比零秒状态提高了很多,但横向 1 阶主振偏角却变小了很多,去除装药后导弹壳体刚度相对零秒状态并没有明显改变(发动机装药对导弹刚度的贡献基本可以忽略),其主振方向不应有明显的改变。

图 4 为 3 种状态下导弹横向 1 阶的模态振型。图 4 表明:①由于导弹分布质量的变化,零秒和末秒状态的模态振型差异明显;②零秒时 I-III 象限线水

表1 导弹共振频率和主振方向的对比  
Tab.1 Comparison of resonance frequency and main vibration direction of missile

阶数	状态1:零秒		状态2:末秒		状态3:零秒	
	I-III象限线竖直		I-III象限线竖直		I-III象限线水平	
	f/Hz	主振方向	f/Hz	主振方向	f/Hz	主振方向
1	16.20	III偏IV 40°	21.60	III偏II 15°	16.33	III偏II 5°
2	36.26	III偏II 10°	48.44	III偏II 5°	—	—
3	53.38	III偏II 2.5°	86.63	III偏II 2°	—	—

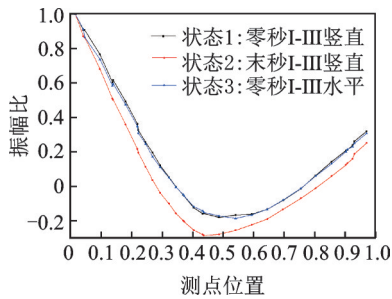


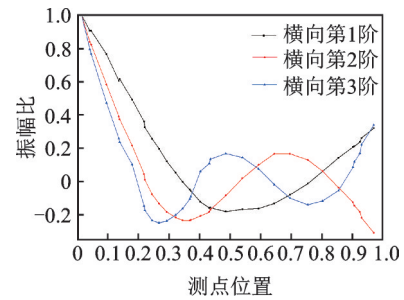
图4 导弹横向1阶模态振型  
Fig.4 The first transverse mode of missile

平状态和I-III象限线竖直状态获取的模态振型基本重合,表明导弹整体的质量和刚度分布没有发生变化。

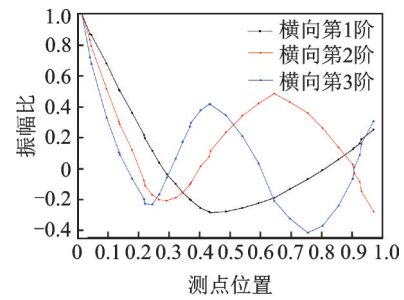
图5为导弹零、末秒状态下横向前3阶的模态振型。图5表明:①横向1阶模态振型的波谷区位于弹体刚度较弱的仪器舱(有较大操作开口),及其与其他舱段的对接面位置,这一位置刚度较弱、特性复杂;②横向2阶和3阶模态振型的波峰/谷区分别位于弹头和发动机舱段,其刚度较强,特性稳定;③末秒状态各阶模态振型不够光滑,对舱段对接和开口削弱引起的刚度变化比较敏感。

### 2.3 结果分析

试验结果中,导弹零秒横向1阶模态主振偏角约为40°,表明全弹惯性力和弹性恢复力的相对分布发生了变化,刚度与质量不在象限线重合,刚度关于象限线不对称。导弹翻转90°后,其零秒横向1阶模态主振偏角约为5°,可以忽略,表明全弹刚度分布和质量分布在象限线上。导弹末秒横向1阶模态主振偏角约为15°,表明单纯的结构质量和结构刚度偏离象限线要小。由此可看出,表1的3种试验状态对应了导弹的不同刚度分布。



(a) 零秒状态  
(a) Zero second state



(b) 末秒状态  
(b) Last current state

图5 导弹横向前3阶模态振型

Fig.5 The first three transverse modes of missile

模态是结构自身的属性,是结构整体刚度分布和质量分布性态的反映。图4所示导弹模态振型体现了这种整体特性:状态1和状态3模态振型重合;状态1和状态2模态振型差别明显。模态主振方向则代表了结构刚度分布最弱的方向,即结构初始缺陷的方向,由此解释了表1的3种试验状态获取了导弹3个不同主振方向的原因,即引发模态主振方向变化的直接原因是舱段上截面刚度/舱段间对接面刚度在整个截面的变化不均匀或偏向某个方向,使得局部刚度丧失对称性。图5所示导弹零、末秒横向1阶模态振型波峰/谷区均位于舱段局部刚度复杂、多变的区域,其主振偏角较大,横向2阶和3阶模态振型波峰/谷区位于舱段上刚度较强、稳定的区域,而其主振偏角均较小。文献[9]也表明,对接面连接刚度会影响导弹的固有频率,引起振型的变化,如振型形状的改变和节点位置的平移等。

因此,提出如下观点:

- 1) 在导弹模态振型波峰/谷区内,沿弹体纵轴向截面/对接面整体刚度的变化,会影响导弹的频率,若刚度削弱较为严重还会引起振型的畸变,甚至节点位移的改变等;
- 2) 在导弹模态振型波峰/谷区内,沿弹体截面/对接面周向刚度的局部变化、不均匀或偏向某个方向,会影响该位置整体刚度的对称性,使得垂直面内的振动能量耦合转移到水平面内,乃至出现双峰现

象,由此产生主振偏转的现象。

### 3 导弹模态分析

#### 3.1 有限元模型

导弹一般由弹头、仪器舱、发动机和尾段等 4 个舱段组成<sup>[10]</sup>,舱段间通过螺栓铆接成为整体。各舱段均是由金属壳体外加隔热套/涂层组成的复合结构,其内安装导弹各功能系统,如战斗部、燃烧室和电气设备等。

有限元建模时,首先采用三分段法<sup>[11]</sup>对导弹进行刚度分段和质量分段,同时假设:①金属壳体各刚度分段材料组成均匀、各向同性,弹性模量、泊松比和密度等物理参数为常数;②金属壳体与隔热套/涂层及燃烧室理想粘结,连接界面无缺陷;③各舱段连接可靠,保证导弹整体刚度为分段连续。其次,利用壳单元模拟金属壳体的刚度和质量,壳体外隔热套/涂层质量以密度的形式计入壳单元材料模型,其刚度可忽略;利用梁单元模拟舱段内各功能系统的刚度;利用质量单元模拟舱段内各功能系统的质量,并将质量附着在梁单元节点上。最后,利用节点融合技术将各舱段组装,利用约束方程将梁单元和壳单元组装。图 6 为用于模拟导弹模态试验的梁-壳-质量单元组合有限元模型,按真实试验状态模拟了悬挂系统和试验边界。

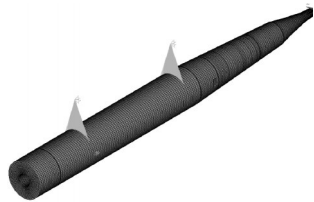


图 6 导弹模态试验模拟系统

Fig.6 Missile modal test simulation system

#### 3.2 影响因素分析

有限元动力学模型的影响参数主要有:①质量,作为可观测量,偏差较小和可控;②刚度,包括结构刚度和连接刚度;③阻尼,作为小量,对模态特性的影响可忽略。结构刚度由材料参数和几何尺寸确定,材料参数可查阅手册,其偏差小;几何尺寸受生产、制造工艺的影响,同一舱段、不同截面位置的外径和厚度差异明显;连接刚度受对接面结构形式、螺栓数量和预紧力大小及外部载荷等复杂因素的影响,数据偏差大<sup>[12]</sup>。因此,本节主要研究舱段截面

刚度和对接面连接刚度的变化对导弹模态特性的影响。

图 7 所示为刚度位置对导弹频率的影响。沿弹体纵轴向依次将长度为 320 mm 舱段的截面刚度削弱 25%,分别进行模态分析,由此得到截面刚度位置变化对导弹频率的影响曲线,如图 7(a)所示。沿弹体纵轴向依次将长度为 10 mm 舱段替换为连接单元<sup>[13]</sup>,模拟对接面连接刚度,并分别进行模态分析,由此得到连接刚度位置变化对导弹频率的影响曲线,如图 7(b)所示。由图 7 可见,导弹频率对刚度分布的敏感程度与刚度变化的位置关系比较密切,若位于振型波峰/谷处,将显著影响导弹频率。导弹 2 阶以上模态遵循同样的规律。研究中,320 mm 舱段削弱 25% 截面刚度引起的导弹频率变化不到 2.5%,实际生产工艺不会出现如此大的尺寸偏差,而对接面连接刚度能引起导弹频率 10% 的变化,因此对接面连接刚度对导弹模态的影响最为直接。

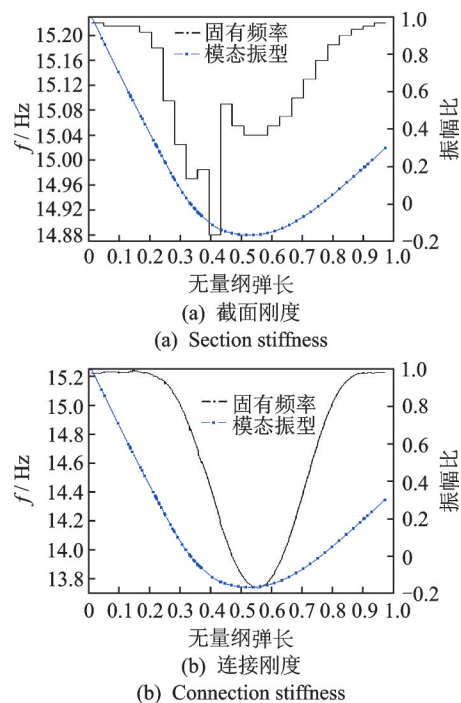


图 7 刚度位置对导弹频率的影响

Fig.7 The influence of stiffness position on missile frequency

将导弹 1 阶模态振型波谷处 10 mm 舱段替换为连接单元,依次增大连接单元刚度,分别进行模态分析,由此得到连接刚度大小变化对导弹频率的影响曲线,如图 8 所示。由图 8 可见,随着连接刚度的增大,导弹频率变化逐渐趋缓,表明存在连接刚度阈值,高于阈值的变化对导弹频率的影响不明显,低于阈值的变化对导弹频率的影响很显著。同理说明,

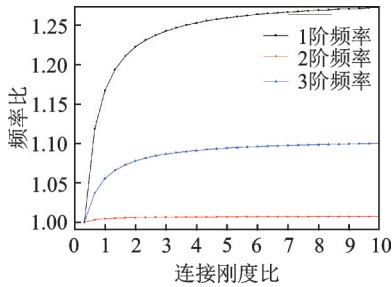


图8 连接刚度大小对导弹频率的影响

Fig.8 The influence of connection stiffness on missile frequency

局部舱段的截面刚度达到一定程度后,其对模态的贡献也越来越小,而质量的增加还会起到相反的效果。

沿弹体纵轴向依次将长度为10mm的舱段替换为连接单元,预置偏转角度,并分别进行模态分析,由此得到带预置偏角的连接刚度在位置变化时对导弹主振偏角的影响曲线,如图9所示。由图9可见,导弹主振方向对连接刚度非对称分布或连接刚度方向偏离象限线的敏感程度与刚度变化的位置关系比较密切,若位于振型波峰/谷处将显著改变导弹主振方向。导弹2阶以上模态遵循同样规律。

通过仿真研究得到了主振偏转的两个前提条件:①对接面连接刚度方向与象限线有一定初始偏角;②对接面连接刚度的两个主方向的刚度值有偏差。工程中,舱段间连接部位由于加工误差、装配工艺和预紧力等影响,其局部刚度相对象限线一般不对称,且两个主向刚度也有偏差。此外,仿真研究还表明:初始偏角较大,两向刚度差越大,图9(a)中主振偏角平台区域越宽;初始偏角较小,两向刚度差越大,图9(b,c)中主振偏角越大。

### 4 机理分析

试验分析与仿真研究均表明,引发导弹模态主振偏转的主要原因是对接面连接刚度方向偏离了象限线。机械振动理论也表明,导弹这类轴对称体,其存在重根模态(即双模态现象),同一频率会对应两个振型,这两个振型一样,但是会偏转一个角度,这主要是由于制造工艺、材料特性和局部刚度等方面的差异,导致结构不完全对称,因此理论上的重根会有一些的频率偏差。但是,这些均未明确解释导弹在3种状态下主振偏角不同的现象。

本研究导弹有两个对接面,分别位于仪器舱与弹头和发动机之间,均采用盘式连接方式,如图10

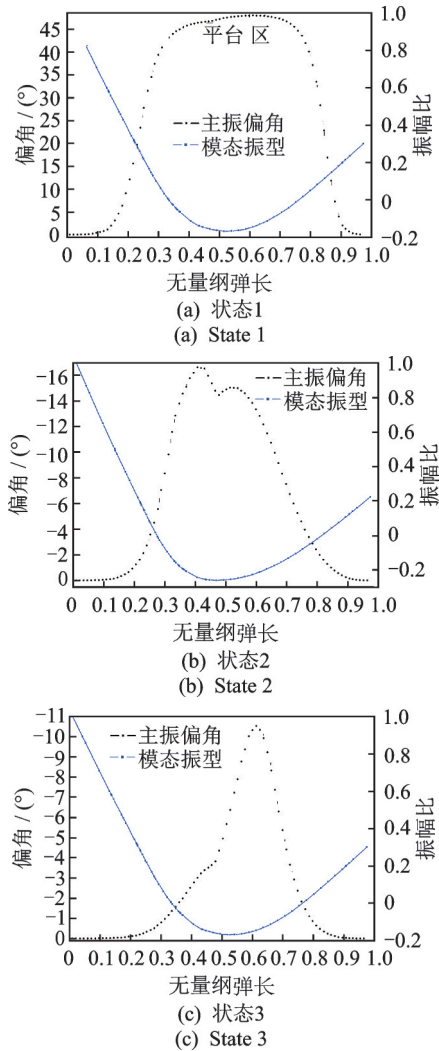


图9 连接刚度位置对导弹主振偏转的影响

Fig.9 The influence of position of connection stiffness on the modal deflection of missile

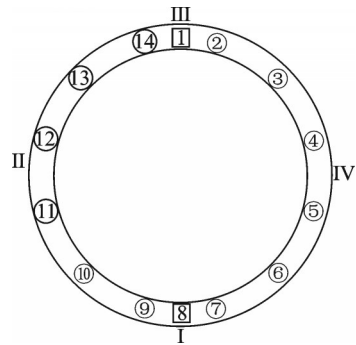


图10 舱段间的盘式连接示意图

Fig.10 Schematic diagram of disk-connection between cabins

所示。其中,12个圆形螺孔周向间隔30°,2个方形螺孔与其相邻圆形螺孔周向间隔15°。文献[14]研究表明,盘式连接结构在弯矩作用下,其对接面接触区呈现两种特征:受拉侧接触发生在螺栓分布圆内侧且局限在螺栓附近,接触区不连通;受压侧接触发

生在螺栓分布圆外侧且接触区连成一片。两种区域交界线不在对接面弯曲中性轴上,而是偏向受压侧。进一步分析可知:受拉侧的拉力由螺栓承载,其刚度特性由受拉侧的螺栓拉伸刚度确定;受压侧的压力由对接面端框承载,其刚度特性由受压侧的端框承压刚度确定。由此,状态1和状态2时II-III-IV侧为承拉侧,其连接刚度主要由#12,#13,#14,#1,#2,#3和#4等7个螺栓的拉伸刚度确定。若II-III侧和IV-III侧的3个螺栓确定的连接刚度不一样,则对接面连接刚度方向将位于II-III或III-IV区域内,从而偏离象限线。状态3时III-IV-I侧为承拉侧,其连接刚度主要由#2,#3,#4,#5,#6和#7等6个螺栓的拉伸刚度确定,也会偏离象限线。

文献[15]研究了4种拧紧顺序下螺栓的拧紧效果,在20 kN拧紧力下同时拧紧时各螺栓预紧力标准差为0.302 8 kN(最小),对角拧紧为0.651 3 kN,间隔拧紧为0.820 9 kN,顺次拧紧为1.048 kN(最大)。本研究导弹对接面的盘式连接采用了同时拧紧的螺栓拧紧顺序。状态1时,当III-IV侧内#2,#3和#4螺栓确定的连接刚度较弱时,对接面连接刚度方向出现了III偏IV约40°的现象。状态3时,对接面连接刚度方向出现III偏II约5°的现象,同时I偏IV约5°,表明IV-I侧内#5,#6和#7螺栓确定的连接刚度弱于III-IV侧内#2,#3和#4,而状态1时IV-I侧为承压侧,刚度由对接面端框确定。这表明,试验过程中对不同部位螺栓进行力矩复检并调整,或多翻转几个状态是非常必要的。状态2时,由满药发动机替换为空壳发动机,仪器舱和发动机进行了重新装配,对接面螺栓预紧力分布发生了改变,其连接刚度方向也相应有所改变。

## 5 模态参数的使用说明

姿控网络设计主要考虑导弹I-III象限线和II-IV象限线的模态参数,如频率、模态振型、阻尼比和振型斜率等。虽然导弹模态试验中出现了主振偏角较大的情况,但其对姿控网络设计的影响是可控的。

首先,两个主振方向的频率差特别小,试验表明最大偏差不超过5%,导弹为轴对称体、处处主振,由此象限线频率可直接采用偏离象限线的主振频率,或取包含两个主振频率的频带做双峰设计;其次,不同状态下导弹模态振型在空间上非常接近,由此模态振型可以是彼此的线性组合,这些组合可以形成一个线性无关向量组,其与导弹的质量和刚度

矩阵正交,因此象限线振型和主振振型对弹头尖点归一化后,其模态振型形态完全重合;然后,阻尼比的试验离散度一般较大,建议直接采用主向阻尼比,或取一个较大的包络值;最后,振型斜率的使用应结合不同的姿控设计要求来确定。

若两个主振频率偏差较大,超出试验偏差或设计偏差,同时主振偏角也大,导弹不再看作对称体,那么姿控设计需要研究如何使用模态参数。

## 6 结论

1) 在导弹模态振型波峰/谷区内,沿弹体纵轴向截面/对接面整体刚度的变化会影响导弹的频率,若刚度削弱较为严重还会引起振型的畸变、节点位移的改变等。

2) 在导弹模态振型波峰/谷区内,沿弹体截面/对接面周向刚度的局部变化、不均匀或偏向某个方向,会影响该位置整体刚度的对称性,使得垂直面内的振动能量耦合转移到水平面内,乃至出现双峰现象,由此出现主振偏转的现象。

3) 导弹主振偏转的两个前提条件为:舱段间对接面连接刚度方向与象限线有一定初始偏角;舱段间对接面连接刚度的两个主方向的刚度值有偏差。

4) 舱段间对接面连接刚度受对接面结构形式、螺栓数量、预紧力大小及外部载荷等复杂因素的影响,而其连接刚度主方向受对接面上分布的各个螺栓预紧力的影响,会出现偏离象限线的现象。因此,从工程上来说,规避或降低主振偏转的有效措施是舱段间对接面要避开关心模态的峰谷区。

## 参 考 文 献

- [1] 潘忠文,曾耀祥,廉永正,等. 运载火箭结构动力学模拟技术研究进展[J]. 力学进展,2012,42(4):406-415. PAN Zhongwen, ZENG Yaoliang, LIAN Yongzheng, et al. Reviews in structural dynamics analogy technique of launch vehicle [J]. Advances in Mechanics, 2012,42(4): 406-415. (in Chinese)
- [2] 王建民,吴艳红,张忠,等. 运载火箭全箭动特性三维建模技术[J]. 中国科学:技术科学,2014,44(1):50-61. WANG Jianmin, WU Yanhong, ZHANG Zhong, et al. Three-dimensional modeling technology for dynamic characteristics of the launch vehicle [J]. Science China Technological Sciences, 2014, 44(1): 50-61. (in Chinese)
- [3] 邱吉宝,王建民. 运载火箭模态试验仿真技术研究进展[J]. 宇航学报,2007,28(3):515-521.

- QIU Jibao, WANG Jianmin. The recent progresses on research into modal test simulation techniques for launch vehicles[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(3): 515-521. (in Chinese)
- [4] 唐晓峰,常洪振,何振威,等.细长体飞行器自由边界热模态试验与仿真[J]. *航空学报*, 2018, 39(10): 145-156.
- TANG Xiaofeng, CHANG Hongzhen, HE Zhenwei, et al. Thermo-modal test and simulation of spindly vehicle in free boundary conditions [J]. *Acta Aeronauticae Astronautica Sinica*, 2018, 39(10): 145-156. (in Chinese)
- [5] 汤波,范瑞祥,潘忠文.悬挂工装对运载火箭模态试验影响分析[J]. *宇航学报*, 2017, 38(12): 1354-1360.
- TANG Bo, FAN Ruixiang, PAN Zhongwen. Effects of suspension rope on modal experiment of rockets [J]. *Journal of Astronautics*, 2017, 38(12): 1354-1360. (in Chinese)
- [6] 闫松,李斌,李斌潮.三维扫描测振技术在液体火箭发动机模态试验中的应用[J]. *宇航学报*, 2017, 38(1): 97-103.
- YAN Song, LI Bin, LI Binchao. Application of 3-D scanning vibrometry technique in liquid rocket engine modal test [J]. *Journal of Astronautics*, 2017, 38(1): 97-103. (in Chinese)
- [7] 赵长见,姚红,周伯昭,等.导弹姿控系统设计的进化多目标优化算法[J]. *导弹与航天运载技术*, 2006, 4: 11-15.
- ZHAO Changjian, YAO Hong, ZHOU Bozhao, et al. Design of missile attitude control system based on evolutionary multiobjective optimization [J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2006, 4: 11-15. (in Chinese)
- [8] 祝学军,南宮自军.战术导弹结构动力学[M].北京:中国宇航出版社,2017:132-135.
- [9] 张琪,刘莉.弹体连接刚度对导弹模态的影响分析[J]. *弹箭与制导学报*, 2008, 28(3): 38-40.
- ZHANG Qi, LIU Li. Research on influence of connection stiffness on missile modes [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missile and Guidance*, 2008, 28(3): 38-40. (in Chinese)
- [10] 商霖,王亮,金晶.随机有限元法在导弹模态分析中的应用[J]. *导弹与航天运载技术*, 2015, 4: 42-45.
- SHANG Lin, WANG Liang, JIN Jing. Application of stochastic finite element method in missile modal analysis [J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2015, 4: 42-45. (in Chinese)
- [11] 商霖,张海瑞,李璞,等.一类飞行器载荷设计的三段方法研究与应用[J]. *国防科技大学学报*, 2019, 41(2): 63-68.
- SHANG Lin, ZHANG Hairui, LI Pu, et al. Research and application of three-section method of load design for a kind of aircraft [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2019, 41(2): 63-68. (in Chinese)
- [12] 蒋国庆,李家文,唐国金.参数化建模的螺栓法兰连接刚度分析[J]. *国防科技大学学报*, 2014, 36(6): 180-184.
- JIANG Guoqing, LI Jiawen, TANG Guojin. Stiffness analysis of bolted flange joint based on parameterized modeling [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2014, 36(6): 180-184. (in Chinese)
- [13] 杨炳渊,阳华,宋伟力.子结构界面连接刚度参数识别的一种直接方法[J]. *振动工程学报*, 1997, 10(3): 335-342.
- YANG Bingyuan, YANG Hua, SONG Weili. A direct method of parameter identification for joining stiffness on substructure interfaces [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1997, 10(3): 335-342. (in Chinese)
- [14] 袁彪,王淑范,敖林.弯矩作用下火箭对接面螺栓拉力分布规律探讨[J]. *导弹与航天运载技术*, 2003, 2: 37-40.
- YUAN Biao, WANG Shufan, AO Lin. Discussion on the distribution rule of bolt tension force on the junction surface of launch vehicle under the bending moment [J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2003, 2: 37-40. (in Chinese)
- [15] 李培林,王庆力,王巍,等.螺栓组拧紧顺序对结构体接触刚度的影响研究[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2014, 11: 39-42.
- LI Peilin, WANG Qingli, WANG Wei, et al. Research on influence of contact stiffness of bolted assembly structure from bolt-up sequence [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2014, 11: 39-42. (in Chinese)



**第一作者简介:**商霖,男,1977年12月生,博士、研究员。主要研究方向为飞行器动特性设计、发射动力学分析、非线性振动分析与响应控制等。曾发表《导弹前定向件公路机动运输疲劳载荷谱的编制及寿命预估》(《振动与冲击》2019年第138卷第9期)等论文。

E-mail: shang\_lin30@126.com